

## 1. Seminarübung zur Vorlesung „Numerische Mathematik II“ (WT 2010)

**Aufgabe 1.1:** Gegeben seien die folgenden drei Punkte:

$$\begin{array}{c|c|c|c} x_i & 0 & 1 & 2 \\ \hline y_i & 2 & 3 & 0 \end{array}$$

Gesucht ist das quadratische Polynom  $p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$ , das diese drei Punkte interpoliert, also die Bedingungen  $p(x_i) = y_i$  für  $i = 0, 1, 2$  erfüllt.

- Bestimmen Sie  $p$  direkt mit Hilfe eines linearen Gleichungssystems.
- Bestimmen Sie die Lagrange-Basispolynome  $L_0^{(2)}$ ,  $L_1^{(2)}$  und  $L_2^{(2)}$  und berechnen Sie mit deren Hilfe  $p$  in der Lagrange-Darstellung.
- Berechnen Sie  $p$  in der Newton-Darstellung, indem Sie die entsprechenden dividierten Differenzen bestimmen.

**Aufgabe 1.2:** Für verschiedene Tage im Jahr wurde an einem bestimmten Strand auf Korfu die Wassertemperatur gemessen:

Tag	123	161	190	225	251
Wassertemperatur	14,8 °C	17,9 °C	22,2 °C	23,5 °C	24,1 °C

Bestimmen Sie die Wassertemperatur am Tag 200 durch Auswertung des zugehörigen Interpolationspolynoms mit Hilfe des Neville-Algorithmus. (Es genügt 4-stellige Dezimalrechnung.)

**Aufgabe 1.3:** Die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  gegeben als  $f(x) = \exp(2x)$  soll auf dem Intervall  $I = [0, 2]$  mit  $n + 1$  äquidistant verteilten Stützstellen  $x_i = \frac{2i}{n}$  für  $i = 0, 1, \dots, n$  durch das zugehörige Lagrange-Polynom  $p \in P_n$  interpoliert werden. Wie groß muss  $n$  gewählt werden um einen maximalen Fehler von  $10^{-4}$  auf dem Intervall  $I$  garantieren zu können?

**Aufgabe 1.4:** Gegeben sei die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  als  $f(x) = \exp(-\frac{x^2}{2})$ . Bestimmen Sie die dividierten Differenzen der Newton-Darstellung der kubische Hermite-Interpolierenden, die  $f$  und  $f'$  in  $x_0 = 0$  und  $x_1 = 1$  interpoliert.