Aufgabe 31

10 kg Luft (perfektes Gas: $\kappa = 1{,}4$; $R_L = 287\ \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$) von $T_1 = 293$ K und $p_1 = 0{,}96$ bar werden auf $p_2 = 10$ bar verdichtet. Dies soll

1. isochor
2. isotherm
3. reversibel adiabat und
4. polytrop mit n = 1,3 geschehen.

a) Skizzieren Sie die jeweilige Zustandsänderung im p-v-Diagramm.

b) Berechnen sie jeweils allgemein und zahlenmäßig die Endtemperatur T_2, das Endvolumen V_2, die übertragene Wärme Q_{12} und die Volumenänerungsarbeit $W_{V,12}$

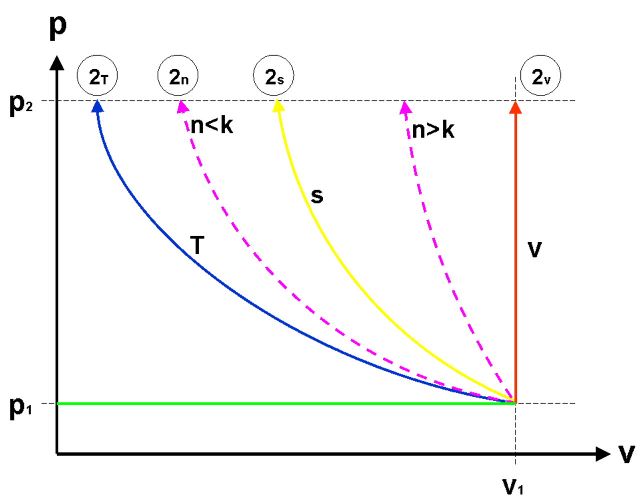
Gegeben: Luft als perfektes Gas
$\kappa = 1{,}4$
$R_L = 287\ \frac{\text{J}}{\text{kgK}}$
m = 10 kg

Zustand 1: $T_1 = 293$ K, $p_1 = 0{,}96$ bar
Zustand 2: $T_2 =$? $p_2 = 10$ bar

a) Skizzieren Sie die jeweiligen Zustandsänderungen im p-v-Diagramm !

$p\ v^n = const$

- isochor: n $\to \infty$ $\Rightarrow$ $p^{\frac{1}{\infty}}\ v = \text{const}$
- isotherm: n = 1 $\Rightarrow$ $p\ v^1 = \text{const}$
- isobar: n = 0 $\Rightarrow$ $p\ v^0 = \text{const}$
- isentrop: n = κ $\Rightarrow$ $p\ v^\kappa = \text{const}$
- polytrop: n = n $\Rightarrow$ $p\ v^n = \text{const}$



b) Berechnen sie jeweils allgemein und zahlenmäßig die Endtemperatur T_2, das Endvolumen V_2, die übertragene Wärme Q_{12} und die Volumenänerungsarbeit $W_{V,12}$!

geschlossenes System

1 . <u>isochore Zustandsänderung</u>

$$
\begin{aligned}
v &= const \\
pv &= RT \; ; \; \frac{p}{T} = \frac{R}{v} = const = \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \\
\Rightarrow \quad T_2 &= T_1 \frac{p_2}{p_1} = 293 \text{ K} \cdot \frac{10 \text{ bar}}{0.96 \text{ bar}} = \underline{3052,08 \text{ K}} \\
V_2 &= V_1 \\
&= \frac{m_1 \; R \; T_1}{p_1} \\
&= \frac{10 \text{ kg} \cdot 287 \; \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \cdot 293 \text{ K}}{0,96 \cdot 10^5 \text{ Pa}} \\
&= \underline{8,759 \text{ m}^3} \\
W_{V,12} &= -\int p \; dV = \underline{0} \quad , \text{da } dV = 0
\end{aligned}
$$

1. HS für ein geschlossenes System:

$$
\begin{aligned}
\Delta_{12} U &= Q_{12} + \cancelto{0}{W_{V,12}} \\
c_v m (T_2 - T_1) &= Q_{12}
\end{aligned}
$$

Nebenrechnung:

(I) $\kappa = \frac{c_p}{c_v}$

(II) $c_p - c_v = R$

$\rightarrow c_p = c_v \kappa$

$\rightarrow c_v(\kappa - 1) = R$

$\Rightarrow c_v = \frac{R}{\kappa - 1}$

$$
\begin{aligned}
\Rightarrow \quad Q_{12} &= \frac{R}{\kappa - 1} \; m \; (T_2 - T_1) \\
&= \frac{287 \; \frac{\text{J}}{\text{kgK}}}{1,4 - 1} \cdot 10 \text{ kg} \cdot (3052,08 - 293) \text{ K} \\
&= \underline{19796,4 \text{ kJ}}
\end{aligned}
$$

2 . isotherme Zustandsänderung

$$
\begin{aligned}
p\ v &= R\ T \ = \ const \ = \ p_1\ v_1 \ = \ p_2\ v_2 \\
p\ v &= p_1\ v_1 \ \Rightarrow \ p \ = \ \frac{p_1\ v_1}{v} \\
T_2 &= T_1 \ = \underline{293\ \mathrm{K}} \\
p_1\ \underbrace{m_1\ v_1}_{V_1} &= p_2\ \underbrace{m_2\ v_2}_{V_2} \ \Rightarrow \ V_2 \ = \ V_1 \frac{p_1}{p_2} \ = \ 8,759\ \mathrm{m}^3 \cdot \frac{0,96\ \mathrm{bar}}{10\ \mathrm{bar}} \ = \ \underline{0,841\ \mathrm{m}^3}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
W_{V,12} &= -\int_1^2 p\ dV \\
&= -\int_1^2 p_1\ V_1\ \frac{dV}{V} \\
&= -p_1\ V_1 \int_1^2 \frac{dV}{V} \\
&= -p_1\ V_1\ \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)
\end{aligned}
$$

$$
\boxed{W_{V,12} \ = \ p_1\ V_1\ \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right) \ = \ p_1\ V_1\ \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)} \quad \text{isotherm,}\ \ p\ V \ = \ m\ R\ T
$$

$$
spezifisch: \ w_{V,12} \ = \ R\ T \ln\left(\frac{v_1}{v_2}\right) \ = \ R\ T \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)
$$

$$
\begin{aligned}
\Rightarrow \ W_{V,12} &= 0,96 \cdot 10^5\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} \cdot 8,759\ \mathrm{m}^3 \cdot \ln\left(\frac{10\ \mathrm{bar}}{0,96\ \mathrm{bar}}\right) \\
&= \underline{1970,5\ \mathrm{kJ}} \ > \ 0
\end{aligned}
$$

1. Hauptsatz geschlossenes System:

$$
\begin{aligned}
\Delta_{12} U &= Q_{12} + W_{V,12} \\
m c_v \underbrace{(T_2 - T_1)}_{0} &= Q_{12} + W_{V,12} \\
Q_{12} &= -W_{V,12} \ = \ \underline{-1970,5\ \mathrm{kJ}}
\end{aligned}
$$

$$
\boxed{Q_{12} \ = \ p_1 V_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \ = \ p_1 V_1 \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right) \ = \ -W_{V,12}} \quad \text{isotherme Wärmezu-/abfuhr}
$$

3 . reversibel adiabate Zustandsänderung $\rightarrow$ isentrop

$$
\begin{aligned}
p\,v^{\kappa} &= const = p_1\,v_1^{\kappa} = p_2\,v_2^{\kappa} \Rightarrow p = p_1\left(\frac{v_1}{v}\right)^{\kappa} \\
\Rightarrow \frac{p_2}{p_1} &= \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\kappa} \; bzw. \; \frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{-\kappa} \\
p\,v &= R\,T \\
v &= \frac{R\,T}{p} \\
p\left(\frac{R\,T}{p}\right)^{\kappa} &= const = \frac{p}{p^{-\kappa}}\,R^{\kappa}\,T^{\kappa} = p_1^{(1-\kappa)}\,R^{\kappa}\,T_1^{\kappa} = p_2^{(1-\kappa)}\,R^{\kappa}\,T_2^{\kappa} \\
&\Rightarrow \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{(1-\kappa)}{(1-\kappa)}} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{\kappa}{1-\kappa}}
\end{aligned}
$$

$$
\boxed{\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \quad bzw. \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}
$$

$$
\begin{aligned}
\Rightarrow T_2 &= T_1\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 293\ \mathrm{K}\cdot\left(\frac{10\ \mathrm{bar}}{0,96\ \mathrm{bar}}\right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} = \underline{572,33\ \mathrm{K}} \\
V_2 &= \frac{m\,R\,T_2}{p_2} = V_1\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{\kappa}} = 8,759\ \mathrm{m}^3\cdot\left(\frac{0,96\ \mathrm{bar}}{10\ \mathrm{bar}}\right)^{\frac{1}{1,4}} = \underline{1,643\ \mathrm{m}^3} \\
W_{V,12} &= -\int_1^2 p\,dV \\
&= -\int_1^2 p_1\left(\frac{V_1}{V}\right)^{\kappa} dV \\
&= -p_1\,V_1^{\kappa}\,\frac{1}{1-\kappa}\,\left[V_2^{(1-\kappa)} - V_1^{(1-\kappa)}\right] \\
&= -p_1\,\underbrace{V_1^{\kappa}\,V_1^{(1-\kappa)}}_{V_1}\,\frac{1}{1-\kappa}\,\left[\frac{V_2^{(1-\kappa)}}{V_1^{(1-\kappa)}} - \frac{V_1^{(1-\kappa)}}{V_1^{(1-\kappa)}}\right] \\
&= -p_1\,V_1\,\frac{1}{1-\kappa}\,\left(\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{1-\kappa} - 1\right) \\
&= \frac{m\,R\,T_1}{\kappa-1}\left[\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} - 1\right] \\
&= \frac{10\ \mathrm{kg}\cdot\ 287\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kgK}}\cdot 293\ \mathrm{K}}{1,4-1}\left[\left(\frac{0.96\ \mathrm{bar}}{10\ \mathrm{bar}}\right)^{\frac{1-1,4}{1,4}} - 1\right] \\
&= \underline{2004,2\ \mathrm{kJ}} \; > 0
\end{aligned}
$$

1. Hauptsatz geschlossenes System:

$$\Delta_{12}U = Q_{12} + W_{12}$$
$$Q_{12} = c_v m\,(T_2 - T_1) - W_{V,12} = \underline{0} \quad \text{reversibel adiabate Zustandsänderung!}$$

4 . <u>polytrope Zustandsänderung:</u>

$p\ v^n = const$; $p\ V^n = const$ $\rightarrow$ analog reversibel adiabat mit Polytropenexponent n

$$\Rightarrow \quad p_1\ V_1^n = p_2\ V_2^n = p\ V^n$$
$$\Rightarrow \quad p(V) = p_1 \left(\frac{V_1}{V}\right)^n = p_1\ V_1\ V^{(-n)}$$

$$\boxed{\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} \ ; \ \frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{-1}{n}}}$$

$$V_2 = V_1 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{-\frac{1}{n}} = 8,759\ \text{m}^3 \cdot \left(\frac{10\ \text{bar}}{0,96\ \text{bar}}\right)^{-\frac{1}{1,3}} = \underline{1,444\ \text{m}^3}$$
$$\Rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} = 293\ \text{K} \cdot \left(\frac{10\ \text{bar}}{0,96\ \text{bar}}\right)^{\frac{1,3-1}{1,3}} = \underline{503,19\ \text{K}}$$

$$\begin{aligned}
W_{V,12} &= -\int_1^2 p\ dV \\
&= -\int_1^2 p_1\ V_1^n\ V^{(-n)}\ dV \\
&= -p_1\ V_1^n \int_1^2 V^{-n}\ dV \\
&= -p_1\ V_1^n \left[\frac{1}{-n+1}\ V^{(-n+1)}\right]_{V_1}^{V_2} \\
&= \frac{p_1\ V_1^n}{n-1} \left[V^{(-n+1)}\right]_{V_1}^{V_2} \\
&= \frac{p_1\ V_1^n\ V_1^{(-n+1)}}{n-1} \left(\frac{V_2^{(-n+1)}}{V_1^{(-n+1)}} - \frac{V_1^{(-n+1)}}{V_1^{(-n+1)}}\right) \qquad , \ V_1^{(-n+1)} \text{ ausklammern}
\end{aligned}$$

$$\boxed{W_{V,12} = \frac{p_1 V_1}{n-1}\left(\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{(n-1)} - 1\right)}$$ Volumenarbeit bei polytroper Zustandsänderung (n≠1)

bzw. mit $\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^n = \frac{p_2}{p_1} \ \Rightarrow \ \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n-1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}$

$$\boxed{W_{V,12} \;=\; \frac{p_1 V_1}{n-1}\left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1\right]}\quad \text{polytrope Volumenarbeit (Druckverhältnis)}$$

oder:

$$p_1\, V_1^n \;=\; p_2\, V_2^n \;\rightarrow\; p_2 \;=\; p_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^n$$

$$\begin{aligned} W_{V,12} &= \frac{1}{n-1}\left[\frac{p_1\, V_1^n}{V_2^{n-1}} - p_1\, V_1\right] \\ &= \frac{1}{n-1}\left[\overset{\frac{p_2}{p_1}}{\cancel{\frac{V_1^n}{V_2^n}}}\, p_1\, V_2 - p_1\, V_1\right] \end{aligned}$$

$$\boxed{W_{V,12} \;=\; \frac{1}{n-1}\;(p_2\, V_2 - p_1\, V_1)}\quad \text{polytrope Volumenarbeit}$$

mit $p\,V \;=\; m\,R\,T$ und $\frac{R}{c_v} = \kappa - 1$ folgt:

$$\boxed{W_{V,12} \;=\; \frac{m\,R}{n-1}\;(T_2 - T_1) \;=\; m\,c_v\,\frac{\kappa-1}{n-1}\;(T_2 - T_1)}$$

$$\begin{aligned} W_{V,12} &= \frac{10\text{ kg}\cdot 287\,\frac{\text{J}}{\text{kgK}}}{1,3-1}\cdot(503,19\text{ K} - 293\text{ K}) \\ &= \underline{2010,8\text{ kJ}} \;>\; 0 \end{aligned}$$

1. Hauptsatz geschlossenes System:

$$\Delta_{12}U \;=\; Q_{12} + W_{12} \;=\; m\,c_v\;(T_2 - T_1)$$

$$\begin{aligned} \textit{reversibel}\quad Q_{12} &= m\,c_v\;(T_2 - T_1) \;-\; W_{V,12} \\ &= m\,c_v\;(T_2 - T_1) \;-\; m c_v\,\frac{\kappa-1}{n-1}\;(T_2 - T_1) \\ &= m\,c_v\;(T_2 - T_1)\left(1 - \frac{\kappa-1}{n-1}\right) \end{aligned}$$

$$\boxed{Q_{12}^R \;=\; m\,c_v\,\left(\frac{n-\kappa}{n-1}\right)\;T_2 - T_1}$$

$$Q_{12}^R \;=\; 10\text{ kg}\cdot 717,5\,\frac{\text{J}}{\text{kgK}}\left(\frac{1,3-1,4}{1,3-1}\right)(503,19\text{ K} - 293\text{ K}) \;=\; \underline{-502,7\text{ kJ}} \;<\; 0$$

	$W_{V,12}$[kJ]	Q_{12}[kJ]	n	
isochor	0	19796	$\rightarrow\infty$	n $>\kappa$
isotherm	1971	-1971	1	n $<\kappa$
rev. ad.	2004	0	$\kappa = 1,4$	n $=\kappa$
polytrop	2011	-503	n=1,3	n $<\kappa$

Aufgabe 32

Bei Normalwetterlage lässt sich für Höhen bis 10.000 m über NN der Luftdruck mit genügender Genauigkeit mit Hilfe der barometrischen Höhenformel bestimmen: $p = p_0 \cdot e^{\frac{-z}{z_0}}$ mit $z =$ Höhenkoordinate; $z_{NN} = 0$ und $z_0 = 7960$ m; $p_0 = p(z = 0)$.
Weiterhin gilt für die Abnahme der Temperatur dT im Höhenintervall dz die Faustformel: $\frac{dT}{dz} = \frac{-0{,}6}{100} \left[\frac{K}{m}\right]$ bezogen auf NN.

a) Ermitteln Sie unter Berücksichtigung dieser Ansätze den Luftdruck und die Lufttemperatur auf der Wildspitze (Ötztal, 3800 m über NN), wenn die Temperatur auf NN (Oberitalien) $t_0 = 25$ °C, der Luftdruck $p_0 = 1025$ mbar betragen sollen.

b) Bestimmen Sie unter der Annahme, dass die Zustandsgleichung der Luft von Oberitalien zur Wildspitze durch eine Polytrope beschrieben werden kann, den entsprechenden Polytropenexponenten. Schätzen Sie den Fehler ab, der sich für diese polytrope Zustandsänderung im Vergleich zur oben genannten Faustformel bei der Bestimmung der 0 °C - Grenze ergibt.

c) Bei Föhnwetterlage im deutschen Alpenvorland steigt die in Oberitalien erwärmte Luft auf, strömt über den Alpenhauptkamm und tritt in Oberbayern als Fallwind in Erscheinung. Ermitteln Sie die Lufttemperatur und den Luftdruck auf dem Gipfel der Wildspitze unter der Annahme, dass bei Föhnwetterlage die Zustandsänderung der Luft beim Aufsteigen als reversibel adiabat angenommen werden kann.

Hinweis:
Die Luft soll als perfektes Gas mit $c_p = 1{,}0 \, \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$ und $R_L = 0{,}287 \, \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$ betrachtet werden.

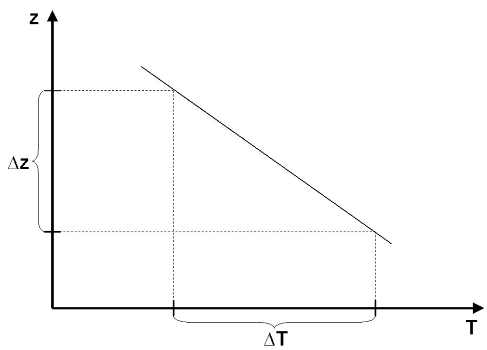
a) Ermitteln Sie den Luftdruck und die Lufttemperatur auf der Wildspitze, wenn die Temperatur auf NN $t_0 = 25$ °C, der Luftdruck $p_0 = 1025$ mbar betragen sollen.
Barometrische Höhenformel:

$$\begin{aligned} p_W &= p_0 \cdot \exp\left(\frac{-z}{z_0}\right) \\ &= 1{,}025 \cdot 10^5 \, \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \, \exp\left(\frac{-3800 \text{ m}}{7960 \text{ m}}\right) \\ &= \underline{635{,}9 \text{ mbar}} \end{aligned}$$

Lufttemperatur auf der Wildspitze mit Faustformel:

$$\frac{dT}{dz} = \frac{-0{,}6 \text{ K}}{100 \text{ m}}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \Delta T &= \left(\frac{dT}{dz} \Delta z\right) \\ &= -\frac{0{,}6 \text{ K}}{100 \text{ m}} \cdot 3800 \text{ m} \\ &= -22{,}8 \text{ K} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} T_W &= T_0 + \Delta T \\ &= 298,15 + (-22,8) \\ &= \underline{275,35\ \mathrm{K}} \;=\; 2,2\ ^\circ\mathrm{C} \end{aligned}$$

b) Bestimmen Sie unter der Annahme, dass die Zustandsgleichung der Luft von Oberitalien zur Wildspitze durch eine Polytrope beschrieben werden kann, den entsprechenden Polytropenexponenten. Schätzen Sie den Fehler ab, der sich für diese polytrope Zustandsänderung im Vergleich zur oben genannten Faustformel bei der Bestimmung der 0°C - Grenze ergibt.

Annahme: polytrope Zustandsänderung der Luft

$$\begin{aligned} \left(\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right) \;\Rightarrow\; \frac{T_W}{T_0} &= \left(\frac{p_W}{p_0}\right)^{\frac{n-1}{n}} \qquad |\ \ln \\ \frac{n-1}{n} &= \frac{\ln\left(\frac{T_W}{T_0}\right)}{\ln\left(\frac{p_W}{p_0}\right)} \\ &= \frac{\ln\left(\frac{275{,}35\ \mathrm{K}}{298{,}15\ \mathrm{K}}\right)}{\ln\left(\frac{635{,}9\ \mathrm{mbar}}{1025\ \mathrm{mbar}}\right)} \;=\; 0,1666 \;=\; k \\ \Rightarrow k &= \frac{n-1}{n} \;=\; 1 - \frac{1}{n} \\ \Rightarrow n &= \frac{1}{1-k} \;=\; \frac{1}{0,8334} \;=\; \underline{1,200} \end{aligned}$$

▷ Bestimmung der 0°C - Grenze G

1. Druck über Polytropengleichung:

$$\left(\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{n}{n-1}}\right) \;\Rightarrow\; \frac{p_G}{p_0} = \left(\frac{T_G}{T_0}\right)^{\frac{n}{n-1}}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow p_G(T_G) &= p_0 \left(\frac{T_G}{T_0}\right)^{\frac{n}{n-1}} \\ &= 1025\ \mathrm{mbar} \left(\frac{273,15\ \mathrm{K}}{298,15\ \mathrm{K}}\right)^{\frac{1{,}2}{0{,}2}} \\ &= \underline{606,07\ \mathrm{mbar}} \end{aligned}$$

2. Höhe bestimmen:

a) Barometrische Höhenformel

$$\begin{aligned} p(z_G) &= p_0 \exp\left(\frac{-z_G}{z_0}\right) \\ \Rightarrow z_G &= -z_0 \ \ln\left(\frac{p(z_G)}{p_0}\right) \\ &= z_0 \ \ln\left(\frac{p_0}{p(z_G)}\right) \\ &= 7960 \text{ m} \cdot \ln\left(\frac{1025 \text{ mbar}}{606,07 \text{ mbar}}\right) \\ &= \underline{4182,6 \text{ m}} \end{aligned}$$

b) Faustformel $\frac{dT}{dz} = -\frac{0{,}6 \ K}{100 \ m}$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \Delta z &= -\frac{100}{0,6} \ \Delta T \\ &= -\frac{100 \text{ m}}{0,6 \text{ K}} \cdot (-25 \text{ K}) \\ &= 4166,7 \text{ m} \\ \Rightarrow z_F &= \underline{4166,7 \text{ m}} \end{aligned}$$

▹ Alternative Methhode:

Extrapolation von Wildspitze (3800 m) bei 2,2 °C auf 0 °C Höhe

3. Fehlerabschätzung:

absoluter Fehler: $f_{abs} = \mid \Delta z \mid = \mid z_G - z_F \mid = \underline{15{,}9 \text{ m}}$

relativer Fehler: $f_{rel} = \frac{|\Delta z|}{z_F} = \frac{15{,}9 \text{ m}}{4166{,}7 \text{ m}} = \underline{0{,}382 \ \%}$

c) Ermitteln Sie die Lufttemperatur und den Luftdruck auf dem Gipfel der Wildspitze unter der Annahme, dass bei Föhnwetterlage die Zustandsänderung der Luft beim Aufsteigen als reversibel adiabat angenommen werden kann.

Annahme: reversibel adiabate Zustandsänderung

Lufttemperatur:

1. HS offenes System

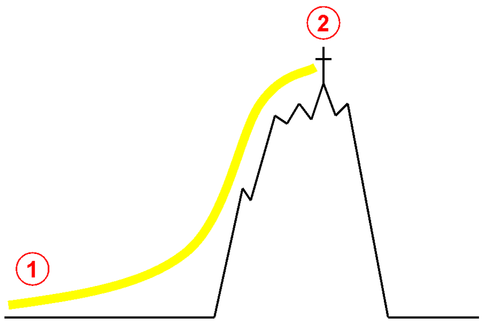
$$\cancelto{\text{adiabat}}{\dot{Q}_{12}} + \cancelto{\text{k. Vorr.}}{\dot{W}_{t,12}} = \dot{m}\left(\Delta_{12} h + \Delta_{12} \frac{c^2}{2} + \Delta_{12} \ g \ z\right)$$

$$0 = \Delta_{12}h + \cancelto{c_1 \approx c_2}{\Delta_{12}\frac{c^2}{2}} + \Delta_{12}\ g\ z$$

$$\Delta_{12}h = -g\Delta_{12}z$$

$$perfektes\ Gas \Rightarrow \Delta h = c_p \Delta T$$

$$\Rightarrow c_p\Delta_{12}T = -g\Delta_{12}z$$



$$\begin{aligned}
\Delta_{12}T = T_2 - T_1 &= -\frac{g}{c_p}\ (z_2 - z_1) \\
&= -\frac{9,81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{1 \cdot 10^3\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kgK}}} \cdot 3800\ \mathrm{m} \\
&= -37,28\ \mathrm{K}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow T_2 &= T_1 + \Delta T \\
&= (273,15 + 25)\,\mathrm{K}\ -\ 37,28\ \mathrm{K} \\
&= \underline{260,87\ \mathrm{K}} = -12,28\ ^\circ\mathrm{C}
\end{aligned}$$

Luftdruck:

$$\frac{p_W}{p_0} = \left(\frac{T_W}{T_0}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = \left(\frac{T_W}{T_0}\right)^{\frac{c_p}{R}}$$

Formelsammlung: $\kappa = \frac{c_p}{c_v}$, $R = c_p - c_v \Rightarrow c_v = c_p - R$

$$\frac{\kappa}{\kappa - 1} = \frac{\frac{c_p}{c_p - R}}{\frac{c_p}{c_p - R} - 1} = \frac{c_p}{\cancel{c_p - R}\left(\frac{\cancel{c_p} - \cancel{c_p} + R}{\cancel{c_p - R}}\right)} = \frac{c_p}{R}$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow p_W &= p_0 \left(\frac{T_W}{T_0}\right)^{\frac{c_p}{R}} \\
&= 1025\ \mathrm{mbar} \left(\frac{260,87\ \mathrm{K}}{298,15\ \mathrm{K}}\right)^{\frac{1000\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kgK}}}{287\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kgK}}}} \\
&= \underline{643,6\ \mathrm{mbar}}
\end{aligned}$$