

**BEITRÄGE
ZUR
VIBRO- UND PSYCHOAKUSTIK**

Herausgeber: Helmut Fleischer und Hugo Fastl

Helmut Fleischer

**MECHANISCHE EIGENSCHAFTEN
VON NYLONSAITEN
FÜR GITARREN**

Beiträge zur Vibro- und Psychoakustik

**MECHANISCHE EIGENSCHAFTEN
VON NYLONSAITEN
FÜR GITARREN**

von

Helmut Fleischer

Institut für Mechanik
Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik
Universität der Bundeswehr München
85577 Neubiberg
Deutschland

Heft 1/09 der Reihe

Beiträge zur Vibro- und Psychoakustik

Herausgeber: Helmut Fleischer und Hugo Fastl

ISSN 1430-936X

Herausgeber:

Prof. Dr.-Ing. habil. Helmut Fleischer
Institut für Mechanik
Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik
Universität der Bundeswehr München

Prof. Dr.-Ing. habil. Hugo Fastl
Lehrstuhl für Mensch-Maschine-Kommunikation
Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik
Technische Universität München

Postanschrift:

LRT 4 UniBwM
85577 Neubiberg
Deutschland

Fleischer, Helmut:
Mechanische Eigenschaften von Nylonsaiten für Gitarren
Beiträge zur Vibro- und Psychoakustik 1/09
Neubiberg 2009
ISSN 1430-936X

Postanschrift des Verfassers:

Prof. Dr.-Ing. Helmut Fleischer
LRT 4 UniBwM
85577 Neubiberg
Deutschland

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist unzulässig und strafbar. Insbesondere gilt dies für die Übersetzung, den Nachdruck sowie die Speicherung auf Mikrofilm, mit vergleichbaren Verfahren oder in Datenverarbeitungsanlagen.

MECHANISCHE EIGENSCHAFTEN VON NYLONSAITEN FÜR GITARREN

Zusammenfassung

Es sind Daten zusammen gestellt, die aus Experimenten zu den Eigenschaften von Nylonsaiten spanischer (oder klassischer) Gitarren stammen. Es wurde eine Standard-Prüfmaschine Zwick-Roell Z 020 mit Probenhaltern verwendet, die speziell für die Zugbelastung von Saiten konstruiert waren. Exemplarisch wurden drei Sätze von handelsüblichen Nylonsaiten untersucht. Zunächst wurden die grundlegenden geometrischen und physikalischen Kennwerte gemessen. Die vereinfachte Theorie erlaubt es, die Zugkraft einer jeden Saite zu berechnen, mit der sie auf ihre nominale Note gestimmt wird. Die Bruchkräfte und –dehnungen wurden bestimmt und mit der Nominalkraft verglichen. Kriechversuche geben Einblick darin, wie die Saite unter gleichbleibender Nominalkraft allmählich immer länger wurde. Relaxationsexperimente zeigen, wie die Zugkraft abnahm, wenn die Länge der Saite konstant gehalten wurde, nachdem die Nominalkraft aufgebracht worden war. Über diese „relativ langsamen“ Experimente hinaus wurde auch ein „sehr schnelles“ durchgeführt, bei dem Hysterese im Kraft-Verschiebungs-Diagramm beobachtet wurde. Einige Hinweise werden gegeben, wie das visko-elastische Verhalten, das sich in den Messungen gezeigt hatte, mittels einfacher Ersatzbilder modelliert werden kann. Zum Abschluss werden einige Folgerungen gezogen in Hinsicht auf die Praxis des Gitarrenspiels und auf weiterführende Arbeiten.

MECHANICAL PROPERTIES OF NYLON STRINGS FOR GUITARS

Summary

Data are compiled based on experiments related to the properties of Nylon strings of Spanish (or classic) guitars. A standard material testing machine Zwick-Roell Z 020 was used with grips especially designed for tensile loading of strings. Exemplarily, three sets of commercially available Nylon guitar strings were studied. For a start, the basic geometric and physical parameters were measured. Simplified theory allows for calculating the tensile force of each string to tune it to its nominal note. The forces of and elongations at rupture were ascertained and compared to the nominal force. Creeping tests give insight into the string gradually growing longer under constant nominal load. Relaxation experiments show how the tensile force diminishes if, after having applied the nominal load, the length of the string was kept constant. In addition to these “relatively slow” experiments, a “very fast” one was executed revealing hysteresis in the force-elongation diagram. Some hints are given on how the visco-elastic behaviour, which had shown up in the measurements, can be modelled by simple schematic diagrams. Finally, some conclusions are drawn concerning guitar playing practice and further work to do.

INHALT

VORWORT

1.	EINLEITUNG	1
2.	THEORIE DER SAITENSCHWINGUNGEN	3
2.1.	Vereinfachte Differentialgleichung	3
2.2.	Lineare Schwingungen der biegeschlaffen Saite.....	4
2.3.	Abweichungen zwischen Praxis und einfacher Theorie	6
2.3.1.	Biegesteifigkeit der Saite	6
2.3.2.	Dämpfung im Saitenmaterial.....	6
2.3.3.	Nachgiebige und Energie aufnehmende Auflager.....	6
2.4.	Nichtlinearitäten	7
2.4.1.	Geometrische Nichtlinearität.....	7
2.4.2.	Nichtlinearität hinsichtlich der Spannkraft	7
2.4.3.	Physikalische Nichtlinearität.....	8
2.5.	Zusammenfassende Bemerkung	8
3.	DIE UNTERSUCHTEN SAITEN	9
3.1.	Die Saite auf der Gitarre	9
3.2.	Prinzipieller Aufbau einer Saite	11
3.3.	Drei Sätze von Versuchsobjekten.....	12
3.3.1.	Typ I: Untere Preisklasse	12
3.3.2.	Typ II: Mittlere Preisklasse	12
3.3.3.	Typ III: Gehobene Preisklasse.....	13
3.4.	Physikalisch-geometrische Kenndaten der Saiten.....	14
3.5.	Zusammenfassende Bemerkung	15
4.	MESSVORRICHTUNG	16
4.1.	Die Material-Prüfmaschine	16
4.2.	Die Probenhalter	17
4.3.	Messungen an der Saite.....	19
4.4.	Zusammenfassende Bemerkung	19
5.	VORVERSUCHE	20
5.1.	Einspannlänge.....	20
5.2.	Umspinnung	20
5.3.	Belastungsgeschwindigkeit	22
5.4.	Zusammenfassende Bemerkung	23
6.	ZERREISSVERSUCHE	24
6.1.	Saiten vom Typ I	24
6.2.	Saiten vom Typ II	25
6.3.	Saiten vom Typ III.....	26
6.4.	Langsame Belastung	27
6.4.1.	Diskantsaiten	28
6.4.2.	Basssaiten	29
6.4.3.	Vergleiche zur Reißkraft	30

6.5.	Schnelle Belastung.....	32
6.5.1.	Diskantsaiten	33
6.5.2.	Basssaiten	34
6.5.3.	Vergleiche zur Reißkraft	35
6.6.	Reißspannung und -dehnung	37
6.6.1.	Langsame Belastung	37
6.6.2.	Schnelle Belastung.....	38
6.7.	Zusammenfassende Bemerkung	39
7.	KRIECHVERSUCHE	41
7.1.	Versuchsdurchführung	41
7.2.	Saiten vom Typ I.....	41
7.3.	Saiten vom Typ II	42
7.4.	Saiten vom Typ III.....	43
7.3.	Zusammenfassende Bemerkung	44
8.	RELAXATIONSVERSUCHE.....	47
8.1.	Versuchsdurchführung	47
8.2.	Saiten vom Typ I.....	47
8.3.	Saiten vom Typ II	48
8.4.	Saiten vom Typ III.....	49
8.5.	Vergleiche zu Längung und Spannkraft.....	51
8.5.1.	Dehnung der Saite beim erstmaligen Belasten.....	51
8.5.2.	Abnahme der Spannkraft innerhalb von zwölf Stunden	52
8.6.	Zusammenfassende Bemerkung	53
9.	HYSTERESE	55
9.1.	Durchführung der Messung.....	55
9.2.	Ergebnisse der Messung.....	57
9.2.1.	Gebrauchte Diskantsaite.....	57
9.2.2.	Neue Diskantsaite	58
9.2.3.	Neue Basssaite	59
9.3.	Vergleich der Resultate	60
9.4.	Zusammenfassende Bemerkung	62
10.	MODELLE, VERGLEICHE UND FOLGERUNGEN	64
10.1.	Einfache Modelle für Materialien.....	64
10.1.1.	Grundelemente.....	64
10.1.2.	Kelvin-Voigt-Modell (Kriechen).....	65
10.1.2.	Maxwell-Modell (Relaxation)	66
10.1.4.	Zusammengesetzte Modelle	67
10.2.	Zusammenhang Kriechen – Relaxation bei Saiten.....	69
10.3.	Auswirkungen auf die Frequenzen der Saiten.....	70
10.4.	Zusammenfassende Bemerkung	72
11.	ABSCHLIESSENDE DISKUSSION.....	74
	LITERATUR.....	78

VORWORT

Im Fokus von Helmut Fleischers Untersuchungen stehen mechanische Eigenschaften der Saiten von spanischen Gitarren, die in der Regel auch als Konzertgitarren eingesetzt werden. Im Gegensatz zu Elektrogitarren sind bei diesen Instrumenten meist Nylonsaiten aufgezogen, wobei die tiefsten drei Saiten umspannen sind. Helmut Fleischer beschreibt Ergebnisse für drei Saitensätze unterschiedlicher Preisklassen.

Die erste Gruppe von Experimenten befasst sich mit der Reißkraft. Dabei unterscheidet Helmut Fleischer zwischen "langsamer" und "schneller" Belastung: die "schnelle" Belastung tritt in der Praxis beim Aufziehen neuer Saiten auf, die "langsame" Belastung entspricht der Erhöhung der Spannkraft durch Temperaturwechsel von warm nach kalt. Im letztgenannten Fall weist die (umspannene) D-Saite - unabhängig von der Preisklasse - die geringste Reißkraft auf. Bei "schneller" Belastung, wie sie beim Aufziehen von neuen Saiten vorkommt, zeigt sich ein eher unerwartetes Ergebnis: Wird die hohe E-Saite des teuersten Saitensatzes nur um etwa einen Ganzton höher gestimmt als es der nominellen Frequenz von 330 Hz entspricht, besteht bereits das Risiko, dass die Saite reißt! Allerdings ist dies wesentlich unproblematischer, als wenn durch zu hohe Spannung die Gitarre beschädigt würde, weil beispielsweise der Saitenhalter von der Decke abgerissen wird.

In den Kapiteln zu Kriech- und Relaxationsversuchen beschreibt Helmut Fleischer Ergebnisse von Experimenten, die Hinweise darauf geben können, wie gut bei verschiedenen Saitensätzen die Stimmung gehalten wird. Nach mehreren Stunden nimmt bei allen Saitensätzen die Spannkraft ab; die Tonhöhe wird also tiefer. Besonders groß ist dieser Effekt bei der G-Saite. Obwohl auch der teuerste Saitensatz in der Stimmung nachlässt, sind dort die Änderungen bei allen Saiten etwa gleich groß. Im Gegensatz dazu kann es bei billigeren Saitensätzen sogar passieren, dass die Tonhöhe der G-Saite niedriger wird als die Tonhöhe der D-Saite!

Die von Helmut Fleischer beschriebenen Hysterese-Effekte sind auch dem Musiker geläufig: Es macht durchaus einen Unterschied, ob eine Saite "von unten nach oben" also mit steigender Tonhöhe, oder aber "von oben nach unten" gestimmt wird.

Bei diesen und ähnlichen Fragen wie beispielsweise "warum klingen neue Saiten besser als alte" besteht noch viel Forschungsbedarf und es ist zu hoffen, dass Helmut Fleischer seine experimentellen Untersuchungen und deren Modellierung im Hinblick auf solche Fragestellungen weiterführen wird.

München, im November 2008

Hugo Fastl

1. EINLEITUNG

Die Saiten, mit denen klassische Gitarren, auch als spanische Gitarren bezeichnet, bespannt sind, bestehen heutzutage üblicherweise aus Kunststoff. Wenn der Spieler eine neue Saite aufzieht, dann kann er verschiedene Erfahrungen machen. Spannt er mit dem Wirbel die Saite zu sehr, dann reißt sie. Ist dies nicht der Fall und die Saite hält die Spannkraft aus, dann dreht er so lange am Wirbel, bis die Saite auf die gewünschte Tonhöhe eingestellt ist. Bereits nach kurzer Zeit muss er allerdings feststellen, dass die Saite „den Ton nicht gehalten“ hat und nachgestimmt werden muss. Diese Beobachtung wird er noch mehrmals machen und die Kraft, mit der die Saite gespannt ist, immer wieder nachstellen müssen. Bis endlich ein einigermaßen stationärer Endzustand erreicht ist, können Tage und manchmal sogar Wochen ins Land gegangen sein.

Die Tatsache, dass die Saite reißt, sobald eine bestimmte Zugkraft überschritten ist, kann als irreversible Nichtlinearität gedeutet werden. Auch wenn die Saite nicht bis zum Bruch belastet wird, reagiert sie nicht ausschließlich wie eine Feder. Vielmehr zeigt das Material, aus dem sie gefertigt ist, visko-elastisches Verhalten. Das bedeutet, dass es unter dem Einfluss der Spannkraft zu fließen beginnt. In der Folge ändern sich im Laufe der Zeit seine Eigenschaften. Einige der Grundannahmen, die der einfachen Saitentheorie zu Grunde liegen, sind demnach in weiten Bereichen nicht vollständig erfüllt.

In Vorlesungen über Kontinuumsschwingungen wird die Saite als biegeschlaffer Faden idealisiert, der seine rückstellenden Eigenschaften ausschließlich aus der von außen aufgebrachten Spannkraft ableitet. Diese Vereinfachung trägt den *first-order*-Effekten der Saite weitgehend Rechnung. Sie liegt auch den frühen Theorien zu Grunde, die in der ersten Hälfte des 18. Jahrhunderts entstanden; zur Geschichte vgl. Szabó (1971).

Die reale Saite weicht in mehrfacher Hinsicht von diesem simplifizierten Modell ab. Zum Beispiel können insbesondere metallene Saiten eine beträchtliche Biegesteifigkeit aufweisen. Müller (1967/68) sowie Wolf und Müller (1968) haben an Hand eines erweiterten Modells und auch experimentell gezeigt, dass aus der Biegesteifigkeit ein „gespreiztes“ Spektrum resultiert, bei dem die Frequenzen der Teilschwingungen von den harmonischen Verhältnissen $1 : 2 : 3 : 4 : \dots$ nach oben hin abweichen. Lieber (1975) hat biegesteife Saiten nicht nur linear behandelt; vielmehr ist er mit Hilfe des Prinzips von Hamilton zu einer nichtlinearen Beschreibung gelangt, wobei die Nichtlinearität sich beispielsweise in überhängenden Resonanzkurven äußert. Gottlieb (1990) hat ebenfalls die übliche Beschränkung auf „flache Auslenkungen“ fallen gelassen. Er hat geometrische Nichtlinearitäten berücksichtigt und deren Auswirkungen mit der Methode der harmonischen Balance behandelt. Eine andere Art von nichtlinearen Erscheinungen hat Pickering (1997) untersucht, allerdings nicht bei der Saite selbst, sondern bei der Umspinnung mit einem feinen Metalldraht. Unter dem Blickwinkel der Metallurgie hat er die Spannungs-Dehnungs-Kurven von Metallen gemessen und damit Bezug auf eine physikalische Nichtlinearität genommen. Neuerdings werden auch moderne Methoden wie *physical modeling* (Pakarinen *et al.* 2005), Finite-Differenzen-Verfahren (Biblaio und Smith 2005) sowie die Modellierung als Digitaler Wellenleiter (Bensa *et al.* 2005) dazu genutzt, Biegesteifigkeit, Verluste und Nichtlinearitäten bei der Berechnung von Saiten zu berücksichtigen.

Im Folgenden sollen allerdings nicht, wie bei einigen der oben genannten Arbeiten, Metallsaiten studiert werden. Vielmehr wird als Saitenmaterial ausschließlich Kunststoff, im vorlie-

genden Fall Nylon, betrachtet. Chaigne (1986) hat Gitarristen die Aufgabe gestellt, Nylon-Saiten subjektiv zu bewerten. In einer weiteren Arbeit (Chaigne 1991) hat er sich auch mit den Werkstoffparameter solcher Saiten befasst. Sehr praxisnah ist der Bericht von Baltrusch und Ziegenhals (2000), in dem sich die Autoren unter Anderem mit unterschiedlichen physikalischen Kennwerten von Saiten, auch solchen aus Nylon, auseinander gesetzt haben.

Kennwerte dieser Art sind auch das Thema des vorliegenden Bandes der „Beiträge zur Vibro- und Psychoakustik“. Das Institut für Mechanik verfügt über mehrere Werkstoff-Prüfmaschinen. Mitko Müller (2003) hat mit einer Maschine für statische Prüfungen einige Werkstoff-Kennwerte bestimmt, die für Saiten aus Kunststoff relevant sind. In jüngeren Versuchen sind einige weitere Messungen durchgeführt worden, bei denen auf derselben Prüfmaschine mit zyklischer Belastung gearbeitet wurde. Die Versuche, ihre wesentlichen Ergebnisse und mögliche Auswirkungen auf den Spielbetrieb der Gitarre werden im Folgenden beschrieben.

2. THEORIE DER SAITENSCHWINGUNGEN

Die einfache Theorie der schwingenden Saite soll hier in der gebotenen Kürze dargestellt werden, um deutlich zu machen, welche Annahmen und Vereinfachungen zu Grunde liegen.

2.1. Vereinfachte Differentialgleichung

Abb. 2.1 gibt ein infinitesimales Element der Saite wieder, an dessen Enden die sehr große Spannkraft S angreift. Die Saite ist biegeschlaff und hat die ortsunabhängige Masse pro Längeneinheit μ . Ein x - z -Koordinatensystem ist eingezeichnet. Es interessiert die transversale Bewegung $w(x,t)$ in z -Richtung. Die Bogenlänge ist ds , die Ausdehnung in x -Richtung dx . Der Winkel relativ zur x -Achse ist am linken Ende α , am rechten Ende $\alpha + d\alpha$. Eine Kraft pro Längeneinheit q_z , die in z -Richtung wirkt und vom Ort x und von der Zeit t abhängen kann, ist eingezeichnet. Da die Gitarre ein Zupf- und kein Streichinstrument ist, interessieren im vorliegenden Zusammenhang nur freie Schwingungen. Die äußere Belastung q_z wird deshalb bei den weiteren Betrachtungen gleich Null gesetzt.

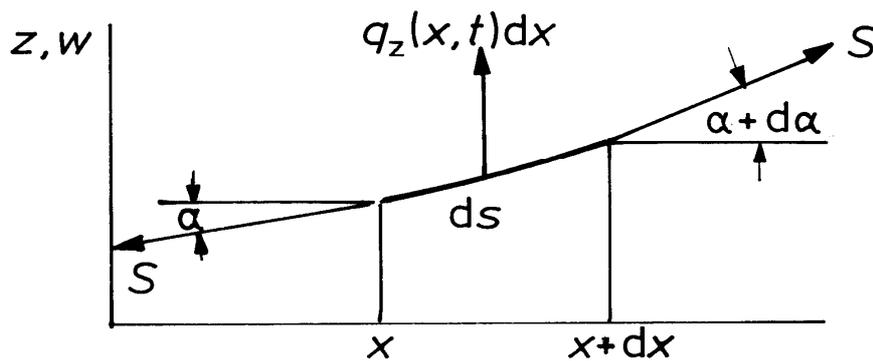


Abb. 2.1. Herausgeschnittenes Element einer Saite mit der äußeren Belastung q_z .

Um den Schwerpunktsatz in z -Richtung formulieren zu können, sind die Komponenten der Spannkraft in dieser Richtung zu berechnen, wobei der Sinus der zugehörigen Winkel zum Tragen kommt. Daraus resultiert eine geometrische Nichtlinearität. Wird die Saite weit ausgelenkt, müssen die nichtlinearen Zusammenhänge berücksichtigt werden; vgl. hierzu Abschnitt 2.4. Um den mathematischen Aufwand zu reduzieren, der damit verbunden ist, setzt man üblicherweise „flache Auslenkungen“ voraus. Dies bedeutet, dass der Sinus durch sein Argument ersetzt werden kann, und der Cosinus zu Eins wird. Darüber hinaus soll die Bogenlänge ds gleich der Länge dx und die Spannkraft so groß sein, dass sie sich nicht in Folge der Auslenkung ändert. Diese Linearisierungen führen auf die vereinfachte Differentialgleichung der freien Saitenschwingungen

$$S w'' = \mu w'' \quad ; \quad (1)$$

hierin sind S die konstante Spannkraft, μ die Massebelegung und w die Auslenkung quer zur Saitenachse. In dieser homogenen partiellen Differentialgleichung stehen die beiden hoch-

gesetzten Striche für die zweite Ableitung nach dem Ort x , die beiden Punkte für die zweite Ableitung nach der Zeit t . Es ist weder eine Dämpfung im Material der Saite berücksichtigt, noch spielen die elastischen Eigenschaften des Saitenmaterials eine Rolle.

2.2. Lineare Schwingungen der biegeschlaffen Saite

In der Schwingungslehre gibt es zwei Standardverfahren, die partielle Differentialgleichung (1) zu behandeln. Das eine geht auf d'Alembert zurück und besteht darin, eine Anfangsauslenkung der Saite in zwei Teile zu zerlegen, die sich als Wellen in beiden Richtungen auf der Saite ausbreiten. Die Teilwellen werden an den Enden reflektiert und laufen wieder zurück. Durch Überlagerung der hin- und rücklaufenden Anteile bildet sich eine stehende Welle. Einen kurzen Einblick in den Formalismus bieten Fletcher und Rossing (1998) sowie Baltusch und Ziegenhals (2000), einen ausführlichen in die Historie Szabó (1971).

Die andere, hier praktizierte Vorgehensweise basiert auf den Überlegungen von Bernoulli; vgl. Szabó (1971). Bernoulli postuliert, dass die Lösung das Produkt aus einer reinen Ortsfunktion $W(x)$ und einer reinen Zeitfunktion $T(t)$ ist. Damit wird die Separation der Variablen möglich. Es entstehen zwei gewöhnliche Differentialgleichungen, aus denen sich die Ortsfunktion und die Zeitfunktion berechnen lassen. Beide Gleichungen sind von zweiter Ordnung und haben Lösungen, die sich aus Sinus- und Cosinusanteilen zusammensetzen. Da die Saite ein Kontinuum mit unendlich vielen Freiheitsgraden darstellt, gibt es unendlich viele Lösungen, von denen jede durch einen Index j charakterisiert ist. Die allgemeine Gesamtlösung ist die Summe aller möglichen Teillösungen und hat die Form

$$w(x,t) = \sum_{j=1}^{\infty} [C_j \cos k_j x + D_j \sin k_j x] [A_j \cos \omega_j t + B_j \sin \omega_j t] \quad . \quad (2)$$

Einer jeden Ortsfunktion ist eine Zeitfunktion zugeordnet; beide sind durch denselben Index j gekennzeichnet. Die Wellenzahlen k_j der Ortsfunktion haben diskrete Werte, die so genannten Eigenwerte. Sie sind mit den Kreisfrequenzen ω_j der Zeitfunktion gemäß

$$k_j = \omega_j / c_s \quad (3)$$

verknüpft, wobei die Ausbreitungsgeschwindigkeit c_s von Transversalwellen auf der Saite

$$c_s = \sqrt{S/\mu} \quad (4)$$

durch die Spannkraft S und die Massebelegung μ gegeben ist. Die elastischen Eigenschaften des Saitenmaterials spielen bei dieser Modellierung keine Rolle.

Um die Konstanten (Amplituden) und die Eigenwerte berechnen zu können, müssen die Randbedingungen in die Ortsfunktion eingearbeitet werden. Hierbei wird meist vereinfachend angenommen, dass beide Enden festgehalten sind. Dass diese Annahme nur eine erste Näherung sein kann, wird schon daraus klar, dass ein herkömmliches Musikinstrument unter diesen Voraussetzungen nie funktionieren könnte. Notwendige Bedingung für die Erzeugung von Schall ist, dass die Bewegung der Saite an einem (oder auch an beiden) Ende auf den Korpus der Gitarre übertragen wird (Fleischer 1997). Dieser – und nicht die Saite selbst – übernimmt dann die Aufgabe, die mechanische Bewegung in Luftschwingungen (Schall) umzuwandeln.

Wird eine Saite der Länge l an beide Enden festgehalten, ergeben sich die Eigenwerte zu

$$k_j = j\pi/l \quad \text{mit } j = 1, 2, \dots \quad (5)$$

Dies besagt, dass j Sinus-Halbbögen auf die Länge der Saite passen. Die Eigenschwingungsformen (Ortsfunktionen) sind vom Typ

$$W_j(x) = \sin j\pi x/l \quad \text{mit } j = 1, 2, \dots \quad (6)$$

Abb. 2.2 zeigt die ersten drei Schwingungsformen für $j = 1, 2$ bzw. 3 . Die Saite bewegt sich mit $j = 1, 2$ bzw. 3 Schwingungsbäuchen und $j + 1 = 2, 3$ bzw. 4 Schwingungsknoten.

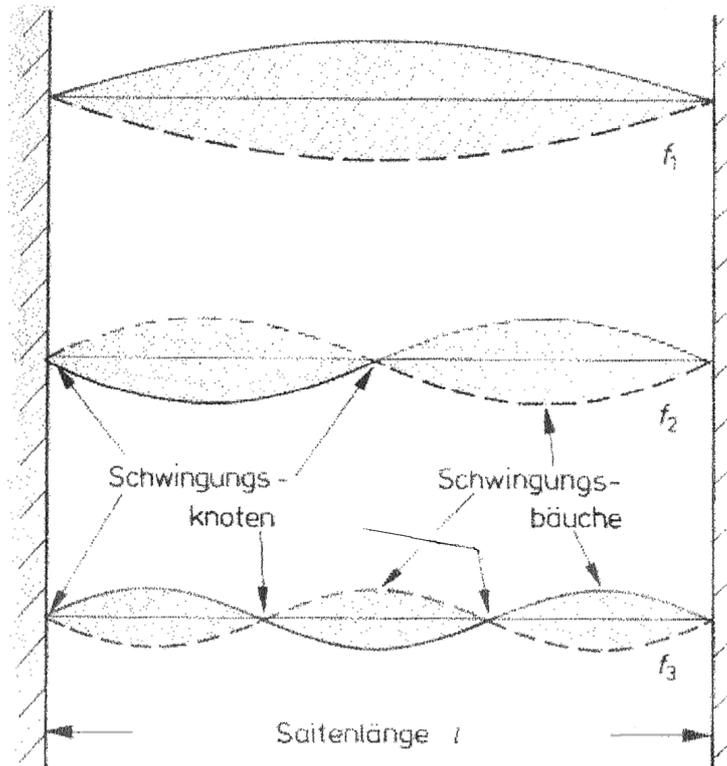


Abb. 2.2. Die ersten drei Schwingungsformen der beidseitig festgehaltenen Saite.

Zu diesen Eigenschwingungsformen der Saite gehören die Eigenfrequenzen

$$f_j = j(2l)^{-1} \sqrt{S/\mu} \quad \text{mit } j = 1, 2, \dots \quad (7)$$

Je mehr Schwingungsbäuche und -knoten die Saite ausbildet, desto schneller bewegt sie sich. Die Grundfrequenz f_1 , die der oberen Schwingung von Abb. 2.2 zugeordnet ist, ergibt sich für $j = 1$. Die weiteren Frequenzen sind ganzzahlige Vielfache der Grundfrequenz: Die Saite, wie sie bisher idealisiert worden ist, erzeugt ein harmonisches Frequenzspektrum.

Welche Schwingungsformen tatsächlich hervorgerufen werden und mit welchen Amplituden sie sich ausbilden, hängt vom Ort und der Art des Anzupfens ab. Wenn im Folgenden von der Frequenz der Saite gesprochen wird, die ihre musikalische Tonhöhe definiert, ist immer die Grundfrequenz f_1 gemeint. Wird im Weiteren ein Index verwendet, dann stellt er nicht – wie oben – die Ordnungszahl der Teilschwingung dar, sondern bezieht sich auf den Zeitpunkt, für den die Grundfrequenz gemessen bzw. berechnet worden ist.

2.3. Abweichungen zwischen Praxis und einfacher Theorie

In der Praxis zeigt eine reale Saite, die transversale Schwingungen ausführt, vielfältige Abweichungen von dem Modell, das in den Abschnitten 2.1. und 2.2 behandelt worden ist. Dies hat Gründe darin, dass Voraussetzungen nicht erfüllt sind, die der einfachen Theorie zu Grunde gelegt worden sind.

2.3.1. Biegesteifigkeit der Saite

Insbesondere bei Basssaiten weichen auch für flache Auslenkungen die Verhältnisse der Frequenzen von denjenigen ab, die nach Gl. (7) zu erwarten sind. Müller (1967/68), Wolf und Müller (1968) sowie Lieber (1975) haben gezeigt, dass der Grund dafür in der Biegesteifigkeit der Saite zu suchen ist, welche in der einfachen Theorie nicht berücksichtigt ist. Die entsprechend erweiterte Differentialgleichung lautet

$$S w'' - EI_y w'''' = \mu w'' \quad . \quad (8)$$

Außer den Formelzeichen von Gl. (1) erscheint hierin ein weiterer Term mit der vierten Ableitung der Auslenkung nach dem Ort. Er enthält die Biegesteifigkeit EI_y der Saite. Neben dem Flächenträgheitsmoment I_y bezüglich der y -Achse tauchen die elastischen Eigenschaften des Saitenmaterials, repräsentiert durch den Elastizitätsmodul E , auf. Wie beispielsweise Baltrusch und Ziegenhals (2000) ausgeführt haben, führt die Biegesteifigkeit zu einer „Sprenzung“ des Spektrums mit der Folge, dass die Intervalle größer sind, als es den harmonischen Verhältnissen entspräche.

2.3.2. Dämpfung im Saitenmaterial

Die Erfahrung lehrt, dass die Bewegung einer Saite, die angezupft und sich selbst überlassen worden ist, nach einiger Zeit zum Erliegen gekommen ist. Offenbar ist mechanische Energie in andere Energieformen umgesetzt worden. Die Umwandlung in Schallenergie ist nutzbringend, die in Wärme dagegen parasitär. Eine Ursache für die beobachteten Verluste kann innere Reibung im Saitenmaterial sein. Bei Stahlsaiten sind diese Verluste relativ gering; vgl. z.B. Fleischer (2001a). Da Nylonsaiten jedoch – wie noch gezeigt werden wird – ein visko-elastisches Verhalten zeigen, treten im Inneren der Saite größere Verluste auf. In der Differentialgleichung (1) müsste dies durch einen Verlust-Term berücksichtigt werden, der die Geschwindigkeit w' enthält. Die Lösung (2) wäre dann um einen Dämpfungsterm $\exp(-\delta t)$ mit der Abklingkonstante δ zu erweitern, der die Abnahme der Schwingungsamplitude mit der Zeit t beschreibt. Der mathematische Aufwand ist nicht unerheblich. Chaigne (1991) behandelt Verlustfaktoren von Nylonsaiten und zeigt den Zusammenhang mit der Hysterese von Kraft-Weg-Kurven auf. Weitere Hinweise finden sich bei Fletcher und Rossing (1998).

2.3.3. Nachgiebige und Energie aufnehmende Auflager

Bereits in Abschnitt 2.2 wurde darauf hingewiesen, dass ein akustisches Saiteninstrument nur dann Schall erzeugen kann, wenn die Bewegung der Saite an einem Ende (oder auch an beiden) auf den Korpus übertragen wird. Dazu muss dieses Auflager beweglich sein und Energie aufnehmen können. Mit anderen Worten: An mindestens einem Ende darf die Saite nicht festgehalten sein, sondern muss beweglich gelagert sein. Das Energie aufnehmende Ende der

Saite ist bei einem akustischen Instrument in aller Regel (aber nicht ausschließlich) am Steg; vgl. Fleischer (1997 und 1998). Bei einem elektrischen Instrument gelten diese Überlegungen nicht, da die Saitenschwingung direkt abgegriffen und weiterverarbeitet wird. Jedoch haben zahlreiche Untersuchungen (z.B. Fleischer 2001a und b) gezeigt, dass auch hier der Korpus Energie aufnehmen kann, wobei dies allerdings vorwiegend am halsseitigen Ende der Saite stattfindet.

Zur Beschreibung der Randbedingung, welche die Saite an ihren Auflagern vorfindet, hat sich die mechanische Punktadmittanz bewährt; vgl. Fleischer (2001b). Deren Realteil, die Konduktanz, charakterisiert einen weiteren Dämpfungsmechanismus. Wie bei Fleischer (2004) darüber hinaus gezeigt ist, setzt ein Auflager, das wie eine Feder reagiert, die Frequenzen der Saite herab. Wenn sich dagegen ein Auflager wie eine Masse verhält, dann ist die Frequenz der Saite höher, als sie es bei einem festen Auflager wäre. Der mathematische Aufwand, den die Behandlung von Auflagern erfordert, an denen die Saite nicht fest gehalten wird, ist sehr hoch. In den meisten Fällen wird daher darauf verzichtet.

2.4. Nichtlinearitäten

Noch in einem weiteren Aspekt weicht die reale Saite von der Modellierung ab, wie sie den Betrachtungen von Abschnitt 2.1 zu Grunde liegt. Dies betrifft die Grundannahme, dass lineare Beziehungen vorliegen. Sollten nichtlineare Effekte berücksichtigt werden, bedeutet dies einen wesentlich erhöhten mathematischen Aufwand. Nichtlinearität hat insbesondere auch zur Folge, dass das Überlagerungsprinzip nicht mehr anwendbar ist.

2.4.1. Geometrische Nichtlinearität

Bei der Herleitung der Differentialgleichung (1) sind mehrere vereinfachende Voraussetzungen getroffen worden. So wurden „flache Auslenkungen“ angenommen, was besagt, dass die Auslenkungen klein sein sollen. Damit ist auch der Winkel α klein; der Sinus kann durch diesen Winkel (gemessen im Bogenmaß) ersetzt werden und der Cosinus ist gleich Eins. Sollte diese Voraussetzung nicht erfüllt sein, dann wird die beschreibende Differentialgleichung nichtlinear. Ein Beispiel für eine nichtlineare Differentialgleichung, in der die Steigung der Ortsfunktion nicht verschwindend klein sein muss, liefert Gottlieb (1990).

2.4.2. Nichtlinearität hinsichtlich der Spannkraft

In den Betrachtungen von Abschnitt 2.2 war vorausgesetzt worden, dass die Spannkraft konstant ist und nicht von der Auslenkung abhängt. Diese Beschränkung hat die mathematische Behandlung leichter handhabbar gemacht. Sobald sie nicht mehr zutrifft, ist mit einer weiteren Nichtlinearität zu rechnen. Diese gewinnt umso mehr an Bedeutung, je kleiner die Spannkraft S_0 ist, die auf die ruhende Saite wirkt. Bei großen Auslenkungen darf die Bogenlänge ds in Abb. 2.1 nicht mehr gleich der Länge dx gesetzt werden. Je mehr die Saite ausgelenkt wird, desto länger wird sie und desto größer wird in Folge ihrer Längssteifigkeit die Spannkraft S .

Beispielsweise bei der ersten Eigenschwingung ($j = 1$) setzt sich die Spannkraft an einem Punkt x_i auf der Saite (der Einfachheit halber der Mitte $x_i = l/2$) gemäß

$$S = S_0 + \frac{\pi^2 EA}{4l^2} w_1^2(l/2) \quad (9)$$

aus der Spannkraft S_0 im Ruhezustand und einem Zuwachs zusammen, der nach einem quadratischen Gesetz von der Auslenkung $w_1(l/2)$ abhängt und die Längssteifigkeit EA der Saite enthält. Am betrachteten Punkt der Saite kann die Bewegung durch die „zeitliche“ Differentialgleichung

$$\frac{d^2 w_1(l/2)}{dt^2} + \omega_0^2 [1 + \varepsilon w_1^2(l/2)] w_1(l/2) = 0 \quad (10)$$

näherungsweise beschrieben werden. Die Stärke der Nichtlinearität ist durch den Koeffizienten

$$\varepsilon = \frac{\pi^2 EA}{4 l^2 S_0} \quad (11)$$

gekennzeichnet. Neben der Länge l der Saite und der Spannkraft S_0 im Ruhezustand spielt nun die Dehnsteifigkeit EA eine Rolle. Diese errechnet sich aus dem Elastizitätsmodul E des Materials in Längsrichtung und der Querschnittsfläche A der Saite. Chaigne (1991) verwendet hierfür das Formelzeichen ES und gibt gemessene Werte an. Der Koeffizient ε ist positiv, d.h. die rückstellende Kraft wächst mit größer werdender Auslenkung an. Es zeigt sich die Tendenz, dass die Eigenfrequenz umso höher ist, je weiter die Saite ausgelenkt wird. Die Lösung der Differentialgleichung führt auf elliptische Integrale.

2.4.3. Physikalische Nichtlinearität

Eine weitere Quelle für Nichtlinearität liegt darin, dass Materialparameter von der Amplituden- und/oder der Zeit abhängen können. Dies gilt vor allem für die elastischen Eigenschaften des Materials. Zwar kommt der Elastizitätsmodul E in der einfachen Theorie der biegeschlaffen Saite nicht vor. Jedoch ist er wesentlich für den Zusammenhang zwischen Spannkraft und Längenänderung der Saite. So taucht er beispielsweise in der Längssteifigkeit EA auf, die für die Gln. (9) und (11) von Bedeutung ist. Auch wenn die Biegesteifigkeit EI_y zum Tragen kommt (Gl. (8)), spielt die Elastizität des Materials eine Rolle.

2.5. Zusammenfassende Bemerkung

Die einfache Theorie der Saite kann die Mehrzahl der Beobachtungen plausibel machen. Sie gilt für ein ideales Material, das verlustfrei ist und keinerlei Biegesteifigkeit besitzt. Im Folgenden werden einige grundlegenden Untersuchungen am Saitenmaterial dargestellt werden, die Abweichungen des realen Materials von dieser Idealisierung aufzeigen. Die Versuche werden ergeben, dass der Kunststoff, aus dem die Saiten gefertigt sind, nicht ausschließlich elastisch reagiert. Vielmehr offenbart reales Saitenmaterial auch Eigenschaften einer viskosen Flüssigkeit. Daraus resultiert eine Dämpfung, die in den Eigenschaften der idealen Saite nicht berücksichtigt ist. Darüber hinaus werden bei den Experimenten Zeit- und Amplitudenabhängigkeiten der Materialeigenschaften zutage treten. Diese Nichtlinearitäten sind ebenso wenig in der einfachen Theorie erfasst. Wie die Beobachtungen aus den Experimenten in eine erweiterte Theorie der realen Saiten einfließen könnten, kann und soll an dieser Stelle nicht behandelt werden. Es soll jedoch aufgezeigt werden, dass und in welchem Ausmaß sie vorhanden sind.

3. DIE UNTERSUCHTEN SAITEN

Die Saiten, die in der Versuchsreihe betrachtet wurden, bestehen ausnahmslos aus dem Kunststoff Polyamid, der unter dem Namen Nylon im Handel ist. Sie werden auf spanischen bzw. klassischen Gitarren verwendet.

3.1. Die Saite auf der Gitarre

Wie Abb. 3.1 zeigt, sind die Saiten einer spanischen Gitarre am korpusseitigen Ende über den Steg (weiß) geführt und am Saitenhalter/Brücke (dunkelbraun) befestigt. Man erkennt, dass die linken drei (Bass-)Saiten von anderer Konsistenz sind als die rechten drei (Diskant-)Saiten. Üblicherweise werden die Saiten von rechts nach links durchnummeriert.

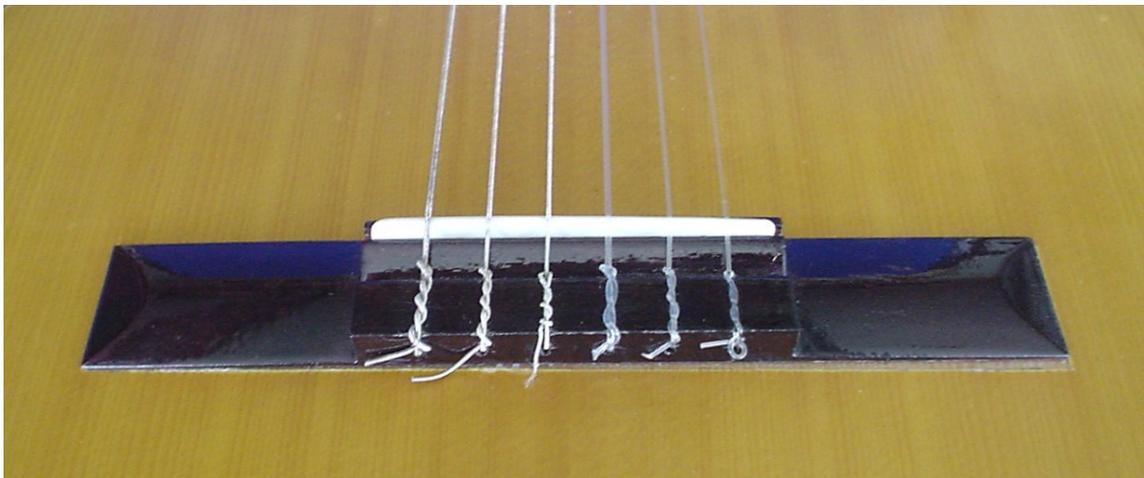


Abb. 3.1. Saitenhalter/Brücke einer spanischen Gitarre mit den sechs Saiten.

Die Abb. 3.2 und 3.3 geben die kopfseitigen Enden wieder. Die Saiten sind über den Sattel (weiß in Abb. 3.2) zu den linken (Diskantsaiten) bzw. zu den rechten Wirbeln (Basssaiten) geführt. Wenn eine Saite aufgezogen wird, wird sie durch die Bohrung einer Welle (weiß in Abb. 3.2) gesteckt. Ein Wirbel bewegt über eine Schnecke und ein Zahnrädchen die Welle. Wirbel samt Schnecke und Zahnrädchen sind in der Seitenansicht von Abb. 3.3 zu erkennen. Wird der Wirbel betätigt, so dreht sich die Welle und setzt die Saite unter Zugspannung.

Die Saiten einer Gitarre werden nach den musikalischen Noten benannt, die den Grundfrequenzen entsprechen. Die Normstimmung ist (in Abb. 3.1 von links nach rechts bzw. mit ansteigender Tonhöhe) E – A – D – G – H – E. Die Saite mit der höchsten Frequenz (ganz rechts in Abb. 3.1) wird als die erste (*1st*), die mit der tiefsten Frequenz (ganz links in Abb. 3.1) als die sechste (*6th*) bezeichnet. Die Note H wird im angelsächsischen Sprachraum als B bezeichnet. In Tab. 3.I und im Folgenden werden die international üblichen Bezeichnungen verwendet.

Tab. 3.1. Internationale Bezeichnungen und Grundfrequenzen von Gitarrensaiten

Note	E 1st	B 2nd	G 3rd	D 4th	A 5th	E 6th
Tonbereich	D i s k a n t			B a s s		
Grundfrequenz	330 Hz	247 Hz	196 Hz	147 Hz	110 Hz	82 Hz

Abb. 3.2. Kopf einer spanischen Gitarre mit den Mechaniken zum Stimmen der drei Diskantsaiten (links) und der drei Basssaiten (rechts).





Abb. 3.3. Mechaniken zum Stimmen der drei Basssaiten.

3.2. Prinzipieller Aufbau einer Saite

In den Abb. 3.1 und 3.2 war zu erkennen, dass die drei Basssaiten anders beschaffen sind als die drei Diskantsaiten. Das Kernmaterial ist bei beiden Typen Nylon (Polyamid). Die Diskantsaiten (E 1st bis G 3rd) sind Monofile, d.h. sie bestehen aus einer einzigen relativ dicken Faser. Dagegen setzen sich die Basssaiten (D 4th bis E 6th) aus einem mehrfasrigen Kern und einer Umspinnung zusammen. Der ausfransende Kern aus vielen dünnen Nylon-Fasern ist in Abb. 3.3 bei der Saite A 5th zu erkennen.

Die Umspinnung der Saiten soll die Massebelegung (vgl. Kapitel 2) vergrößern, ohne die Biegesteifigkeit zu erhöhen. Ähnlich wie bei einer Spule wird ein dünner Draht um den Nylon-Kern gewickelt. Da die Saite dem oxydierenden Einfluss der Umgebungsluft und der Haut an den Fingern des Spielers ausgesetzt ist, soll die Umspinnung möglichst korrosionsbeständig sein. Bei preiswerten Saiten besteht dieser Draht aus rostfreiem Stahl (*stainless steel*), bei teureren aus versilbertem Kupfer (*silver plated copper*), Nickel oder Bronze. All diesen Materialien werden bestimmte musikalische Eigenschaften zugesprochen. Auf spanischen Gitarren findet am häufigsten Kupferdraht Verwendung, auf den mittels Elektrolyse eine dünne Silberschicht aufgebracht worden ist.

Die Umspinnung mit einem runden Draht (*round wound*) bewirkt eine spiralg-unebene Oberfläche der Saite. Rutscht der Spieler beim Lagenwechsel mit seinem Finger an einer solchermaßen umspinnenen Saite entlang, entsteht ein quietschendes Geräusch. Um dieses zu vermeiden, wird manchmal *flat wound* verwendet. Eine vergleichsweise glatte Oberfläche entsteht dadurch, dass entweder die Saite abschließend geschliffen oder gleich ein bandförmiger Draht gewickelt wird. Dadurch soll zusätzlich auch das Ablagern von Hautpartikeln in den Zwischenräumen und das Eindringen von Schweiß verringert werden. Dieses führt dazu, dass Saiten im Laufe ihrer Lebensdauer altern, was sich in einem matter werdenden Klang äußert.

Flat wound bedeutet einen höheren Aufwand als *round wound* und damit naturgemäß einen höheren Preis. Die hier untersuchten Basssaiten waren ausnahmslos *round wound*, d.h. unbeschliffen.

Welchen Einfluss die Umspinnung auf die elastischen Eigenschaften der Saite hat, ist nicht ganz eindeutig. Voruntersuchungen, in denen die gesamte Saite bzw. nur ihr Nylon-Kern belastet wurde, sind in Kapitel 5 beschrieben. Sie deuten darauf hin, dass zwar die Kernfasern die Tragfähigkeit dominieren, dass jedoch der aufgewickelte Draht die Belastbarkeit der Saite erhöht. Es ist deshalb nicht endgültig klar, welche Querschnittsfläche zur Berechnung der Spannung herangezogen werden soll. Im Einzelfall wird darauf hinzuweisen sein, ob bei einer Basssaite hierfür die Gesamtfläche (mit dem gewickelten Draht) oder nur die Querschnittsfläche des Nylon-Kerns berücksichtigt worden ist.

3.3. Drei Sätze von Versuchsobjekten

Es wurden drei Sätze von Saiten unterschiedlicher Preisklassen beschafft. Bezugsquellen waren Musikhäuser in Bamberg, in denen die kompletten Sätze käuflich erworben wurden. Es waren die folgenden Saiten, die sich auch im *gauge* bzw. *gauge*, d.h. darin unterschieden, dass die Saiten unterschiedlich dick (und schwer) waren. Gemäß Abschnitt 3.4 müssen sie unterschiedlich stark gespannt werden und benötigen deshalb auch unterschiedlichen Fingerdruck beim Spielen.

3.3.1. Typ I: Untere Preisklasse

Mit einem Preis von 4 Euro war der Satz vom Typ I am billigsten. Es soll sich dabei um relativ dünne und leichte Saiten handeln, bei denen kein allzu großer Fingerdruck aufgebracht werden muss. Als Nachteil ist zu nennen, dass sich damit dann keine allzu lauten Töne erzeugen lassen. Die Basssaiten sind mit Stahldraht umwickelt. Einige Angaben sind in Tab. 3.II zusammen gestellt; weitere finden sich in Tab. 3.V.

Tab. 3.II. Herstellerangaben zu den Saiten vom Typ I (*light gauge*)

Marke	Details	Hersteller	Material	Mantel
Austin City Strings	ACN-CS, <i>Controlled Tension Nylon</i>	Austin City Strings San Antonio, TX <i>Made in Korea</i>	Diskantsaiten: Nylon monofil Basssaiten: Nylon polyfil, ummantelt	Stahldraht, unbeschliffen

3.3.2. Typ II: Mittlere Preisklasse

Im Jahr 2003 kosteten die Saiten vom Typ II etwa 10 Euro. Einige Angaben finden sich in Tab. 3.III. Der Bezeichnung *medium gauge* zufolge soll es sich um mitteldicke und mittel-

schwere Saiten handeln. Wie Tab. 3.V zeigt, trifft dies – wenn überhaupt – lediglich für die tiefen Basssaiten zu. Ein Unterschied zum Typ I besteht darin, dass die Basssaiten nicht mit Stahldraht, sondern mit versilbertem Draht umspinnen sind.

Tab. 3.III. Herstellerangaben zu den Saiten vom Typ II (medium gauge)

Marke	Details	Hersteller	Material	Mantel
Galli Strings	<i>Magic Sound, Classical Guitar Strings, Normal Tension</i>	Galli Strings Napoli, Italien	Diskantsaiten: Nylon monofil Basssaiten: Nylon polyfil, ummantelt	<i>Silver wound, unbeschiffen</i>

3.3.3. Typ III: Gehobene Preisklasse

Mit einem Verkaufspreis von etwa 18 Euro war der Satz vom Typ III (vgl. Tab. 3.IV) am teuersten. Die Saiten sind meist, aber nicht durchgängig, dünner als die vom Typ I. Wie Tab. 3.V zeigt, sind sie jedoch im Allgemeinen etwas schwerer. Zumindest die Diskantsaiten müssen daher stärker gespannt werden und sind nicht ganz einfach zu spielen, da ein größerer Fingerdruck aufgebracht werden muss. Sie bieten dafür den Vorteil, dass sie etwas lautere Töne hervorbringen. Die Basssaiten sind auch hier mit versilbertem Kupferdraht umspinnen.

Tab. 3.IV. Herstellerangaben zu den Saiten vom Typ III (medium gauge)

Marke	Details	Hersteller	Material	Mantel
Savarez	<i>Corum Alliance, Classic Guitar, Tension normale</i>	Savarez <i>Made in France</i>	Diskantsaiten: Nylon monofil Basssaiten: Nylon polyfil, ummantelt	<i>Silver Wound, unbeschiffen</i>

Einige Hinweise, welche Ausgangsmaterialien für die Herstellung solcher Saiten verwendet werden, finden sich bei Chaigne (1991). Für die hier beschriebenen Untersuchungen müssen die chemischen Eigenschaften der Fasern jedoch nicht bekannt sein. Vielmehr interessiert ausschließlich das Verhalten der gespannten Saiten bei der Temperatur 20⁰ und einer Luftfeuchte von etwa 50%, wie sie in Labor- und auch in Wohnräumen normal sind.

3.4. Physikalisch-geometrische Kenndaten der Saiten

Für jede fabrikneue Saite aus den drei Sätzen wurden zunächst die Abmessungen Durchmesser und Länge bestimmt. Danach wurde die gesamte Saite gewogen. Aus den nun vorliegenden Angaben ließen sich die Querschnittsfläche A und die Massebelegung μ im unbenutzten Zustand berechnen. Die Angaben sind in Tab. 3.V zusammen gestellt. Ein Vergleich mit den Messwerten von Baltrusch und Ziegenhals (2000) bestätigt, dass die ermittelten Werte plausibel sind. Er zeigt auch, dass in Hinsicht auf die Massebelegung keine großen Unterschiede zu verzeichnen sind, obwohl die Einordnung in unterschiedliche *gauges* dies eigentlich erwarten ließe.

Tab. 3.V. Gemessene Querschnittsfläche und Massebelegung der untersuchten Saiten

	T y p I		T y p II		T y p III	
	Querschnittsfläche A in mm^2	Masse pro Länge μ in g/m	Querschnittsfläche A in mm^2	Masse pro Länge μ in g/m	Querschnittsfläche A in mm^2	Masse pro Länge μ in g/m
E 1st	0,385	0,4566	0,385	0,4303	0,283	0,5374
B 2nd	0,568	0,6328	0,503	0,5595	0,363	0,6697
G 3rd	0,817	0,9388	0,786	0,8725	0,568	0,9779
D 4th	0,442	2,0157	0,442	2,0685	0,385	1,7782
A 5th	0,636	3,2783	0,694	3,7918	0,568	3,0922
E 6th	0,950	5,3921	0,933	5,9424	0,950	5,7964

Die Gl. (7) aus dem vorhergehenden Kapitel erlaubt es, mit den nunmehr vorliegenden Angaben die Kraft S zu berechnen, mit der eine jede der betrachteten Saiten gespannt werden muss, damit sie ihre Nominalstimmung nach Tab. 3.I erreicht. Die Länge der Saiten (Mensurlänge) ist bei klassischen Gitarren üblicherweise $l = 65$ cm. Damit wird aus Gl. (7)

$$S = (2lf_1)^2 \mu = 1,69f_1^2 \mu \quad . \quad (12)$$

Mit den jeweiligen Grundfrequenz f_1 und der Massebelegung μ , die Tab. 3.V zu entnehmen ist, ergeben sich die Werte für die nominale Spannkraft S , die in Tab. 3.VI zusammen gestellt sind. Sie beziehen sich auf fabrikneue Saiten. Im späteren Spielbetrieb wird die Saite auf die Gitarre aufgezogen. Durch das Spannen wird sie länger, wodurch die Masse pro Längeneinheit etwas abnimmt. Dieser Effekt ist nicht berücksichtigt. Ebenso wenig ist der Möglichkeit Rechnung getragen, dass die Mensurlänge innerhalb gewisser Grenzen variieren und die Gitarre unter Umständen auch anders gestimmt sein kann.

Tab. 3.VI. Errechnete nominale Spannkraft der untersuchten Saiten

		T y p I	T y p II	T y p III
	Grundfrequenz f_1 in Hz	Spannkraft S in N	Spannkraft S in N	Spannkraft S in N
E <i>1st</i>	330	84,0	79,2	98,9
B <i>2nd</i>	247	65,3	57,7	69,1
G <i>3rd</i>	196	61,0	56,7	63,5
D <i>4th</i>	147	73,6	75,5	64,9
A <i>5th</i>	110	67,0	77,5	63,2
E <i>6th</i>	82	61,3	67,5	65,9

Tab. 3.VI zeigt, dass die Spannkraft der monofilen Saiten (E *1st* bis G *3rd*) etwa zwischen 60 N und 100 N liegt. Erwartungsgemäß ist sie bei den Diskantsaiten der Stärke *medium gauge* (den Saiten vom Typ III, rechte Spalte) am höchsten. Die umspinnenen Saiten (D *4th* bis E *6th*) erfordern mit 60 N bis 80 N etwas weniger Spannkraft. Erstaunlicherweise müssen hier nicht die *medium-gauge*-Saiten (Typ III) am stärksten gespannt werden, sondern diejenigen vom Typ II, die mit *light gauge* eingestuft sind. In Hinsicht auf den Kraftaufnehmer, der für die Versuche auszuwählen war, zeigte sich ein Messbereich von 200 N als ausreichend.

3.5. Zusammenfassende Bemerkung

Für die Materialuntersuchungen wurden drei Typen von Nylonsaiten beschafft, wie sie heutzutage im Musikalienhandel angeboten werden. Dabei handelt es sich um Saitensätze für spanische bzw. klassische Gitarren in den Preisklassen 4 Euro, 10 Euro und 18 Euro (Stand 2003). Bei jedem der Sätze bestehen die drei Diskantsaiten aus einer einzigen Faser unterschiedlicher Dicke. Die drei Basssaiten sind mit Metalldraht umspinnen und haben einen Kern aus vielen dünnen Nylonfasern. Auf der Gitarre werden die Saiten mit Kräften zwischen etwa 60 N und 100 N auf ihre jeweilige Nominalstimmung gebracht. Mit diesen Exemplaren standen nun Repräsentanten üblicher, marktgängiger Saiten zur Verfügung, über deren Werkstoffeigenschaften in den folgenden Kapiteln berichtet wird.

4. MESSVORRICHTUNG

4.1. Die Material-Prüfmaschine

Über einen Saiten-Prüfstand, wie ihn Baltrusch und Ziegenhals (2000) beschrieben haben, verfügt das Institut für Mechanik nicht. Die Saiten wurden in einer elektrisch angetriebenen Material-Prüfmaschine Zwick-Roell Z 020 (TC-Fr020TH.A50) gemessen. Abb. 4.1 zeigt den Belastungsrahmen der Maschine mit einigen wesentlichen Bestandteilen. Es wurde ein Kraftaufnehmer für statische Kräfte von 0 N bis 200 N (unten eingebaut) verwendet.



Abb. 4.1. Material-Prüfmaschine Zwick TC-Fr020TH.A50. Die Schutztür ist geöffnet. Im rechten Teil sieht man Steuereinrichtungen, deren obere (Zug/Druck) verwendet wurde. Im Hintergrund ist eine Temperierkammer zu erkennen, die nicht zum Einsatz kam.

4.2. Die Probenhalter

Die mitgelieferten Probenhalter sind für Standard-Probenkörper ausgelegt, die sie durch Klemmen halten. Es war zu befürchten, dass sie die Saiten quetschen, dadurch den Querschnitt verringern und in Folge von Kerbwirkung die Bruchgrenze verfälschen. Für die Messungen an Saiten hat deshalb dankenswerterweise Dr.-Ing. Matthias Schlägel vom Institut für Mechanik spezielle Einspannvorrichtungen konstruiert. Seilreibung sorgt dafür, dass die Saite nicht punktuell geklemmt, sondern „sanft“ und ohne Beschädigung gehalten wird. In Abb. 4.2 ist ein solcher Halter abgebildet, der für das obere Ende der Saite gedacht ist.

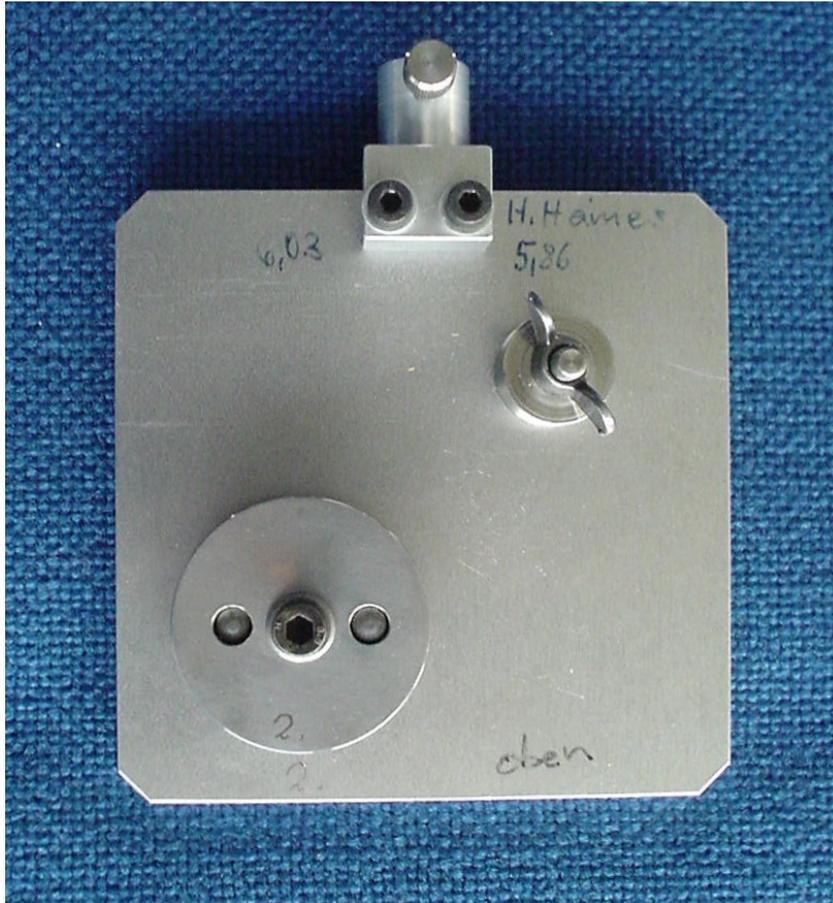


Abb. 4.2. Einspannvorrichtung nach Schlägel für Messungen an Saiten.
Der obere Zapfen dient zur Befestigung an der Belastungseinrichtung.

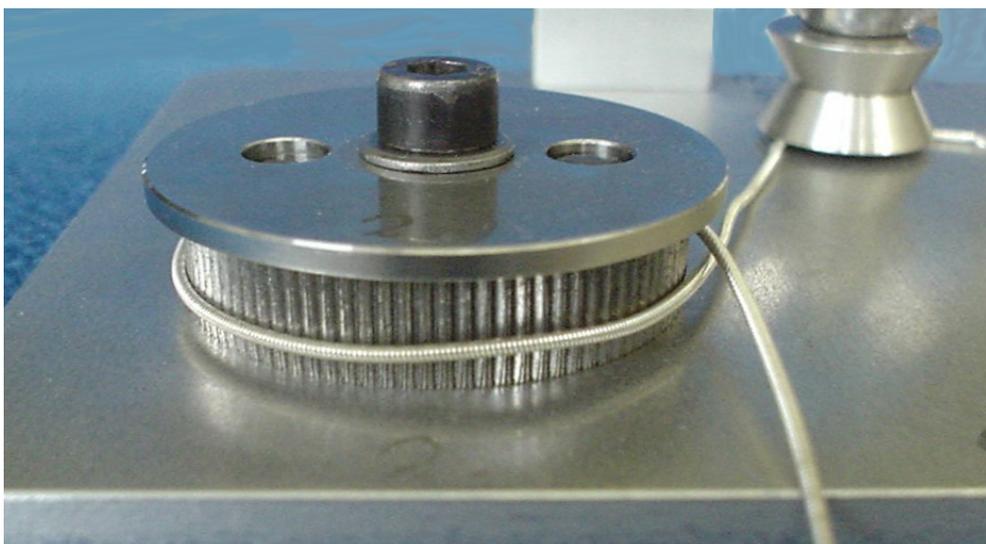
Der Halter besteht aus einer Platte mit den Außenabmessungen 10 cm mal 10 cm, die oben bzw. unten mit der Belastungseinrichtung verbunden ist. Die Saite wird an ihrem Ende mit einer Flügelmutter (rechts oben in Abb. 4.2) befestigt und dann um den Zylinder (links unten) geschlungen. Der Zylinder ist fest mit der Platte verbunden. Abb. 4.3 zeigt eine E-6th-Saite, deren Ende festgeklemmt ist und die um den feststehenden Zylinder gewickelt ist. Um die Haftung der Saite am Zylinder zu verbessern, sind an dessen Mantelfläche in axialer Richtung Rillen eingearbeitet. Abb. 4.4 zeigt dieses Detail.

Nach dem Anbringen muss die Saite mit einer geringen Vorkraft von einigen Newton gespannt werden. Sie schmiegt sich dann an die Riffelung an und liegt mit einem Umschlingungswinkel von nahezu 360° auf dem Zylinder auf, ohne dass sie gequetscht und beschädigt

wird. Das obere Ende der Saite ist befestigt und geführt, wie in den Abb. 4.3 und 4.4 zu erkennen ist. Die Befestigung am unteren Ende erfolgt spiegelbildlich. Beispielsweise Abb. 4.4 macht deutlich, dass die Saite, wenn sie der Verpackung entnommen und eingespannt worden ist, anfänglich kleine Verformungen aufweist, die erst „glattgezogen“ werden müssen. Wollte man den Elastizitätsmodul bestimmen, würde es sich deshalb empfehlen, die Messkurven nicht in der unmittelbaren Umgebung des Nullpunktes, sondern erst bei etwas größeren Spannkraften und Dehnungen auszuwerten.



*Abb. 4.3. Einspannvorrichtung nach Schlegel fur Messungen an Saiten.
Es ist eine Basssaite eingelegt.*



*Abb. 4.4. Einspannvorrichtung nach Schlegel fur Messungen an Saiten.
Die geriffelte Oberflache des feststehenden Zylinders ist zu erkennen.*

4.3. Messungen an der Saite



Abb. 4.5. Eine Saite der freien Länge 500 mm bei der Messung in der Prüfmaschine. Die Einspannvorrichtungen und der Kontakt-Wegaufnehmer sind zu erkennen.

Abb. 4.5 gibt den Aufbau wieder, mit dem Saiten der freien Länge 500 mm gemessen wurden. In der Mitte sind die beiden Langwegaufnehmer zu erkennen, mit denen die Längenänderung gemessen wurde. Im Bild sind ihre Messfühler etwa 50 mm voneinander entfernt; sie umfassen die Saite mit geringem Druck und folgen ihrer Verformung. Die Steuerung und Auswertung der Messungen erfolgt auf einem Computer.

4.4. Zusammenfassende Bemerkung

Die statische Prüfmaschine des Instituts für Mechanik wurde dazu genutzt, zunächst in „langsamen“ Versuchen, die in den Kapiteln 5 bis 8 erläutert sind, einige Materialkennwerte an den Saiten zu messen. Neue Saitenhalter mussten konstruiert werden, die sicherstellen, dass die Saiten nicht durch Klemmen beschädigt werden, was naturgemäß die Reißlast verfälscht hätte. Damit war es nun möglich, Standardmessungen durchzuführen. Diese sollen Aufschluss über einige Langzeit-Parameter geben, die für eine Gitarrensaite von Bedeutung sind. Ein weiteres Experiment, in dem sich die Belastung rascher änderte, ist in Kapitel 9 beschrieben.

5. VORVERSUCHE

Bevor die eigentlichen Versuche an der Werkstoffprüfmaschine begannen, hat Müller (2003) eine Reihe von vorbereitenden Untersuchungen durchgeführt.

5.1. Einspannlänge

Jede Materialprobe stellt ein Individuum dar. Wenn gleichartige Messungen an Saiten aus unterschiedlichen Chargen gemacht werden, sind Streuungen zu erwarten. Um diese Streuungen möglichst gering zu halten und um Kosten einzusparen, ist anzustreben, die Probenlänge klein zu halten.

Die Probenhalter sind in Abschnitt 4.2 beschrieben worden. Da die Saiten nicht geklemmt werden, sondern über Seilreibung festgehalten sind, müssen die Proben sehr viel länger als die freie Länge sein. Es wurden zwei Einspannlängen erprobt. Eine betrug 500 mm (siehe Abb. 4.5) und ergab sich dadurch, dass die ganze Saite verwendet worden ist. Die andere war 120 mm. Sie resultierte daraus, dass die Saite in der Mitte durchgeschnitten wurde.

Mit verschiedenen Geschwindigkeiten (siehe hierzu Abschnitt 5.3) wurden unter Verwendung eines Langwegaufnehmers Elastizitätsmoduln, Bruchkräfte und Bruchdehnungen bestimmt. Ergebnisse für gleiche Proben stimmten weitgehend überein. Für Proben unterschiedlicher Länge wichen die Resultate nicht weiter voneinander ab, als dies bei Proben gleicher Länge zu beobachten war. Bereits hier deutete sich an, dass die monofilen Saiten höhere Bruchkräfte und Bruchdehnungen aushalten, als dies bei den umspinnenen Saiten der Fall war.

Insgesamt haben die Voruntersuchungen in Hinsicht auf die Einspannlänge Folgendes ergeben: Für die Bestimmung von Elastizitätsmoduln, Bruchkräften und Bruchdehnungen ist es zulässig, die Saiten zu halbieren und mit der Einspannlänge 120 mm zu untersuchen. Wenn das Kriechen und die Relaxation betrachtet werden sollen, reicht die Auflösung der Messapparatur nicht so weit, dass die Proben sehr klein gewählt werden könnten. Müller (2003) hat deshalb entschieden, für die entsprechenden Experimente die Saiten nicht zu zerschneiden, sondern unzerteilt mit der Einspannlänge 600 mm zu untersuchen, die nahe bei der Mensurlänge der Gitarre von üblicherweise 650 mm liegt.

5.2. Umspinnung

In aller Regel – so auch bei untersuchten Sätzen – bestehen die Basssaiten (D 4th bis E 6th) aus zahlreichen Einzelfasern, die mit einem dünnen Metalldraht umspinnen sind. Welchen Einfluss die Ummantelung auf die elastischen Eigenschaften der Saite hat, ist nicht ganz eindeutig geklärt. Einige Überlegungen zu dieser Thematik finden sich bei Pickering (1997). Müller (2003) hat die Kennwerte von Basssaiten mit und ohne Umspinnung untersucht. Dazu hat er eine Messung an einer Saite E 6th (Einspannlänge 120 mm, Belastungsgeschwindigkeit 30 mm/h) im Originalzustand durchgeführt. Das Ergebnis ist als obere Kurve in Abb. 5.1 wiedergegeben. Mit dieser „naturbelassenen“ Saite hat Müller (2003) unter Beibehaltung der Versuchsparameter eine gleichartige verglichen, deren Umspinnung aus Stahldraht er vorher abgezogen hatte. Das Resultat der Messung, bei der die Probe nunmehr nur noch aus dem mehrfasrigen Kern bestand, findet sich als untere Kurve in Abb. 5.1. In beiden Fällen wurden die Proben bis zum Bruch belastet.

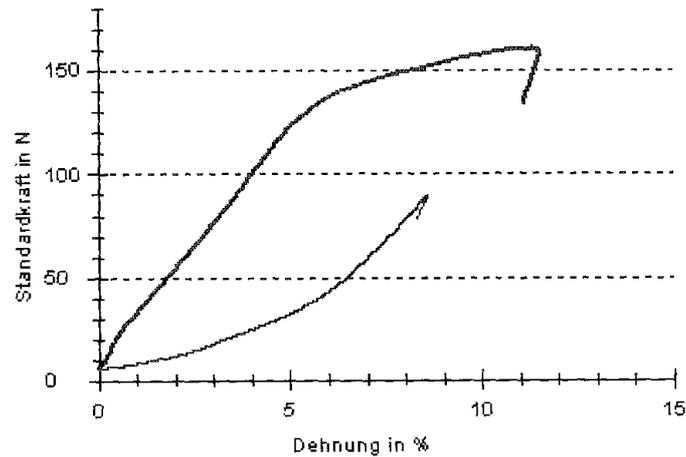


Abb. 5.1. Spannkraft S über der Dehnung einer Saite E 6th mit Umspinnung (obere Kurve) bzw. ohne Umspinnung (untere Kurve).

Der Vorversuch hat die Resultate erbracht, die in Tab. 5.I zusammen gestellt sind. Sowohl der Elastizitätsmodul als auch diejenige Spannkraft, bei welcher die Saite reißt, waren ohne die Umspinnung nur etwa halb so groß wie bei der kompletten Saite. Wenn die Umspinnung entfernt worden war, betrug die Dehnung, bei der die Saite riss, nur noch drei Viertel der Dehnung, bis zu der die komplette Saite gelangt werden konnte.

Tab. 5.I. Messung an der Saite E 6th mit und ohne Umspinnung

E 6th	Durchmesser in mm	Elastizitätsmodul E in N/mm^2	Bruchkraft in N	Bruchdehnung in %
mit Umspinnung	1,1	2185	160	11,1
ohne Umspinnung	0,6	1019	89	8,3

Für diese Diskrepanzen können zwei Gründe angegeben werden.

- Es wäre denkbar, dass beim Abschälen der Umspinnung einige der außen liegenden Fasern abgerissen und entfernt wurden. Darüber hinaus könnten die verbleibenden Fasern zum Teil beschädigt worden sein. Beide Effekte würden dahin gehend wirken, dass der Nylon-Kern, der nach dem Abschälen verbleibt, weniger tragfähige Fasern enthält als derjenige, der sich in der kompletten Saite befindet.
- Zwischen Nylonkern und Umspinnung besteht offenbar eine innige Verbindung. Diese könnte dadurch enger werden, dass beim Spannen die spiralgige Umspinnung noch fester gegen den Kern gezogen wird. Das würde bedeuten, dass die metallene Umspinnung ein wesentliches Element der Gesamtstruktur darstellt und einen nennenswerten Anteil der eingeleiteten Belastung aufnimmt.

Auf jeden Fall haben die Voruntersuchungen deutlich gemacht, dass der aufgewickelte Draht die Belastbarkeit der Saite erhöht. Die Folgerung war, dass die Basssaiten ausschließlich so gemessen wurden, wie sie auch auf der Gitarre verwendet werden.

5.3. Belastungsgeschwindigkeit

Die Geschwindigkeit, mit der sich die Traverse der Prüfmaschine (sichtbar im unteren Teil von Abb. 4.1) verschiebt, lässt sich innerhalb weiter Grenzen variieren. Dadurch können die Saiten unterschiedlich schnell belastet werden. Nachdem bekannt ist, dass Materialeigenschaften von der Belastungsgeschwindigkeit abhängen können, erschien es angebracht, Versuche mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten durchzuführen und die Ergebnisse zu vergleichen.

Müller (2003) hat kurze Stücke einer umsponnenen Basssaite E 6th der Messlänge 20 mm untersucht und dabei die Geschwindigkeit der Traverse jeweils anders eingestellt. Die Ergebnisse sind Abb. 5.2 zu entnehmen. Bis zur Spannkraft von 100 N steigen die Kurven weitgehend linear an. Insbesondere in der Umgebung des „Arbeitspunktes“, der nach Tab. 3.IV für den Betrieb der Basssaiten relevant ist und zwischen 60 N und 80 N liegt, zeigen sie keine großen Abweichungen. Da die Steigungen weitgehend übereinstimmen, sind in diesem Bereich beim Elastizitätsmodul keine gravierenden Unterschiede zu erwarten. In Bezug auf den Bruch zeigten sich jedoch deutliche Diskrepanzen. Wurde die Saitenprobe rasch gespannt (mit 600 mm/h; obere Kurve) konnte sie mit bis zu 180 N belastet werden, ohne zu reißen. Bei der mittleren Belastungsgeschwindigkeit 14 mm/h (mittlere Kurve in Abb. 5.2) stieg die Spannkraft zunächst bis etwa 173 N zu, um dann bei zunehmender Verformung wieder abzunehmen, bis sie bei der Bruchdehnung 23% riss. Bei quasi-statischer Verformung mit 0,5 mm/h (untere Kurve) konnte die Saite nur mit maximal 149 N gespannt werden, dehnte sich dabei um 16% und riss dann ab.

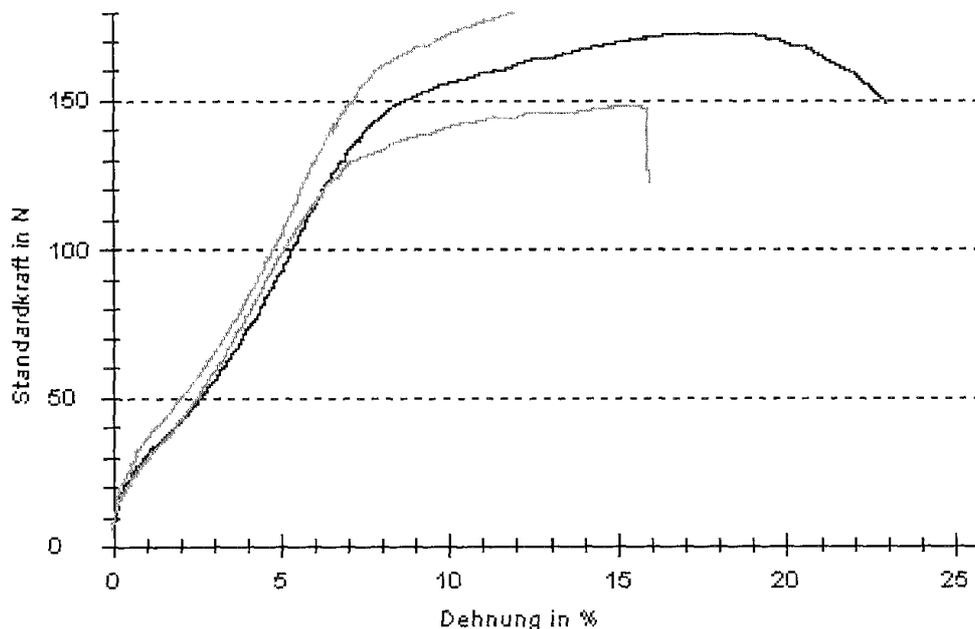


Abb. 5.2. Spannkraft S über der Dehnung einer Saite E 6th für die Dehngeschwindigkeit 600 mm/h (obere Kurve), 14 mm/h (mittlere Kurve) bzw. 0,5 mm/h (untere Kurve).

Die Konsequenz aus diesen orientierenden Messungen war, dass die weiteren Untersuchungen mit zwei deutlich unterschiedlichen Geschwindigkeiten durchgeführt wurden. Es wurde entschieden, „langsam“ mit der Traversengeschwindigkeit 15 mm/h und „schnell“ mit der Geschwindigkeit 600 mm/h zu messen.

5.4. Zusammenfassende Bemerkung

Für die Bestimmung von Bruchkräften und Bruchdehnungen hat es sich als zulässig erwiesen, die Saiten mit der Einspannlänge 120 mm zu untersuchen. Dies ermöglicht, die Saiten zu halbieren, auf diese Weise Kosten zu sparen sowie konsistentere Proben zu erhalten. Für die Untersuchungen zum Kriechen und Relaxieren ist die Auflösung der Messapparatur jedoch nicht ausreichend. Es wurde deshalb entschieden, für Experimente dieser Art die Saiten unzerlegt mit der freien Länge 500 mm zu untersuchen. Des Weiteren haben die Voruntersuchungen gezeigt, dass bei den Basssaiten der Draht, mit dem der fasrige Kern umspinnen ist, die Belastbarkeit der Saite erhöht. Basssaiten wurden daher nicht bearbeitet und nur in dem Zustand gemessen, in dem sie auch auf der Gitarre verwendet werden.

In Hinsicht auf die Belastungsgeschwindigkeit wurde entschieden, mit zwei unterschiedlichen Geschwindigkeiten zu messen. Hierbei stehen die Standardwerte „langsam“ für die Traversengeschwindigkeit 15 mm/h und „schnell“ für 600 mm/h. Mit der schnellen Belastungsänderung sollte insbesondere der Fall nachgebildet werden, dass eine neue Saite aufgezogen und innerhalb kurzer Zeit durch Drehen am Wirbel (vgl. Abb. 3.3) mit ihrer Spannkraft beaufschlagt wird. „Schnell“ bedeutet allerdings nicht, dass damit Belastungsänderungen auf der Zeitskala gemeint sind, wie sie bei den Schwingungen im Bereich von Millisekunden ablaufen.

6. ZERREISSVERSUCHE

Bei den folgenden Untersuchungen war die Einspannlänge stets 120 mm. Wie im vorigen Kapitel eingeführt, bezieht sich die „schnelle“ Messung auf die Traversengeschwindigkeit 600 mm/h, mit „langsam“ ist die Traversengeschwindigkeit 15 mm/h umschrieben. Weitere Details finden sich bei Müller (2003).

Es wurde zunächst die Reißkraft (manchmal auch als Zerreißkraft bezeichnet) gemessen, welche die Zugfestigkeit der Saite kennzeichnet; sie ist in der ersten Spalte von Tab. 6.I angegeben. Daraus wurde unter Verwendung der Querschnittsfläche gemäß Tab. 3.V, die an der fabrikneuen und daher unbelasteten Saite gemessen worden war, die Reißspannung (auch als Bruchspannung bezeichnet) berechnet. Angesichts von Längsdehnungen der Größenordnung 20%, die bis zum Reißen der Saite erreicht werden können, wird klar, dass es sich dabei nur um einen nominalen Wert handelt. In Wirklichkeit liegt die Reißspannung höher, da der Querschnitt kleiner wird. In noch stärkerem Maße gilt dies für mehrfarbige Saiten, bei denen ungewiss ist, welchen Beitrag die Umspinnung zur Zugfestigkeit liefert. Die Reißdehnung (auch als Bruchdehnung bezeichnet), bei der die Saite riss, ist ebenfalls vermerkt. Es wurden Versuche mit den beiden oben angegebenen unterschiedlichen Traversengeschwindigkeiten durchgeführt.

6.1. Saiten vom Typ I

Für den Satz Austin City Strings (Tab. 3.II) haben die Messungen Resultate ergeben, wie sie in Tab. 6.I zusammen gestellt sind. Bei den monofilen Saiten (E 1st bis G 3rd) lag die relative Änderung der Länge, bis zu der die Saite gedehnt werden kann, bei etwa 15%. Danach riss sie ab. Bei den mehrfarbigen Saiten mit Umspinnung (D 4th bis E 6th) war die maximale Dehnung in aller Regel größer und konnte 22% erreichen.

Tab. 6.I. Messwerte zum Reißen der Saiten Austin City Strings, ermittelt mit den Traversengeschwindigkeiten 600 mm/h bzw. 15 mm/h

	s c h n e l l			l a n g s a m		
	Reißkraft in N	Reiß- spannung in N/mm ²	Reiß- dehnung in %	Reißkraft in N	Reiß- spannung in N/mm ²	Reiß- dehnung in %
E 1st	161	417	14,5	140	364	13,9
B 2nd	223	393	15,7	200	353	15,2
G 3rd	> 300	> 367	> 15	294	360	17,3
D 4th	123	278	11,2	118	267	15,4
A 5th	160	251	17,3	145	228	22,2
E 6th	> 190	> 200	> 15	174	184	21,4

Wie die Vorversuche gezeigt hatten, kann eine Saite in den meisten Fällen höher belastet werden, wenn die Belastung relativ schnell aufgebracht wird. Da dieser Fall der Realität beim Aufspannen einer Saite näher kommt, als dies für die langsame Belastung gilt, soll er im Folgenden bevorzugt betrachtet werden. Zum Vergleich sind jeweils neben den Ergebnissen für hohe Belastungsgeschwindigkeit auch diejenigen für langsame Änderung angegeben.

Die Reißspannung wurde dadurch bestimmt, dass die gemessene Reißkraft auf die Querschnittsfläche der unbelasteten Saite bezogen wurde. Bei den Basssaiten wurde die metallene Umspinnung mit einbezogen und der Querschnitt aus dem gemessenen Außendurchmesser berechnet. Die auf diese Weise ermittelte Reißspannung lag für monofile Saiten (E *1st* bis G *3rd*) bei schneller Belastung um etwa 400 N/mm^2 , bei langsamer etwas darunter. Bei den umspinnenen Basssaiten (D *4th* bis E *6th*) wurden geringere Werte beobachtet.

Für den weniger geübten Gitarrenspieler ist die Reißkraft von primärem Interesse. Es ist dies die Kraft, mit der er die Saite allerhöchstens spannen darf, bevor sie bricht und unbrauchbar wird. Für die monofilen Saiten (E *1st* bis G *3rd*) lag sie zwischen etwa 160 N und mehr als 300 N. Es leuchtet ein, dass die dünnste Saite E *1st* bei der kleinsten der gemessenen Kräfte reißt. Im Vergleich zu den Diskantsaiten erwiesen sich die mehrfasrigen Saiten mit Umspinnung (D *4th* und A *5th*) als weniger reißfest. Lediglich die Saite E *6th* konnte relativ hoch belastet werden, bevor sie abbriss. Wurde die Belastung langsam aufgebracht, sank bei allen Saiten die Reißkraft auf etwa 90% der Werte ab, die bei schneller Belastung gemessen wurden.

6.2. Saiten vom Typ II

Die Resultate für den Satz Galli Strings (Tab. 3.III) sind in Tab. 6.II zusammen gestellt. Die relative Änderung der Länge, bis zu der sich die Saite dehnen ließ, bevor sie riss, war hier nicht so groß wie bei den vorher betrachteten Saiten. Für die monofilen Saiten (E *1st* bis G *3rd*) war die Reißdehnung etwas größer als 10%. Die mehrfasrigen, mit versilbertem Kupferdraht umspinnenen Saiten (D *4th* bis E *6th*) rissen dann, wenn sie um etwas mehr als 13% länger geworden waren. Bei langsamer Belastung ergaben sich ähnliche Messwerte.

Tab. 6.II. Messwerte zum Reißen der Saiten Galli Strings, ermittelt mit den Traversengeschwindigkeiten 600 mm/h bzw. 15 mm/h

	s c h n e l l			l a n g s a m		
	Reißkraft in N	Reiß- spannung in N/mm^2	Reiß- dehnung in %	Reißkraft in N	Reiß- spannung in N/mm^2	Reiß- dehnung in %
E <i>1st</i>	149	388	10,8	134	349	10,2
B <i>2nd</i>	206	410	10,2	196	389	10,6
G <i>3rd</i>	> 300	> 381	> 10	294	374	11,8
D <i>4th</i>	125	284	13,4	114	259	12,6
A <i>5th</i>	129	186	14,1	123	177	14,5
E <i>6th</i>	116	125	13,2	123	132	15,4

Die Reißspannung lag für monofile Diskantsaiten bei schneller Belastung um etwa 400 N/mm^2 , bei langsamer Belastung etwas darunter. Damit unterschied sie sich nicht wesentlich von denjenigen Werten, die gemäß Tab. 6.I für die Austin Strings vom Typ I gemessen worden waren. Bei den umspunnenen Basssaiten wurden geringere Werte als bei den Diskantsaiten und auch geringere Werte als bei den Basssaiten vom Typ I beobachtet.

Die Reißkraft, die Aussagekraft für den Gitarrenspieler hat, ergab sich für monofile Saiten (E 1st bis G 3rd) bei schneller Belastung zu etwa 150 N bis mehr als 300 N. Bei langsamer Belastung wurden um etwa 10% kleinere Werte gemessen. Dagegen rissen die umspunnenen Basssaiten (D 4th bis E 6th) bereits bei teilweise deutlich geringeren Kräften ab. Auch hier ergaben sich in aller Regel etwas kleinere Werte, wenn langsam belastet wurde. Lediglich bei der tiefen Saite E 6th trat eine Abweichung von dieser Regel auf. Vermutlich stellt die sehr kleine Reißkraft von 116 N, wie sie bei schneller Belastung gemessen wurde, einen „Ausreißer“ dar.

6.3. Saiten vom Typ III

Tab. 6.III gibt die Ergebnisse der Messungen an den Savarez-Saiten (Tab. 3.IV) wieder. Die monofilen Saiten (E 1st bis G 3rd) rissen dann, wenn sie um etwa 17% bis 23% gelängt worden waren. Die mehrfasrigen, umspunnenen Saiten (D 4th bis E 6th) ließen sich um etwa 15% bis 19% in die Länge ziehen, bevor sie abrissen.

Tab. 6.III. Messwerte zum Reißen der Saiten Savarez,
ermittelt mit den Traversengeschwindigkeiten 600 mm/h bzw. 15 mm/h

	s c h n e l l			l a n g s a m		
	Reißkraft in N	Reiß- spannung in N/mm^2	Reiß- dehnung in %	Reißkraft in N	Reiß- spannung in N/mm^2	Reiß- dehnung in %
E 1st	130	458	21,9	121	428	22,8
B 2nd	178	490	18,2	154	423	17,3
G 3rd	239	422	17,9	230	407	18,4
D 4th	122	317	15,2	110	284	14,7
A 5th	124	219	16,8	111	196	15,3
E 6th	128	135	18,9	115	121	17,6

Die Kraft, mit der ein Gitarrenspieler die Saite maximal spannen kann, lag für monofile Saiten (E 1st bis G 3rd) zwischen etwa 130 N für die dünne Saite E 1st und etwa 240 N für die dicke Saite G 3rd. Die mehrfasrigen Saiten mit Umspinnung (D 4th bis E 5th) erwiesen sich auch hier als nicht so reißfest wie die Diskantsaiten. Diese Saiten konnten mit 122 N bis 128 N belastet werden, bevor sie abrissen. Wenn die Belastung langsam aufgebracht wurde, sank bei allen Saiten die Reißkraft um etwa 10% ab.

Die Reißspannung war höher als bei den beiden anderen Sätzen. Bei schneller Belastung lag sie für die monofilen Diskantsaiten stets über 400 N/mm^2 und bei langsamer Belastung nur geringfügig darunter. Für die umspinnenen Basssaiten wurden geringere Werte festgestellt. Sie waren kleiner als für die Basssaiten von Austin Strings (Tab. 6.I), aber etwas größer als für die Galli Strings (Tab. 6.II). Eine Erklärung hierfür könnte sein, dass die metallene Umspinnung zur Belastbarkeit beiträgt und einen Teil der Zugkraft aufnimmt. Wenn sie aus Stahl besteht (Austin City Strings; Tab. 6.I), ist der Beitrag offensichtlich größer. Die Umspinnung scheint dagegen weniger Zugkraft aufnehmen zu können, wenn sie aus versilbertem Kupferdraht (Galli Strings; Tab. 6.II und Savarez; Tab. 6.III) gefertigt ist.

6.4. Langsame Belastung

Im Folgenden sind Kraft-Dehnungs-Diagramme zusammen gestellt, wie sie bei den Zerreißversuchen aufgenommen worden sind. In Abschnitt 6.4 finden sich die Messergebnisse für langsame Belastung mit 15 mm/h , in Abschnitt 6.5 für schnelle Belastung mit 600 mm . Von besonderem Interesse ist der Bereich um den „Arbeitspunkt“, der durch die nominale Spannkraft gemäß Tab. 3.VI bestimmt ist. Es werden zunächst die monofilen Diskantsaiten und danach die umspinnenen Basssaiten betrachtet.

6.4.1. Diskantsaiten

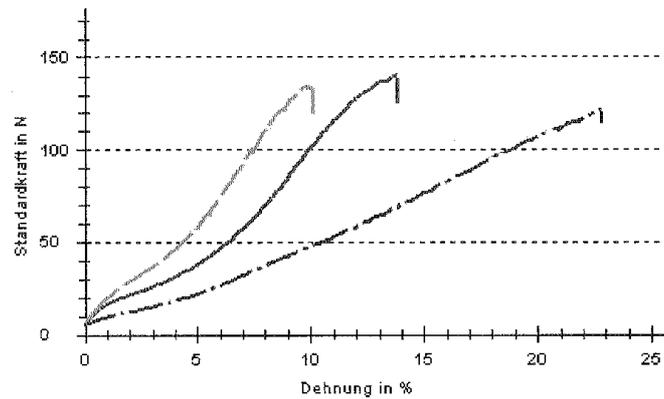


Abb. 6.1.a. Spannkraft S über der Dehnung bei der Geschwindigkeit 15 mm/h für eine Saite E 1st vom Typ I (durchgezogen; mittlere Kurve), vom Typ II gestrichelt; (obere Kurve) bzw. vom Typ III (strich-punktiert; untere Kurve).

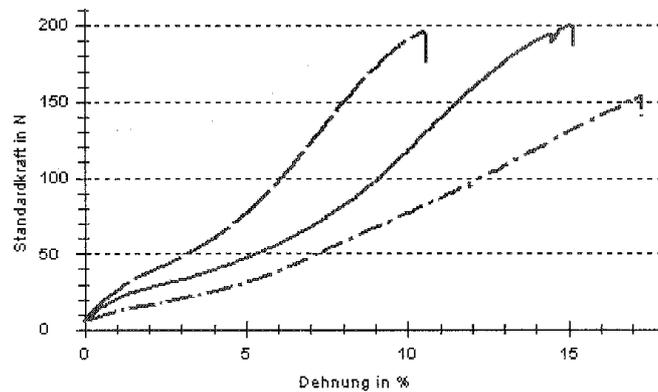


Abb. 6.1.b. Spannkraft S über der Dehnung bei der Geschwindigkeit 15 mm/h für eine Saite B 2nd vom Typ I (durchgezogen; mittlere Kurve), vom Typ II gestrichelt; (obere Kurve) bzw. vom Typ III (strich-punktiert; untere Kurve).

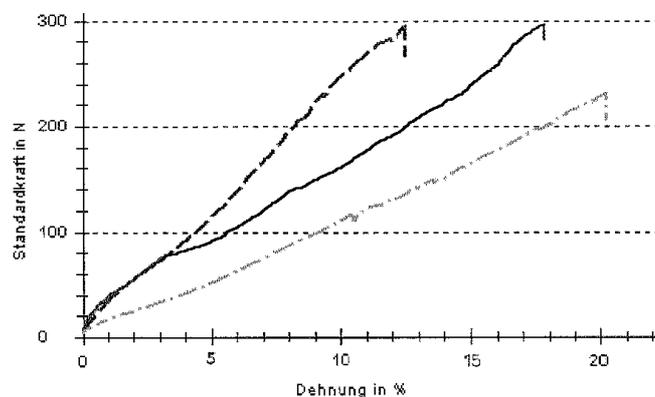


Abb. 6.1.c. Spannkraft S über der Dehnung bei der Geschwindigkeit 15 mm/h für eine Saite G 3rd vom Typ I (durchgezogen; mittlere Kurve), vom Typ II gestrichelt; (obere Kurve) bzw. vom Typ III (strich-punktiert; untere Kurve).

Die Ergebnisse der Abschnitte 6.4.1 und 6.4.2 werden in Abschnitt 6.4.3 gemeinsam diskutiert. Insbesondere die Reißkräfte, die sich den Abb. 6.1 und 6.2 entnehmen lassen, werden

verglichen und ins Verhältnis zu den Spannkraften gesetzt, mit denen die Saiten auf der Gitarre gestimmt werden.

6.4.2. Basssaiten



Abb. 6.2.a. Spannkraft S über der Dehnung bei der Geschwindigkeit 15 mm/h für eine Saite D 4th vom Typ I (durchgezogen; obere Kurve), vom Typ II gestrichelt; (untere Kurve) bzw. vom Typ III (strich-punktiert; mittlere Kurve).

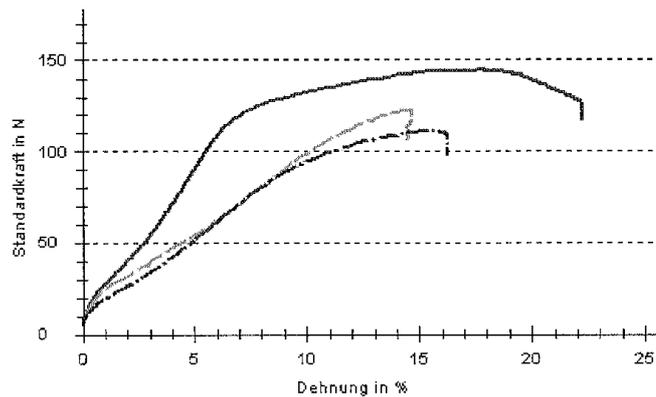


Abb. 6.2.b. Spannkraft S über der Dehnung bei der Geschwindigkeit 15 mm/h für eine Saite A 5th vom Typ I (durchgezogen; obere Kurve), vom Typ II gestrichelt; (mittlere Kurve) bzw. vom Typ III (strich-punktiert; untere Kurve).

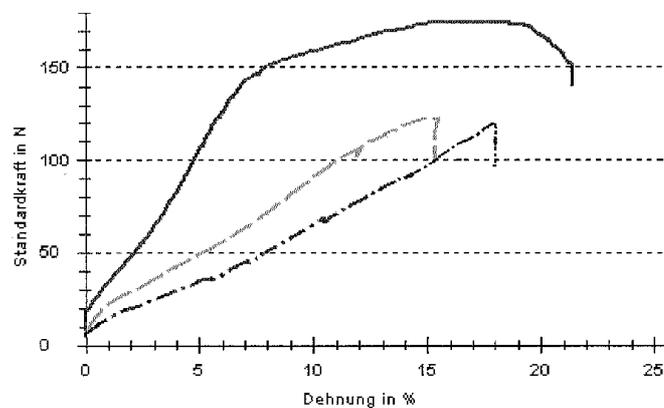


Abb. 6.2.c. Spannkraft S über der Dehnung bei der Geschwindigkeit 15 mm/h für eine Saite E 6th vom Typ I (durchgezogen; obere Kurve), vom Typ II gestrichelt; (mittlere Kurve) bzw. vom Typ III (strich-punktiert; untere Kurve).

6.4.3. Vergleiche zur Reißkraft

Wegen der kleinen Vorlast, mit der die Saiten in der Einspannvorrichtung fixiert wurden, beginnen die Messkurven der Abb. 6.1 und 6.2 nicht im Nullpunkt. Nur in seltenen Fällen verlaufen sie vollständig linear. Im Bereich der nominalen Spannkraft der Saite („Arbeitspunkt“ bei etwa 60 N bis 100 N; vgl. Tab. 6.IV bis 6.VI), mit der die Saite auf ihre Nominal-Stimmung gebracht wird, ist die Krümmung der Kurven allerdings relativ schwach und die Nichtlinearität nicht sehr stark ausgeprägt. Der Elastizitätsmodul in der Umgebung des jeweiligen Arbeitspunktes könnte den Messkurven entnommen werden. Da er bei der Theorie der idealen Saite keine Rolle spielt, soll er in diesem Kapitel jedoch nicht gesondert betrachtet werden. Detaillierter wird das Verhalten des Materials um den Arbeitspunkt noch in Kapitel 9 behandelt werden.

Von unmittelbarer Bedeutung sind die Erkenntnisse in Hinsicht auf die Reißlast. Die Tab. 6.IV bis 6.VI stellen die Kraft, die zum Zerreißen der Saite führte, derjenigen gegenüber, mit der die Saite gespannt werden muss, um die gewünschte musikalische Note zu erzeugen. Unter den Einzelergebnissen ist jeweils das Verhältnis der Reißkraft zu dieser nominalen Spannkraft angegeben; es kann sehr unterschiedliche Werte annehmen. Bei den Diskantsaiten vom Typ I riss die Saite, sobald die Spannkraft um 67% bis 382% überschritten worden war. Bei den Basssaiten vom Typ I reichte bereits eine Überschreitung der nominalen Spannkraft zwischen 61% und 185% aus, um die Saite zum Reißen zu bringen.

Tab. 6.IV. Errechnete nominale Spannkraft und gemessene Reißkraft der Saiten vom Typ I für langsame Belastung (15 mm/h)

Saite	E 1st	B 2nd	G 3rd	D 4th	A 5th	E 6th
nom. Spannkraft in N	84,0	65,3	61,0	73,6	67,0	61,3
Reißkraft in N	140	200	294	118	145	174
Reißkraft/ Spannkraft	1,67	3,07	4,82	1,61	2,16	2,85

Für den Saitensatz vom Typ II (Tab. 6.V) waren diese Werte bei den Diskantsaiten mit 70% bis 419% etwas größer. Die Basssaiten ließen sich dagegen nicht so weit wie beim Typ I überlasten. Sie rissen bereits, sobald die nominale Spannkraft um 51% bis 82% überschritten worden war.

Tab. 6.V. Errechnete nominale Spannkraft und gemessene Reißkraft der Saiten vom Typ II für langsame Belastung (15 mm/h)

Saite	E 1st	B 2nd	G 3rd	D 4th	A 5th	E 6th
nom. Spannkraft in N	79,2	57,7	56,7	75,5	77,5	67,5
Reißkraft in N	134	196	294	114	123	123
Reißkraft/ Spannkraft	1,70	3,39	5,19	1,51	1,58	1,82

Als wenig überlastungssicher in Hinsicht auf die Zugkraft erwies sich der Satz vom Typ III; vgl. Tab. 6.VI. Die Diskantsaiten müssen relativ kräftig gespannt werden. Sie rissen teilweise (E-1st-Saite) bereits ab, wenn die nominale Spannkraft um lediglich 22% überschritten wurde. Da die Spannkraft gemäß Gl. (7) unter der Wurzel in die Frequenz eingeht, auf welche die Saite gestimmt wird, bedeutet dies ein Höherstimmen um etwas mehr als 10%, was bereits mit dem Reißen der Saite bestraft wird. Dies entspricht weniger als zwei musikalischen Halbtönen. Die Basssaiten erwiesen sich als etwas widerstandsfähiger. Sie ließen sich mit einer um etwa 70% höheren Kraft spannen, als es dem nominalen Zustand entsprechen würde.

Tab. 6.VI. Errechnete nominale Spannkraft und gemessene Reißkraft der Saiten vom Typ III für langsame Belastung (15 mm/h)

Saite	E 1st	B 2nd	G 3rd	D 4th	A 5th	E 6th
nom. Spannkraft in N	98,9	69,1	63,5	64,9	63,2	65,9
Reißkraft in N	121	154	230	110	111	115
Reißkraft/ Spannkraft	1,22	2,22	3,64	1,69	1,76	1,74

Die Belastung sehr langsam zu steigern, bildet die Verhältnisse brauchbar nach, wie sie vorliegen, wenn beispielsweise eine Gitarre im Winter über längere Zeit durch die Kälte transportiert wird und dann wieder auf Raumtemperatur erwärmt wird. Neben dem möglichen Aufspringen von Rissen in der Decke, was sehr selten auftritt, kann man häufiger beobachten, dass in Folge von Temperaturänderungen Saiten spontan abreißen.

Jeder Gitarrist weiß, dass bei einer Gitarre, die in der Ecke steht oder an der Wand hängt, gelegentlich ohne fremdes Zutun eine Saite bricht. Nach der Erfahrung des Autors ist dies in aller Regel die Saite D 4th, die dünnste der umspinnenen Saiten. Diese Beobachtung aus der Praxis wird durch die Messung gestützt, die eine sehr geringe Reißkraft für sämtliche D-4th-Saiten ergeben hat. Ein Überschreiten der nominalen Spannkraft um 51% bis maximal 69% reicht aus, um diese Saiten zum Bersten zu bringen.

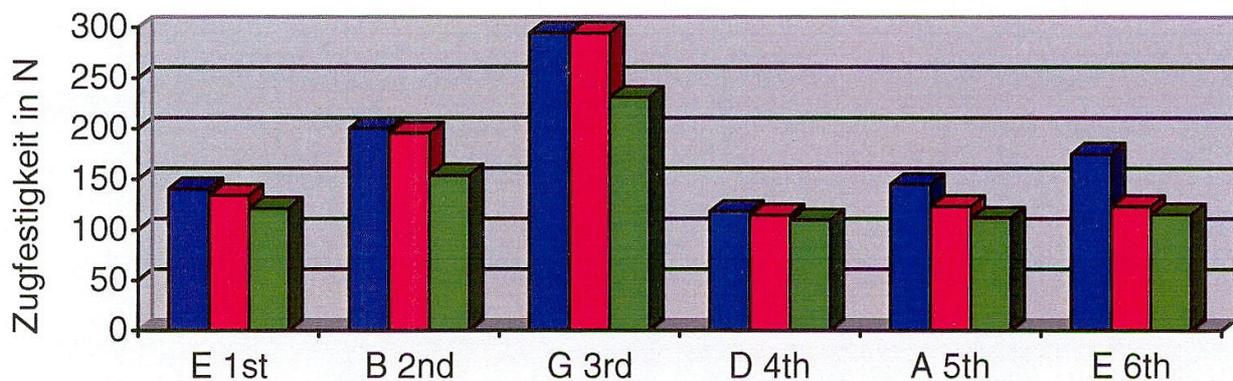


Abb. 6.3. Reißkraft bei langsamer Belastung (15 mm/h) für die einzelnen Saiten der drei untersuchten Sätze. Blau: Typ I (links), rot: Typ II (Mitte) und grün: Typ III (rechts).

Abb. 6.3 gibt diesen Sachverhalt noch einmal im grafischen Vergleich wieder. Die drei untersuchten Saitentypen sind durch Farben voneinander unterschieden. Es hat den Anschein, als seien die monofilen Saiten der Typen I und II aus ähnlichem Material gefertigt. Sie hielten größere Spannkraft aus als die Diskantsaiten vom Typ III. Bei den umspunnenen Saiten zeigte sich der Typ I als widerstandsfähiger, was damit zusammenhängen dürfte, dass an Stelle von Kupfer – wie bei den Typen II und III – Stahl für die Umspinnung verwendet worden ist.

6.5. Schnelle Belastung

Auch die Ergebnisse der Abschnitte 6.5.1 und 6.5.2 sollen gemeinsam diskutiert werden. Die Reißkräfte, die sich den Abb. 6.4 und 6.5 entnehmen lassen, werden in Abschnitt 6.5.3 mit den nominalen Spannkraften der einzelnen Saiten verglichen.

6.5.1. Diskantsaiten

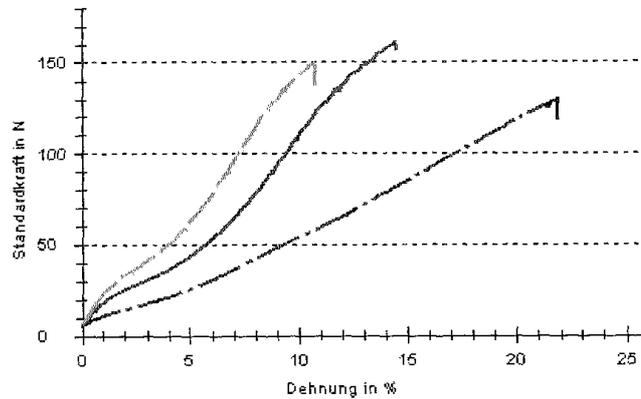


Abb. 6.4.a. Spannkraft S über der Dehnung bei der Geschwindigkeit 600 mm/h für eine Saite E 1st vom Typ I (durchgezogen; mittlere Kurve), vom Typ II gestrichelt; (obere Kurve) bzw. vom Typ III (strich-punktiert; untere Kurve).

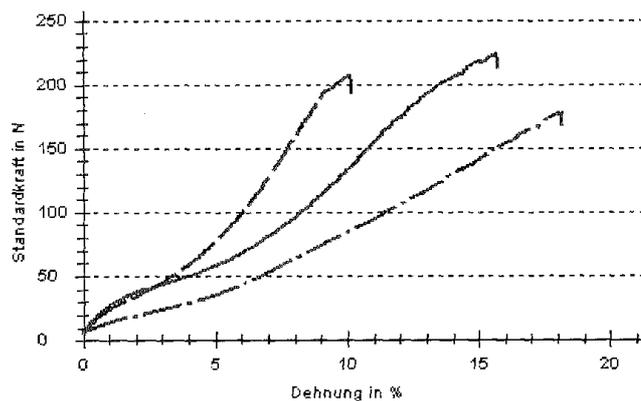


Abb. 6.4.b. Spannkraft S über der Dehnung bei der Geschwindigkeit 600 mm/h für eine Saite B 2nd vom Typ I (durchgezogen; mittlere Kurve), vom Typ II gestrichelt; (obere Kurve) bzw. vom Typ III (strich-punktiert; untere Kurve).

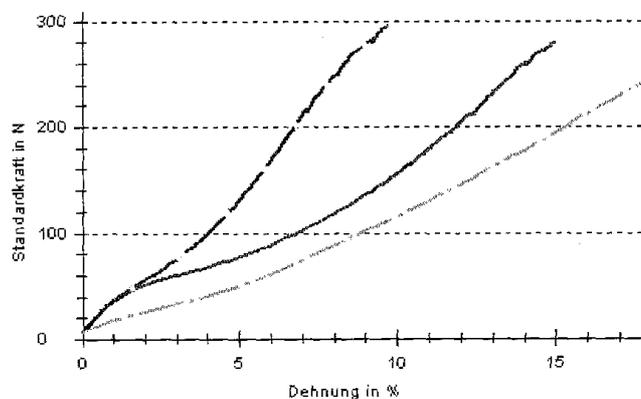


Abb. 6.4.c. Spannkraft S über der Dehnung bei der Geschwindigkeit 600 mm/h für eine Saite G 3rd vom Typ I (durchgezogen; mittlere Kurve), vom Typ II gestrichelt; (obere Kurve) bzw. vom Typ III (strich-punktiert; untere Kurve).

6.5.2. Basssaiten

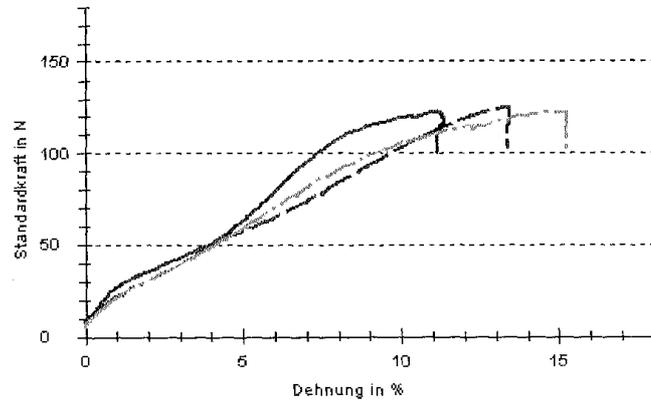


Abb. 6.5.a. Spannkraft S über der Dehnung bei der Geschwindigkeit 600 mm/h für eine Saite D 4th vom Typ I (durchgezogen; obere Kurve), vom Typ II gestrichelt; (untere Kurve) bzw. vom Typ III (strich-punktiert; mittlere Kurve).

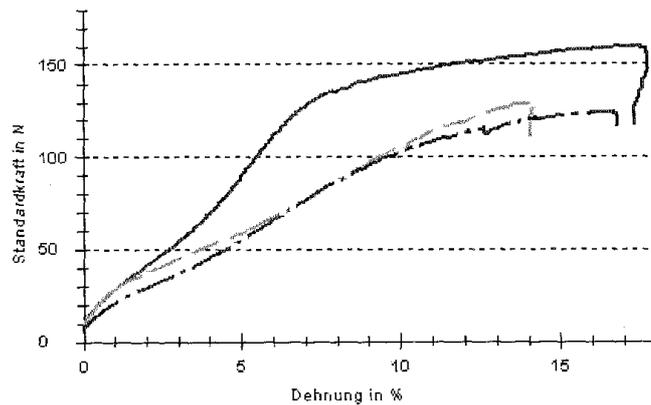


Abb. 6.5.b. Spannkraft S über der Dehnung bei der Geschwindigkeit 600 mm/h für eine Saite A 5th vom Typ I (durchgezogen; obere Kurve), vom Typ II gestrichelt; (mittlere Kurve) bzw. vom Typ III (strich-punktiert; untere Kurve).

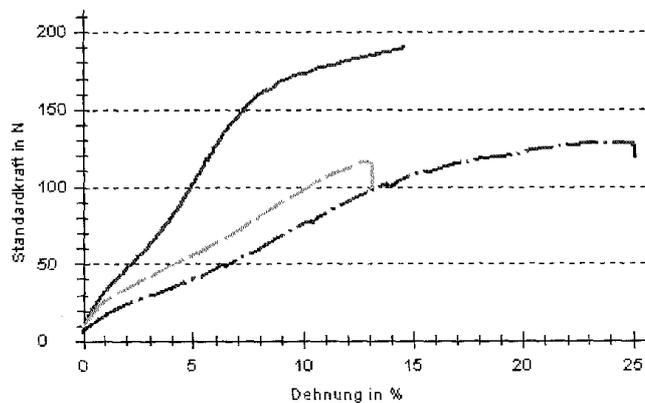


Abb. 6.5.c. Spannkraft S über der Dehnung bei der Geschwindigkeit 600 mm/h für eine Saite E 6th vom Typ I (durchgezogen; obere Kurve), vom Typ II gestrichelt; (mittlere Kurve) bzw. vom Typ III (strich-punktiert; untere Kurve).

6.5.3. Vergleiche zur Reißkraft

Wie die Messungen gezeigt haben, ist die Reißkraft bei schneller Belastung stets größer, als wenn die Last langsam aufgebracht wird. Die kleinere Belastungsgeschwindigkeit 15 mm/h (Abschnitt 6.4) bildet demnach den *worst case* ab.

Im vorliegenden Abschnitt sowie in Abb. 6.6 sind die Ergebnisse für die schnelle Belastung (600 mm/h bzw. 1 cm/min) zusammen gestellt. Das schnellere Aufbringen der Last kommt dem Fall beim Aufziehen neuer Saiten und ersten Spannen näher, als dies die langsame Belastung vermag. Der Vergleich des Balkendiagramms mit Abb. 6.3 bestätigt, dass das Niveau der Reißkraft hier allgemein höher ist. Dabei ist zu beachten, dass in Abb. 6.6 sehr große Reißkräfte, die 250 N übersteigen, als Null wiedergegeben sind.

Auch bei schneller Belastung zeigte sich, dass die Diskantsaiten größere Spannkraften als die Basssaiten aushalten können. Für die Saite G 3rd waren die Reißkräfte in zwei Fällen sogar größer als 300 N, was den Messbereich des verwendeten Kraftaufnehmers überschritten hat. Da die exakten Werte zahlenmäßig nicht angegeben werden können, sind sie in Abb. 6.6 nicht dargestellt. Die Länge der Balken spiegelt die Erfahrung aus der Praxis des Gitarristen wider: Als erste reißt die D-4th-Saite, als letzte die G-3rd-Saite.

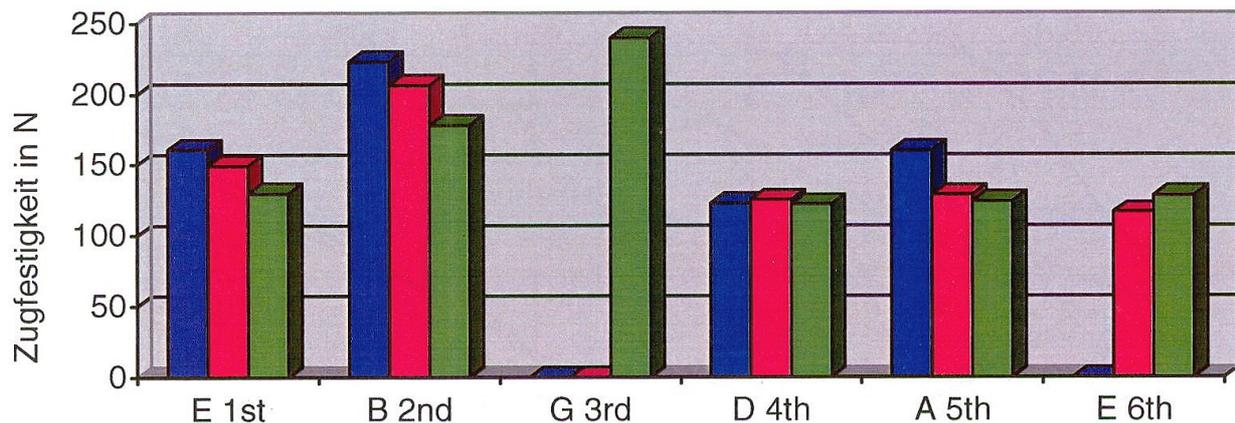


Abb. 6.6. Reißkraft bei schneller Belastung (600 mm/h) für die einzelnen Saiten der drei untersuchten Sätze. Blau: Typ I (links), rot: Typ II (Mitte) und grün: Typ III (rechts).

In den folgenden Tabellen sind für jede Saite eines Satzes die nominale Spannkraft (vgl. Tab. 3:VI in Abschnitt 6.3), mit der sie auf ihre musikalische Tonhöhe gestimmt wird, und die gemessene Reißkraft angegeben. Darunter ist deren Verhältnis eingefügt, das aussagt, um welchen Faktor die Spannkraft überschritten werden kann, bis die Saite abreißt.

Tab. 6.VII. Errechnete nominale Spannkraft und gemessene Reißkraft der Saiten vom Typ I für schnelle Belastung (600 mm/h)

Saite	E 1st	B 2nd	G 3rd	D 4th	A 5th	E 6th
nom. Spannkraft in N	84,0	65,3	61,0	73,6	67,0	61,3
Reißkraft in N	161	223	> 300	123	160	> 190
Reißkraft/ Spannkraft	1,91	3,42	> 4,92	1,67	2,38	> 3,10

Als insgesamt sehr zerreifest erwies sich wiederum der Satz vom Typ I; vgl. Tab. 6.VII. Die Diskantsaiten rissen erst, wenn die Spannkraft auf das Doppelte bzw. auf mehr als das Vierfache ihres nominalen Wertes erhöht wurde. Die Basssaiten erwiesen sich ebenfalls als relativ bruchsicher. Sie ließen sich auf das 1,7-Fache bis auf mehr als das Dreifache der Kraft spannen, die dem nominalen Stimmzustand entspricht.

Tab. 6.VIII. Errechnete nominale Spannkraft und gemessene Reißkraft der Saiten vom Typ II für schnelle Belastung (600 mm/h)

Saite	E 1st	B 2nd	G 3rd	D 4th	A 5th	E 6th
nom. Spannkraft in N	79,2	57,7	56,7	75,5	77,5	67,5
Reißkraft in N	149	206	> 300	125	129	116
Reißkraft/ Spannkraft	1,88	3,58	> 5,30	1,66	1,66	1,72

Ähnliche Werte wie für Typ I ergaben sich für die Diskantsaiten vom Typ II (Tab. 6.VIII). Die Basssaiten waren etwas weniger reißfest; sie konnten um etwa 70% überlastet werden. Wie bereits mehrfach vermutet, hängt dies damit zusammen, dass beim Typ I die Umspinnung aus Stahl besteht, während Basssaiten vom Typ II mit weniger belastbarem Kupferdraht umwickelt sind.

Tab. 6.IX. Errechnete nominale Spannkraft und gemessene Reißkraft der Saiten vom Typ III für schnelle Belastung (600 mm/h)

Saite	E 1st	B 2nd	G 3rd	D 4th	A 5th	E 6th
nom. Spannkraft in N	98,9	69,1	63,5	64,9	63,2	65,9
Reißkraft in N	130	178	239	122	124	128
Reißkraft/ Spannkraft	1,31	2,57	3,77	1,88	1,96	1,95

Der Satz vom Typ III (Tab. 6.IX) scheint so ausgelegt zu sein, dass die Spannkraft bei allen Saiten von nahezu derselben Größe ist. Lediglich die *E-1st*-Saite musste auffällig stark gespannt werden. Die Saiten vom Typ III wiesen die geringste Reißfestigkeit – gemessen an der nominalen Spannkraft – auf. Es zeigte sich, dass sämtliche Basssaiten mit nahezu dem Doppelten der nominalen Spannkraft belastet werden können, bevor sie reißen. Eine markante Ausnahme bildet wiederum die auffallend dünne und trotzdem relativ schwere *E-1st*-Saite. Sobald sie um nicht ganz ein Drittel höher belastet wurde, als es die korrekte Stimmung auf die Grundfrequenz 330 Hz erfordert, riss sie ab.

6.6. Reißspannung und -dehnung

Da bei den Basssaiten die Fläche des Querschnitts, der tatsächlich Last aufnehmen kann, wegen der ungeklärten Rolle der Umwicklung ungewiss ist, wird die Interpretation der Reißspannung auf die monofilen Diskantsaiten beschränkt; vgl. Tab 6.VI. Die Reißspannung wurde aus der Reißkraft mittels Division durch die Ausgangsfläche, also den Querschnitt im unbelasteten Zustand, bestimmt.

6.6.1. Langsame Belastung

Erwiesenermaßen ist die Kraft, die zum Zerreißen der Saite aufgebracht werden muss, bei schneller Belastung stets größer, als wenn die Last langsam aufgebracht wird. Der *worst case* ist daher durch die Belastungsgeschwindigkeit 15 mm/h repräsentiert.

Tab. 6.X. Reißspannung der monofilen Diskantsaiten, ermittelt aus der Reißkraft für die niedrige Traversengeschwindigkeit 15 mm/h

	R e i ß s p a n n u n g i n N/mm ²		
	Typ I	Typ II	Typ III
<i>E 1st</i>	364	349	428
<i>B 2nd</i>	353	389	423
<i>G 3rd</i>	360	374	407

Die Reißspannungen sind in Tab. 6.X zusammengestellt. Bei den Diskantsaiten vom Typ I und II findet man sehr ähnliche Werte zwischen etwa 350 N/mm² und 390 N/mm². Vermutlich bestehen die Saiten aus ähnlichen Materialien. Die Spannung, die zum Zerreißen der Saiten vom Typ III führte, ist um etwa 50 N/mm² größer. Sie lag etwa zwischen 410 N/mm² und 430 N/mm².

Tab. 6.XI. Reißdehnung der monofilen Diskantsaiten, ermittelt für die niedrige Traversengeschwindigkeit 15 mm/h

	R e i ß d e h n u n g i n %		
	Typ I	Typ II	Typ III
E 1st	13,9	10,2	22,8
B 2nd	15,2	10,6	17,3
G 3rd	17,3	11,8	18,4

Die zugehörigen Dehnungen sind in Tab. 6.XI aufgelistet. Ein einigermaßen einheitliches Bild bieten die Saiten des Typs II, die unmittelbar vor dem Zerreißen um etwa 11% länger geworden sind. Etwas größere Unterschiede zeigen sich beim Typ I mit Reißdehnungen zwischen etwa 14% und 17%. Große Dehnungen mit großen Abweichungen traten beim Typ III auf. Die zweite und die dritte Diskantsaite längten sich um etwa 18%, bevor sie rissen, Ganz extrem verhielt sich die erste Saite E 1st, deren Länge kurz vor dem Bruch um nahezu ein Viertel zugenommen hatte. Diese Werte sind bei den Monofilen durchgängig kleiner als diejenigen, die Baltrusch und Ziegenhals (2000) angegeben haben. Die Ursache bleibt unklar.

6.6.2. Schnelle Belastung

Das schnelle Ansteigen der Belastung mit 1 cm/min ist näher an der Realität, wie sie beim Aufziehen einer neuen Saite auf die Gitarre vorliegt. Die Reißspannungen der Diskantsaiten sind in Tab. 6.XII zusammen gefügt. Sie sind in allen Fällen um einige (im Mittel etwa zehn) Prozent größer als die entsprechenden Werte, die sich für die langsame Belastung ergeben haben; vgl. Tab. 6.X.

Tab. 6.XII. Reißspannung der monofilen Diskantsaiten, ermittelt aus der Reißkraft für die hohe Traversengeschwindigkeit 600 mm/h

	R e i ß s p a n n u n g i n N/mm²		
	Typ I	Typ II	Typ III
E 1st	417	388	458
B 2nd	393	410	490
G 3rd	> 367	> 381	422

Bei den Reißdehnungen ist diese Abhängigkeit von der Belastungsgeschwindigkeit nicht mehr so einheitlich; siehe Tab. 6.XIII. Für die Saiten vom Typ II sind die Dehnungen weitgehend unabhängig davon, ob die Belastung schnell oder langsam gesteigert wurde. Beim Typ I erscheinen sie etwas größer, wenn schnell belastet wurde. Beim Typ III sind sie teils etwas größer, teils etwas kleiner. Insgesamt sind keine auffälligen Unterschiede gegenüber den Werten von Tab. 6.XI zu erkennen.

Tab. 6.XIII. Reißdehnung der monofilen Diskantsaiten, ermittelt für die hohe Traversengeschwindigkeit 600 mm/h

	R e i ß d e h n u n g i n %		
	Typ I	Typ II	Typ III
E 1st	14,5	10,8	21,9
B 2nd	15,7	10,2	18,2
G 3rd	> 15	> 10	17,9

6.7. Zusammenfassende Bemerkung

Bei den Versuchen in diesem Kapitel wurde die Kraft, die zum Zerreißen der Saite führte, samt zugehöriger Dehnung gemessen. In einigen wenigen Fällen hat die Kraft, die mit dem gewählten Aufnehmer maximal gemessen werden konnte, hierfür nicht ausgereicht. Es wurden zwei Geschwindigkeiten erprobt, mit denen die Belastung gesteigert wurde. Die langsame Belastung mit 15 mm/h simuliert eher den Fall, dass in der Saite als Folge von Temperaturschwankungen Spannungen und Dehnungen auftreten. Das schnelle Ansteigen der Belastung mit 600 mm/h ist näher an der Realität, wie sie sich darstellt, wenn eine neue Saite auf die Gitarre aufgezogen und gestimmt wird. Die folgenden Zahlenwerte beziehen sich hierauf.

In Hinsicht auf die Reißdehnung zeigten sich große Unterschiede. Die Diskantsaiten vom Typ I wurden im Mittel um etwa 15% länger, bevor sie rissen. Die Basssaiten dieses Satzes dehnten sich bis zum Bruch um 11% bis 17%. Ein ähnliches Bild zeigten die Saiten des Typs II. Die Diskantsaiten waren unmittelbar vor dem Zerreißen um etwa 11% länger geworden, die Basssaiten um etwas mehr als 13%. Große Unterschiede und große Dehnungen traten beim Typ III auf. Die Basssaiten wurden bis zum Bruch um 15% bis 19% länger. Die zweite und die dritte Diskantsaite längten sich um etwa 18%, bevor sie brachen. Ganz extrem verhielt sich die erste Saite E 1st, deren Länge kurz vor dem Bruch um nahezu ein Viertel zugenommen hat. Dies besagt, dass eine solche Saite mit der üblichen Mensurlänge von ursprünglich 65 cm unmittelbar vor dem Zerreißen auf nahezu 80 cm langgezogen worden ist.

Erfahrungsgemäß können verschiedene Ursachen dazu führen, dass die Saite einer Gitarre bricht. Die Saite reißt möglicherweise dann, wenn sie beim Spielen zu heftig und zu weit ausgelenkt wird. Da die untersuchten Nylonsaiten für spanische Gitarren bestimmt sind, die üblicherweise ohne Plektrum gespielt werden, tritt dieser Fall selten auf. Weniger selten ist, dass eine Saite ohne menschliches Zutun, z.B. in Folge von Temperaturänderungen reißt. Häufig wird eintreten, dass durch unsachgemäße Bedienung eine neue Saite bereits beim Aufziehen über die nominale Kraft hinaus gespannt und dadurch zerstört wird. Wird ein Stimmgerät benutzt und der Wirbel vorsichtig betätigt, dann kann dieser Fall weitgehend ausgeschlossen werden.

Trotzdem spricht einiges dafür, dass die Reißkraft hinreichend weit über der nominalen Spannkraft der Saite liegt. Bei den preiswerten Saiten der Typen I und II ist dies gegeben. Die Diskantsaiten rissen erst, wenn die Spannkraft auf das Doppelte bzw. auf mehr als das Vierfache ihres nominalen Wertes erhöht wurde. Die Basssaiten erwiesen sich ebenfalls als relativ bruchstark. Sie ließen sich auf das 1,7-Fache bis auf mehr als das Dreifache der nominalen

Spannkraft spannen, die dem nominalen Zustand entspricht. Ganz ähnliche Werte waren beim Typ II für die Diskantsaiten zu finden. Die Basssaiten zeigten sich etwas weniger belastbar.

Die Saiten vom Typ III sind offenbar so ausgelegt, dass die Spannkraft bei allen Saiten nahezu gleich ist. Gemessen an ihrer nominalen Spannkraft wiesen diese Saiten allerdings die geringste Reißfestigkeit auf. Es zeigte sich, dass sämtliche Basssaiten nicht ganz mit dem Doppelten der nominalen Spannkraft belastet werden können, bevor sie reißen. Eine markante Ausnahme bildete bei den Diskantsaiten wiederum die auffallend dünne Saite E *Ist*. Wenn sie um etwa ein Drittel höher belastet wurde, als es die korrekte Stimmung erfordert, riss sie ab. In musikalischen Noten ausgedrückt bedeutet dies, dass die dünnste Saite reißt, sobald sie um etwa einen Ganzton zu hoch gestimmt wird. Möglicherweise ist die Überlegung des Herstellers, dass der hohe Preis für diesen Satz weniger versierte Gitarristen und Anfänger abschreckt. Bei den geübteren Spielern ist erfahrungsgemäß die Gefahr auch geringer, dass eine Saite beim Aufziehen überspannt und zerstört wird. Andere Gesichtspunkte, wie z.B. die möglichst gleichmäßige Spannkraft aller Saiten, könnten im Vordergrund gestanden haben. Immerhin ziehen an den sechs gestimmten Saiten vom Typ III insgesamt 425 N zwischen Kopf und Brücke. Diese hohe Zugbelastung möglichst gleichmäßig zu verteilen, erscheint erstrebenswert.

Hinsichtlich der Reißspannung ergaben sich relativ ähnliche Zahlenwerte, wobei die Spannung mit der Querschnittsfläche der unbelasteten Saite berechnet wurde. Einigermaßen verlässliche Angaben lassen sich hierbei nur für die Diskantsaiten machen. Diese sind monofil und ihr geometrischer Querschnitt stimmt mit dem tragenden Querschnitt überein. Dagegen ist es bei den Basssaiten wegen der Umspinnung nicht möglich, den wirksamen Querschnitt anzugeben. Bei den Diskantsaiten vom Typ I und II findet man sehr ähnliche Werte zwischen etwa 390 N/mm^2 und 420 N/mm^2 . Vermutlich bestehen die Saiten aus vergleichbaren Materialien. Die Spannung, die zum Zerreißen der Saiten vom Typ III führte, war um etwa 50 N/mm^2 größer und lag zwischen etwa 420 N/mm^2 und 490 N/mm^2 . Offenbar hat der Hersteller hierfür ein höher belastbares Material verwendet.

Obwohl hohe Reißgrenzen auf den ersten Blick erstrebenswert erscheinen, spricht ein Argument dagegen. Wie Abb. 3.1 zeigt, ist bei spanischen Gitarren der Saitenhalter auf die Decke geleimt. Wird die Zugkraft zu groß, welche die sechs Saiten ausüben, besteht die Gefahr, dass sich die Decke aufwölbt oder dass die Brücke abreißt. Unter diesem Aspekt erscheint es sinnvoll, die „Sollbruchstelle“ in die Saite zu verlegen. Einerseits sollte die Saite so ausgelegt sein, dass ihre Reißkraft um einen vernünftigen Prozentsatz oberhalb der nominalen Spannkraft liegt. Dadurch ist sichergestellt, dass auch ein Spieler, der mit dem fachgerechten Stimmen seines Instruments noch nicht vollständig vertraut ist, sie nicht sofort zerstört, wenn er sie etwas zu hoch stimmt. Andererseits sollte aber auch unterbunden sein, die Saiten ohne Bruch soweit unter Zug setzen zu können, dass der Saitenhalter aus dem Instrument gerissen wird. Eine neue Saite – dieses Mal mit erhöhter Sorgfalt – aufzuziehen, erscheint weniger schlimm, als ein beschädigtes Instrument zum Zupfinstrumentenmacher in Reparatur geben zu müssen.

7. KRIECHVERSUCHE

Wenn eine neue Saite aufgezoogen wird, erhöht man die Spannkraft so lange, bis sie ihre Stimmung erreicht hat. Dabei vermeidet man tunlichst, die im vorigen Kapitel behandelte Reißlast zu überschreiten. Durch das Drehen am Wirbel wird die Saite länger. Wenn man einige Zeit wartet, dann ist der Ton, den die Saite erzeugt, gegenüber der ursprünglichen Stimmung tiefer geworden. Die Saite hat ihre anfänglich aufgebrachte Spannkraft nicht halten können; diese Erscheinung wird als Relaxation bezeichnet und im nächsten Kapitel behandelt. Damit verwandt ist der Effekt, dass die Saite unter dem Einfluss einer Kraft im Lauf der Zeit immer weiter gedehnt wird. Diese Zunahme der Länge in Folge einer konstant gehaltenen Kraft wird als Kriechen bezeichnet. An sämtlichen Saiten wurde untersucht, um wie viel die ursprüngliche Länge unter Zugbelastung über einen Zeitraum von sechs Stunden zunahm.

7.1. Versuchsdurchführung

Es wurde die Einspannlänge $l_0 = 600$ mm gewählt. Die Belastung wurde individuell auf diejenige Kraft S_0 gebracht, mit welcher die Saite gemäß Tab. 3.VI gespannt werden muss, um ihre nominale Stimmung zu erreichen. Dabei wurde die Saite zum ersten Mal gelängt. Der anfängliche Längenzuwachs (auch als Anfangslängung bezeichnet) war Δl_0 . Die Traverse der Prüfmaschine wurde so geregelt, dass die Spannkraft beibehalten wurde. Die aktuelle Länge der Saite wurde gemessen und über sechs Stunden aufgezeichnet. Die Diagramme zeigen, wie die Saite unter dem Einfluss der Spannkraft immer länger wurde. Für jede Saite wurde nach sechs Stunden die Endlängung Δl_6 abgelesen. Aus den Längungen zu Beginn der Belastung Δl_0 und nach sechs Stunden Δl_6 kann dann das Verhältnis berechnet werden. Diese relative Vergrößerung $\Delta l_6/\Delta l_0$ der Längung im Verlauf von sechs Stunden ist in Prozenten in den Tabellen angegeben.

7.2. Saiten vom Typ I

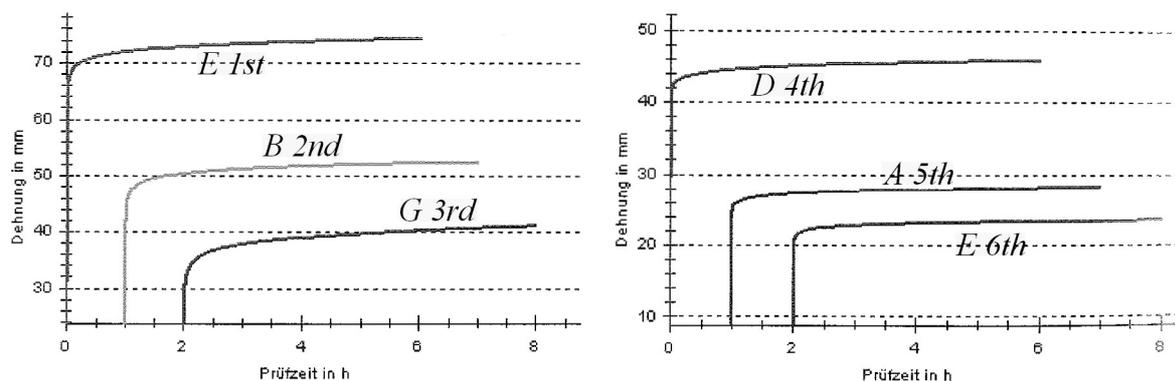


Abb. 7.1. Kriechkurven (Längung über der Zeit) für die Saiten vom Typ I (Austin City Strings).

In Abb. 7.1 und Tab. 7.I sind die Ergebnisse der Kriechmessungen am Satz der Saiten Austin City Strings zusammen gestellt. Vor der Messung hatte die Saite die Länge $l_0 = 600$ mm. Sie wurde zügig mit ihrer nominalen Spannkraft S_0 belastet, wie sie gemäß Tab. 3.VI errechnet worden ist, und dabei anfänglich um Δl_0 länger. Die Spannkraft wurde über die Dauer von

sechs Stunden aufrecht erhalten. Gemäß Abb. 7.1 beobachtete man dabei regelmäßig, dass die Saiten immer noch länger wurden – ihr Material „kroch“ auf die Endlänge $l_0 + \Delta l_6$.

Tab. 7.1. Zunahme der Länge unmittelbar beim Aufbringen der Spannkraft bzw. nach sechs Stunden sowie deren Verhältnis bei Saiten vom Typ I

	Anfangs- länge Δl_0 in mm	Endlänge nach 6 h Δl_6 in mm	Verhältnis der Längen $\Delta l_6/\Delta l_0$ in %
E 1st	61,9	75,0	121,1
B 2nd	38,9	52,5	135,0
G 3rd	22,5	41,0	182,5
D 4th	38,6	45,8	118,8
A 5th	22,9	28,2	123,0
E 6th	18,5	23,4	126,4

Hatte man sechs Stunden gewartet, dann stellte sich die in Tab. 7.1 aufgelistete Endlänge Δl_6 ein. Die Basssaiten waren im Laufe der Zeit um 5 mm bis 7 mm länger geworden. Dies bedeutet, dass die Saite sich – bezogen auf die Anfangslänge Δl_0 – um weitere 19% bis 26% gedehnt haben. Bei den Diskantsaiten war die zusätzliche Länge mit etwa 1,3 cm bis 1,9 cm noch größer. Bei diesen Saiten hatte die Länge nach sechs Stunden um ein Fünftel bis zu mehr als vier Fünftel zugenommen. Im Fall der G-3rd-Saite bedeutet dies, dass eine 60 cm lange neue Saite beim Aufspannen um 2,2 cm länger geworden war. Wenn die Saite sechs Stunden lang gespannt war, hatte sie sich noch einmal um nahezu den gleichen Betrag gelängt. Da bei einer Gitarre die Mensurlänge (üblicherweise 65 cm) fest vorgegeben ist, wird dieser Effekt nicht sichtbar. Jedoch geht damit einher, dass die Spannkraft entsprechend abnimmt; vgl. Kapitel 8. Hierin zeigt sich, dass die Saite nicht in der Lage ist, „ihre Stimmung zu halten“. Wie in Kapitel 10 dargelegt werden wird, sinkt dadurch die Stimmung vor allem bei der G-3rd-Saite besonders dramatisch ab.

7.3. Saiten vom Typ II

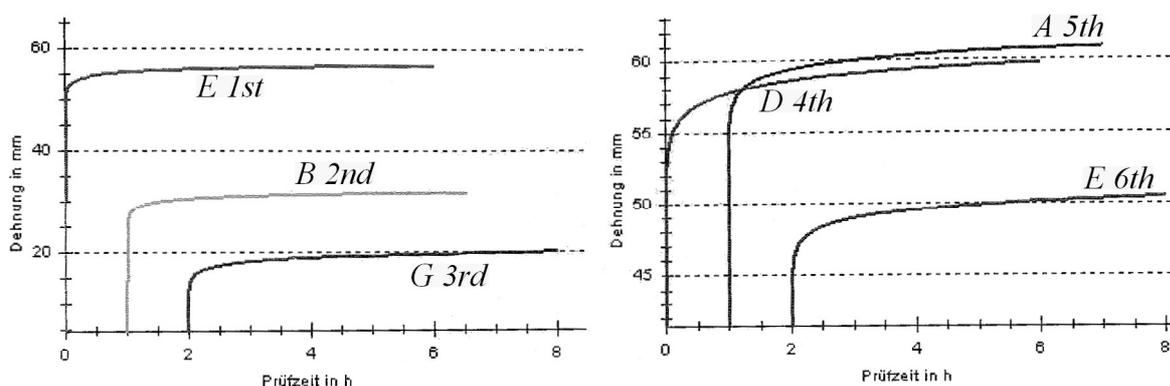


Abb. 7.2. Kriechkurven (Längung über der Zeit) für die Saiten vom Typ II (Galli).

Abb. 7.2 und Tab. 7.II beziehen sich auf die Kriechmessungen an den Galli-Saiten. Aus den Kriechkurven ist zu ersehen, wie jede Saite unter dem Einfluss der Spannkraft von ihrer ursprünglichen Länge $l_0 = 600$ mm um die angegebene Längung gedehnt wurde. Schlagartig wurde sie um Δl_0 länger. Während die Spannkraft aufrecht erhalten wurde, beobachtete man gemäß Abb. 7.2 dabei, dass die Saiten kriechend immer noch länger wurden.

Tab. 7.II. Zunahme der Länge unmittelbar beim Aufbringen der Spannkraft bzw. nach sechs Stunden sowie deren Verhältnis bei Saiten vom Typ II

	Anfangslängung Δl_0 in mm	Endlänge nach 6 h Δl_6 in mm	Verhältnis der Längen $\Delta l_6/\Delta l_0$ in %
E 1st	47,2	56,8	120,2
B 2nd	22,0	31,7	144,2
G 3rd	10,9	20,0	183,0
D 4th	47,2	59,7	126,5
A 5th	50,6	60,9	120,3
E 6th	40,1	50,4	125,8

Wenn man sechs Stunden gewartet hatte, konnte man die in Tab. 7.II aufgelistete Endlänge Δl_6 ablesen. Bei diesem Satz haben sich die Basssaiten um etwas mehr als einen Zentimeter zusätzlich gedehnt. Die Anfangslängung Δl_0 dieser Saiten ist um etwas mehr als 20% größer geworden. Bei den Diskantsaiten war die zusätzliche Längung etwas geringer, aber von der gleichen Größenordnung. Die Anfangslängen Δl_0 waren jedoch kleiner, so dass der prozentuale Zuwachs größer war. Wurde die G-3rd-Saite sechs Stunden lang gespannt, war sie fast noch einmal um etwa denselben Betrag gelängt, wie unmittelbar nach Einsetzen der Belastung. Da bei einer Gitarre damit einher geht, dass die Spannkraft abnimmt; wird am deutlichsten der Ton absinken, den die Saite G 3rd hervorruft.

7.4. Saiten vom Typ III

Die Ergebnisse der Kriechmessungen am Satz der Savarez-Saiten sind in Abb. 7.3 und Tab. 7.III zusammen gestellt. Erwartungsgemäß beobachtete man auch hier, dass die Saiten in Folge der Spannkraft im Laufe der Zeit immer länger wurden. Jedoch erweisen sich die Kurven nach dem steilen anfänglichen Anstieg als relativ flach. Die Länge nahm in wesentlich geringerem Maße und gleichmäßiger zu, als dies bei den anderen Saiten festzustellen war. Zahlenwerte für die anfängliche Längung Δl_0 und die Längung Δl_6 nach sechs Stunden können Tab. 7.III entnommen werden.

Nach sechs Stunden hatten sich alle Basssaiten um etwas mehr als einen Zentimeter gedehnt. Gemessen an der Anfangslängung Δl_0 waren diese Saiten im Verlauf der Zeit um weitere 26% bis 30% länger geworden. Bei den Diskantsaiten war die zusätzliche Längung mit etwa 1,0 cm bis 1,7 cm absolut gesehen etwas größer. Jedoch waren die betrachteten Saiten dadurch gekennzeichnet, dass sie sich bereits unter der Anfangsbelastung sehr stark gelängt haben. Insbe-

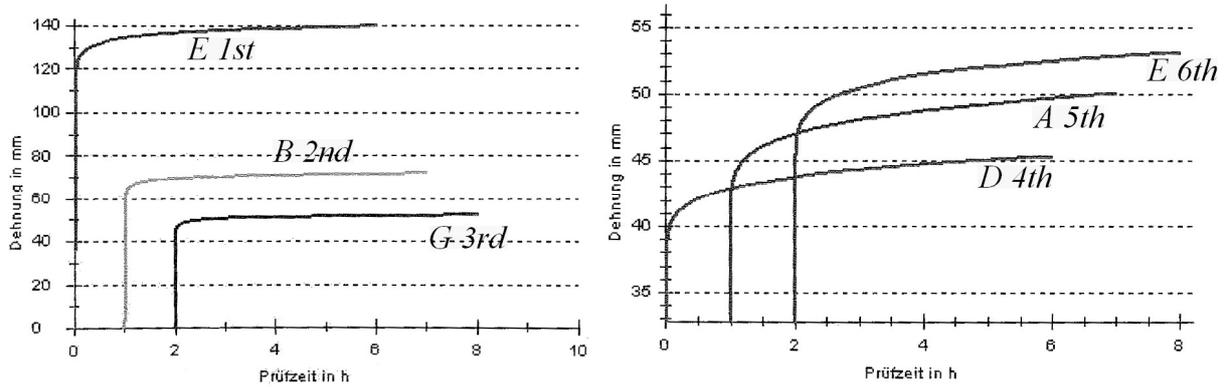


Abb. 7.3. Kriechkurven (Längung über der Zeit) für die Saiten vom Typ III (Savarez).

sondere die E-1st-Saite ist anfänglich bereits um mehr als 11 cm länger geworden. An den starken Anfangslängungen hat sich nach sechs Stunden nicht sehr viel geändert: Bei allen drei Diskantsaiten ist die Längung um nicht mehr als ein gutes Fünftel angewachsen.

Tab. 7.III. Zunahme der Länge unmittelbar beim Aufbringen der Spannkraft bzw. nach sechs Stunden sowie deren Verhältnis bei Saiten vom Typ III

	Anfangs- längung Δl_0 in mm	Endlängung nach 6 h Δl_6 in mm	Verhältnis der Längungen $\Delta l_6/\Delta l_0$ in %
E 1st	112,5	140,0	124,4
B 2nd	58,4	72,0	123,4
G 3rd	42,6	52,4	123,2
D 4th	34,8	45,3	130,0
A 5th	38,6	50,0	129,6
E 6th	42,1	53,1	126,0

7.5. Zusammenfassende Bemerkung

In diesem Versuch ist sprunghaft eine Zugkraft des Betrages S_0 aufgebracht worden, wie sie beim Aufspannen zum Stimmen der betreffenden Saite notwendig ist. Diese Kraft wurde konstant gehalten. Die Saite hat sich praktisch ebenso sprunghaft um die Anfangslängung Δl_0 gedehnt. Die Zugkraft wurde konstant gehalten. Dabei war zu beobachten, dass sich die Saite immer noch weiter dehnte. Dieses Verhalten wird als Kriechen bezeichnet: Eine belastete Saite wird im Laufe der Zeit immer länger. Die Zunahme der Länge wurde über sechs Stunden verfolgt und hatte zum Ende des Beobachtungszeitraumes den Betrag Δl_6 erreicht. Ein einfaches Modell, mit der sich dieses Verhalten in seinen Grundzügen nachbilden lässt, findet sich in Kapitel 10.

In Abb. 7.4 sind die Daten der letzten Spalten der Tab. 7.I bis 7.III zu einem Balkendiagramm zusammen gefasst. Für sämtliche Saiten ist das Verhältnis der Längungen $\Delta l_6/\Delta l_0$ angegeben. Es zeigt sich, dass das Material sämtlicher Saiten kriecht, jedoch nicht immer im gleichen Ausmaß. Um welchen Prozentsatz der Anfangslänge Δl_0 die Saite nach sechs Stunden länger geworden war, wenn mit ihrer nominalen Spannkraft gezogen wurde, kann aus der Länge der Balken abgelesen werden. Je länger der Balken ist, desto stärker kriecht das Material.

Abb. 7.4 besagt, dass die Längung einer Saite sechs Stunden nach dem Aufspannen in aller Regel auf etwa 120%, in einigen wenigen Fällen sogar auf etwa 180% angestiegen ist. Besonders gleichmäßig, und zwar sowohl im Diskant wie auch beim Bass, kriechen die Savarez-Saiten (grün; rechts). Bei den monofilen Diskantsaiten zeigen sich vor allem bei der dicksten, der G-3rd-Saite, beträchtliche Unterschiede. Während sich die Längung der Savarez-Saite um etwa ein weiteres Fünftel vergrößert hat, ist sie bei der Austin- Saite (blau: links) und der Galli-Saite (rot; Mitte) fast doppelt so groß geworden. Es ist daher zu vermuten, dass der Gitarrist viel zu tun bekommt, wenn er eine neue Saite vom Typ I oder II aufgezogen hat. Bei diesen Saiten wird er über lange Zeit und ausdauernd am Wirbel der G-3rd-Saite drehen müssen, um die Stimmung zu halten.

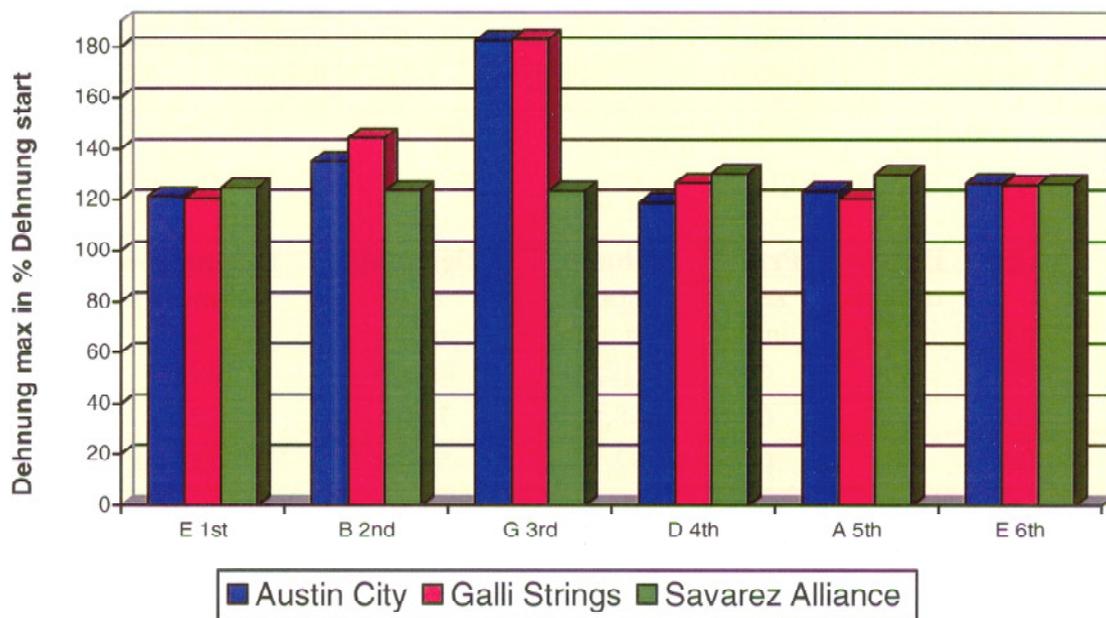


Abb. 7.4. Prozentuales Verhältnis der Länge nach sechs Stunden, bezogen auf die Länge unmittelbar nach dem Aufbringen der Spannkraft.

Bei einer Gitarre liegt die Mensurlänge fest; für den praktischen Spielbetrieb sind diese Angaben somit von keiner direkten Relevanz. Indirekte Schlüsse sind jedoch sehr wohl möglich. Wird die Saite bei gleichbleibender Belastung immer länger, dann ist zu erwarten, dass sie umgekehrt bei gleichbleibender Länge eine einmal aufgebrachte Spannkraft nicht beibehalten wird. Dieser Fall hat dieselbe physikalische Ursache und wird bei den Relaxationsmessungen des nächsten Kapitels untersucht werden. Unmittelbare Folge wird bei der Gitarre sein, dass das ein frisch besaitetes Instrument bereits nach wenigen Stunden völlig verstimmt sein wird. Je höher die Balken in Abb. 7.4 sind, desto kräftiger wird die betreffende Saite nachgestimmt werden müssen.

Um diesen Sachverhalt objektorientiert darstellen zu können, sind im nächsten Kapitel weitere Versuche beschrieben, die näher an der Praxis der Gitarre liegen. Sie haben nicht die Zunahme der Länge bei konstanter Spannkraft, sondern vielmehr die Abnahme der Spannkraft bei konstanter Länge der Saite zum Gegenstand. Da die Spannkraft mit der musikalischen Note zusammenhängt, lassen sich dann auch quantitative Aussagen darüber machen, wie gut eine Saite die einmal eingestellte Stimmung beizubehalten vermag.

8. RELAXATIONSVERSUCHE

Wenn eine neue Kunststoffsaite aufgezogen und gestimmt worden ist, stellt man nach einiger Zeit fest, dass sie ihre „Stimmung verloren“ hat. Offenbar hat sie die anfänglich aufgebrachte Spannkraft nicht über längere Zeit halten können. Dieser Effekt wird als Relaxation bezeichnet und ist mit dem Phänomen des Kriechens, das Gegenstand des vorigen Kapitels war, verknüpft. Das Relaxieren ist von direkter Aussagekraft für den Spielbetrieb. Es wurde über einen Zeitraum von zwölf Stunden an sämtlichen Saiten untersucht.

8.1. Versuchsdurchführung

Wie bei den vorher beschriebenen Kriechversuchen wurde als Einspannlänge $l_0 = 600$ mm gewählt. Die Belastung wurde rasch auf die Nominalkraft S_0 gebracht. Dies ist diejenige Kraft, mit welcher die Saite auf ihre nominale Stimmung gestimmt werden kann und die in Tab. 3.VI für jede Saite angegeben ist. Dabei wurde die Saite um Δl_0 länger. Die absolute Längenzunahme Δl_0 in Folge der ersten Belastung sowie die relative Änderung $\Delta l_0/l_0$ der Länge wurde für jede Saite ermittelt. Da es sich um einen gesonderten Versuch handelt, stimmen die gemessenen Werte nicht in jedem Detail mit denjenigen überein, die sich in den Tab. 7.I bis 7.III finden. Die Abweichungen sind jedoch so klein, dass sie toleriert werden können.

Die Länge der gespannten Saite wurde beibehalten. Es wurde die Zugkraft aufgezeichnet, die in der Saite wirkte. Mit zwölf Stunden war der Zeitraum, über den gemessen wurde, nun doppelt so groß wie bei den vorher geschilderten Kriechversuchen. Es wurde verfolgt, wie die Kraft im Laufe der Zeit zunächst sehr rasch abnahm und sich – zumindest in einigen Fällen – zum Ende des Beobachtungszeitraumes allmählich einem stationären Endwert annäherte.

8.2. Saiten vom Typ I

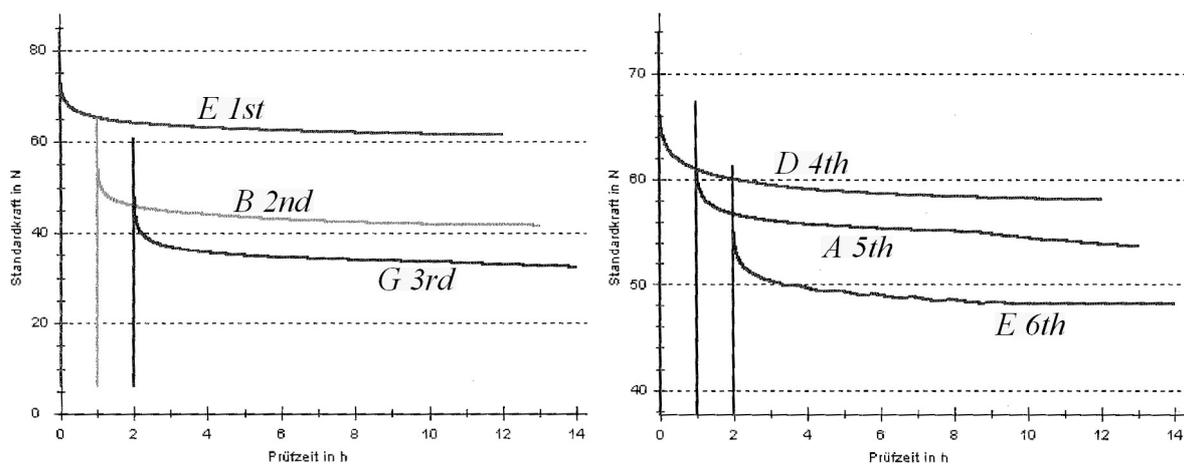


Abb. 8.1. Relaxationskurven (Spannkraft über der Zeit) für die Saiten vom Typ I (Austin City Strings).

Abb. 8.1 zeigt für den Satz der Saiten Austin City Strings die Spannkraft als Funktion der Zeit innerhalb einer Zeitspanne von zwölf Stunden. Unmittelbar nach dem ersten Spannen der Saiten nahm die Zugkraft zunächst sehr rasch und dann immer langsamer ab; zum Ende der Messzeit änderte sie sich nur noch geringfügig. Tab. 8.I gibt repräsentative Zahlenwerte der Relaxationsmessungen wieder. Beim ersten Belasten auf die nominale Spannkraft S_0 , bei dem die Saite auf der Gitarre kurzzeitig die nominale Frequenz gemäß Tab. 3.VI angenommen hätte, wurde sie um einige Zentimeter in die Länge gezogen. Bei den monofilen Diskantsaiten nahm die ursprüngliche Länge 600 mm um etwa 4% bis 10% zu. Bei den umsponnenen Basssaiten war die anfängliche Längung etwas kleiner. Die Dehnung (relative Längenzunahme) lag hier etwa zwischen 3% und 7%.

Tab. 8.I. Zunahme der Länge beim Aufbringen der Spannkraft und Endwert der Kraft nach zwölf Stunden bei Saiten vom Typ I

	Absolute Längenzunahme Δl_0 in mm	Relative Längenzunahme $\Delta l_0/l_0$ in %	Nominale Spannkraft S_0 in N	Spannkraft S_{12} nach 12 h in N	Verhältnis der Spannkräfte S_{12}/S_0 in %	Verhältnis der Frequenzen f_{12}/f_0 in %
E 1st	60,1	10,0	84,0	61,5	73,1	85,5
B 2nd	39,0	6,5	65,3	41,6	63,7	79,8
G 3rd	22,4	3,7	61,0	32,4	53,2	72,9
D 4th	40,0	6,7	73,8	58,1	78,7	88,7
A 5th	25,0	4,2	67,4	53,7	79,7	89,3
E 6th	20,1	3,4	61,3	48,2	78,6	88,6

Hatte man diese Länge beibehalten und einen halben Tag gewartet, dann war die Spannkraft der Saite kleiner geworden. Die Basssaiten hielten die einmal aufgebrachte Kraft am besten; diese fiel innerhalb des Beobachtungszeitraumes auf etwa 70% ihres Anfangswertes ab. Was dies für die Grundfrequenz bedeutet, kann der letzten Spalte entnommen werden. Gemäß Gl. (7) ist die Frequenz mit der Wurzel der Spannkraft verknüpft. Das Absinken der Spannkraft hatte bei einer Basssaite zur Folge, dass sie nach zwölf Stunden um etwa zwei Halbtöne tiefer gestimmt war. Bei den Diskantsaiten ließ die Spannkraft noch viel deutlicher nach. Sie nahm auf 53% bis 73% des nominalen Wertes ab. Im extremen Fall der G-3rd-Saite bedeutet dies, dass die Stimmung einer neuen Saite nach zwölf Stunden um mehr als fünf Halbtöne bzw. mehr als eine große Terz abgesunken ist. Entsprechende Gegenüberstellungen und Vergleiche, ausgedrückt in musikalischen Tonstufen, finden sich in Abschnitt 10.3.

8.3. Saiten vom Typ II

Die Messkurven in Abb. 8.2 beziehen sich auf Relaxationsmessungen an den Galli-Saiten. Tab. 8.II gibt die relevanten Zahlenwerte wieder. Beim ersten Spannen mit der nominalen Spannkraft gemäß Tab. 3.VI dehnten sich die Saiten um einige Zentimeter. Die anfängliche Länge nahm um einige Prozent zu. Hier war die Dehnung der monofilen Diskantsaiten insgesamt etwas geringer als die der umsponnenen Basssaiten.

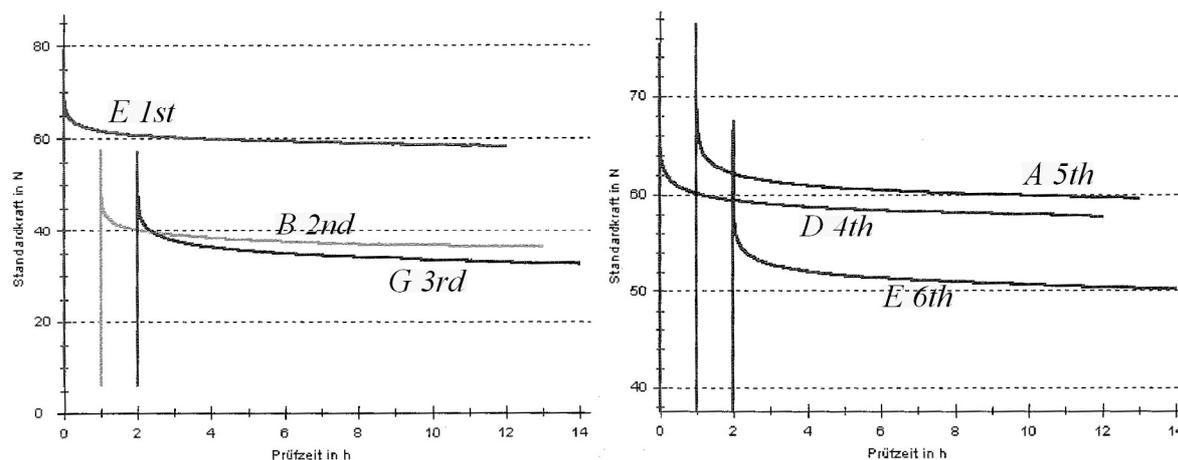


Abb. 8.2. Relaxationskurven (Spannkraft über der Zeit) für die Saiten vom Typ II (Galli).

Nach zwölf Stunden war bei allen Saiten die Spannkraft erkennbar abgefallen. Gemäß Tab. 8.II hielten die Basssaiten eine einmal aufgebrachte Kraft am besten. Ihre Spannkraft fiel innerhalb von zwölf Stunden auf etwa 87% ihres Anfangswertes ab. Die Diskantsaiten waren in geringerem Maße „stimmhaltig“. Im extremen Fall der G-3rd-Saite verringerte sich die Spannkraft auf 57% und die Frequenz auf etwa drei Viertel des anfänglichen Wertes. Demzufolge wäre auch hier die Stimmung einer neuen G-3rd-Saite nach einem halben Tag um nahezu fünf Halbtöne abgesunken; vgl. Abschnitt 10.3.

Tab. 8.II. Zunahme der Länge beim Aufbringen der Spannkraft und Endwert der Kraft nach zwölf Stunden bei Saiten vom Typ II

	Absolute Längen- zunahme Δl_0 in mm	Relative Längen- zunahme $\Delta l_0/l_0$ in %	Nominale Spannkraft S_0 in N	Spannkraft S_{12} nach 12 h in N	Verhältnis der Spannkräfte S_{12}/S_0 in %	Verhältnis der Frequenzen f_{12}/f_0 in %
E 1st	45,2	7,5	79,5	58,4	73,4	85,7
B 2nd	21,6	3,6	57,7	36,3	62,9	79,3
G 3rd	12,8	2,1	57,2	32,6	57,0	75,5
D 4th	46,8	7,8	75,6	57,7	76,4	87,4
A 5th	50,5	8,4	77,6	59,6	76,9	87,6
E 6th	42,6	7,1	67,6	50,2	74,3	86,2

8.4. Saiten vom Typ III

In den Messkurven von Abb. 8.3 ist für den Satz der Savarez-Saiten die Spannkraft über der Zeit aufgetragen. Auch hier zeigen sich die typischen Relaxationskurven: Unmittelbar nach dem Spannen der Saiten nahm die Zugkraft zunächst rasch und dann immer langsamer ab.

Tab. 8.III gibt repräsentative Zahlenwerte wieder. Beim ersten Belasten wurden die monofilen Diskantsaiten um mehrere Zentimeter gedehnt. Die monofilen Diskantsaiten wurden beim Spannen um etwa 7% bis nahezu 20% länger. Dabei fällt besonders die *E-1st*-Saite auf; das ursprünglich 60 cm lange Stück wurde um nahezu 12 cm gedehnt. Diese Saite scheint aus einem besonders weichen Material gefertigt zu sein. Bei den umspunnenen Basssaiten war die relative Längenzunahme (Dehnung) etwas kleiner und lag etwa zwischen 6% und 7%.

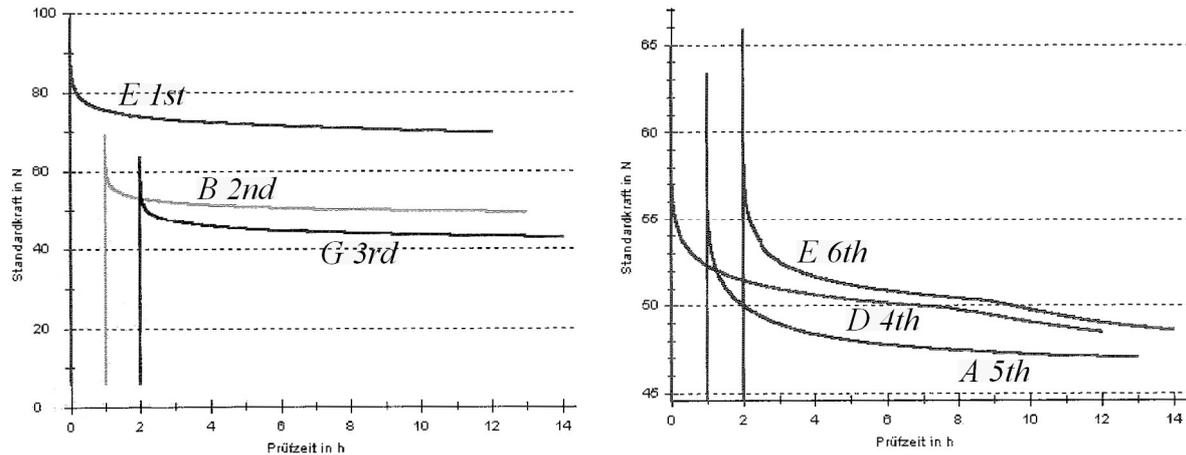


Abb. 8.3. Relaxationskurven (Spannkraft über der Zeit) für die Saiten vom Typ III (Savarez).

Wenn zwölf Stunden verstrichen waren, zeigte sich, dass die Spannkraft der Saiten sich weitgehend gleichmäßig verringert hatte. Sowohl die Bass- wie auch die Diskantsaiten hielten die einmal aufgebrachte Kraft relativ gut. Innerhalb des Beobachtungszeitraumes fiel die Spannkraft auf 86% bis schlimmstenfalls 82% ihres Anfangswertes ab. Das Relaxieren des Materials hat zur Folge, dass die Saiten nach Ablauf eines halben Tages um zwei bis höchstens drei Halbtöne tiefer gestimmt waren.

Tab. 8.III. Zunahme der Länge beim Aufbringen der Spannkraft und Endwert der Kraft nach zwölf Stunden bei Saiten vom Typ III

	Absolute Längenzunahme Δl_0 in mm	Relative Längenzunahme $\Delta l_0/l_0$ in %	Nominale Spannkraft S_0 in N	Spannkraft S_{12} nach 12 h in N	Verhältnis der Spannkräfte S_{12}/S_0 in %	Verhältnis der Frequenzen f_{12}/f_0 in %
<i>E 1st</i>	116,1	19,4	98,9	69,7	70,4	83,8
<i>B 2nd</i>	58,2	9,7	69,3	49,5	71,5	84,6
<i>G 3rd</i>	42,1	7,0	63,9	42,9	67,2	82,0
<i>D 4th</i>	35,5	5,9	65,0	48,5	74,6	86,4
<i>A 5th</i>	39,0	6,5	63,4	47,0	74,1	86,1
<i>E 6th</i>	43,9	7,3	65,9	48,6	73,7	85,9

8.5. Vergleiche zu Längung und Spannkraft

8.5.1. Dehnung der Saite beim erstmaligen Belasten

Wenn ein Gitarrenspieler eine neue Saite aufzieht, interessiert es ihn, wie lange er am Wirbel drehen muss, bis die Saite auf den richtigen Ton gestimmt ist. Ein Maß dafür ist, um welchen Prozentsatz eine neue Saite in die Länge gezogen werden muss, bis sie mit derjenigen Kraft S gespannt ist, bei welcher sie die gewünschte Grundfrequenz erzeugt. Diesbezügliche Angaben sind in Tab. 8.IV zusammen gestellt. Eine grafische Darstellung desselben Sachverhalts findet sich in Abb. 8.4. Beide Zusammenstellungen beruhen auf der Messung am Beginn der Relaxationskurven zu dem Zeitpunkt, an dem die Saite so lange gedehnt wurde, bis sie die nominale Spannkraft S nach Tab. 3.VI erreicht hatte.

Tab. 8.IV. Prozentuale Längenänderung $\Delta l/l_0$ der Saiten bis zum Erreichen der nominalen Spannkraft

Saite	M o n o f i l			U m s p o n n e n		
	E 1st	B 2nd	G 3rd	D 4th	A 5th	E 6th
Typ I	10,0	6,5	3,7	6,7	4,2	3,4
Typ II	7,5	3,6	2,1	7,8	8,4	7,1
Typ III	19,4	9,7	7,0	5,9	6,5	7,3

Es erscheint sinnvoll, die monofilen und die umspinnenen Saiten getrennt zu besprechen. Bei den Basssaiten dehnten sich diejenigen vom Typ I (Austin-City-Strings) mit 3% bis 7% insgesamt am wenigsten. Sie erscheinen am härtesten, was mit der Umspinnung mit Stahldraht zusammenhängen dürfte. Insgesamt am weichsten zeigten sich die Basssaiten vom Typ II (Galli). Mit 7% bis 8% dehnten sie sich am weitesten. Sie sind - ebenso wie die Basssaiten vom Typ III (Savarez) - mit versilbertem Kupferdraht umspinnen. Die Savarez-Saiten nehmen eine Mittelstellung ein.

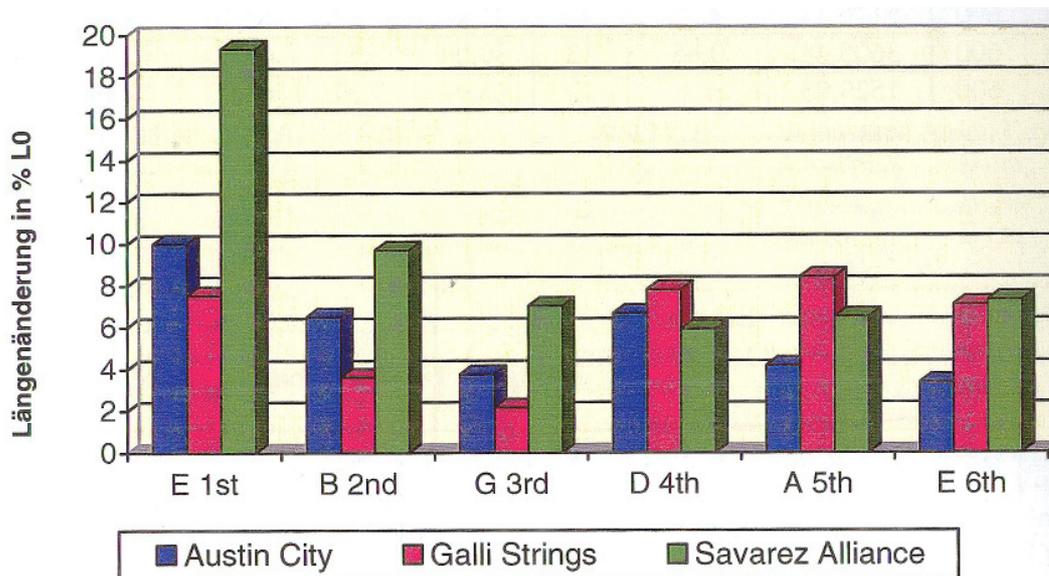


Abb. 8.4. Prozentuale Längenänderung der Saiten beim erstmaligen Aufbringen der nominalen Spannkraft.

Die monofilen Diskantsaiten lassen große Unterschiede erkennen. Sie entsprechen insofern der Erwartung, als die Dehnung umso größer war, je größer die Spannung im Saitenquerschnitt ist. Da gemäß Tab. 3.V die *E-1st*-Saite den geringsten und die *G-3rd*-Saite den größten Querschnitt hat, wird bei ähnlicher Spannkraft die Spannung in der *E-1st*-Saite am größten und in der *G-3rd*-Saite am kleinsten sein. Bei Hooke'schem Material wird dann auch die Dehnung der *E-1st*-Saite am größten und die der *G-3rd*-Saite am kleinsten sein. Am härtesten zeigten sich die Saiten vom Typ II (Galli); hier lagen die Dehnungen zwischen 2% und 7%. Als etwas weicher erwies sich der Typ I (Austin) mit 4% bis 10%. Eine Sonderstellung nehmen die Diskantsaiten vom Typ III (Savarez) ein. Sie sind so weich, dass sie beim Spannen um 7% bis nahezu 20% länger wurden. Das bedeutet, dass ein Gitarrenspieler den Wirbel der hohen *E-1st*-Saite sehr lange drehen und sehr viel Material aufwickeln muss, bis diese Saite endlich gestimmt ist.

8.5.2. Abnahme der Spannkraft innerhalb von zwölf Stunden

Die Erfahrung lehrt, dass die Arbeit des Gitarristen noch nicht getan ist, wenn eine neue Saite aufgezogen und das erste Mal gestimmt ist. Vielmehr wird der Ton der Saite ohne Zutun von außen tiefer; die Saite muss immer wieder nachgespannt werden, um ihre Stimmung zu halten. Der Grund hierfür ist darin zu suchen, dass das Saitenmaterial relaxiert: Die Spannkraft der einmal gespannte Saite nimmt im Laufe der Zeit immer mehr ab, zunächst rasch und später zunehmend langsamer. Wie die experimentellen Kurven gezeigt haben, ist in den meisten Fällen nach der Messzeit von zwölf Stunden ein einigermaßen stabiler Zustand erreicht.

Tab. 8.V erlaubt den Vergleich von Zahlenwerten. Angegeben ist der Prozentsatz, um den die Zugkraft, mit der die Saite gespannt ist, innerhalb von zwölf Stunden abgenommen hat. Hier sind kleine Werte von Vorteil. Ein visueller Vergleich ist an Hand von Abb. 8.5 möglich. Dort ist der Prozentsatz angegeben, auf den die ursprünglich aufgebrachte Spannkraft nach zwölf Stunden abgesunken ist. In dieser Darstellung sollten die Zahlenwerte 100% möglichst nahe kommen. Auch hier werden die umsponnenen und die monofilen Saiten getrennt diskutiert. Die genannten Zahlenwerte beziehen sich auf Tab. 8.V.

Tab. 8.V. Prozentuale Abnahme der Spannkraft im Verlauf von zwölf Stunden

Saite	M o n o f i l			U m s p o n n e n		
	<i>E 1st</i>	<i>B 2nd</i>	<i>G 3rd</i>	<i>D 4th</i>	<i>A 5th</i>	<i>E 6th</i>
Typ I	26,9	36,3	46,8	21,3	20,3	21,4
Typ II	26,6	37,1	43,0	23,6	23,1	26,7
Typ III	29,6	28,5	32,8	25,4	25,9	26,3

Die umsponnenen Basssaiten zeigen eine ziemlich einheitliche Tendenz: Im Verlauf von zwölf Stunden hat ihre ursprüngliche Spannkraft um 20% bis 27% abgenommen. Basssaiten vom Typ I (Galli; Stahlumspinnung) hielten die Spannkraft etwas besser als solche vom Typ II oder III, die mit versilbertem Kupferdraht umsponnen sind. Basssaiten vom Typ III (Savarez) verloren nahezu gleichmäßig etwa 26% der anfänglich aufgebrachten Spannkraft.

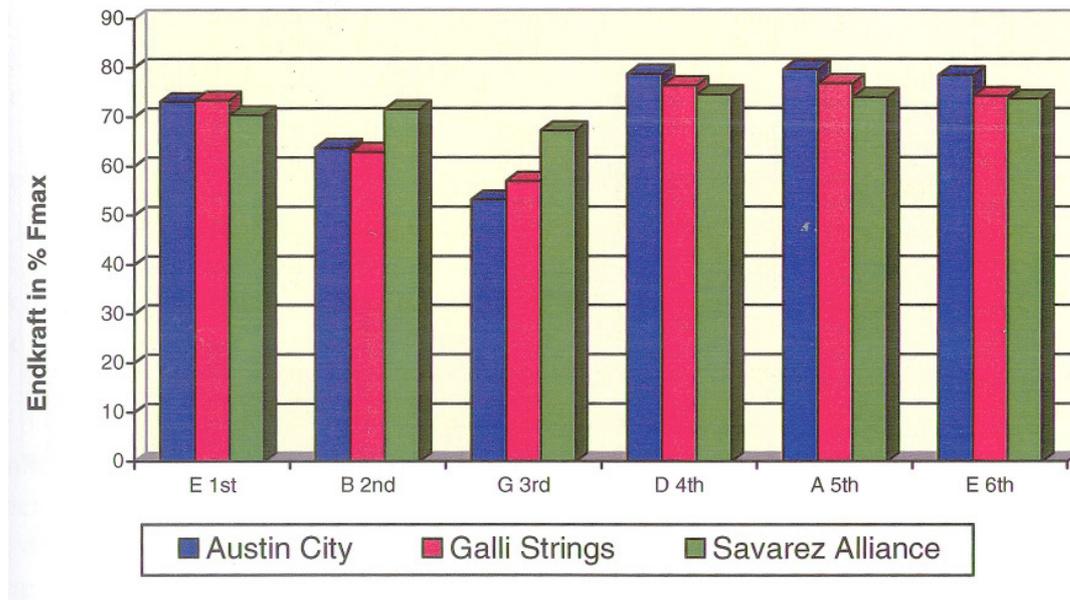


Abb. 8.5. Verhältnis der Spannkraft S_{12}/S_0 nach zwölf Stunden in Prozent der anfangs aufgebrauchten Kraft.

Bei den monofilen Diskantsaiten deuten sich größere Diskrepanzen an. Am besten hielten die E-1st-Saite die Spannung; sie hatten nach zwölf Stunden etwa 27% bis 30% ihrer ursprünglichen Spannkraft verloren. Am stärksten relaxierte die G-3rd-Saite. Sie verlor zwischen 33% bis 47% der anfänglichen Spannkraft. Dabei zeigt sich, dass die Diskantsaiten vom Typ III (Savarez), die sich beim ersten Spannen sehr weit dehnen, die Kraft in aller Regel über längere Zeit gut halten können. Zudem zeigt ein Vergleich der farbigen Balken, dass bei sämtlichen Saiten dieses Typs (grün; rechts in Abb. 8.5) die Spannkraft weitgehend gleichmäßig zurückgeht.

8.6. Zusammenfassende Bemerkung

Wenn eine Saite gestreckt wird, so stellt sich eine Zugkraft ein. Wird die Längung beibehalten, so würde bei einem elastischen Material die einmal erreichte Zugkraft gleich bleiben. Bei der Saite beobachtet man jedoch, dass die Spannkraft, die zu der Zeit t_0 sehr rasch den Wert S_0 angenommen hatte, allmählich kleiner wird. Die Zugkraft nimmt anfänglich rasch und dann immer langsamer ab, bis sie nach zwölf Stunden den Wert S_{12} erreicht hat. Die Abnahme der Zugkraft bei gleichbleibender Länge wird als Relaxation bezeichnet. Dieser Effekt prägt sich bei Kunststoffsaiten, wie sie hier betrachtet werden, ungleich stärker aus als bei Saiten aus Stahl. Eine einfache Modellvorstellung, mit der er sich nachbilden lässt, findet sich in Abschnitt 10.1.

Die Relaxationsmessungen des vorliegenden Kapitels beschreiben den Sachverhalt ziemlich direkt, der beim Aufziehen neuer Saiten auf eine Gitarre zu beobachten ist. Jeder Spieler eines Saiteninstruments hat schon beobachtet, dass eine Nylonsaite, kaum dass sie aufgezogen und gespannt worden ist, schon wieder ihre Stimmung verliert. Sie muss mehrmals, anfangs häufiger, später in größeren Abständen, nachgestimmt werden und hat erst nach längerer Zeit eine Art Endzustand erreicht. Baltrusch und Ziegenhals (2000) heben diesen Vorgang („Stimmtonhaltung“) an verschiedenen Saiten bei zehnminütigem Nachstimmen über längere Zeit verfolgt und dokumentiert.

Die Messungen auf der Werkstoffprüfmaschine haben über eine Spanne von zwölf Stunden gezeigt, wie die Zugkraft im Laufe der Zeit abnimmt. Zu Beginn des Experiments wurde die Spannkraft aufgebracht, die gemäß Tab. 3.VI notwendig ist, um eine Saite auf ihre nominale Note zu stimmen. Danach wurde verfolgt und dokumentiert, wie die Kraft zunächst rasch und dann immer langsamer abnimmt. Der Zustand nach zwölf Stunden wurde mit dem Anfangszustand verglichen. Erwartungsgemäß zeigten sich dabei zunächst einmal Unterschiede zwischen den Diskant- und den Basssaiten. Erstere aus einer einzigen dicken Faser. Letztere setzen sich aus vielen dünnen Fasern zusammen, die mit einem Metalldraht umspinnen sind.

Die umspinnenen Saiten halten die Spannkraft insgesamt etwas besser als die Saiten ohne Umspinnung. Unterschiede wurden beobachtet, die sich allerdings nicht sehr ausprägen. Sie könnten damit zu tun haben, dass eine Ummantelung mit Stahldraht die Saite etwas stabiler macht, als wenn Kupferdraht verwendet wird. Saiten, die nur aus einer Nylonfaser bestehen, relaxieren in aller Regel stärker, als dies umspinnene Saiten tun. Im Extremfall ist die Spannkraft nach zwölf Stunden nur noch etwa halb so groß, wie sie anfänglich war. Dies wurde bei der Saite G *3rd* beobachtet, was mit der täglichen Erfahrung des Gitarrenspielers übereinstimmt: Wenn eine Saite nachgestimmt werden muss, ist es mit Sicherheit zuallererst die G-*3rd*-Saite. Es zeigte sich jedoch auch, dass es offenbar Materialien oder Herstellungsweisen gibt, mit denen sich dieser Effekt auch bei Monofilen reduzieren lässt. So bleibt bei der G-*3rd*-Saite vom Typ III die Spannkraft länger auf hohem Niveau als bei ihren Konkurrentinnen. Zudem lässt sich feststellen, dass alle drei Diskantsaiten dieses Typs im nahezu gleichen Ausmaß relaxieren. Gleichzeitig zeigt sich, dass Saiten dieses Typs sehr weich sind und teilweise um bis zu einem Fünftel gedehnt werden müssen, bis sie die Nominalspannung erreicht haben. Der Gitarrist muss demnach ewig am Wirbel drehen, bis die Diskantsaite endlich gestimmt ist. Die Mühe lohnt sich aber insofern, als die Saite die einmal eingestellte Spannkraft dann auch einigermaßen hält.

9. HYSTERESE

Die Messungen zum Kriechen (Kapitel 7) und zum Relaxieren (Kapitel 8) haben ein und denselben prinzipiellen Sachverhalt als Ursache, nämlich visko-elastisches Verhalten des Saitenmaterials. Das bedeutet, dass sich das Material nicht nur ausschließlich gemäß dem Hooke'schen Gesetz verhält, sondern neben elastischen Eigenschaften auch Fließ- und Dämpfungseffekte zeigt. Diese führen dazu, dass sich für das Belasten andere Kraft-Verschiebungs-Kurven ergeben als für das Entlasten. Dieses pfadabhängige Verhalten des Saitenmaterials bei raschen Änderungen der Belastung kann mit der Werkstoffprüfmaschine gemessen werden, was im vorliegenden Kapitel an Hand von drei Beispielen illustriert werden soll.

9.1. Durchführung der Messung

Herr Dipl.-Ing. Bülent Yagimli, der in Abb. 9.1. links am Bedienrechner der Material-Prüfmaschine sitzend fotografiert ist, hat freundlicherweise das Experiment durchgeführt. Hierfür dankt ihm der Autor.



Abb. 9.1. Die Herren Dipl.-Ing. Bülent Yagimli (links) und Manfred Mahlig (rechts) vor der Prüfmaschine.

Abb. 9.2 kann entnommen werden, wie die Saite zur Messung eingespannt war. Oben und unten ist je einer der in Kapitel 4 beschriebenen Probenhalter zu erkennen. Die Einspannlänge

der Saite war circa 200 mm. Der Abstand der Mess-Enden des Kontakt-Langwegaufnehmers, welche die Saite zangenartig umfassen, betrug circa 70 mm. Abb. 2 zeigt diese Situation am Beispiel der eingespannten Basssaite. Die Temperatur war etwa 20⁰, die Luftfeuchte betrug etwa 50%

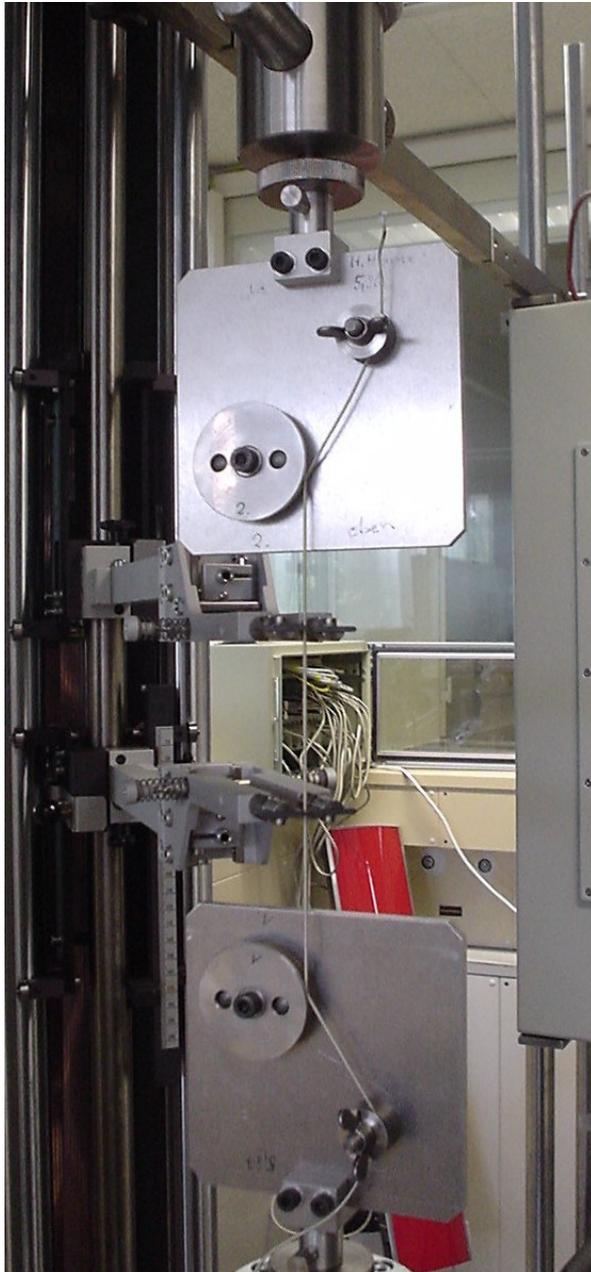


Abb. 9.2. Prüfaufbau für die Hysteresemessungen. Oben und unten erkennt man die beiden Einspannvorrichtungen. Die zwei mechanischen Kontakte des Wegaufnehmers umfassen die Saite.

Damit Verhältnisse wie auf der Gitarre vorliegen, wurde bei sämtlichen Messungen als Vorlast die Zugkraft 80 N gewählt. Diese kommt gemäß Tab. 3.VI der Spannkraft nahe, mit der eine Saite auf ihre Normstimmung gebracht wird. Um diesen „Arbeitspunkt“ wurde die Zugkraft um ± 20 N variiert. Dabei betrug die Traversengeschwindigkeit 10 mm/min. Nach dem Einspannen der Saite wurde die Zugkraft gleichmäßig gesteigert, bis sie 100 N erreicht hatte; Abb. 9.3 zeigt den weitgehend linearen Anstieg der Kraft als Funktion der Verschiebung unmittelbar vor dem Erreichen der Höchstkraft, wie er auf dem Bildschirm des Steuerrechners zu beobachten war. Sobald die Zugkraft 100 N betrug, wurde die Kraft mit derselben Belastungsgeschwindigkeit auf 60 N verringert, wiederum auf 100 N erhöht und noch einmal auf 60 N reduziert. Eine Messung dauerte wenige Minuten und kann deshalb als vergleichsweise „sehr schnell“ angesehen werden. Die Ergebnisse finden sich im folgenden Abschnitt.

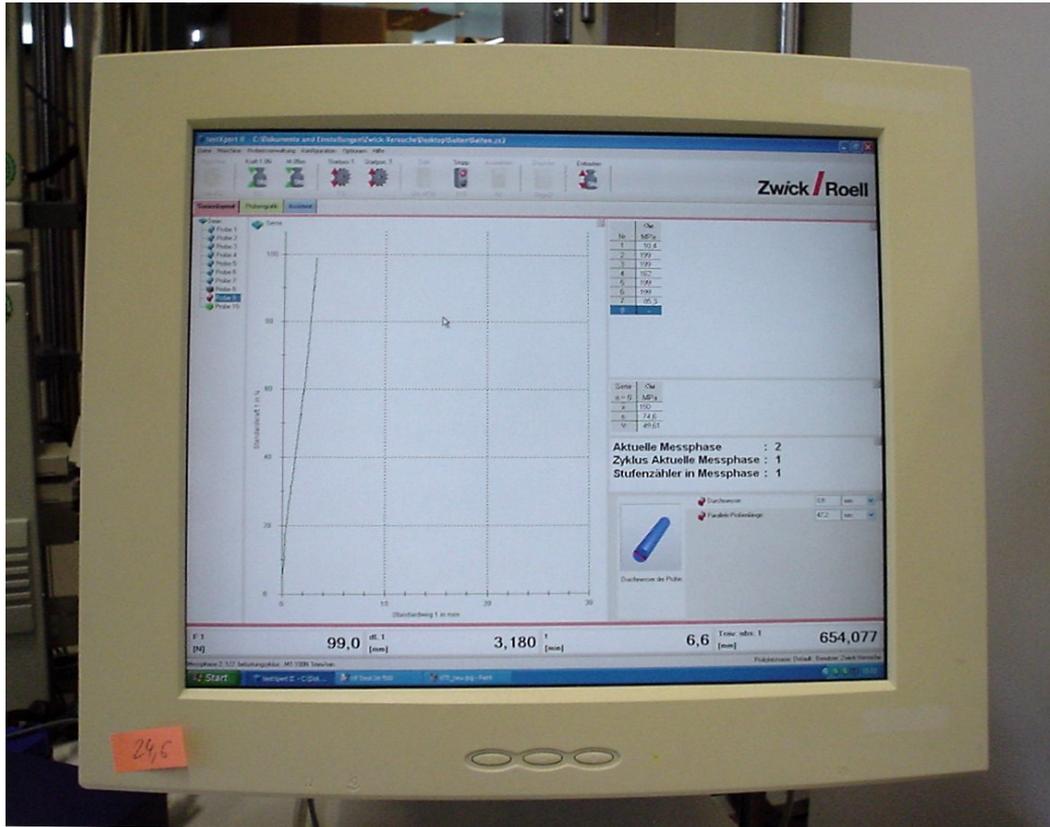


Abb. 9.3. Monitorbild der ersten Belastungsphase. Der Graph zeigt die Kraft über dem Weg.

9.2. Ergebnisse der Messung

Exemplarisch werden drei Experimente dieser Messreihe besprochen, bei denen der oben beschriebene Messzyklus durchlaufen wurde. Untersucht wurden zwei Diskantsaiten, eine davon gebraucht, sowie eine Basssaite. Gezeigt wird die Kraft über der Verschiebung am Ende des Saitenstücks bzw. seiner Längung, wobei der Nullpunkt der Längung unterdrückt ist.

9.2.1. Gebrauchte Diskantsaite

Bekanntlich klingen Saiten nach längerem Gebrauch nicht mehr so brillant, wie dies unmittelbar nach dem Aufziehen der Fall ist. Um möglicherweise messtechnische Unterschiede nachzuweisen, wurde neben zwei fabrikneuen Saiten auch eine ältere untersucht. Das erste Messobjekt war eine monofile E-1st-Saite unbekannter Herkunft. Sie war längere Zeit auf einer Gitarre im Gebrauch. Abb. 9.4 gibt die Kraft-Verschiebungskurve für den oben beschriebenen Belastungszyklus wieder.

Die Saite wurde so lange gedehnt, bis die Spannkraft 100 N erreicht war. Der entsprechende Ast der Messkurve ist mit I bezeichnet. Bei etwa 85 N vollführt die Messkurve eine Schleife. Diese hat ihren Grund darin, dass einer der Messfühler auf der glatten Oberfläche der Saite abgerutscht war und die Regelung einige Zeit brauchte, bis sich die vorgegebene Kraft wieder einstellte. Als die Endkraft 100 N erreicht war, war das Saitenstück um etwa 4,5 mm länger geworden. Nun wurde entlastet. Der zugehörige Kurvenast II wurde von oben nach unten

durchlaufen. Bei der unteren Grenzkraft 60 N war die Saite deutlich länger, als sie es beim erstmaligen Belasten mit 60 N war. Das nochmalige Steigern der Zugkraft (Ast III; 60 N => 100 N) führte dazu, dass sich das Saitenstück noch etwas mehr dehnte und letztlich nahezu 4,6 mm länger als im unbelasteten Zustand war. Erneutes Entlasten (Ast IV, 100 N => 60 N) führte auf eine Längung um etwa 3,7 mm. Damit war das Ende des zweimal durchlaufenen Zyklus aus Belastung und Entlastung erreicht.

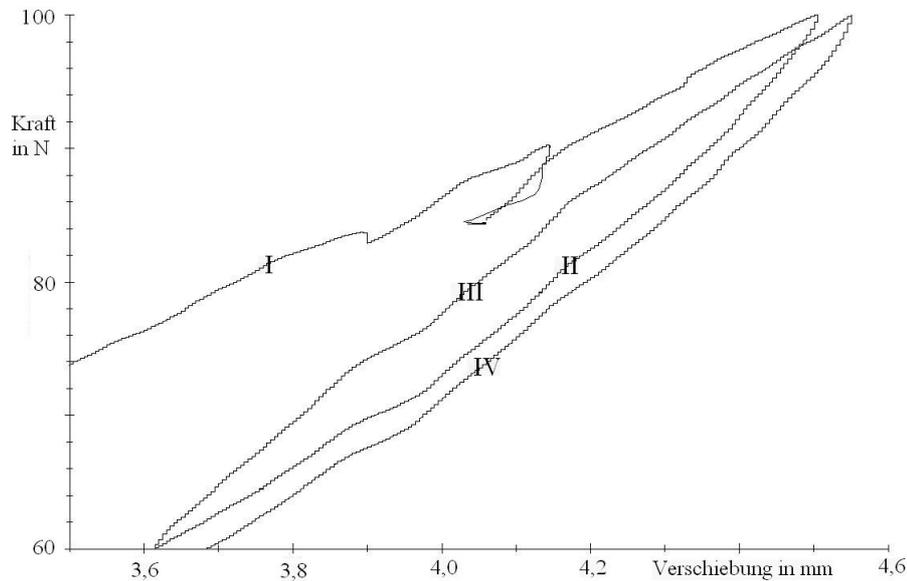


Abb. 9.4. Kraft-Verschiebungsdiagramm einer gebrauchten E-1st-Saite (Durchmesser 0,7 mm). Die römischen Ziffern kennzeichnen die zeitliche Abfolge der Belastung.

In grober Schätzung lässt sich im Ast I als mittlere Steigung der Wert 26 N/mm ablesen. Für die übrigen drei Äste entnimmt man Zahlenwerte von etwas weniger als 50 N/mm. Mit dem letztgenannten Wert liegt ein Anhalt für die Längs-Federkonstante des Saitenstückchens

$$c_L = \Delta S / \Delta l \quad (12)$$

vor, wobei ΔS der Zuwachs an Spannkraft (hier 40 N) und Δl der Zuwachs der Länge l ist. Dieser stimmt mit der zusätzlichen Verschiebung (Längung) überein, die sich in Folge der Belastung einstellt. Da andererseits

$$c_L = EA / l \quad (13)$$

gilt, lässt sich aus der Federkonstante c_L des $l = 70$ mm langen Saitenstückchens auch auf die Federkonstante für die Mensurlänge der Saite oder auch auf deren Längssteifigkeit EA schließen. Letztere wäre im Beispiel $EA = 3,5$ kN. Damit liegen nun elastische Konstanten für kleine oszillierende Zugbelastung um den Arbeitspunkt 80 N vor.

9.2.2. Neue Diskantsaite

Eine etwas dickere Saite wird von der Firma Savarez als B-2nd-Saite verkauft. Die Ergebnisse an einem fabrikneuen Exemplar sind in Abb. 9.5 dargestellt. Die Äste der Messkurve sind in chronologischer Reihenfolge mit I bis IV beziffert. Als mittlere Steigung lässt sich im

Ast I ein Wert von etwa 12 N/mm ablesen; für die übrigen drei Äste ergeben sich Zahlenwerte für die Federkonstante c_L des Saitenstückchens um etwa 50 N/mm. Damit verhält sich diese Saite beim ersten Spannen in Hinblick auf Zugbelastung deutlich weicher, danach aber etwas steifer als die vorher betrachtete E-1st-Saite.

In Folge der Zugkraft 100 N wurde das Saitenstück um circa 6,3 mm länger. Somit dehnte es sich um nahezu 10%, wie es für die Saiten dieses Herstellers typisch zu sein scheint. Nach der ersten Entlastung auf 60 N (Ast II) ging die Längung auf 5,65 mm zurück. Das erneute Belasten (Ast III; 60 N => 100 N) machte das Saitenstück um weitere 0,1 mm länger. Dies gilt auch für das erneute Entlasten; der Ast IV (100 N => 60 N) endet schließlich bei der Verschiebung 5,75 mm.

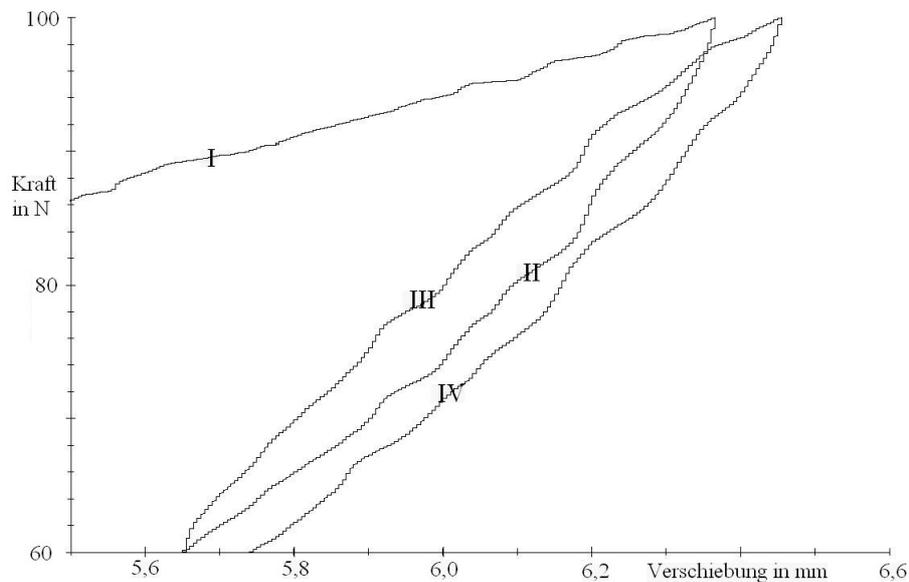


Abb. 9.5. Kraft-Verschiebungsdiagramm einer neuen B-2nd-Saite (Durchmesser 0,75 mm). Die römischen Ziffern kennzeichnen die zeitliche Abfolge der Belastung.

9.2.3. Neue Basssaite

Als Vertreter der polyfilen Saiten mit Umspinnung aus versilbertem Kupferdraht wurde eine neue E-6th-Saite unbekannter Herkunft vermessen. Die Resultate sind Abb. 9.6 zu entnehmen. Wiederum sind die Äste I bis IV so beziffert, dass die zeitliche Abfolge der Belastung erkennbar wird. In Ast I lässt sich als mittlere Steigung ein Wert von etwa 38 N/mm ablesen. Für die drei übrigen Äste ergeben sich Zahlenwerte für die Federkonstante c_L des Saitenstückchens um etwa 55 N/mm. Erwartungsgemäß verhält sich die dicke metallumspinnene Saite hinsichtlich der Zugbelastung steifer als die vorher betrachteten Diskantsaiten.

Bei 100 N wurde das Saitenstück um nicht ganz 3,2 mm länger. Somit dehnte es sich um etwa 4,6%. Nach der ersten Entlastung auf 60 N (Ast II) ging die Längung auf 2,45 mm zurück. Das erneute Belasten (Ast III; 60 N => 100 N) verlängerte das Saitenstück nurmehr unwesentlich. Nach erneutem Entlasten führt der Ast IV (100 N => 60 N) auf die Verschiebung 2,53 mm.

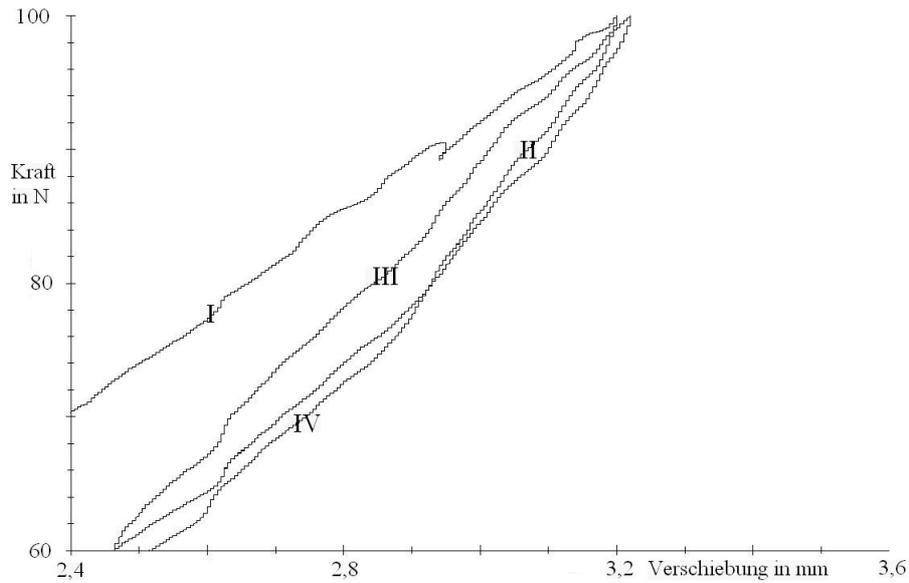


Abb. 9.6. Kraft-Verschiebungsdiagramm einer neuen E-6th-Saite (Durchmesser 1,1 mm). Die römischen Ziffern kennzeichnen die zeitliche Abfolge der Belastung.

9.3. Vergleich der Resultate

Die Messungen haben ergeben, dass die Kraft-Verschiebungskurven pfadabhängig sind. Es führt zu unterschiedlichen Messkurven, wenn die Belastung von der Vorkraft 80 N ausgehend zuerst um 20 N verkleinert und dann vergrößert wird, oder umgekehrt. Die folgenden Diagramme sind Ausschnitte aus den Abb. 9.4 bis 9.6 und stellen diesen Ablauf dar: Die Saite wird aufgezogen, gespannt und entlastet, bis die Vorkraft 80 N wirkt. Dieser Zustand ist der Anfangspunkt. Der Ast II des betrachteten Zyklus stellt die Entlastung um 20 N dar. Daran schließt sich Ast III an. Die Zugkraft wird erhöht, erreicht die Vorlast und übersteigt sie um 20 N. Danach wird auf dem Ast IV wieder bis zum Endpunkt bei 80 N entlastet. Anfangs- und Endpunkt sind durch kleine Kreise markiert.

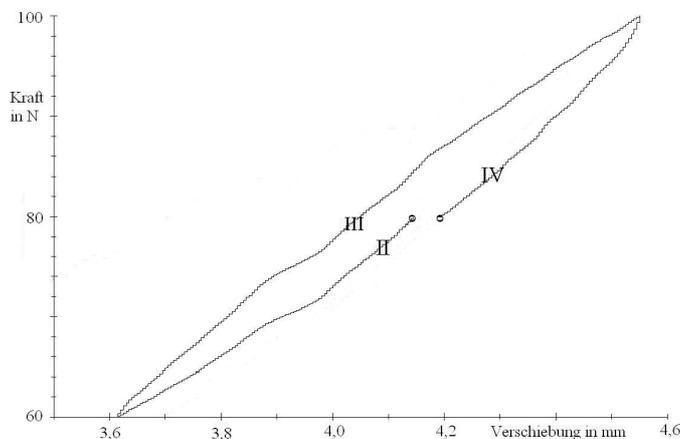


Abb. 9.7. Hysteresediagramm einer gebrauchten E-1st-Saite bei Belastung mit ± 20 N um die Vorlast 80 N.

Abb. 9.7 macht deutlich, wie dieser Vorgang bei der gebrauchten Saite E 1st (vgl. auch Abschnitt 9.2.1) abläuft. Entlastung (Ast II), Belastung (Ast III) und Rückkehr zur Vorlast 80 N

stellen sich im Kraft-Verschiebungs-Diagramm dar. Es wird deutlich, dass der Anfangspunkt (Zugkraft 80 N, Längung um 4,15 mm) nicht wieder erreicht wird. Vielmehr ist das Saitenstück nach Durchlaufen dieses Zyklus um etwa 0,05 mm länger als zu Beginn. Hierin zeigt sich Kriechen, d.h. das Material passt sich der Belastung an und gibt nach. In Abb. 9.7 wird auch deutlich, dass die Messkurven eine Fläche einschließen. Diese ist ein Maß für die Energie, die bei diesem Vorgang irreversibel in Wärme umgesetzt wird.

Aus den Scheitelpunkten der Hysteresekurve lässt sich eine Federkonstante c_L des Saitenstückchens von 43 000 N/m ablesen. Die Längssteifigkeit nach Gl. (13) ist $EA = 3 \text{ kN}$, was im Bereich der Werte liegt, wie sie Chaigne (1991) gemessen hat. Auf die Angabe eines Elastizitätsmoduls E wird bewusst verzichtet, da für die Berechnung der Spannung die Querschnittsfläche A vorliegen müsste. Diese ist für belastete Saite nicht bekannt, was in noch höherem Maße auf die umspinnene Basssaite (Abb. 9.9) zutrifft.

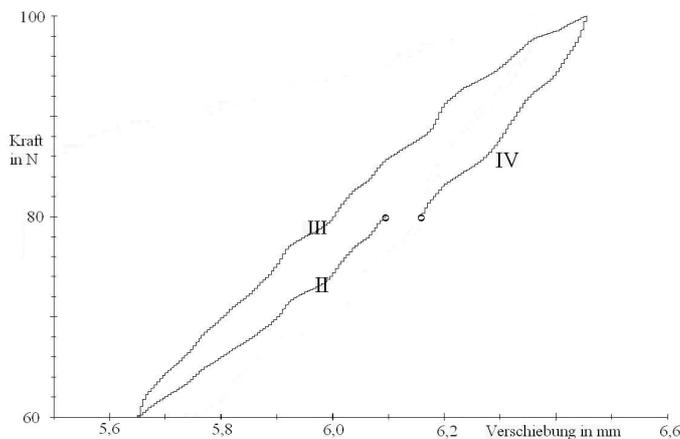


Abb. 9.8. Hysteresediagramm einer neuen B-2nd-Saite bei Belastung mit $\pm 20 \text{ N}$ um die Vorlast 80 N.

Abb. 9.8 bezieht sich auf eine neue Diskantsaite B 2nd; vgl. Abschnitt 9.2.2. Grundsätzlich zeigen sich gleichartige Effekte wie bei der vorher betrachteten Saite. Der Anfangspunkt wird nach Durchlaufen des Belastungszyklus nicht mehr erreicht; nachher ist das Saitenstück um 0,6 mm länger als vorher. Die Längung ist damit größer als diejenige der E-1st-Saite von Abb. 9.7. Dies könnte im andersartigen Material der Savarez-Saiten zusammenhängen, das in den vorhergehenden Kapiteln bereits mehrfach diskutiert worden ist. Möglicherweise ist sie auch deshalb größer, weil die Saite vorher nicht benutzt und bisher nur ein einziges Mal kurz mit ihrer Nennkraft gespannt worden war. Den Scheitelpunkten der Hysteresekurve entnimmt man die Federkonstante $c_L = 50 \text{ 000 N/m}$ des Saitenstückchens.

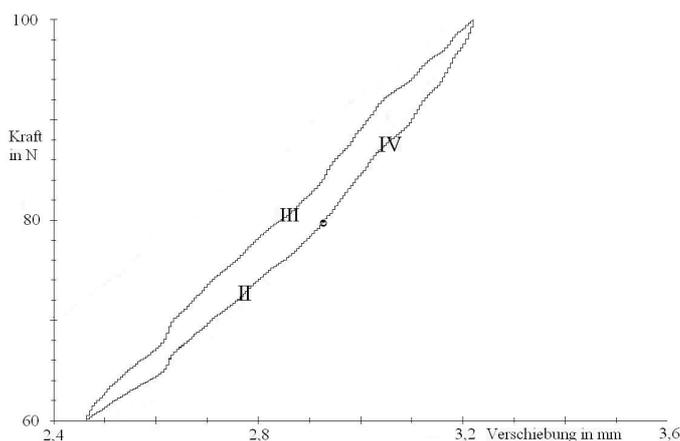


Abb. 9.9. Hysteresediagramm einer neuen E-6th-Saite bei Belastung mit $\pm 20 \text{ N}$ um die Vorlast 80 N.

Als einzige der drei Hysteresekurven ist die für die E-6th-Saite in Abb. 9.9 geschlossen; Endpunkt und Anfangspunkt stimmen überein. Offenbar kriecht die metallumspannene Saite weniger und/oder langsamer als die blanken Diskantsaiten, die in den Abb. 9.7 und 9.8 betrachtet wurden. Darüber hinaus stellt sich die Hysteresekurve schlanker dar. Der Pfad II sowie IV für abfallende Belastung unterscheidet sich nicht so stark vom Pfad II für ansteigende Belastung, so dass die eingeschlossene Fläche kleiner als bei den beiden Diskantsaiten ist. Weniger Energie geht verloren und die Dämpfung ist geringer. Die Scheitelpunkte der Hysteresekurve lassen auf eine Längssteifigkeit von 53 000 N/m schließen. Dieser Wert bezieht sich auf das untersuchte Stückchen der Länge 70 mm. Die Steifigkeit der gesamten Saite hängt von der Mensurlänge ab und ist entsprechend kleiner.

9.4. Zusammenfassende Bemerkung

Im vorliegenden Kapitel werden erste Schritte geschildert, das Verhalten der Saite „oszillierend um ihren Arbeitspunkt“ zu untersuchen, der durch eine Vorlast von 80 N realisiert wurde. Es wurde der Fall nachgebildet, dass eine Saite zunächst überspannt (100 N) und dann auf ihren Arbeitspunkt (80 N) entspannt wird. Dann wurde eine mit der Zeit linear abfallende, ansteigende und wieder abfallende zusätzliche Belastung von ± 20 N aufgebracht. Exemplarisch wurden zwei Diskantsaiten und eine Basssaite betrachtet.

Das Kraft-Verschiebungs-Diagramm erwies sich in allen Fällen als pfadabhängig. Diese Feststellung ist in voller Übereinstimmung mit Beobachtungen anderer Autoren, z.B. von Chaigne (1991). Je nachdem ob eine Zugkraft von oben oder von unten her angesteuert wird, dehnt sich die Saite in unterschiedlichem Maße. Für jede der Saiten wurde ein vollständiger Zyklus aus Ent- und Belastung herausgegriffen und interpretiert. Bei den monofilen Diskantsaiten wurde eine bleibende Verformung festgestellt; die Hysteresekurven schlossen eine relativ große Fläche ein. Die Basssaite, polyfil und mit versilbertem Kupferdraht umspannen, zeigte keine bleibende Verformung; ihre Hysteresekurve schloss eine kleinere Fläche als dies bei den Diskantsaiten ein.

Signifikante Unterschiede zwischen der gebrauchten und der neuen Diskantsaite waren hier noch nicht erkennbar. Es erscheint trotzdem erwägenswert, ein und dieselbe Saite im Ausgangszustand und nach längerem Gebrauch daraufhin zu untersuchen, ob aus unterschiedlich großen Hysteresekurven auf eine Zunahme der Dämpfung geschlossen werden kann. Möglicherweise lassen sich dann nicht nur die Auswirkungen von Umlagerungen im Saitenmaterial, sondern bei Basssaiten auch Veränderungen in der Umspinnung durch Oxidation oder Einlagerung von Hautpartikeln nachweisen.

Die Schleife im Diagramm von Abb. 9.4 ist darauf zurückzuführen, dass der Kontakt-Messfühler abgerutscht ist. Hieraus resultieren Messfehler, die zukünftig vermieden werden müssen. An die Stelle der konventionellen Messung mit Fühlern, die sich am Untersuchungsobjekt „festkrallen“ und mitgezogen werden müssen, sollte ein Verfahren treten, das berührungsfrei – beispielsweise mit optischen Methoden - arbeitet. Um die Messung an die spieltechnische Praxis anzupassen, wäre zu überlegen, ob Hysteresekurven erst dann gemessen werden, wenn die Saite bereits relaxiert hat und weitgehend ihren stabilen Endzustand erreicht hat. Da alle bisherigen Ergebnisse darauf hin deuten, dass die Kennwerte des Saitenmaterials von der Belastungsgeschwindigkeit abhängen, sollte darüber hinaus auch stark zeitabhängige Vorgänge untersucht werden.

Dies sollte in dem Frequenzbereich geschehen, der für Gitarrentöne typisch ist. Die hier verwendete Material-Prüfmaschine Z020 der Firma Zwick-Roell ist für statische Untersuchungen ausgelegt und für dynamische nicht vorgesehen. Untersuchungen mit oszillierender Belastung durch einen elektrodynamischen Schwingerreger („*shaker*“) ließen sich beispielsweise auf der Prüfmaschine Eplexor der Firma Gabo durchführen, über die das Institut für Mechanik verfügt. Deren Frequenzbereich reicht bis etwa 100 Hz. Um auf das Verhalten des Saitenmaterials bei höheren Frequenzen zu schließen, könnte von der Temperatur-Frequenz-Äquivalenz Gebrauch gemacht werden. Das würde bedeuten, dass mittels einer Temperierkammer unter genau definierten Bedingungen eine „Masterkurve“ gemessen wird. Unter bestimmten Voraussetzungen kann aus dieser Kurve auf das Verhalten in anderen Frequenzbereichen geschlossen werden. Besonders interessieren hierbei höhere Frequenzen. Chaigne (1991) spricht davon, dass eine Absenkung der Temperatur um 10^0 einer Vergrößerung der Frequenz um eine Dekade entspricht. Durch drei Messungen bei 20^0 , 10^0 und 0^0 ließe sich damit der gesamte Frequenzbereich bis 10 kHz erschließen.

Abschließend sei darauf hingewiesen, dass sich auch die in diesem Kapitel geschilderten Untersuchungen ausschließlich auf Zugbelastung, also in longitudinaler Richtung entlang der Saitenlängsachse, beziehen. Die Längssteifigkeit EA , die damit ermittelt werden kann, ist die maßgebliche Materialkonstante für die Frequenz von Longitudinalschwingungen.

Diejenige Bewegung der Saite, welche zum musikalisch genutzten Signal führt, erfolgt jedoch in transversaler Richtung, d.h. quer zur Saitenachse. In der einfachen Theorie der transversal schwingenden Saite (vgl. Abschnitt 2.2) ist die Quersteifigkeit explizit ausgeklammert; die Längssteifigkeit spiegelt sich lediglich indirekt in der Spannkraft S wider. Diese wirkt rückstellend auf die Saite und wird als konstant angenommen, da „flache“ Auslenkungen vorausgesetzt werden. Erst wenn die Auslenkungen sehr groß werden, ändert sich diese Spannkraft und nimmt amplitudenabhängig zu. Inwieweit das untersuchte Verhalten hinsichtlich Feder- und Dämpfungseigenschaften in Längsrichtung sich auf die Querrichtung auswirkt, in der sich die Saite bewegt, ist derzeit noch nicht geklärt. Jedoch ist plausibel, dass ein Zusammenhang bestehen muss.

Die „Bequemlichkeitshypothese“, dass die Saite isotrop ist und der Elastizitätsmodul nicht von der Richtung abhängt, erscheint zumindest bei den monofilen Diskantsaiten nicht von vorn herein abwegig. Schließt die Hysteresekurve eine große Fläche ein, so deutet dies auf eine große Materialdämpfung hin. Höchstwahrscheinlich werden in einem Saitenmaterial, für das in Längsrichtung eine große innere Dämpfung gemessen wurde, auch Transversalschwingungen stark bedämpft. Die Steigungen der Messkurven in den Abb. 9.7 bis 9.9 waren ziemlich ähnlich. Dagegen umschließen die Hysteresekurven unterschiedlich große Flächen. Die vorliegenden Ergebnisse deuten somit darauf hin, dass sich Unterschiede im Verlustmodul abzeichnen. Dies sollte weiter untersucht werden.

10. MODELLE, VERGLEICHE UND FOLGERUNGEN

Die Messungen zum Kriechen (Kapitel 7), zum Relaxieren (Kapitel 8) und zur Hysterese (Kapitel 9) haben ein und denselben prinzipiellen Sachverhalt als Ursache, nämlich viskoelastisches Verhalten des Saitenmaterials. Das bedeutet, dass sich das Material nicht nur ausschließlich gemäß dem Hooke'schen Gesetz verhält, sondern neben elastischen Eigenschaften auch Fließ- bzw. Dämpfungseffekte zeigt. Dies lässt sich mit Ersatzschaltbildern veranschaulichen, was am Beispiel von Kriechen und Relaxation deutlich gemacht werden soll. Anschließend werden die Auswirkungen auf die Stimmung der Saiten betrachtet.

10.1. Einfache Modelle für Materialien

10.1.1. Grundelemente

Im Folgenden wird mit der dynamischen Größe Spannung σ (hier: Längskraft/Querschnittsfläche, Dimension Pa = N/m) und der kinematischen Größe Dehnung ε (hier: relative Längenänderung; dimensionslos bzw. Dimension Eins) gearbeitet. Um das Verhalten von Werkstoffen in seinen Grundzügen beschreiben zu können, nutzt man in der Theorie der linearen Visko-Elastizität einfache Modelle. Es werden zwei Grundelemente verwendet.

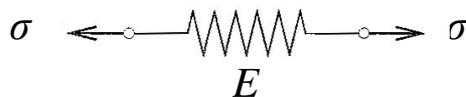


Abb. 10.1. Federelement zur Kennzeichnung des elastischen Verhaltens.

Das Federelement von Abb. 10.1 bezieht sich auf das Hooke'sche Gesetz

$$\sigma = E \varepsilon \quad (14)$$

und beschreibt linear-elastisches Verhalten. Es verknüpft die Spannung σ über den Elastizitätsmodul E mit der Dehnung ε .

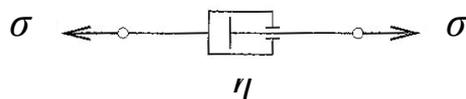


Abb. 10.2. Dämpferelement zur Kennzeichnung des viskosen Verhaltens.

Das Dämpferelement in Abb. 10.2 charakterisiert viskoses Verhalten, das durch

$$\sigma = \eta \dot{\varepsilon} \quad (15)$$

beschrieben ist. Die Verzerrungsgeschwindigkeit $\dot{\varepsilon} = d\varepsilon/dt$ ist der Spannung σ proportional. Der Proportionalitätsfaktor η kennzeichnet die Viskosität und beschreibt Energieverluste.

10.1.2. Kelvin-Voigt-Modell (Kriechen)

Im Kriechversuch von Kapitel 7 ist auf eine Materialprobe – im betrachteten Beispiel eine Saite der Querschnittsfläche A - sprungartig eine Zugspannung des Betrages $\sigma_0 = S_0/A$ aufgebracht und konstant gehalten worden. Dabei wurde die Saite der Länge l_0 ebenso sprungartig um die Anfangslängung Δl_0 länger, was der Anfangsdehnung $\varepsilon_0 = \Delta l_0/l_0$ entspricht. Es war zu beobachten, dass die Saite nicht – wie dies bei rein elastischem Material zu erwarten wäre – auf diesem Wert verharrete. Vielmehr wurde sie bei konstanter Zugkraft immer länger, was als Kriechen bezeichnet wird.

Das Materialkriechen lässt sich im einfachsten Fall mit dem Kelvin-Voigt-Modell beschreiben, das auch als Zwei-Elemente-Festkörper bezeichnet wird. Wie Abb. 10.3 zeigt, ist ein Dämpfer η parallel zu einer Feder E geschaltet. Die Dehnungen von Feder und Dämpfer sind gleich. Die beiden Teilspannungen σ_1 und σ_2 ergeben in ihrer Summe die Gesamtspannung σ .

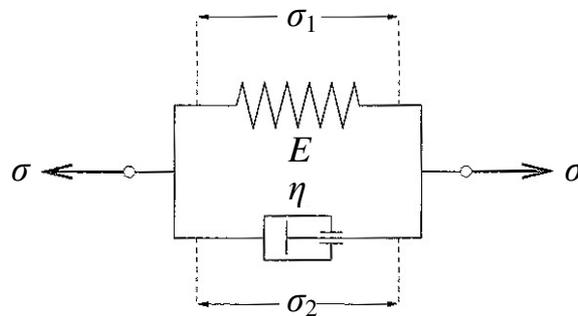


Abb. 10.3. Kelvin-Voigt-Modell zur Beschreibung des Kriechens.

Aus der Addition der Spannungen nach Gln. (14) und (15) folgt

$$E \varepsilon + \eta \dot{\varepsilon} = \sigma \quad . \quad (16)$$

Für die Zunahme der Dehnung im Laufe der Zeit $\Delta t = t - t_0$, die seit dem Aufbringen der Spannung σ_0 zum Zeitpunkt t_0 vergangen ist, ergibt sich aus Gl. (16) die Funktion

$$\Delta \varepsilon(\Delta t) = \frac{\sigma_0}{E} (1 - e^{-(E/\eta) \Delta t}) \quad . \quad (17)$$

Durch Normieren auf die Anfangsspannung kann daraus die Kriechfunktion

$$K(\Delta t) = \frac{1}{E} (1 - e^{-\Delta t/\tau}) \quad . \quad (18)$$

berechnet werden. Die Zeitkonstante des Kriechens, auch als Retardationszeit bezeichnet, ist

$$\tau = \eta/E \quad . \quad (19)$$

Die Kriechfunktion K gemäß Gl. (18), die den normierten Zuwachs der Dehnung als Funktion der Zeit Δt beschreibt, ist in Abb. 10.4. dargestellt. Vom Ausgangszustand $K(\Delta t = 0)$ ausgehend wird die zusätzliche Dehnung immer größer. Nach der Retardationszeit τ hat die Zunahme das $(1 - 1/e)$ -Fache des Endwertes erreicht. Das Kelvin-Voigt-Modell prognostiziert einen konstanten Endwert, gegen den die Dehnung von unten her „kriecht“. Er beträgt σ_0/E .

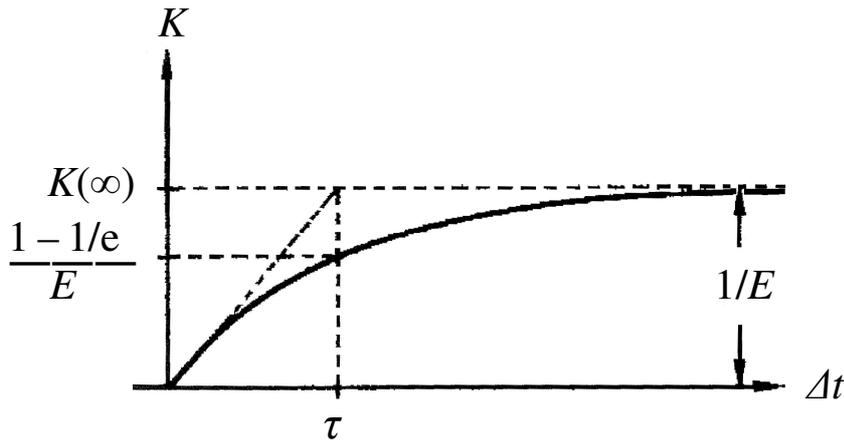


Abb. 10.4. Kriechfunktion nach dem Kelvin-Voigt-Modell.

10.1.3. Maxwell-Modell (Relaxation)

Im Relaxationsversuch von Kapitel 8 ist eine Materialprobe – im betrachteten Beispiel eine Saite – sprungartig von der Ausgangslänge l_0 um Δl_0 verlängert worden. Die Dehnung ε_0 , die sie dabei erfahren hat, wird konstant gehalten. Zum Anfangszeitpunkt hat dies bewirkt, dass die Saite ebenso sprungartig mit der Zugspannung σ_0 gespannt wurde. Es zeigte sich, dass die Saite nicht – wie dies bei rein elastischem Material zu erwarten wäre – diesen Wert beibehielt. Vielmehr nahm die Zugspannung bei konstanter Dehnung immer weiter ab, was als Relaxieren bezeichnet wird.

Die Relaxation lässt sich im einfachsten Fall mit dem Maxwell-Modell beschreiben, das auch als Zwei-Elemente-Flüssigkeit bezeichnet wird. Wie Abb. 10.5 zeigt, ist ein Dämpfer η in Serie zu einer Feder E geschaltet; die Spannungen an Feder σ_1 und Dämpfer σ_2 sind gleich. Die Dehnungen ε_1 und ε_2 summieren sich zur Gesamtdehnung ε . Dies gilt ebenso für die Ableitungen nach der Zeit, d.h. für die Verzerrungsgeschwindigkeiten.

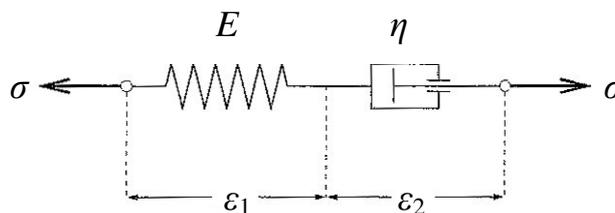


Abb. 10.5. Maxwell-Modell zur Beschreibung des Relaxierens.

Die Gln. (14) und (15) werden nach ε aufgelöst. Die Addition ergibt

$$\sigma + (\eta/E) \dot{\sigma} = \eta \dot{\varepsilon} \quad (20)$$

Sobald die Dehnung ε_0 – wie beim Relaxationsversuch – aufgebracht ist, ist die Verzerrungsgeschwindigkeit gleich Null. Für die Abnahme der Spannung im Laufe der Zeit $\Delta t = t - t_0$, die seit dem Aufbringen der Dehnung zum Zeitpunkt t_0 vergangen ist, ergibt sich damit aus Gl. (20) die Funktion

$$\Delta\sigma(\Delta t) = E \varepsilon_0 e^{-(E/\eta) \Delta t} \quad (21)$$

Durch Normieren auf die Anfangsdehnung kann daraus die Relaxationsfunktion

$$R(\Delta t) = E e^{-\Delta t/\tau} \quad (22)$$

bestimmt werden. Dem Maxwell-Modell zufolge wird die Zugspannung im Laufe der Zeit exponentiell kleiner. Die Zeitkonstante ist beim Relaxieren

$$\tau = \eta/E \quad (21)$$

wird als Relaxationszeit bezeichnet und ist ebenso groß wie beim Kriechen (Gl. (19)). Dies kann als Hinweis darauf gewertet werden, dass diese beiden „langsamen“ zeitabhängigen Phänomene miteinander zusammen hängen müssen.

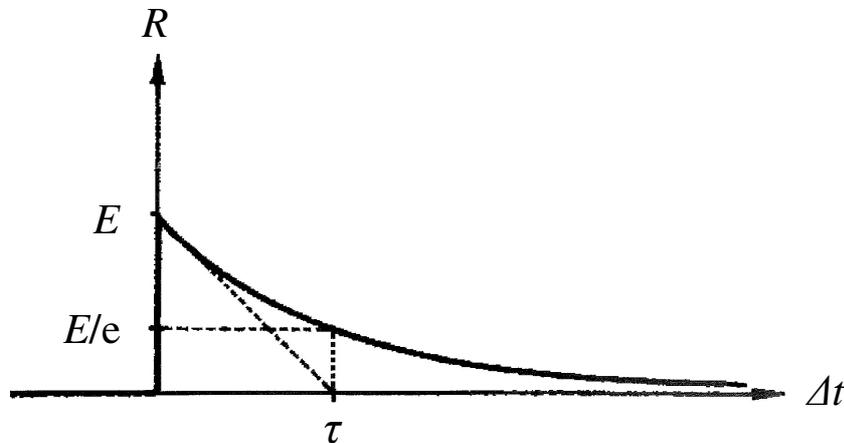


Abb. 10.6. Relaxationsfunktion nach dem Maxwell-Modell.

Abb. 10.6 gibt die Relaxationsfunktion R gemäß Gl. (22) wieder, in der die normierte Abnahme der Spannung als Funktion der Zeit Δt dargestellt ist. Vom Ausgangszustand $R(\Delta t=0)$ ausgehend nimmt die Spannung exponentiell, d.h. zunächst rasch und dann immer langsamer, ab. Nach der Relaxationszeit τ ist sie auf das $1/e$ -Fache des Anfangswertes abgefallen. Das Maxwell-Modell sagt voraus, dass die Spannung gegen den Endwert Null strebt.

10.1.4. Zusammengesetzte Modelle

Wie z.B. die Formulierung „Zunahme der Dehnung“ schon vermuten lässt, beschreiben die beiden elementaren Modelle zwar wesentliche Phänomene, nicht jedoch das gesamte zeitabhängige Verhalten der Saiten, wie es in den Kriech- und Relaxationsexperimenten zu beobachten war. Sie stützen die Vorstellung und machen plausibel, warum Materialien der betrachteten Art im Laufe der Zeit ihr Verhalten ändern können. Um die Eigenschaften realer Materialien nachbilden zu können, sind komplizierter Modelle notwendig. Sie lassen sich z.B. dadurch kreieren, dass einfache Kelvin-Voigt- und Maxwell-Modelle kombiniert werden; vgl. z.B. Middendorf (2002). Teilweise entstehen äußerst komplexe Kombinationen, auf die hier nicht näher eingegangen werden soll.

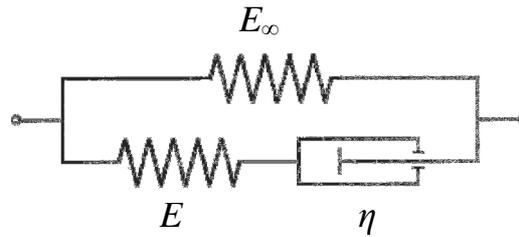


Abb. 10.7. Drei-Elemente-Festkörper-Modell zur Beschreibung des Relaxierens.

Es sei lediglich ein Beispiel erwähnt, mit dem der Tatsache Rechnung getragen wird, dass Saiten im Verlauf der Zeit nicht vollständig ihre Spannung verlieren. Die Versuchsergebnisse lassen vielmehr den Schluss zu, dass sie eher gegen einen endlichen, von Null verschiedenen Endwert relaxieren. Abb. 10.7 gibt ein Modell wieder, das dieses Verhalten nachbilden kann. Es besteht aus einer Steifigkeit E_∞ parallel zu einem Maxwell-Modell mit den Schaltelementen Steifigkeit E und Dämpfer η . Die Relaxationsfunktion, die sich hierfür ergibt, ist in Abb. 10.8 dargestellt.

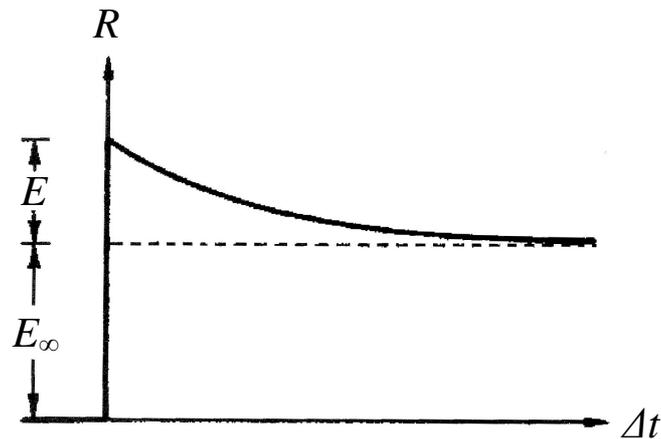


Abb. 10.8. Relaxationsfunktion nach dem Drei-Elemente-Festkörper-Modell von Abb. 10.7.

Abb. 10.8 macht deutlich, dass die Erweiterung des Maxwell-Modells nach Abb. 10.5 um die parallel geschaltete Feder der Steifigkeit E_∞ dazu führt, dass die Spannung mit größer werdenden Δt nicht gänzlich verschwindet. Vielmehr strebt sie gegen einen Endwert, der durch $E_\infty \varepsilon_0$, d.h. durch die Anfangsdehnung ε_0 und die Steifigkeit E_∞ gegeben ist. Ein Vergleich mit den Messkurven von Kapitel 8 zeigt die prinzipielle Übereinstimmung.

Die gezeigten Ersatzschaltbilder stützen die Anschauung und lassen sich mit Standardmethoden, wie sie z.B. in der Elektrotechnik seit Langem gebräuchlich sind, behandeln. Eine Anpassung der Modellparameter an die Ergebnisse der Messungen zum Kriechen und zur Relaxation soll hier nicht vorgenommen werden. Ebenso wenig soll versucht werden, die Hysterese, wie sie bei sehr schnellen Lastwechseln in Kapitel 9 zu beobachten war, mit einem Ersatzschaltbild zu beschreiben. Jedoch soll in den folgenden beiden Abschnitten auf Zusammenhänge und auf die Konsequenzen hingewiesen werden, die sich insbesondere aus dem Relaxieren für die Stimmung der Saiten ergeben.

10.2. Zusammenhang Kriechen – Relaxation bei Saiten

In der linearen Theorie gibt es ein theoretisches Fundament, das die Relaxationsfunktion eines visko-elastischen Körpers mit seiner Kriechfunktion verknüpft. Im folgenden Abschnitt soll anhand der experimentellen Resultate für die Saiten phänomenologisch überprüft werden, ob ein Zusammenhang zwischen den entsprechenden Messergebnissen erkennbar ist.

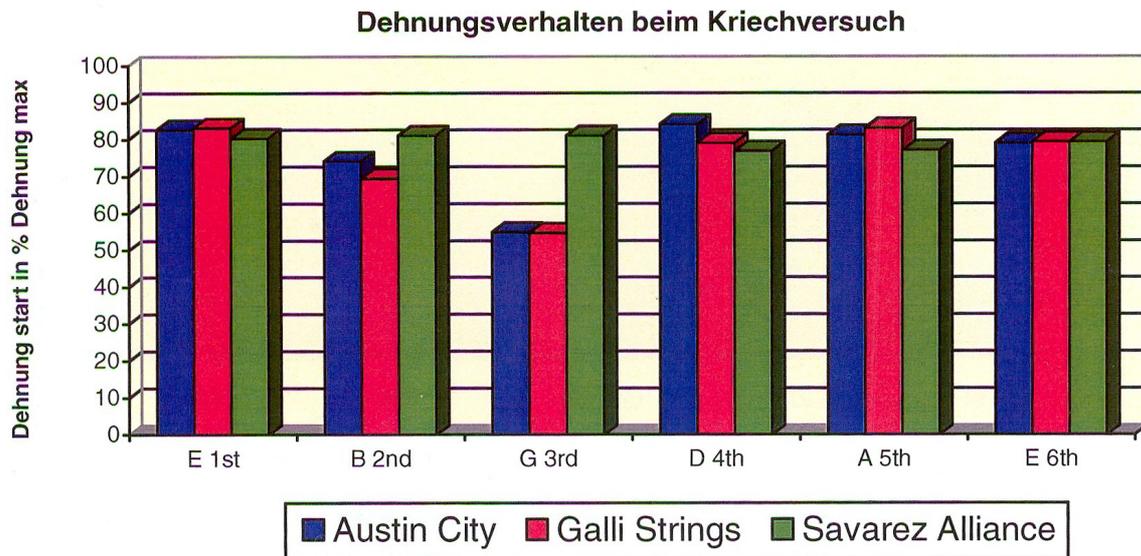


Abb. 10.9. Prozentuales Verhältnis der Länge unmittelbar beim Aufbringen der Spannkraft, bezogen auf die Länge nach sechs Stunden, bestimmt im Kriechversuch.

Die Quintessenz der Kriechversuche von Kapitel 7 ist in Abb. 10.9 zusammen gestellt. Die Versuche haben gezeigt, dass die Saiten bei konstant gehaltener Zugkraft nach einiger Zeit länger geworden sind, als sie unmittelbar nach dem Aufbringen der Kraft waren. Die Länge der Balken in Abb. 10.9 ist ein Maß dafür, um welchen Prozentsatz die Saite zu Beginn der Lastaufbringung kürzer war als nach sechsstündiger Belastung. Je kürzer der Balken ist, desto stärker kriecht das Material. Damit ist diese Darstellung invers zu der von Abb. 7.4.

Der Grund für diese Darstellung ist, dass die Verwandtschaft mit den Ergebnissen der Relaxationsversuche von Kapitel 8 herausgearbeitet werden soll. Abb. 10.10 bezieht sich auf das Relaxieren. Dadurch, dass die Saite gedehnt worden ist, wurde eine Zugkraft hervorgerufen. Es hat sich gezeigt, dass bei konstant gehaltener Länge diese Kraft immer geringer wird. Wie bereits in Abb. 8.5 charakterisiert in Abb. 10.10 die Länge der Balken, auf welchen Prozentsatz zwischen 0% und 90% die anfänglich aufgebrachte Zugkraft abgefallen ist.

Der Sachverhalt, den die beiden Diagramme beschreiben, ist der Folgende: Wird eine Saite einer Zugkraft ausgesetzt, dann antwortet sie mit einer Dehnung, oder umgekehrt. Hält man die Zugkraft aufrecht, dann wird die Saite allmählich länger. Behält man die Länge bei, dann lässt die Zugkraft allmählich nach. Kurzum: Im Laufe der Zeit wird die Saite schlaffer. Die beiden Diagramme der Abb. 10.9 und 10.10 zeigen dieses Erschlaffen als Ergebnis zweier verschiedenartiger Experimente.

Die Ergebnisse beziehen sich zwar auf unterschiedliche Versuchsdauern, jedoch beide auf eine Zeitskala von mehreren Stunden. Das Kriechen wurde über sechs Stunden, die Relaxation über

Kraftverhalten beim Relaxationsversuch

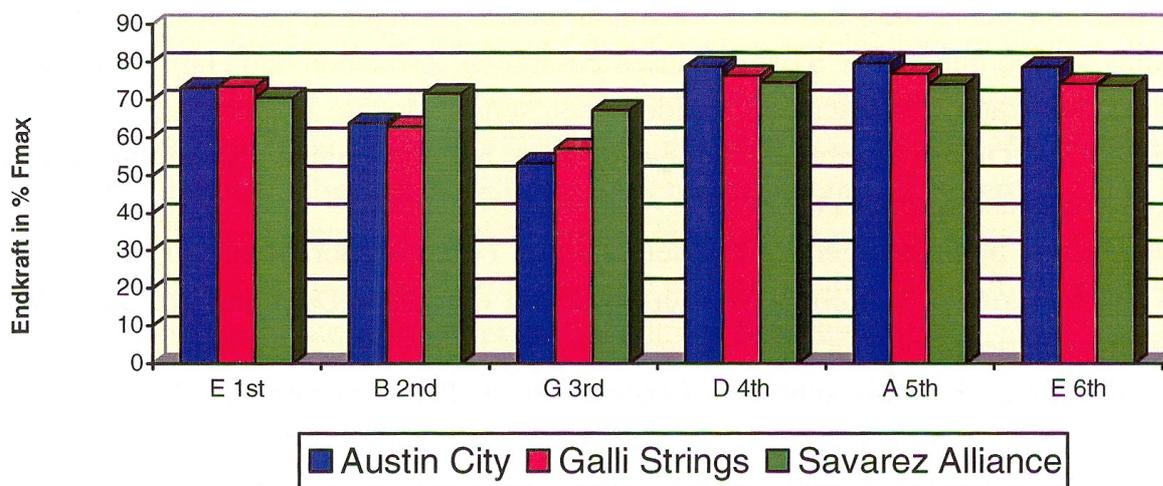


Abb. 10.10. Prozentuales Verhältnis der Spannkraft nach zwölf Stunden, bezogen auf die anfangs aufgebraachte Kraft, bestimmt im Relaxationsversuch.

den doppelten Zeitraum von zwölf Stunden beobachtet. Abb. 10.9 und 10.10 weisen große Ähnlichkeit auf. Die Rangfolge, die sich für die untersuchten Saiten abzeichnet, wird in beiden Diagrammen in gleichem Maße deutlich. Auch ist in Abb. 10.9 ebenso wie in Abb. 10.10 zu erkennen, dass die monofilen Diskantsaiten sich anders verhalten als die mehrfasrigen umspunnen Basssaiten. Bei ersteren zeigen sich große Unterschiede zwischen den verschiedenen gestimmten Saiten und auch zwischen den einzelnen Fabrikaten. Letztere erweisen sich als konsistenter und stabiler. Die Saiten erschlaffen nicht sehr stark und zeigen dabei auch keine sehr großen Abweichungen untereinander.

10.3. Auswirkungen auf die Frequenzen der Saiten

Am direktesten stellt sich das Erschlaffen der Saiten im Relaxationsversuch dar; vgl. Kapitel 8 und Abb. 10.10. Welche Konsequenzen sich für eine Saite ergeben würden, die auf die Gitarre aufgezogen, bis zur nominalen Stimmung gespannt und dann zwölf Stunden sich selbst überlassen wird, lässt sich aus der Spannkraft errechnen, die sich nach dieser Zeit eingestellt hat. Mit der Formel (7) kann aus dem Endwert der Spannkraft S_{12} (Tab. 8.I bis 8.III) die zugehörige Grundfrequenz f_{12} errechnet werden. In die Frequenz geht die Wurzel der Spannkraft ein. Dabei wird vereinfachend vorausgesetzt, dass die übrigen Größen – so auch die Massebelegung μ – konstant bleiben. In Abb. 10.11 ist für sämtliche Saiten der Betrag abgegeben, um den nach zwölf Stunden die Frequenz gegenüber dem ursprünglichen Wert f_0 abgefallen ist. Die Frequenzwerte, aus denen die Differenz jeweils berechnet wurde, sind in Tab. 10.I zusammen gestellt.

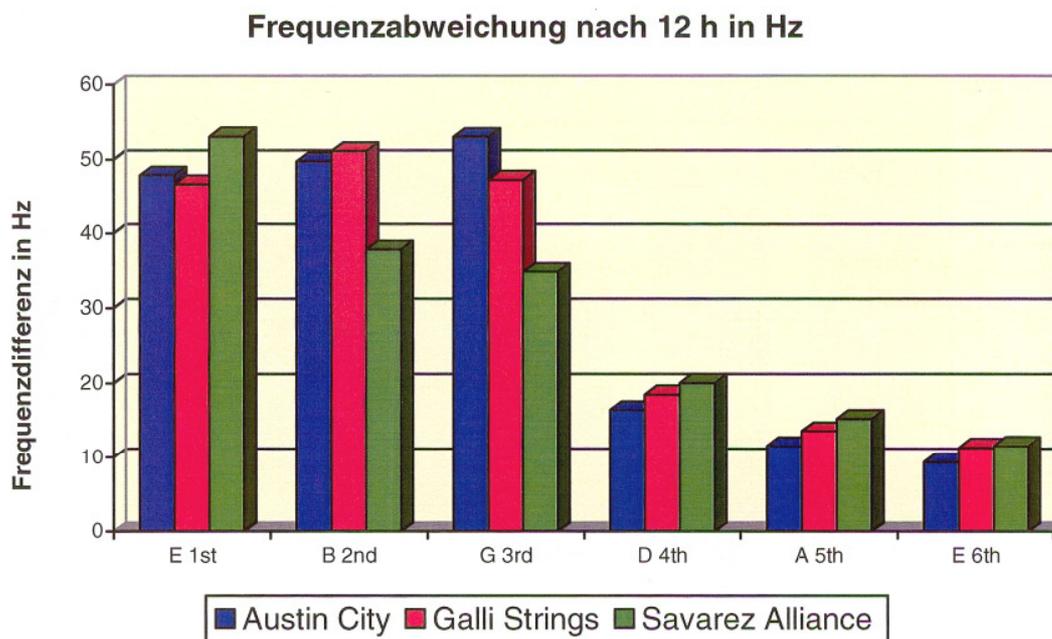


Abb. 10.11. Differenz $f_0 - f_{12}$ zwischen der Frequenz einer Saite nach 12 Stunden und der anfangs eingestellten nominalen Frequenz.

Bei den Basssaiten ist die Differenz umso kleiner, je dicker die Saite ist. Bei der Saite E 6th beträgt sie etwa 10 Hz und kann bei der Saite D 4th bis zu 20 Hz erreichen. Sehr hohe Werte werden bei den Diskantsaiten beobachtet. Bei allen drei hohen Galli-Saiten (Typ II; rot und jeweils mittlerer Balken in Abb. 10.11) fällt die Frequenz im Verlauf von zwölf Stunden gleichmäßig um nicht ganz 50 Hz ab. Mit teilweise mehr als 50 Hz noch etwas deutlicher prägt sich der Abfall bei den Austin-Saiten (Typ I; blau; links) aus. Relativ stabil – mit Ausnahme der E-1st-Saite – zeigen sich die Saiten von Savarez (Typ III; grün; rechts).

Tab. 10.I. Nominale Frequenz f_0 zu Beginn und Frequenz f_{12} nach zwölf Stunden

Saite	Nom. Frequenz f_0 in Hz	T y p I		T y p II		T y p III	
		Frequenz nach 12 h f_{12} in Hz	Verhältnis der Freq. f_{12}/f_0 in %	Frequenz nach 12 h f_{12} in Hz	Verhältnis der Freq. f_{12}/f_0 in %	Frequenz nach 12 h f_{12} in Hz	Verhältnis der Freq. f_{12}/f_0 in %
E 1st	330	282	85,5	283	85,7	277	83,8
B 2nd	247	197	79,8	196	79,3	209	84,6
G 3rd	196	143	72,9	149	75,5	161	82,0
D 4th	147	131	88,7	129	87,4	127	86,4
A 5th	110	98	89,3	96	87,6	95	86,1
E 6th	82	73	88,6	71	86,2	70	85,9

Für den Musiker ist weniger von Interesse, wie groß die absolute Differenz $f_0 - f_{12}$ ist. Er möchte vielmehr wissen, in welcher Relation f_{12}/f_0 die Frequenz f_{12} nach zwölf Stunden zu der nominalen Frequenz f_0 am Anfang steht. Die entsprechenden Zahlenwerte und Verhältnisse finden sich in Tab. 10.I. Noch aussagekräftiger ist, um wie viele musikalische Halbtöne die Stimmung nach zwölf Stunden tiefer als die nominale Stimmung ist.

Das prozentuale Verhältnis	94,4%	entspricht einem Halbtonschritt	,
	89,1%	entspricht zwei Halbtonschritten	,
	84,1%	entspricht drei Halbtonschritten	,
	79,4%	entspricht vier Halbtonschritten	,
	74,9%	entspricht fünf Halbtonschritten	und
	70,7%	entspricht sechs Halbtonschritten	.

Auch dieser Abschätzung liegt die Annahme zu Grunde, dass alle Kenngrößen außer der Spannkraft gleich bleiben und die Frequenz proportional zur Wurzel der Spannkraft abnimmt. Die Grundfrequenz der betrachteten Saite sinkt auf denjenigen Prozentsatz des nominalen Wertes ab, welcher in den entsprechenden Spalten von Tab. 10.I aufgeführt ist. Im Bassbereich (D 4th bis E 6th) haben die Saiten nach zwölf Stunden so viel an Spannkraft verloren, dass ihre Frequenzen auf etwa 89% bis 86% abgenommen haben. Das bedeutet, dass sie dann um zwei oder etwas mehr Halbtöne tiefer gestimmt sind. Bei den Diskantsaiten (E 1st bis G 3rd) lässt die Spannkraft noch viel deutlicher nach. Dadurch fällt die Frequenz auf 86% bis 73% des anfänglichen Wertes ab. Im extremen Fall der G-3rd-Saite bedeutet dies, dass die Stimmung einer neuen Saite nach zwölf Stunden von 196 Hz (Note g) auf 143 Hz, d.h. um mehr als fünf Halbtöne bzw. mehr als eine große Terz abgesunken ist. Nach einem halben Tag ist diese Saite so tief gestimmt, dass ihr Ton dann unterhalb der Note d (147 Hz) liegt, die von der nächsttieferen Saite D 4th hervorgerufen wird. Dem dadurch vorzubeugen, dass die Saite gleich höher gestimmt wird, sollte angesichts der teilweise nicht sehr hohen Reißlasten (Kapitel 6) allerdings besser unterbleiben.

10.4. Zusammenfassende Bemerkung

Die Versuche auf der Prüfmaschine haben ein kompliziertes Verhalten des Saitenmaterials ergeben. Sie haben gezeigt, dass die Eigenschaften des Nylon-Werkstoffs sich im Laufe der Zeit ändern und vom Pfad der Belastung abhängen. Bei sehr raschen Änderungen waren Hysterese-Effekte zu beobachten. Diese deuten auf irreversible Energieverluste im Material hin, wobei die Fläche, die eine Hysteresekurve einschließt, ein Maß für die Verlustwärme darstellt. Das Material der Saite hat demnach nicht nur elastische, sondern auch dämpfende Eigenschaften: Daraus folgt, dass - auch wenn keine Energie ins Schallfeld abfließen würde - die Schwingungen der gezupften Gitarrensaite in Folge ihrer inneren Dämpfung immer kleiner werden. Dieses Abklingen bezieht sich auf Frequenzen von einigen Hundert Hertz und spielt sich auf einer Zeitskala von Sekundenbruchteilen ab.

Belastungsexperimente, die über mehrere Stunden andauern, machen eine andere Art von Erscheinungen offenbar. Sie zeigen, dass und wie das Material kriecht und relaxiert. Dies lässt sich mit Ersatzschaltbildern modellieren, von denen einige eingangs skizziert worden sind. Einem Gitarrenspieler sind die Folgen, die dieses visko-elastische Verhalten von Kunststoffsaiten hat, nicht unbekannt. Wenn er eine neue Nylonsaite aufgezogen und auf ihre nominale Tonhöhe gestimmt hat, dauert es nicht lange, bis sie durch weiteres Drehen am Wirbel nachgestimmt werden muss: Im Laufe der Zeit erschläft sie, anfänglich mehr, später dann immer weniger.

Bei Stahlsaiten ist dieser Effekt weit weniger ausgeprägt als bei den Kunststoffsaiten, die hier betrachtet werden. Die Erfahrung des Autors besagt, dass eine Stahlsaite unmittelbar vor dem Spielen gewechselt werden kann und mindestens für die Dauer eines Stückes, das etwa drei Minuten lang ist, ihre Stimmung ausreichend hält. Bei Nylonsaiten ist dies in aller Regel nicht möglich. Charakteristische Zeitkonstanten und Größenordnungen des Verstimmens lassen sich aus den Relaxationskurven abschätzen. Hierbei erwiesen sich die Basssaiten meist als relativ stabil. Es gibt Hinweise darauf, dass die metallische Umspinnung einen Teil der Zugkraft aufnimmt und auf diese Weise die Nylon-Seele entlastet. Dagegen muss damit gerechnet werden, dass Saiten ohne Ummantelung wenig „stimmhaltig“ sind. Dabei fällt vor allem die *G-3rd*-Saite auf. Es ist keine Seltenheit, dass die musikalische Tonhöhe einer solchen Diskantsaite nach einem halben Tag um bis zu fünf Halbtöne abgesunken ist.

Wird auf eine Gitarre ein kompletter Satz neuer Saiten aufgezogen, dann können sich die einzelnen Saiten ganz unterschiedlich verstimmen. Gegenüber den anderen untersuchten Sätzen zeichnen sich die Saiten vom Typ III (Savarez) dadurch aus, ihre Stimmung sehr gleichmäßig absinkt. Nach zwölf Stunden sind die Saiten um etwas mehr als einen Ganzton tiefer gestimmt, als sie dies unmittelbar nach dem Aufziehen waren. Zwar ist die Stimmung insgesamt nun tiefer, „in sich“ aber noch einigermaßen erhalten.

Die Erfahrung des Gitarrenspielers lehrt, dass in aller Regel nach einigen Tagen die Relaxation der Kunststoffsaiten soweit abgeschlossen ist, dass ein weitgehend stationärer Endzustand erreicht ist. Zwar verstimmt sich eine Gitarre immer wieder. Jedoch ist dann zu beobachten, dass nicht – wie zu Beginn der „Lebenszeit“ einer frisch aufgezogenen Saite – die Spannkraft regelmäßig nachlässt und die Wirbel immer in Richtung einer weiteren Dehnung der Saite gedreht werden müssen. Vielmehr kann dann auch eintreten, dass die Wirbel in der anderen Richtung gedreht werden müssen. Beispielsweise in Folge von Temperatureinflüssen, die auf Instrument und Saiten wirken, erhöht sich dann auch hin und wieder die Spannung, so dass die Saite entlastet werden muss, um auf ihre nominale Note gestimmt zu werden.

11. ABSCHLIESSENDE DISKUSSION

Böse Zungen behaupten, die Basssaiten einer spanischen Gitarre seien Abfallprodukte der Textilindustrie und die Diskantsaiten seien zweckentfremdete Angelschnüre. Gleichwohl ist die Besaitung klassischer Gitarren mit drei monofilen Diskantsaiten und drei polyfilen, mit Metalldraht umspunnenen Basssaiten aus Kunststoff heutzutage Standard. Darmsaiten, Stahlsaiten oder Saiten aus anderen Kunststoffen spielen für spanische Gitarren eine höchstens untergeordnete Rolle.

Die Werkstoff-Prüfmaschine des Herstellers Zwick, die das Institut für Mechanik betreibt, wurden dazu genutzt, quasi-statische Standard-Untersuchungen an handelsüblichen Nylonsaiten durchzuführen. Drei Sätze von Saiten unterschiedlicher Preisklassen standen zur Verfügung. Einige der Ergebnisse, die dabei gewonnen wurden, haben unmittelbaren Bezug zur musikalischen Praxis des Gitarrenspiels.

Es waren dies zunächst die Zerreißversuche, in denen gemessen wurde, bei welcher Zugkraft die Saite bricht. Die Experimente liefern Hinweise darauf, wie weit eine Saite auf der Gitarre überspannt werden kann, bevor sie zerstört wird. Natürlich ist einerseits anzustreben, dass die Reißkraft groß ist: Sie sollte so weit über der nominalen Spannkraft liegen, die der gewünschten Stimmung der Saite entspricht, dass diese nicht bei einem geringfügigen Höherstimmen abreißt. Andererseits erscheint es sinnvoll, dass die Saiten brechen, bevor die Gitarre in Folge unsachgemäßer Bedienung beschädigt wird. Die Reißkraft braucht nicht so hoch zu sein, dass es möglich wird, durch zu starkes und/oder ungleichmäßiges Spannen der Saiten den Saitenhalter abzureißen oder gar die Decke zu zerstören.

Darüber, wie lange die Gitarre nach dem Aufziehen neuer Saiten ihre Stimmung hält, geben weniger direkt Kriechversuche und sehr direkt Relaxationsversuche Auskunft. Manche der nicht umspunnenen, monofilen Saiten muss anfänglich um nahezu ein Fünftel in die Länge gezogen werden, damit sie ihre nominale Spannkraft annimmt. Wird diese Zugkraft beibehalten, dann wird die Saite im Lauf der Zeit noch länger. Diese Erscheinung wird als Kriechen bezeichnet und wurde in Kapitel 7 ausführlich behandelt.

Interessanter für den Spielbetrieb ist ein damit verwandter Effekt: An einer Saite wird gezogen und die Länge konstant gehalten. Die Zugkraft, die sich dann einstellt, bleibt nicht gleich, sondern nimmt immer weiter ab – das Material relaxiert. Die letztgenannte Situation entspricht der Saite, die auf die Gitarre gezogen und so lange gespannt worden ist, bis sie einen Ton der gewünschten Tonhöhe erzeugt. Man beobachtet, dass im Laufe der Zeit „die Tonhöhe immer mehr in den Keller geht“. Das Relaxieren wurde in Kapitel 8 an allen Saiten untersucht. Eine einfache Formel zeigt, dass die Frequenz, die der musikalischen Note entspricht, mit der Wurzel der Zugkraft zusammenhängt. Danach kann das Relaxieren dazu führen, dass die Stimmung einer neu aufgezogenen monofilen Saite soweit nachgibt, dass nach einem halben Tag ihre Tonhöhe unter die Nominaltonhöhe der nächsttieferen Saite abgesunken ist. Um dies zu kompensieren, muss bei manchen Saiten tagelang nachgestimmt werden, bis schließlich ein stationärer Zustand erreicht ist.

Bevor die Auswirkungen der gemessenen Materialeigenschaften vor allem in Bezug auf die Schwingungen interpretiert werden, sollen zusammenfassend einige Aspekte erwähnt werden, die für den Gebrauch der untersuchten Saiten auf der Gitarre relevant sein können. Eine Wertung – z.B. zum Preis-Leistungs-Verhältnis - ist damit nicht verbunden. Hinsichtlich der Eigenschaften der untersuchten Saitensätze sind folgende Aussagen möglich:

Typ I:

Die Diskantsaiten der Austin City Strings zeigen bei den Kriechversuchen (Kapitel 7) sowie bei den Relaxationsversuchen (Kapitel 8) weniger gute Ergebnisse. Für die musikalische Praxis bedeutet dies, dass die Saiten lange Zeit kräftig nachgestimmt werden müssen. Positiv fällt auf, dass diese Saiten von hoher Zugfestigkeit sind. Sie reißen erst dann, wenn eine Zugkraft aufgebracht wird, die deutlich über der nominalen Spannkraft der Saite liegt. Erkauft wird dies damit, dass die Saiten relativ dick sind. Sie weisen dadurch eine größere Biegesteifigkeit, was gemäß Abschnitt 2.3.1 zu Inharmonizität der Teiltöne führen kann, und sind schwerer zu greifen.

Die Basssaiten haben sehr stabile Eigenschaften in Hinsicht auf das Kriechen und Relaxieren. Wie bereits mehrfach erwähnt wurde, dürfte der Grund darin liegen, dass die Umspinnung aus Stahldraht gefertigt ist. Sie halten auch große Spannkraften aus, bevor sie reißen. Wie Stahl sich über längere Zeit verhält, wenn er mit der Luftfeuchtigkeit und dem Schweiß der Finger in Kontakt kommt, wurde naturgemäß nicht untersucht. Bezüglich der Spielbarkeit erweisen sich diese Saiten als „hart“, d.h. als biegesteif und nicht ganz mühelos zu spielen.

Typ II:

Die Diskantsaiten der Galli Strings ergeben bei den Kriech-, Relaxations- und Zerreißexperimenten keine wesentlich anderen Resultate als diejenigen vom Typ I. Sie scheinen aus einem ähnlichen Kunststoff zu bestehen. Sie sind etwas dünner als die monofilen Saiten vom Typ I, weniger biegesteif und daher etwas leichter zu spielen.

Die Basssaiten sind dagegen dicker als beim Typ I. In Bezug auf das Erschlaffen zeigen sie schlechtere Werte als die vorher betrachteten. Auch ist die Zugfestigkeit geringer. Dies hat seinen Grund in der andersartigen Umspinnung: Diese Saiten sind mit versilbertem Kupferdraht umwickelt. Die Versilberung der Oberfläche soll die Umwicklung widerstandsfähiger gegenüber Schweiß und Feuchtigkeit machen. Offenbar vermag die Umspinnung aus Kupfer nicht so viel Zugbelastung aufzunehmen wie diejenige aus Stahl, macht andererseits die Saite aber weniger steif gegenüber Biegung. Solchermaßen umwickelte Saiten gelten als leichter spielbar. Nach Erfahrung des Autors wird dies dadurch erkauft, dass die *silver-wound*-Umspinnung an den Stellen, an denen die Saite gegen den Bund gedrückt wird, relativ rasch beschädigt ist. Die Saite muss dann ausgewechselt werden.

Typ III:

Beim Savarez-Satz halten die Diskantsaiten keine sehr hohe Zugkraft aus; sie müssen sorgsam gestimmt werden. So kann die *E-1st*-Saite bereits dann reißen, wenn sie um etwas mehr als einen musikalischen Ganzton zu hoch gestimmt wird. Diese Saite ist extrem dünn, wie auch die übrigen Diskantsaiten dieses Satzes. Sie lassen sich daher auch leichter greifen. Wenn sie einmal gestimmt sind, kriechen und relaxieren sie nicht sehr stark und halten ihre Stimmung relativ gut. Offenbar ist für die monofilen Saiten ein anderes Material als bei den Typen I und II verwendet worden.

Auch die Basssaiten des Typs III sind vergleichsweise dünn und dadurch leichter zu greifen. Da sie ebenfalls mit versilbertem Kupferdraht umspinnen sind, reißen sie bei ähnlich großen Kräften wie die Saiten vom Typ II. Auch erschlaffen diese Basssaiten in ähnlichem Umfang wie diejenigen vom Typ II. Insgesamt zeigt sich, dass dieser Satz, wenn er einmal aufgezogen und gestimmt ist, die Stimmung relativ gut und einigermaßen gleichmäßig hält.

Nach dieser kurzen Aufzählung einiger spieltechnischer Aspekte werden wieder die mechanischen Schwingungen der realen Gitarrensaiten in den Vordergrund gerückt. Die experimentellen Befunde zum Kriechen und Relaxieren der Saiten lassen sich mit Feder-Dämpfer-Modellen nachbilden. In Kapitel 10 sind die Grundelemente solcher Modelle und einige einfache Beispiele dargestellt. Eine Erweiterung der Modelle und eine Identifikation von Parametern wurden hierbei allerdings nicht vorgenommen.

Die bisher genannten Experimente zur Reißkraft, zum Kriechen und zur Relaxation verliefen langsam; teilweise dauerten sie bis zu zwölf Stunden. Darüber hinaus wurden in Kapitel 9 an einigen Beispielen auch Messungen erprobt, bei denen die Längskraft relativ rasch vergrößert und verkleinert wurde. Bei sehr schneller Änderung der Spannkraft um den Arbeitspunkt, wie er durch die Zugkraft bei nominaler Stimmung gegeben ist, beobachtete man Hysterese. Im Kraft-Weg-Diagramm wurde beim Belasten ein anderer Pfad als beim Entlasten durchlaufen, so dass der Zyklus eine Fläche umschließt. Deren Inhalt ist ein Maß für die Dämpfung. Auch hier zeigte sich, dass die Saite sich visko-elastisch verhält, also nicht nur wie ein elastischer Festkörper, sondern auch wie eine Flüssigkeit reagiert. Sie hat demnach nicht nur Federcharakter, sondern dissipiert in ihrem Inneren Energie und wirkt somit dämpfend. Eine Möglichkeit, dieser Beobachtung Rechnung zu tragen, wäre die Einführung eines komplexen Elastizitätsmoduls

An dieser Stelle wird ein prinzipielles Problem sichtbar, auf das immer wieder hingewiesen worden war. Verkürzt ausgedrückt: In der Formel (7) für die Frequenzen der Saite taucht ein Elastizitätsmodul, ob komplex oder reell, gar nicht auf. Sämtliche Experimente, die hier beschrieben sind, beziehen sich auf die Längsachse und behandeln die Reaktion der Saiten auf Zug. Die Messungen sagen etwas aus über die Spannkraft, die sich aufbaut, sobald die Saite in Längsrichtung gedehnt worden ist. Sie zeigen, dass diese Spannkraft langsam nachlässt. Damit machen sie plausibel, warum eine Nylonsaite in den ersten Tagen nach dem Aufspannen immer wieder nachgestimmt werden muss und ein stationärer Zustand erst nach sehr langer Zeit erreicht wird. Die Ergebnisse verdeutlichen demnach, warum und in welchem Maße sich dieser Parameter verändert, der wesentlich die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellen in Längsrichtung der Saite bestimmt. Die Wellen und Schwingungen selbst sind jedoch transversaler Natur. Die Frage bleibt, wie sich beispielsweise bezüglich der Dämpfung die vorliegenden Erkenntnisse anwenden lassen. Lassen sich Resultate, die für Belastung in Längsrichtung gemessen wurden, überhaupt auf die musikalisch relevanten Schwingungen in Querrichtung übertragen? Die Frage ist nicht ohne weiteres zu beantworten.

Dass eine Wechselwirkung von longitudinaler und transversaler Bewegung vorliegen muss, leuchtet ein. Nichtlinearitäten resultieren beispielsweise aus großen Querauslenkungen der Saite. Dadurch wird die Saite länger und die Spannkraft größer. Sollen die dadurch verursachte Amplitudenabhängigkeit der Spannkraft in die Betrachtung einfließen, dann könnten die Formeln (9) bis (11) einen Weg weisen. Es ist bereits aufwendig genug, hierbei die Elastizität des Saitenmaterials zu berücksichtigen. Es erscheint jedoch nicht zielführend, an dieser Stelle die Dämpfung in die Berechnung mit einzubeziehen.

Es gibt deutliche Hinweise darauf, dass das Material der Saiten orthotrop ist. Dies gilt in besonders hohem Maße für die polyfilen Basssaiten, die mit Metall umsponnenen sind. Erkenntnisse hinsichtlich von Energieverlusten bei Längsbelastung sind demnach nicht *a priori* auf die Dämpfung von Querschwingungen übertragbar. Unterstellt man im Sinne einer Bequemlichkeitshypothese, dass das Material isotrop sei, dann erhält man zumindest indirekte Hinweise darauf, wie groß die Dämpfung im Saitenmaterial ist. Damit lässt sich wenigstens abschätzen, mit welchen inneren Verlusten an mechanischer Energie bei Transversalschwingun-

gen gerechnet werden muss. Diese Abschätzung ist insofern wichtig, als bei einem Musikinstrument noch weitere Energiesenken existieren; vgl. Fleischer (2001a und b). Ihre Größenordnungen und Relationen zu kennen, ist in Hinsicht auf die Auswahl geeigneter Materialien für Saiten äußerst wichtig.

In der einfachen linearen Schwingungstheorie spielt das Material lediglich in Hinsicht auf die Massebelegung eine Rolle. Die rückstellende Kraft bezieht die Saite nicht aus ihrem Material, sondern ausschließlich aus der von außen aufgebrachten Spannkraft. Diese zwingt die Saite nach einer Auslenkung wieder in die Nulllage zurück und macht sie dadurch überhaupt erst schwingungsfähig. Folglich taucht in der einfachen Frequenzformel (7) der Elastizitätsmodul nicht auf. Erst wenn die Modellvorstellung erweitert und die Biegesteifigkeit der Saite berücksichtigt wird, sind in der Differentialgleichung (8) die elastischen Eigenschaften des Materials berücksichtigt. Zur rückstellenden Wirkung der Spannkraft addiert sich dann diejenige, welche von der Elastizität des Werkstoffs herrührt. Hier bestünde eine Möglichkeit, einen komplexen Elastizitätsmodul einzuführen. Arbeitet man mit der erwähnten Bequemlichkeitshypothese isotropen Materials, dann könnten die für Längsbelastung gemessenen Daten als Anhaltswerte übernommen werden. Neben der Steifigkeit in Bezug auf Biegung (Verhalten wie ein Balken) könnten damit dann auch Verluste im Material erfasst werden.

Die Saiten wurden ganz kurz aus der Sicht des Spielbetriebs und sonst überwiegend unter dem Blickwinkel der Elastodynamik betrachtet. Aussagen über die Ursachen der gemessenen Erscheinungen – wie z.B. die Hysterese, die auf Dämpfung schließen lässt – wurden vermieden. Um die gemessenen Effekte zu interpretieren, müssten Kenntnisse über den Aufbau der verwendeten Kunststoffe vorliegen. Sie ließen sich dann wahrscheinlich im Lichte der linearen Visko-Elastizität interpretieren. Hinweise hierzu liefert die Literatur zu Polyamid-Elastomeren. Einige Mechanismen und Zusammenhänge sind auch bei Chaigne (1991) angesprochen. Da der Aufwand groß ist und der direkte Nutzen klein erscheint, wurde ein Versuch in diese Richtung hier nicht unternommen.

Auf der Basis von Messungen wesentlicher Längs-Parameter von Nylonsaiten wurde eine Reihe von nachprüfbaren Daten gewonnen. Die Beurteilung von Saiten sollte damit in Hinsicht auf diese Kennwerte objektiviert werden. Sie sollte vom Renommee des Herstellers und dem möglicherweise darauf fußenden (Vor-)Urteil des Käufers losgelöst werden. Dazu wurden einige der Messmöglichkeiten genutzt, die statische Werkstoff-Prüfmaschinen bieten. An Hand einiger Beispiele hat sich tatsächlich erwiesen, dass dies in einem weiten Bereich ohne großen Aufwand möglich ist. Der nächste Schritt sollte sein, dynamische Messungen beispielsweise auf der Prüfmaschine Gabo Eplexor durchzuführen. Mittels der Temperatur-Frequenz-Äquivalenz müsste es möglich sein, Aufschluss über Speicher- und Verlustmoduln auch in demjenigen Frequenzbereich zu erhalten, welcher für die Schwingungen der Saiten von unmittelbarer Bedeutung ist.

Der Autor dankt Herrn Prof. Dr.-Ing. Alexander Lion für seine geduldigen Erläuterungen zur Theorie der Visko-Elastizität. Dank gebührt auch den Herren Dr.-Ing. Matthias Schlägel, Dr.-Ing. Thomas Heimes und Dipl.-Ing. Bülent Yagimli dafür, dass sie ihr Know-How in die Saitenuntersuchungen haben einfließen lassen. Herr cand. ing., inzwischen bereits seit langen Jahren Dipl.-Ing., Mitko Müller hat nicht nur eine Bedienungsanleitung für die Zwick-Prüfmaschine verfasst, sondern dankenswerterweise auch mit viel Ausdauer und großem persönlichen Einsatz umfangreiche Versuchsreihen durchgeführt. Die Ehefrau Hiltrud des Autors hat das Manuskript gegengelesen; vielen Dank dafür.

LITERATUR

- Baltrusch, M., Ziegenhals, G., Der Einfluss der Saitenqualität auf den Klang der Streich- und Zupfinstrumente. Schlussbericht über ein Forschungsvorhaben (BMfW 11549 B), Institut für Musikinstrumentenbau, Zwota 2000.
- Bensa, J., Bilbao, S., Kronland-Martinet, R., Smith III, J.O., Voinier, T., Computational modeling of stiff piano strings using digital waveguides and finite differences. *Acta Acustica united with Acustica* Vol. 81, 289 – 298 (2005).
- Bilbao, S. Smith III, J.O., Energy-conserving finite difference schemes for nonlinear strings. *Acta Acustica united with Acustica* Vol. 81, 299 – 311 (2005).
- Chaigne, A., Evaluation subjective des cordes de guitare. *Acustica* Vol. 52, 16 – 29 (1986).
- Chaigne, A., Viscoelastic properties of nylon guitar strings. *Catgut Acoustical Society J.* Vol. 1, No. 7 (Series II), 21 – 27, Mai 1991.
- Fleischer, H., Admittanzmessungen an akustischen Gitarren. Forschungs- und Seminarberichte aus dem Gebiet Technische Mechanik und Flächentragwerke 01/97. Hrsg. F.A. Emmerling und A.H. Heinen, UniBw München, Neubiberg 1997.
- Fleischer, H., Schwingungen akustischer Gitarren. Beiträge zur Vibro- und Psychoakustik 1/98. Hrsg. H. Fleischer und H. Fastl. UniBw München, Neubiberg 1998.
- Fleischer, H., Abklingen der Saitenschwingungen von Solid-Body-Gitarren. Fortschritte der Akustik (Daga 2001), DEGA, Oldenburg, 432 - 433 (2001a).
- Fleischer, H., Schwingungsuntersuchungen an elektrischen Gitarren. Beiträge zur Vibro- und Psychoakustik 2/01. Hrsg. H. Fleischer und H. Fastl, UniBw und TU München, Neubiberg 2001b.
- Fleischer, H., Schwingung und Schall eines Hackbretts. Beiträge zur Vibro- und Psychoakustik 1/04. Hrsg. H. Fleischer und H. Fastl, UniBw und TU München, Neubiberg 2004.
- Fletcher, N.H., Rossing, T.D., *The physics of musical instruments*. 2. Aufl. Springer Verlag, New York 1998.
- Gottlieb, H.P.W., Non-linear vibration of a constant-tension string. *J. Sound and Vibration* 143(3), 455 – 460 (1990).
- Lieber, E., Moderne Theorien über die Physik der schwingenden Saite und ihre Bedeutung für die musikalische Akustik. *Acustica* Vol. 33, 324 – 335 (1975).
- Middendorf, P., Viskoelastisches Verhalten von Polymersystemen. Fortschrittsberichte VDI Reihe 5 Nr. 661. VDI-Verlag, Düsseldorf 2002.
- Müller, H., Messung der Eigenfrequenzen biegesteifer Saiten. *Acustica* Vol. 29, 89 – 97 (1967/68).
- Müller, M., Durchführung von Zugversuchen an Gitarrensaiten zur Verdeutlichung der Arbeitsweise der Zwick MPM und zur materialtechnischen Qualitätsuntersuchung. Teil 2 der Studienarbeit, Institut für Mechanik, Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik, UniBw München, Neubiberg 2003.

- Pakarinen, V.V., Karjalainen, M., Physics-based methods for modeling nonlinear vibrating strings. *Acta Acustica united with Acustica* Vol. 81, 312 – 311 (2005).
- Pickering, N.C., Strings and metallurgy. *Catgut Acoustical Society J.* Vol. 3, No. 4 (Series II), 24 – 29, November 1997.
- Szabó, I., Die Geschichte der Theorie der schwingenden Saite. *Humanismus und Technik*, Heft 1, 1 – 32 (1971).
- Wolf, D., Müller, H., Normal vibration modes of stiff strings. *J. Acoust. Soc. Amer.* Vol. 44 (4), 1093 – 1097 (1968).

In der Reihe

Beiträge zur Vibro- und Psychoakustik

sind bisher erschienen:

- Heft 1/96 Fleischer, H. und Zwicker, T., DEAD SPOTS. Zum Schwingungsverhalten elektrischer Gitarren und Baßgitarren.
- Heft 1/97 Fleischer, H., Glockenschwingungen.
- Heft 1/98 Fleischer, H., Schwingungen akustischer Gitarren.
- Heft 1/99 Valenzuela, M.N., Zur Rolle des Gehörs bei akustischen Untersuchungen an Musikinstrumenten.
- Heft 2/99 Fleischer, H., Dead Spots of Electric Basses. I. Structural Vibrations (in Englisch).
- Heft 1/00 Fleischer, H., Dead Spots of Electric Basses. II. Diagnosis (in Englisch).
- Heft 2/00 Varsányi, A., Zur Akustik des javanischen *gong ageng*.
- Heft 3/00 Krump, G., Der akustische Nachton. Beschreibung und Funktionsschema.
- Heft 1/01 Fleischer, H., Schwingungsuntersuchungen an Gongs.
- Heft 2/01 Fleischer, H., Schwingungsuntersuchungen an elektrischen Gitarren.
- Heft 1/02 Fleischer, H., Nichtlinearität bei Gongs: Analyse des Schallsignals.
- Heft 2/02 Fleischer, H., Gehörbezogene Analyse von Gongklängen.
- Heft 1/03 Fleischer, H., Schwingungs- und Schalluntersuchungen an der indischen Tabla.
- Heft 1/04 Fleischer, H., Schwingung und Schall eines Hackbretts.
- Heft 1/05 Fleischer, H., Vibroakustische Untersuchungen an Paukenfellen.
- Heft 1/06 Fleischer, H., Korpussschwingungen einer Elektrogitarre.
- Heft 1/07 Fleischer, H., Hörversuche mit Glockenklängen.
- Heft 1/08 Fleischer, H., Fell, Kessel und Gestell der Orchesterpauke.
- Heft 2/08 Fleischer, H., Physikalische und gehörbezogene Analyse von Paukenklängen.

Anfragen richten Sie bitte an

Helmut Fleischer
LRT 4 UniBwM
D-85577 Neubiberg

oder

helmut.fleischer@unibw.de

ISSN 1430-936X