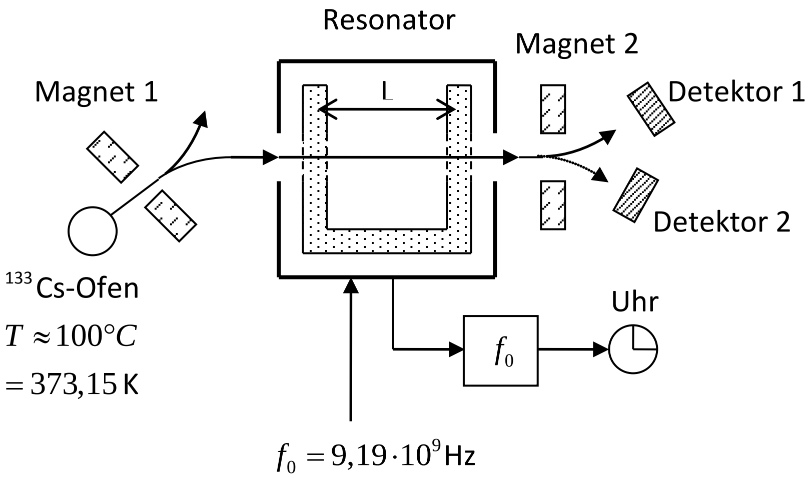
Atomuhr

In einer Cs-Atomuhr wird der Cs-Ofen auf etwa 100°C geheizt. Die (anfangs polarisierten) Cs-Atome legen ein der Resonanz-Apparatur eine Wegstrecke $L = 1\text{m}$ zurück. In der Apparatur wird die Frequenz der eingestrahlten Mikrowellenstrahlung so eingestellt, dass die Resonanz des $6S_{1/2}$-Hyperfeinübergangs $(F = 3, m_f = 0) \rightarrow (F = 4, m_f = 0)$ der ^{133}Cs-Atome mit $f_0 = 9{,}192631770 \cdot 10^9\text{Hz}$ optimal angeregt wird, d.h. dass der Detektor am Ausgangspolarisator ein Maximum erreicht.

Wiederholung: Funktionsprinzip Atomuhr

Die wichtigsten Bestandteile einer Atomuhr:

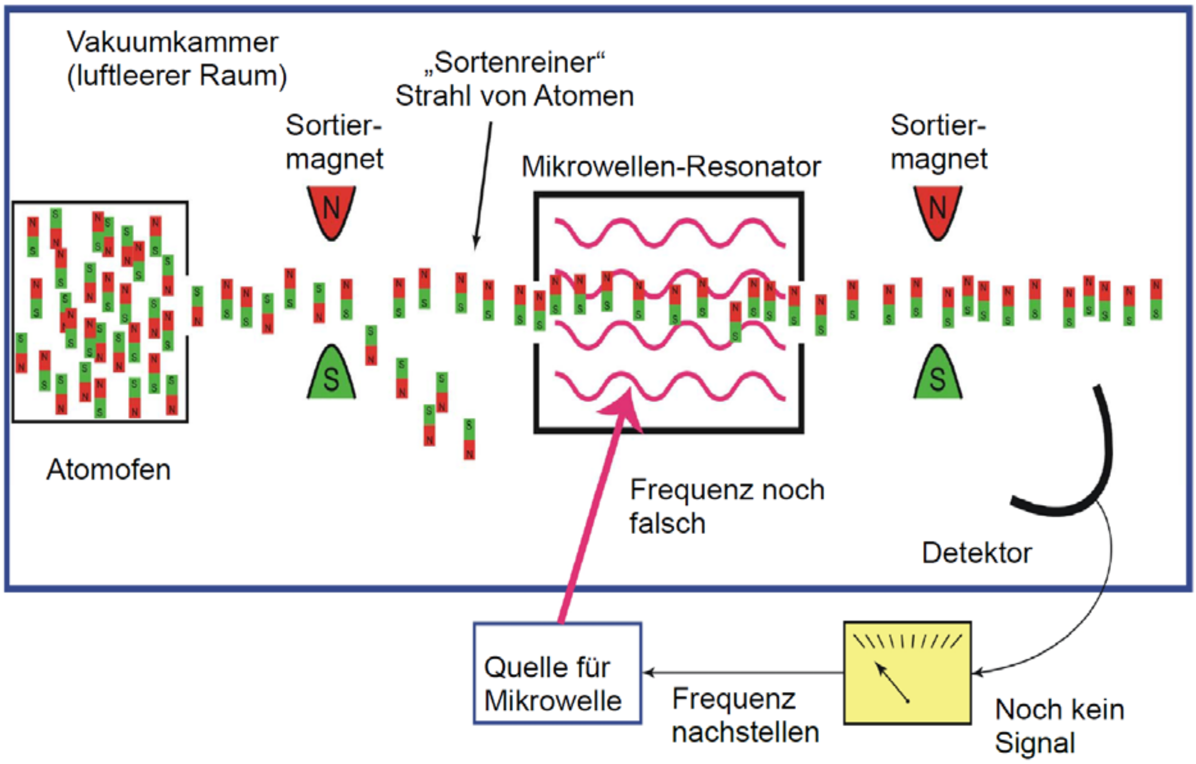


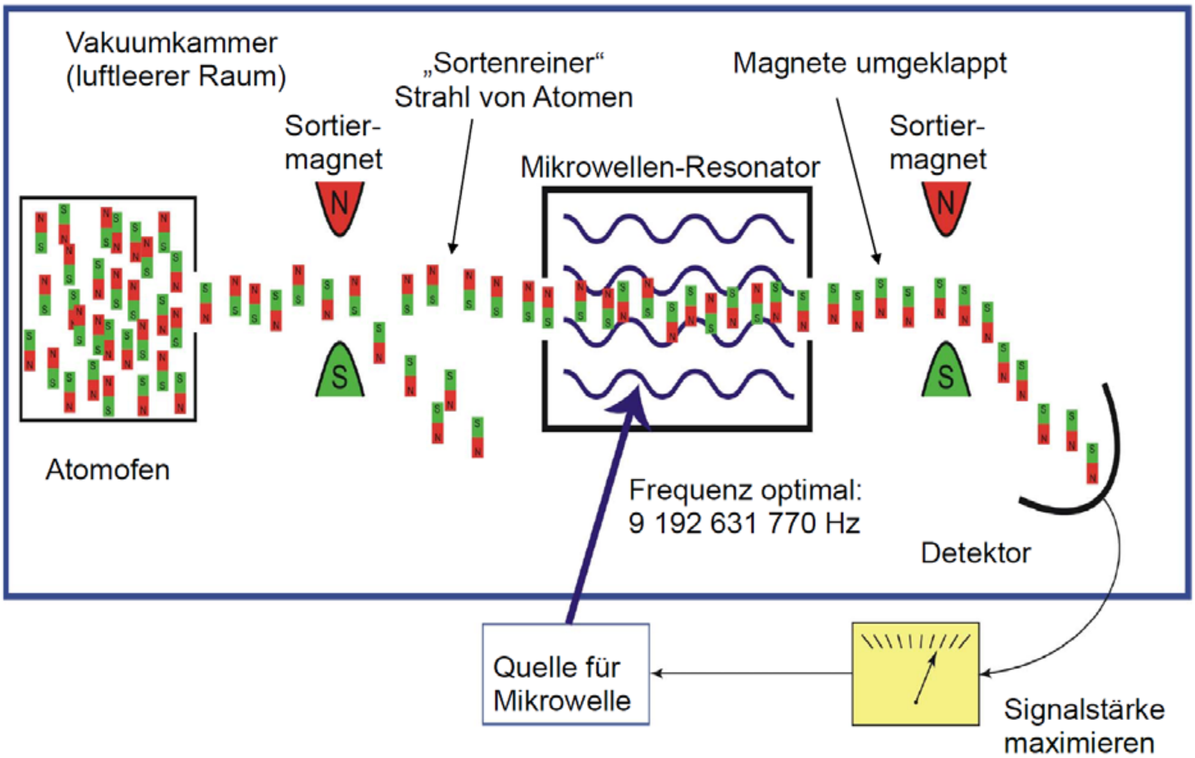
^{133}Cs: Cäsium hat eine exakte Schwingungsperiode und eine niedrige Schmelz- / Siedetemperatur und muss daher nicht stark erhitzt werden. Auch die Wärmebewegung ist minimal. Eine Temperaturbewegung würde eine Dopplerverschiebung in der Resonanzfrequenz verursachen (wie bei der Sirene eines vorbeifahrenden Einsatzfahrzeugs). Das Cäsium wird auf 100°C also 373,15 K erhitzt.

Im ersten Magnetfeld werden die Atome nach ihren Spins sortiert (vgl. Stern-Gerlach-Experiment. Dadurch gelangen nur die Atome mit dem gewünschten Spin („spin-down") in den Resonator. Wenn dieser exakt auf die Resonanzfrequenz f_0 des $6S_{1/2}$-Hyperfein-Übergangs der Cs-Atome eingestellt ist, dann werden diese Atome angeregt, d.h. die Energie des Mikrowellenfeldes vom Resonator wird in der Atomhülle in Energie des höheren Spin-Zustandes gewandelt („spin-up"). Man erreicht optimale Effizienz für diesen Übergang, wenn man die Mikrowelle nur am Anfang und am Ende des Driftpfades der Länge L anlegt (Ramsey-Kavität, vollständige Inversion nach Relaxation). Nur die Atome im „spin-up"-Zustand werden dann vom zweiten Magneten in den Detektor 1 abgelenkt. Wenn die Frequenz von der optimalen Frequenz abweicht, dann wird ein nicht-angeregter Anteil spin-down-Atome vermehrt vom Detektor 1 weggelenkt (in einen Detektor 2). Die Eingangsfrequenz wird korrigiert, sodass das optimale Zählrate spin-up-Atome im Detektor 1 erreicht wird (bzw. der Quotient Detektor 1 : Detektor 2 maximiert wird).

Die am Resonator anliegende Frequenz wird schließlich an eine Uhr weitergeleitet.

Bei alledem muss man sich überlegen welche Baulängen für den Resonator empfehlenswert sind, da sich die Wellenlänge im Zentimeterbereich bewegt, sollte der Resonanzofen auch in dieser Größenordnung liegen.





a) Welche Zeit verweilen die Cs-Atome im Mittel innerhalb der Apparatur? Gehen Sie davon aus, dass alle Cs-Atome den Wert $E = \frac{3}{2}kT$ der mittleren Energie eines einatomigen Gases haben.

Lösung

Für die Geschwindigkeit *v* der Cs-Atome im Ofen kann man nach Aufgabenstellung annähern:

$$E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}kT \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

Die Zeit, die das Teilchen zwischen den Kavitäten verweilt, ist somit

$$\Delta t = \frac{L}{v} = \sqrt{\frac{mL^2}{3kT}}$$

Für L = 1 m ergibt sich:

$$\Delta t = \sqrt{\frac{mL^2}{3kT}} = \sqrt{\frac{133 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg} \cdot (1\,\mathrm{m})^2}{3 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23}\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}} \cdot 373{,}15\,\mathrm{K}}} = \underline{\underline{3{,}78\,\mathrm{ms}}}$$

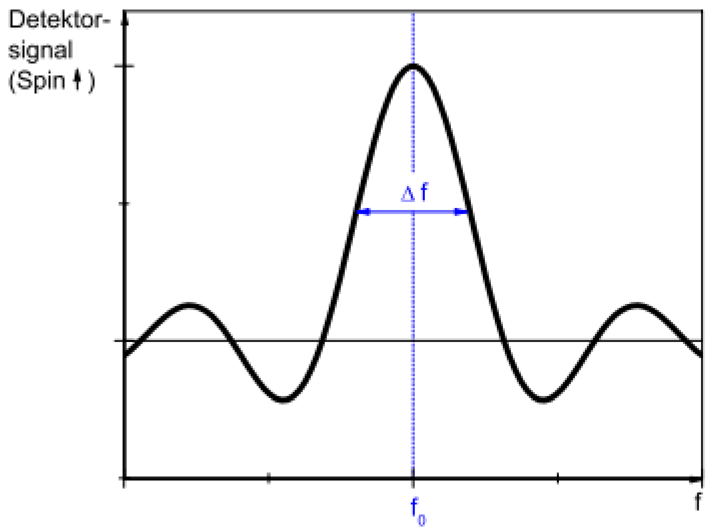
b) Berechnen Sie die prinzipiell erreichbare Unschärfe, die für die Messung der Frequenz durch die Heisenbergsche Unschärferelation vorgegeben ist.

Lösung

Die in a) berechnete Zeit ist die Zeit, in der die Atome "beobachtet" werden, also die Messzeit. Nach der Heisenberg'schen Unschärferelation gilt für Frequenz und Zeitmessung die Beziehung $\Delta f \cdot \Delta t \approx 1$

$$\Rightarrow \quad \Delta f = \frac{1}{\Delta t} = \sqrt{\frac{3kT}{mL^2}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23}\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}} \cdot 373\,\mathrm{K}}{133 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg} \cdot 1\,\mathrm{m}^2}} = 264\,\frac{1}{\mathrm{s}} = \underline{\underline{264\,\mathrm{Hz}}}$$

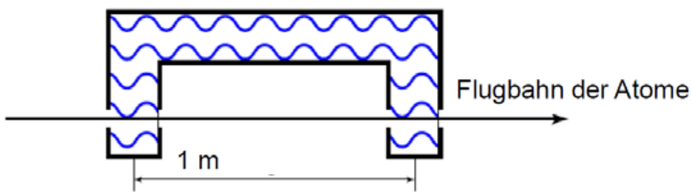
Die absolute Frequenzunschärfe und somit die Breite des Resonanzpeaks beträgt also aufgrund der Heisenberg'schen Energie-Zeit-Unschärferelation etwa 264 Hz.



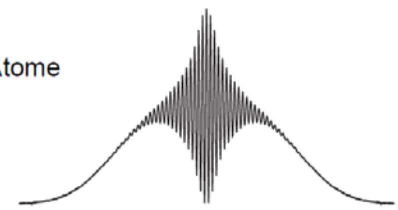
Die relative Frequenzunschärfe ergibt sich somit zu:

$$\frac{\Delta f}{f_0} = \frac{264\text{Hz}}{9{,}19 \cdot 10^9\text{Hz}} = 2{,}87 \cdot 10^{-8}$$

Bemerkung:
Man hat also eine gewisse Breite des Bereichs vom Peak, die eigentliche Spitze des Peaks kann allerdings durch Abtastung des Maximums deutlich genauer bestimmt werden. Insbesondere der Effekt der "Ramsey-Resonanz" (Durchlaufen von 2 Resonatorbereichen am Anfang und Ende der Strecke L) führt zu einem feinen Interferenzmuster des Detektorsignals, in dem das Maximum deutlich genauer bestimmt werden kann $\left(\approx 10^{-13} ... 10^{-14}\right)$.



Ramsey–Resonator



Ramsey – Resonanz