Übungsskript

Wärme- und Stofftransport

Herbsttrimester 2016

Universität der Bundeswehr München
Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik
Institut für Thermodynamik
Univ.-Prof. Dr. rer. nat. Michael Pfitzner

Seminarübungsbetreuung: Michael Straußwald

Aufgabe 1:

Abbildung 1 zeigt eine Schmelzsicherung wie sie im Kfz-Bereich eingesetzt wird. Der Temperaturverlauf im Draht ist gesucht. Verwenden Sie dazu die vereinfachte Konfiguration wie in Abbildung 2 dargestellt. Der Drahtdurchmesser D und die Länge des Drahtes L sind gegeben. Die Kontakte sind gegenüber dem Draht groß, sodass ihre Temperatur konstant auf $T_1 > T_2$ bleibt. Vereinfachend wird angenommen, dass der Draht keinen Wärmestrom zur Umgebung abgibt. Der Gleichstrom, der über den Draht fließt, sei I und der spezifische elektrische Widerstand r [Ω*m²/m].

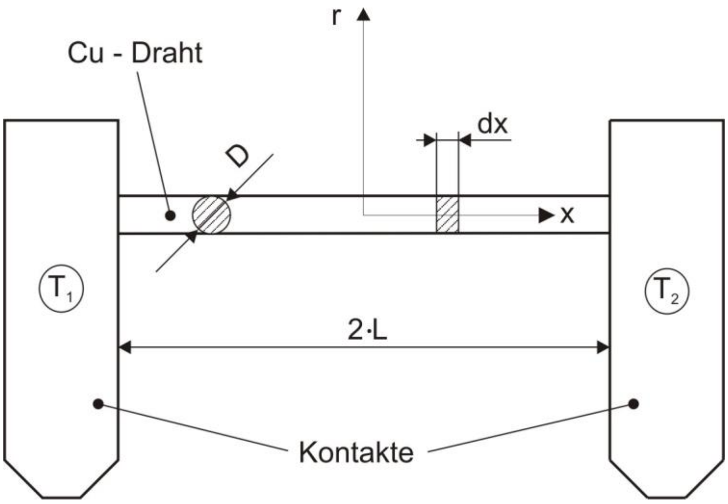

Abb. 1: Schmelzsicherung Abb. 2: Prinzipskizze (nicht maßstäblich)

Annahmen:

- Keine Temperaturgradienten in radialer Richtung $T(r,x)=T(x)$.

a) Bestimmen Sie den Temperaturverlauf im Draht im stationären Zustand mit Hilfe des Superpositionsprinzips. Betrachten Sie hierzu den Temperaturverlauf hervorgerufen durch die Temperaturen T_1 und T_2, sowie den Temperaturverlauf hervorgerufen durch die spezifischen Widerstand gesondert.

elektrischer Widerstand $$R=\frac{r \cdot L}{A_{\text{Querschnitt}}}$$

Aufgabe 2:

Eine gerade Rechteckrippe (siehe Abbildung 3) besitzt die Länge L, die Breite B und die Höhe H. Der Fuß der Rippe ist konstant auf einer Temperatur von T_W. Die Rippenspitze soll als adiabat angenommen werden. Die Rippe wird von Luft mit der Geschwindigkeit u und der Temperatur T_U umströmt.

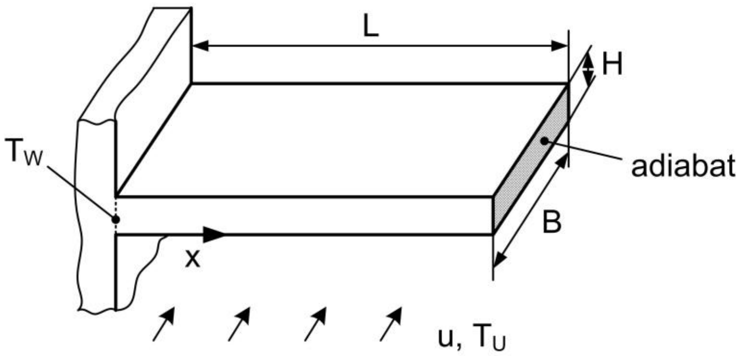

Abb. 3: Gerade Rechteckrippe

Annahmen:

- Die Rippe sei dünn und aus gut wärmeleitendem Material. Temperaturunterschiede quer zur Rippe können aus diesem Grund vernachlässigt werden. T(x,y,z) = T(x).
- Der Wärmeübergang auf der Rippenvorderseite und -hinterseite wird vernachlässigt.
- Der Wärmeübergangskoeffizient h und die Wärmeleitfähigkeit k sind konstant.

a) Stellen Sie die Differentialgleichung für den Temperaturverlauf in der Rippe im stationären Fall mit Hilfe einer Bilanz an einem differentiellen Element auf.

b) Bringen Sie die Differentialgleichung mit den Größen

$$\xi = \frac{x}{L} \quad \text{und} \quad \Theta = \frac{T - T_U}{T_W - T_U}$$

in eine dimensionslose Form.

c) Lösen Sie die dimensionslose Differentialgleichung.

d) Wie lauten die Randbedingungen in dimensionsbehafteter und in dimensionsloser Form? Bestimmen Sie die Konstanten.

e) Bestimmen Sie den Wärmestrom der von der Rippe abgegeben wird.

f) Wie hoch ist der Wirkungsgrad der Rippe?

Daten zur Aufgabe:

Rippenhöhe	H = 0,003 m
Rippenbreite	B = 0,1 m
Rippenlänge	L = 0,1 m
einseitiger Wärmeübergangskoeffizient	h = 100 W/(m²·K)
Wärmeleitfähigkeit	k = 230 W/(m·K)
Umgebungstemperatur	T_U = 20 °C
Temperatur am Fuß der Rippe	T_W = 60 °C

Aufgabe 3:

Eine Nadel hat einen konstanten Durchmesser d und eine Länge L (siehe Abbildung 4). Der Fuß der Nadel hat eine konstante Temperatur T_W. Die Spitze der Nadel steht in Kontakt mit einem anderen Bauteil, welches eine konstante Temperatur von T_S aufweist. Zusätzlich wird die Nadel von Luft der Geschwindigkeit u und der Temperatur $T_U = T_S$ umströmt. Ein sich daraus ergebender Wärmeübergangskoeffizient h ist bekannt. Die Wärmeleitfähigkeit der Nadel ist eine Funktion der Nadellänge k=k(x).

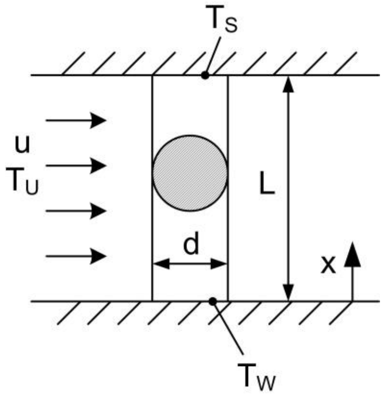

Abb. 4: Nadel mit konstantem Querschnitt

Annahmen:

- Der Wärmeübergangskoeffizient ist über die Nadelhöhe konstant.
- In radialer Richtung bilden sich in der Nadel keine Temperaturunterschiede aus. T(r,x) = T(x).

a) Stellen Sie die Differentialgleichung für den Temperaturverlauf in der Nadel im stationären Fall mit Hilfe einer Bilanz an einem differentiellen Element auf.

b) Im Folgenden sei die Wärmeleitfähigkeit keine Funktion des Ortes. Wie lautet dann die Differentialgleichung?

c) Bringen Sie die Differentialgleichung mit den Größen

$$\xi = \frac{x}{L} \quad \text{und} \quad \Theta = \frac{T - T_U}{T_W - T_U}$$

in eine dimensionslose Form.

d) Lösen Sie die Differentialgleichung aus c).

e) Wie lauten die Randbedingungen in dimensionsbehafteter und in dimensionsloser Form? Bestimmen Sie die Konstanten.

f) Wie hoch ist der Wärmestrom der von der Nadel an die Luft abgegeben wird?

g) Wie hoch ist der abgegebene Wärmestrom einer 0,8 m x 0,8 m großen Fläche, wenn sich alle 5 mm eine Nadel befindet?

h) Bestimmen Sie den Wirkungsgrad der Nadeln.

Daten zur Aufgabe:

Nadellänge	L = 25 mm
Nadeldurchmesser	D = 1 mm
Wärmeübergangskoeffizient	h = 100 W/(m²·K)
Wärmeleitfähigkeit	k = 400 W/(m·K)
Temperatur am Fuß der Nadel	T_W = 100 °C
Temperatur am Kopf der Nadel	T_S = 0 °C
Umgebungstemperatur	T_U = 0 °C

Aufgabe 4:

In Abbildung 5 ist eine Ringrippe mit dem Innenradius r_i, Außenradius r_a und der Wandstärke s dargestellt. Die Temperatur am Rippenfuß ist konstant T_W. Die Spitze der Rippe ist adiabat. Die Rippe wird von einem Fluid der Temperatur T_U und der Geschwindigkeit u umströmt. Dadurch ergibt sich an der Außenseite ein konstanter Wärmeübergangskoeffizient h.

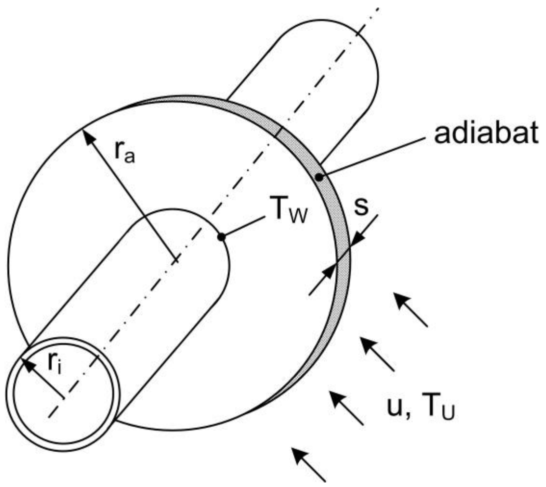

Abb. 5: Ringrippe

Annahmen:

- Der Wärmeübergangskoeffizient und die Wärmeleitfähigkeit sind über die Rippenhöhe konstant.
- Es bilden sich keine Temperaturgradienten in axialer Richtung aus.

a) Stellen Sie die Differentialgleichung für den Temperaturverlauf in der Rippe im stationären Fall mit Hilfe einer Bilanz an einem differentiellen Element auf.

b) Bringen Sie die Differentialgleichung mit den Größen

$$\xi = \frac{r}{r_i} \quad \text{und} \quad \Theta = \frac{T - T_U}{T_W - T_U}$$

in eine dimensionslose Form.

c) Lösen Sie die Differentialgleichung aus b).

d) Wie lauten die Randbedingungen in dimensionsbehafteter und in dimensionsloser Form? Bestimmen Sie die Konstanten.

e) Wie hoch ist der Wärmestrom der von der Ringrippe abgegeben wird?

Daten zur Aufgabe:

Innenradius	r_i = 0,01 m
Außenradius	r_a = 0,05 m
Wandstärke	s = 0,001 m
einseitiger Wärmeübergangskoeffizient	h = 300 W/(m²·K)
Wärmeleitfähigkeit	k = 60 W/(m·K)
Umgebungstemperatur	T_U = 20 °C
Temperatur am Fuß der Rippe	T_W = 100 °C

Wertetabelle der modifizierten Bessel-Funktionen

x	$I_0(x)$	$I_1(x)$	$K_0(x)$	$K_1(x)$
1	1,266	0,565	0,421	0,602
5	27,234	24,34	0,004	0,004

Aufgabe 5:

Ein gasbefeuerter Schmelzofen hat den in Abbildung 6 skizzierten Wandaufbau. Zu Beginn hat die Wand eine gleichmäßige Ausgangstemperatur $T(x, t = 0) = T_i$. Plötzlich strömt heißes Gas über die Wand und gibt dabei einen konvektiven Wärmestrom ab. Die instationäre Aufheizung der Wand soll an den Punkten x_1, x_2 und x_3 zu den Zeitpunkten t_1 und t_2 untersucht werden.

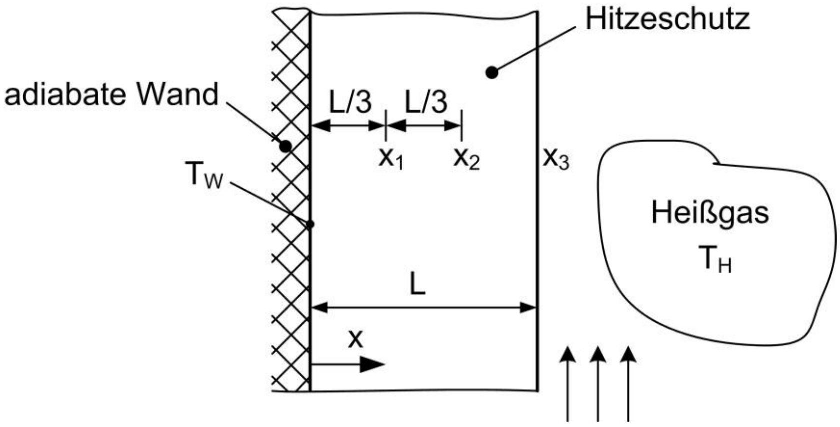

Abb. 6: schematischer Aufbau

Annahmen:

- Der Wärmeübergangskoeffizient h ist über die Lauflänge konstant.
- Die Wärmeleitfähigkeit ist weder orts- noch temperaturabhängig.

a) Bestimmen Sie die gesuchten Temperaturen durch eine erste Abschätzung mit Hilfe der Methode der Blockkapazität. Wie sieht der für die Methode der Blockkapazität angenommene Temperaturverlauf in der Wand aus? Ist die Annahme „Blockkapazität" für diesen Fall zulässig?

b) Berechnen Sie die gesuchten Temperaturen mit der Näherungslösung für große Zeiten. Für welche Fourier-Zahlen ist die Näherungslösung zulässig? Wie lange dauert es, bis die Rückseite eine Temperatur von $T_W = 700$ °C erreicht hat?

Daten zur Aufgabe:

Wandstärke Hitzeschutz	$L = 150$ mm
Dichte Hitzeschutz	$\rho = 2600$ kg/m³
Wärmekapazität Hitzeschutz	$c = 1000$ J/(kg·K)
Wärmeleitfähigkeit Hitzeschutz	$k = 1{,}5$ W/(m·K)
Ausgangstemperatur	$T_i = 20$ °C
Wärmeübergangskoeffizient	$h = 100$ W/(m²·K)
Heißgastemperatur	$T_H = 1000$ °C
Zeiten	$t_1 = 2000$ s / $t_2 = 20000$ s

Aufgabe 6:

In einem Stahlwerk soll eine Bramme kontrolliert abgekühlt werden. Die Bramme hat den Querschnitt $2 \cdot H$ x B und die Länge L. Sie verlässt die Fertigungsstraße mit der einheitlichen Temperatur $T(x, t = 0) = T_O$ und durchläuft anschließend mit konstanter Geschwindigkeit eine Strecke mit Kühldüsen. In Abbildung 7 ist dies schematisch dargestellt.

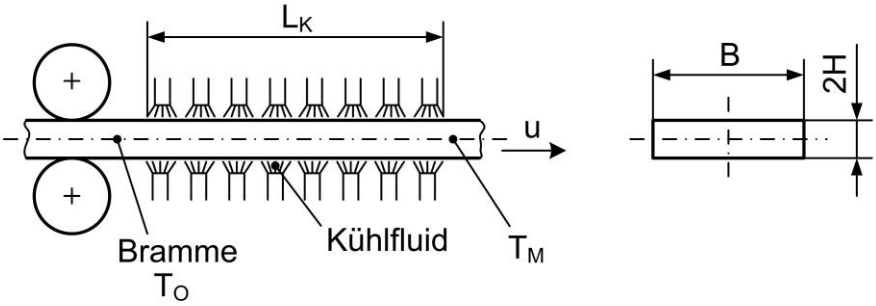

Abb. 7: schematischer Aufbau der Anlage

Annahmen:

- Der Wärmeübergangskoeffizient h ist über die Lauflänge konstant.
- Die Wärmeleitfähigkeit ist weder orts- noch temperaturabhängig.

a) Wie lange muss die Kühlstrecke mindestens sein, damit die Bramme maximal die Temperatur T_M aufweist?

b) Wie hoch ist die örtlich gemittelte Temperatur nach der in a) berechneten Zeit?

c) Welche Wärmemenge wird beim Abkühlen übertragen?

Daten zur Aufgabe:

Länge	$L = 6$ m
Breite	$B = 0{,}08$ m
Höhe	$2 \cdot H = 0{,}02$ m
Wärmeleitfähigkeit	$k = 20$ W/(m·K)
Dichte	$\rho = 7800$ kg/m³
Wärmekapazität	$c = 500$ J/(kg·K)
Ausgangstemperatur	$T_O = 600$ °C
maximale Endtemperatur	$T_M = 100$ °C
Wärmeübergangskoeffizient	$h = 2000$ W/(m²·K)
Temperatur des Kühlfluids	$T_C = 20$ °C
Geschwindigkeit	$u = 0{,}1$ m/s

Aufgabe 7:

Untersucht wird das Abkühlverhalten einer dicken Betonplatte. Die Betonplatte hat sich nach langem Sonnenschein auf eine konstante Temperatur T_O aufgeheizt. Da die Betonplatte sehr dick ist, kann sie als halbunendlicher Körper betrachtet werden (Abbildung 8).

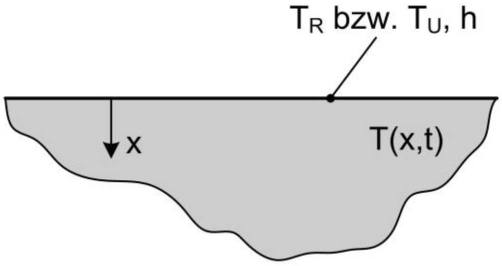

Abb. 8: Teil der Betonplatte

Annahmen:

- Die Wärmeleitfähigkeit ist weder orts- noch temperaturabhängig.

a) Leiten Sie anhand einer Energiebilanz an einem differentiellen Element die Differenzialgleichung für den eindimensionalen, instationären Temperaturverlauf T(x,t) in der Betonplatte her. Da die Temperaturverteilung selbstähnlich sind, verwenden Sie dazu die Ähnlichkeitsvariable:

$$\eta = \frac{x}{2 \cdot \sqrt{\alpha \cdot t}}$$

b) Durch einen plötzlichen starken Regen stellt sich an der Oberfläche der Betonplatte eine konstante Temperatur von T_R ein. Skizzieren Sie den sich einstellenden zeitlichen Temperaturverlauf. Lösen Sie die Differentialgleichung aus a) und bestimmen Sie die Konstanten.

c) Welche Temperatur stellt sich nach 30 Minuten in einer Tiefe x_k ein?

d) Welche Energie wird von der Betonplatte in den ersten 30 Minuten pro m² abgegeben?

e) Betrachten Sie denselben Fall wenn statt des Regens ein Wind der Temperatur T_U weht. Skizzieren Sie wiederum den sich einstellenden zeitlichen Temperaturverlauf. Wie hoch ist die Oberflächentemperatur nach 30 Minuten?

Daten zur Aufgabe:

Anfangstemperatur	$T_O = 50$ °C
Oberflächentemperatur bei Regen	$T_R = 20$ °C
Wärmekapazität	$c = 920$ J/(kg·K)
Wärmeleitfähigkeit	$k = 2{,}5$ W/(m·K)
Dichte	$\rho = 3000$ kg/m³
Wärmeübergangskoeffizient	$h = 10$ W/(m²·K)
Lufttemperatur	$T_H = 20$ °C
Tiefe	$x_k = 100$ mm
Fehlerfunktionen	erf(0,16) = 0,18
	erf(1,24) = 0,92

Aufgabe 8:

Die gusseisernen Laufbuchsen von Verbrennungsmotoren sind ständig großen Temperaturschwankungen ausgesetzt. Wir betrachten einen Dieselmotor mit der einer konstanten Drehzahl n läuft. Im quasistationären Zustand stellen sich dabei eine mittlere Oberflächentemperatur T_m und eine Temperaturschwankung ΔT ein. Die Oberflächen-temperatur kann als eine harmonische Schwingung der Form $T_{ob}(t) = T_m + \Delta T \cdot \cos(\omega \cdot t)$ angenommen werden.

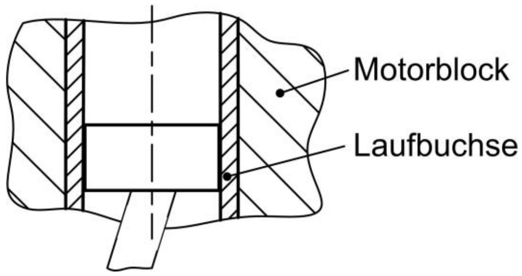

Abb. 9: Motor mit Laufbuchse

Annahmen:

- Die Laufbuchse kann als halbunendlicher Körper angenommen werden.

a) Wie hoch ist die Amplitude der Temperaturschwankung in der Laufbuchse 0,5 mm unter der Oberfläche?

b) Welche Minimal- und Maximaltemperatur stellt sich 1,5 mm unter der Oberfläche ein? Wie viele Sekunden hinkt hier die Maximaltemperatur in der Laufbuchse der Oberflächentemperatur nach?

Daten zur Aufgabe:

Mittlere Oberflächentemperatur	$T_m = 1175$ K
Temperaturschwankung	$\Delta T = 650$ K
Drehzahl	n = 2580 1/min
Temperaturleitfähigkeit Gusseisen	$\alpha = 11 \cdot 10^{-6}$

Aufgabe 9:

Über eine horizontale Platte mit der konstanten Oberflächentemperatur T_P strömt Wasser. Die Oberflächentemperatur liegt 10 K unter der Gefriertemperatur von Wasser, weshalb sich auf der Oberfläche eine wachsende Eisschicht bildet.

Annahmen:

- Die Dicke der Eisschicht ist über die gesamte Platte zu jedem Zeitpunkt konstant.

a) Skizzieren Sie den Temperaturverlauf im System Platte – Eis – Wasser. Der Temperaturverlauf soll räumlich und zeitlich konstant sein. Die Wassertemperatur T_W ist höher als die Gefriertemperatur.

b) Stellen Sie die Differentialgleichung für das Wachstum der Eisschicht normal zur Plattenoberfläche mit Hilfe einer Energiebilanz auf.

c) Wie dick ist die Eisschicht nach unendlich langer Wartezeit?

d) Machen Sie die DGL dimensionslos und lösen Sie diese.

e) Wie lange dauert es, bis die Dicke der Eisschicht $y_{max}/2$ erreicht hat?

Daten zur Aufgabe:

Gefriertemperatur Wasser	$T_G = 0$ °C
Temperatur des Wassers	$T_W = 5$ °C
Wärmeleitfähigkeit Eis	$k_E = 2$ W/(m·K)
Dichte Eis	$\rho_E = 920$ kg/m³
Erstarrungswärme	$h_S = 333$ kJ/kg
Wärmekapazität Eis	$c_{pE} = 1{,}93$ kJ/(kg·K)
Wärmeübergangskoeffizient	$h = 100$ W/(m²·K)

Aufgabe 10:

Bei Überschallflugzeugen kommt es aufgrund von Dissipation kinetischer Energie zu lokalen Temperatur- und Dichteunterschieden. Dies führt dazu, dass sich ein Flugkörper erwärmt. Im Folgenden wird ein vereinfachter, dünner Flügel (Breite B, Länge L) eines Überschallflugzeugs betrachtet. Die Machzahl des Flugzeugs beträgt Ma, die Umgebungstemperatur T_U. Die maximale Flügeltemperatur soll 300 °C betragen.

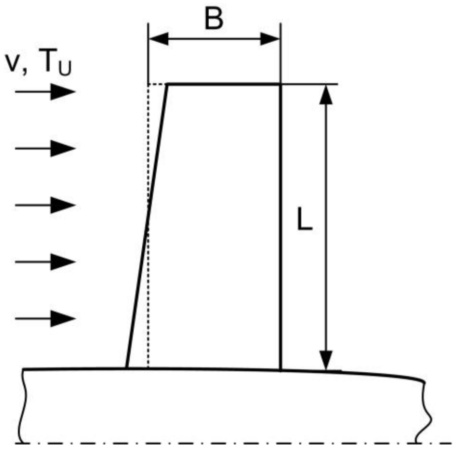

Abb. 10: Prinzipskizze des vereinfachten Flügels

a) Wie sieht der Temperaturverlauf der Grenzschicht um den Flügel aus, wenn dieser als adiabat angenommen werden kann?
b) Welche Temperatur stellt sich am Flügel ein, wenn kein Wärmestrom in den Flügel abgeführt wird und die Prandtl-Zahl = 1 ist?
c) Wie sieht der Temperaturverlauf der Grenzschicht aus, wenn der Flügel gekühlt wird?
d) Die maximale Flügeltemperatur beträgt 300 °C. Wie hoch ist der Wärmestrom, der im Flügel abgeführt werden muss?

Daten zur Aufgabe:

Temperatur des Raums	$T_U = -50\ °C$
Maximaltemperatur des Flügels	$T_{Flügel,\,max} = 300\ °C$
Breite des Flügels	$B = 1$ m
Länge des Flügels	$L = 5$ m
Spezifische Gaskonstante Luft	$R_L = 287$ J/(kg·K)
Isentropenexponent Luft	$\kappa = 1{,}4$
Machzahl	Ma = 3
Kinematische Viskosität	$\nu(150{,}8°C) = 292{,}65 \cdot 10^{-7}$ m²/s
	$\nu(203{,}7°C) = 378{,}2 \cdot 10^{-7}$ m²/s
Prandtl-Zahl	Pr(213,4°C) = 0,7054
	Pr(203,7°C) = 0,7054
Wärmeleitfähigkeit	$k(203{,}7°C) = 39{,}1 \cdot 10^{-3}$ W/(m·K)

Nußelt-Korrelation:

$$Nu_{m,turb} = \frac{0{,}037 \cdot \mathrm{Re}^{0{,}8} \cdot \mathrm{Pr}}{1 + 2{,}443 \cdot \mathrm{Re}^{-0{,}1} \cdot (\mathrm{Pr}^{2/3} - 1)}$$

Aufgabe 11:

Ein zweistufiges horizontal startendes Raumtransportsystem mit luftatmender Unterstufe (siehe Abbildung 11) befindet sich in einer Höhe $H = 30km$ bei $Ma_\infty = 6{,}8$. Die Dicke der Grenzschicht am Eintritt des Antriebsystems ist für die Leistung von großer Bedeutung und soll im Folgenden abgeschätzt werden.

a) Wie hoch ist die ortsabhängige Reynoldszahl $Re_{\infty,x}$ bei $x = 50m$.
b) Wie hoch ist die Recoverytemperatur T_r im Staupunkt?
c) Ermitteln Sie die Dicke der Grenzschicht bei $x = 50m$. Setzen Sie dabei voraus, dass die Recoverytemperatur an der Wand bei $x = 50m$ der Recoverytemperatur im Staupunkt entspricht.

Auf Grund eines Notfalls an Bord muss die Mission frühzeitig abgebrochen werden. Dies erfordert jedoch eine Änderung der Wiedereintrittstrajektorie und eine Änderung der Flugmachzahl in einer Höhe von $H = 60km$ von $Ma_\infty = 15{,}7$ auf $Ma_\infty = 18$. Sie benötigen daher dringend eine erste Abschätzung der Wandtemperatur T_W für $Ma_\infty = 18$ an der Stelle $\frac{x}{L} = 0{,}5$ in der Mittelebene des Wiedereintrittskörper. Dabei können auf Messwerte bei $Ma_\infty = 15{,}7$ zurückgreifen aus denen sich $T_{W,\frac{x}{L}=0,5} = 910K$ ergibt.

d) Wie hoch sind Recovery- und Totaltemperatur (T_r und T_t) bei den Machzahlen $Ma_\infty = 15{,}7$ und $Ma_\infty = 18$? Gehen Sie davon aus, dass sich die Prandtlzahl im betrachteten Machzahlbereich nicht ändert und eine laminare Grenzschicht vorliegt.
e) Ermitteln Sie die Wandtemperatur T_W für $Ma_\infty = 18$ mit Hilfe der Vereinfachung $T_W \sim T_r^{0,25}$. Setzen Sie außerdem voraus, dass sich die Reynoldszahl im betrachteten Machzahlbereich nicht ändert.

Angaben: $T_{\infty,30} = 226K$, $T_{\infty,60} = 245K$, $p_{\infty,30} = 1197Pa$, $\kappa_{eff} = 1{,}3$

Stoffwerte:

$T[K]$	$\mu(T)[\frac{kg}{ms}]$	$k(T)[\frac{W}{mK}]$
226	1.47253E-05	0.020033335
245	1.57322E-05	0.021408597
1793	5.81662E-05	0.079442936
4625	9.68431E-05	0.132334024
9303	0.00013898	0.18994752

Grenzschichtdicke:

- $\delta_{lam} = 5\frac{x}{Re_{\infty,x}^{0,5}}\left(\frac{T_{Ref}}{T_\infty}\right)^{0,5(1+\omega)}, mit\ \omega = 0{,}5$
- $\delta_{turb} = 0{,}37\frac{x}{Re_{\infty,x}^{0,2}}\left(\frac{T_{Ref}}{T_\infty}\right)^{0,2(1+\omega)}, mit\ \omega = 0{,}5$

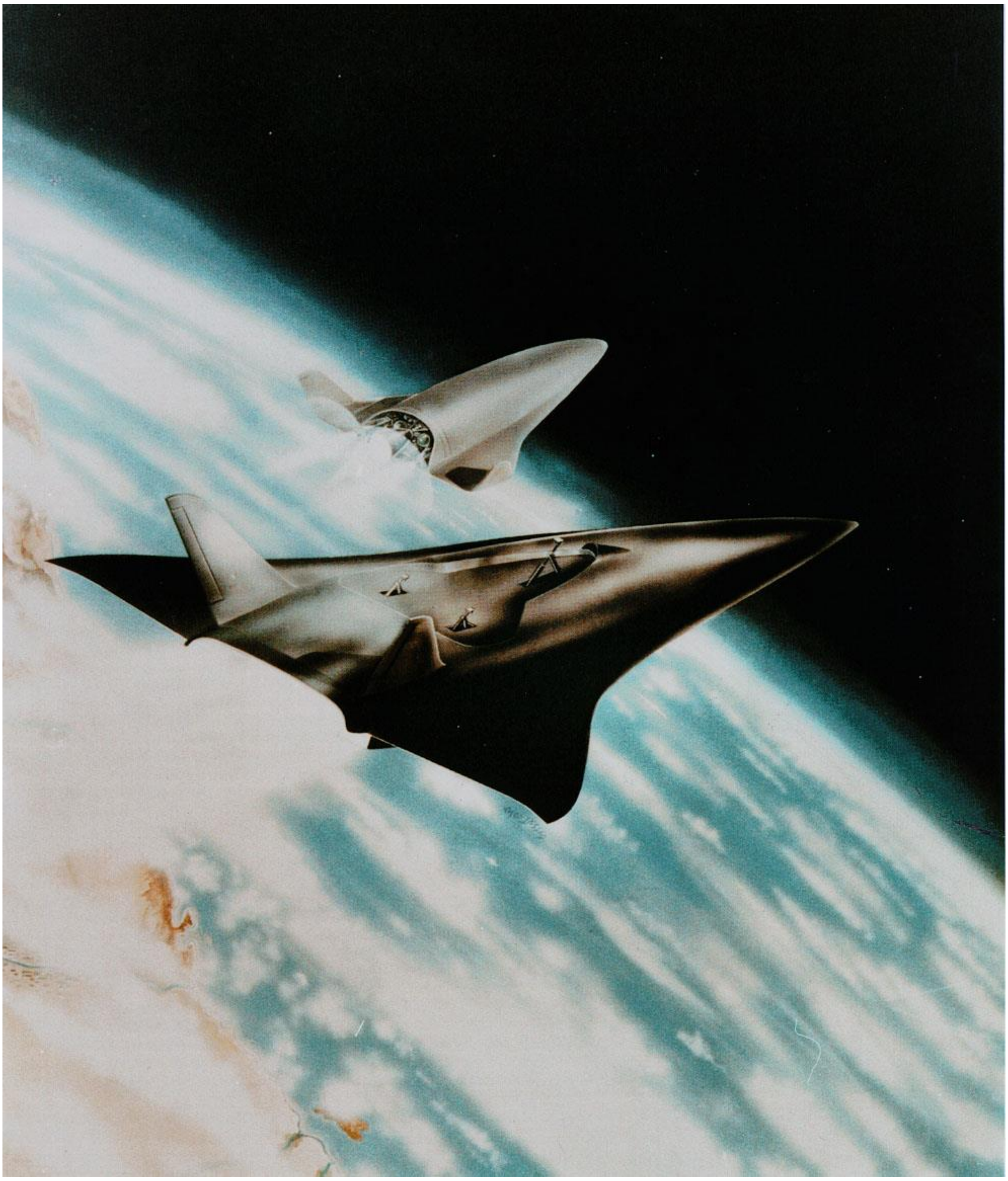

Abb. 11: Raumtransportsystem Sänger

Aufgabe 12:

Eine Gasmischung besteht aus den Komponenten Sauerstoff O_2, Stickstoff N_2 und Argon Ar. Die Volumenanteile der einzelnen Komponenten sind r_{O_2}, r_{N_2} und r_{Ar}. Bestimmen Sie die Molenbrüche x_i, die Partialdrücke p_i, die Massenbrüche y_i und die Partialdichten ρ_i.

Daten zur Aufgabe:

Volumenanteil O_2	$r_{O_2} = 0{,}21$
Volumenanteil N_2	$r_{N_2} = 0{,}78$
Volumenanteil Ar	$r_{Ar} = 0{,}01$
Temperatur	$T = 273{,}15\ K$
Druck	$p = 1\ bar$
Molmasse O_2	$\hat{M}_{O_2} = 32\ g/mol$
Molmasse N_2	$\hat{M}_{N_2} = 28\ g/mol$
Molmasse Ar	$\hat{M}_{Ar} = 40\ g/mol$

Aufgabe 13:

Wie groß darf der Massenanteil Quecksilber y_{Hg} in der Raumluft maximal sein, damit die maximale Arbeitsplatzkonzentration (MAK-Wert) von $1{,}1 \cdot 10^{-2}$ ppm nicht überschritten wird?

Daten zur Aufgabe:

Molmasse Luft	$\hat{M}_{Luft} = 28{,}966\ g/mol$
Molmasse Quecksilber	$\hat{M}_{Hg} = 200{,}59\ g/mol$

Aufgabe 14:

Wasserstoff wird gasförmig in einer Stahlflasche bei einem Druck p und einer Temperatur T gelagert. Aufgrund von Wasserstoffdiffusion durch die Wand geht laufend Wasserstoff verloren. Die Höhe der Stahlflasche ist H, der Innendurchmesser d und die Wandstärke s. Die Partialmoldichte von Wasserstoff an der Flascheninnenseite ist $n_{H2,i}$. Die Wasserstoffkonzentration an der Flaschenaußenseite ist vernachlässigbar.

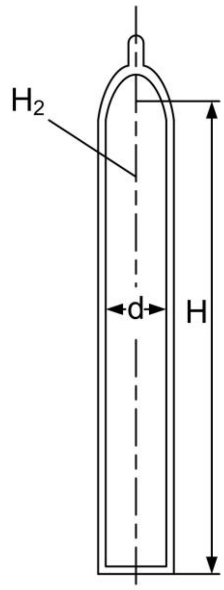

Abb. 12: Wasserstoffflasche

Annahmen:
- Die Gasflasche kann als Zylindermantel der Höhe H angenähert werden. Boden und Deckel sind vernachlässigbar.

a) Leiten Sie anhand einer Bilanz um ein differentielles Element den Verlauf der Wasserstoffkonzentration über die Wand der Gasflasche her.
b) Lösen Sie die Differentialgleichung und bestimmen Sie die Konstanten.
c) Skizzieren Sie den Verlauf der Wasserstoffkonzentration über die Wand.
d) Wie hoch ist zu Beginn der Wasserstoffmassenstrom? Wie schnell sinkt zu Beginn der Druck in der Flasche?

Daten zur Aufgabe:

Temperatur	$T = 295{,}15$ K
Druck in der Flasche	$p = 30$ bar
Höhe	$H = 1{,}5$ m
Innendurchmesser	$d = 120$ mm
Wandstärke	$s = 10$ mm
Partialmoldichte an der Innenseite	$n_{H2,i} = 1{,}5$ kmol/m³
Diffusionskoeffizient	$D_{H2/Stahl} = 0{,}3 \cdot 10^{-12}$ m²/s
Molmasse Wasserstoff	$\hat{M}_{H_2} = 2$ g/mol

Aufgabe 15:

Zwei Behälter mit gleichem Volumen V sind miteinander verbunden (Abbildung 13). Zum Zeitpunkt $t < 0$ ist der Hahn zwischen Behälter I und II geschlossen und wird zum Zeitpunkt $t = 0$ geöffnet. Behälter I ist mit CO_2 gefüllt, Behälter II mit N_2. Der Verbindungskanal hat die Länge L und den Querschnitt A. Die Temperatur beider Behälter ist konstant T und beide Behälter haben den gleichen Druck p.

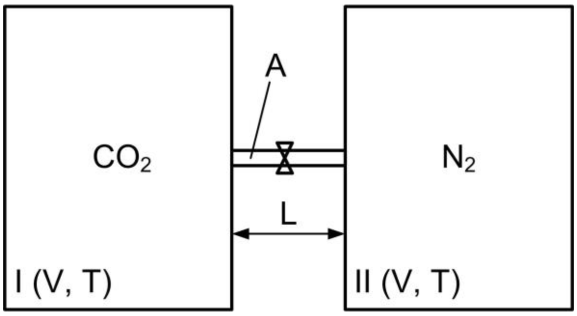

Abb. 13: Behälter mit Verbindungskanal

Annahmen:

- Für die Diffusion darf die Konzentration des Gasgemisches längs des Weges als konstant angenommen werden.
- Der Konzentrationsgradient stellt sich unmittelbar nach dem Öffnen des Hahns ein.
- Die Gase können als ideal betrachtet werden.

a) Skizzieren Sie den Verlauf des Partialdrucks p_{CO_2} über dem Verbindungskanal zum Zeitpunkt $t < 0$ und zum Zeitpunkt $t = 0$.

b) Welcher CO_2 Massenstrom und welcher N_2 Massenstrom stellt sich zum Zeitpunkt $t = 0$ ein?

c) Im Behälter I ist der Partialdruck p_{CO_2} auf 0,7 bar abgesunken. Zeichen Sie erneut den Partialdruck p_{CO_2} über dem Verbindungskanal.

d) Wie hoch sind die Partialdrücke von CO_2 und N_2 im Behälter II?

e) Wie hoch ist nun der Massenstrom von CO_2 in den Behälter II?

f) Wie sieht der zeitliche Verlauf des Partialdrucks p_{CO_2} im Behälter I aus?

g) Wie lange dauert es bis der Partialdruck p_{CO_2} im Behälter I auf 0,8 bar gesunken ist?

Daten zur Aufgabe:

Volumen der Behälter	$V = 1\ m^3$
Länge des Verbindungskanals	$L = 0{,}03\ m$
Querschnitt des Verbindungskanals	$A = 0{,}005\ m^2$
Druck in den Behältern	$p = 1\ bar$
Temperatur in den Behältern	$T = 293\ K$
Diffusionskoeffizient $CO_2 – N_2$	$D_{CO_2/N_2} = 0{,}14 \cdot 10^{-5}\ m^2/s$
Molmasse CO_2	$\hat{M}_{CO_2} = 44\ g/mol$
Molmasse N_2	$\hat{M}_{N_2} = 28\ g/mol$

Aufgabe 16:

In einem Reagenzglas mit der Höhe H und dem Durchmesser d befindet sich eine Flüssigkeit die langsam verdampft. Die Flüssigkeit ist konstant auf der Temperatur T. Quer zum Reagenzglas weht ein schwacher Wind, sodass aus dem Reagenzglas austretende Dämpfe der Flüssigkeit sofort weggeweht werden.

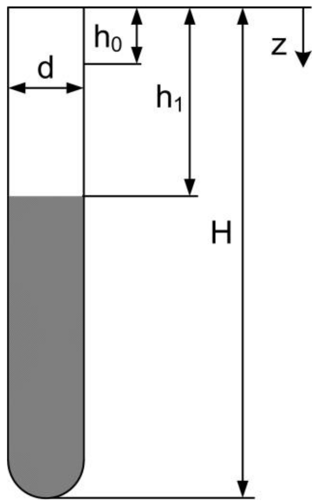

Abb. 14: Reagenzglas

Annahmen:

- Betrachten Sie den Flüssigkeitsstand bei der Berechnung des übergehenden Massenstroms als konstant (quasistationäre Rechnung).
- Luft ist nicht in der Flüssigkeit löslich.

a) Wie hoch ist der Dampfdruck der Flüssigkeit und der Partialdruck über der Flüssigkeitsoberfläche bei $z = h_1$?
b) Berechnen Sie den Diffusionskoeffizienten $D_{Fl./Luft}$ mit der Gleichung von Hirschfelder/Bird/Spotz.
c) Bestimmen Sie mit Hilfe des Filmmodells den übergehenden flächenspezifischen Flüssigkeitsmassenstrom beim Füllstand h_1.
d) Wie lange dauert es, bis der Füllstand von h_0 auf h_1 gesunken ist?
e) Wie hoch ist die Flüssigkeitskonzentration an der Stelle h_0?

Daten zur Aufgabe:

Höhen	$H = 150$ mm, $h_0 = 10$ mm, $h_1 = 50$ mm
Durchmesser	$d = 10$ mm
Druck	$p = 1$ bar
Temperatur	$T = 22$ °C
Molmasse Luft	$\hat{M}_{Luft} = 29$ g/mol
Molmasse Flüssigkeit	$\hat{M}_{Fl.} = 130$ g/mol
Siedetemperatur Flüssigkeit	$T_S = 93$ °C
Dampfdruck bei T = 0 °C	$p^0_{Fl.} = 200$ Pa
Lennard-Jones-Potential	$\Omega(1{,}3 \cdot T_r) = 1{,}24$
Kritisches Volumen Luft	$V_{krit\ Luft} = 0{,}083$ m³/kmol
Kritisches Volumen Flüssigkeit	$V_{krit\ Fl.} = 0{,}396$ m³/kmol
Dichte der Flüssigkeit	$\rho_{Fl.} = 1090$ kg/m³

Vereinfachte Antoine-Gleichung: $p^0_{Fl.} = 10^{A-\frac{B}{T}}$ [Pa] und T [K]

Zahlengleichung für den Diffusionskoeffizienten in m²/s (nach Hirschfelder/Bird/Spotz):

$$D_{ab} = F \cdot \frac{T^{3/2} \cdot \sqrt{1/\hat{M}_a + 1/\hat{M}_b}}{\Omega(1,3 \cdot T_r) \cdot p \cdot (V_{krit\,a}^{1/3} + V_{krit\,b}^{1/3})^2} \text{ mit } F = (1,21 - 0,0278 \cdot \sqrt{1/\hat{M}_a + 1/\hat{M}_b}) \cdot 10^{-8}$$

mit T in K, $\hat{M}$ in kg/kmol, p in bar und V_{krit} in m³/kmol.

Aufgabe 17:

An einem heißen Sommertag fällt ein Regentropfen mit dem Durchmesser d aus einer Höhe H Richtung Erde. Während des Flugs verdunstet der Tropfen und er wird immer kleiner.

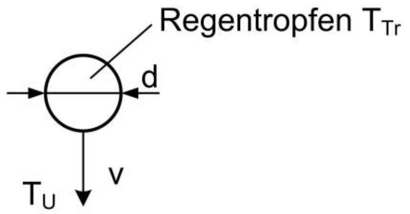

Abb. 15: fallender Regentropfen

Annahmen:

- Der Regentropfen kann als starre Kugel behandelt werden.
- Die Temperatur des Tropfens und die Temperatur der Umgebung bleiben konstant.
- Der Stoffübergangswiderstand liegt vollständig auf der Gasseite.

a) Berechnen Sie den Diffusionskoeffizienten von Wasser in Luft.
b) Bestimmen Sie den Stoffübergangskoeffizient h_m in Abhängigkeit vom Tropfendurchmesser.
c) Wie sieht der Wasserkonzentrationsverlauf vom Tropfen bis in die Umgebung aus?
d) Leiten Sie eine Funktion für die zeitliche Abnahme des Tropfendurchmessers her.
e) Wie lange dauert es, bis ein Tropfen mit einem Durchmesser d verdunstet ist?

Daten zur Aufgabe:

Tropfendurchmesser	d = 0,004 m
Diffusionskoeffizient (T = 0 °C)	$D_{Wasser/Luft} = 2{,}3\cdot10^{-5}$ m²/s
Kinematische Viskosität	$\nu_{Luft} = 167{,}8\cdot10^{-7}$ m²/s
Temperatur Tropfen	T_{Tr} = 20 °C
Temperatur Umgebung	T_U = 35 °C
Fallgeschwindigkeit Tropfen	$v = 156{,}41\cdot d^{0,5}$ m/s
Relative Luftfeuchte	$\varphi = 0{,}1$
Koeffizienten Antoine Gleichung für Wasser:	A = 8,07131 B = 1730,63 C = 233,426
Dichte Wasser	ρ_{H2O} = 1000 kg/m³
Molmasse Wasser	$\hat{M}_{CO_2}$ = 18 g/mol

Diffusionskoeffizient für Wasser/Luft Gemische: $\frac{D(T_1)}{D(T_2)} = (\frac{T_1}{T_2})^{1,8}$

Relative Luftfeuchte: $\varphi = \frac{p_{H2O}}{p^0_{H2O}}$

Sherwood-Zahl: $\mathrm{Sh_m} = 1{,}14\cdot \mathrm{Re}^{1/2}\cdot \mathrm{Sc}^{1/3}$

Antoine-Gleichung: $p^0_{H_2O} = 10^{A+\frac{B}{C+T}}$ [mmHg] und T [°C]

Aufgabe 18:

Mit dem Assmannschen Aspirationspsychrometer lässt sich die Luftfeuchtigkeit bestimmen. Dazu misst man die Lufttemperatur der Umgebungsluft und die sich einstellende Temperatur eines durchströmten, mit Wasser getränkten Wattebausches. Durch das Verdunsten des Wassers aus dem Wattebausch kühlt sich dieses Thermometer je nach Luftfeuchtigkeit unterschiedlich ab.

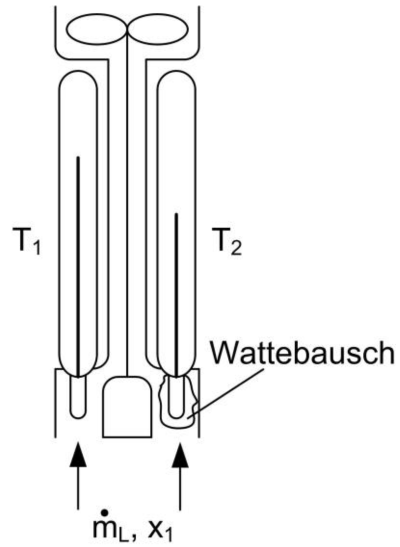

Abb. 16: Prinzipskizze des Assmannschen Aspirationspsychrometer

a) Bestimmen Sie den Wassergehalt der feuchten Luft sowohl zeichnerisch mit Hilfe des Mollier-Diagramms als auch rechnerisch.
b) Berechnen Sie den Feuchtegrad ψ als auch die relative Feuchte φ der Luft.

Daten zur Aufgabe:

Spezifische Wärmekapazität Luft	$c_{pL} = 1{,}006$ kJ/(kg·K)
Spezifische Wärmekapazität Dampf	$c_{pD} = 1{,}86$ kJ/(kg·K)
Spezifische Wärmekapazität Wasser	$c_W = 4{,}19$ kJ/(kg·K)
Temperatur Umgebung	$T_1 = 30$ °C
Temperatur des Wattebausch	$T_2 = 18$ °C
Verdampfungsenthalpie	$r_v = 2502$ kJ/kg
Spezifische Gaskonstante Dampf	$R_D = 462$ J/(kg·K)
Spezifische Gaskonstante Luft	$R_L = 287$ J/(kg·K)
Umgebungsdruck	p = 1bar