SCHWINGUNGEN EINES CELLOS

Professor Dr.-Ing. habil. Hugo Fastl zum 65. Geburtstag gewidmet

von

Helmut Fleischer

Institut für Mechanik Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik Universität der Bundeswehr München 85577 Neubiberg Deutschland

Heft 2/09 der Reihe

Beiträge zur Vibro- und Psychoakustik

Herausgeber: Helmut Fleischer und Hugo Fastl

ISSN 1430-936X

Herausgeber:

Prof. Dr.-Ing. habil. Helmut Fleischer Institut für Mechanik Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik Universität der Bundeswehr München

Prof. Dr.-Ing. habil. Hugo Fastl Lehrstuhl für Mensch-Maschine-Kommunikation Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik Technische Universität München

Postanschrift:

LRT 4 UniBwM 85577 Neubiberg Deutschland

Fleischer, Helmut: Schwingungen eines Cellos Beiträge zur Vibro- und Psychoakustik 2/09 Neubiberg 2009 ISSN 1430-936X

Postanschrift des Verfassers:

Prof. Dr.-Ing. Helmut Fleischer LRT 4 UniBwM 85577 Neubiberg Deutschland

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist unzulässig und strafbar. Insbesondere gilt dies für die Übersetzung, den Nachdruck sowie die Speicherung auf Mikrofilm, mit vergleichbaren Verfahren oder in Datenverarbeitungsanlagen.

SCHWINGUNGEN EINES CELLOS

Zusammenfassung

Die mechanischen Schwingungen eines Cellos wurden mittels Laser-Doppler-Vibrometrie gemessen. Ein modernes Instrument, handgearbeitet in Mittelbayern, war Gegenstand einer Reihe von Experimenten. Zuerst hielt eine Person das Cello während der Messung und gewährleistete so eine "natürliche" Randbedingung ("in situ"). Ein Shaker regte den Steg senkrecht ("normal") zur Decke an. Danach wurde das Instrument in einem handelsüblichen Gitarrenständer gelagert und die Anregung beibehalten. Im nächsten Durchgang verblieb das Cello im Gitarrenständer, aber die Anregung war nun parallel zur Decke ("tangential") gerichtet. Dieses Experiment wurde wiederholt, nachdem der Steg durch einen anderen Typ ersetzt worden war.

Ein Vibrometer tastete die Oberfläche und den Hals an mehr als 600 Gitterpunkten ab. Für jeden Punkt wurde eine Transfer-Admittanz (Schwinggeschwindigkeit am Messpunkt bezogen auf die Kraft am Steg) bestimmt. Die Frequenz reichte üblicherweise bis 800 Hz. Die Admittanz wurde über alle Messpunkte gemittelt und es wurden lokale Maxima entnommen. Für die "charakteristischen Frequenzen" werden die "charakteristischen Betriebsschwingungsformen" dargestellt. Die Obermenge aller Ergebnisse zeigt sich bei der tangentialen Anregung des Cellos im Gitarrenständer. Die Resultate der übrigen Serien erweisen sich als Untermengen. Diskrepanzen, die auf die "natürlichen" bzw. "künstlichen" Randbedingungen zurück zu führen sind, treten vor allem bei tiefen Frequenzen auf und werden zu hohen Frequenzen hin kleiner. Die Unterschiede, die auf die beiden Stege zurückgehen, beziehen sich hauptsächlich auf die Frequenzen und sind auf weniger als einen musikalischen Halbton beschränkt.

Ergänzend werden charakteristische Frequenzen und Betriebsschwingungsformen einer Geige dargestellt und mit den Cello-Ergebnissen verglichen. Es zeigt sich eine gewisse Übereinstimmung. Eine nachgeschaltete Modalanalyse der Messdaten der Geige belegt, dass die Eigenmoden im Wesentlichen eine Untermenge der Betriebsschwingungen darstellen. Somit liefern die präsentierten Untersuchungen mehr Cello-Schwingungen als eine Modalanalyse. Es gibt jedoch deutliche Hinweise, dass die Eigenmoden der Cello-Vorderseite in den Betriebsschwingungen enthalten sind, die in diesem Bericht dargestellt sind.

VIBRATIONS OF A CELLO

Summary

The mechanical vibrations of a cello were measured using Laser Doppler vibrometry. A modern instrument, hand-crafted in Middle Bavaria, was subject to a series of experiments. At first, a person held the cello during the measurement, such ensuring a "natural" boundary condition ("in situ"). A shaker excited the bridge perpendicular ("normal") to the top plate. Afterwards, the instrument was positioned in a commercial guitar support and the excitation retained. In the next series, the cello was kept in the guitar support, but now the excitation was oriented parallel to the top plate ("tangential"). This experiment was repeated after the bridge had been replaced by a different type.

A vibrometer scanned the top plate and neck at more than 600 grid points. For each point a transfer admittance (velocity at the measuring point normalised to the force at the bridge) was

ascertained. The frequency spanned typically up to 800 Hz. The admittance was averaged over all measuring points and the local maximums were depicted. For the "characteristic frequencies" the "characteristic operating deflection shapes" are displayed. The superset of all findings shows up for tangential excitation of the cello in the guitar support. The experimental results of the remaining series prove as subsets. Discrepancies based on the "natural" and "artificial" boundary conditions, respectively, show mainly up at low frequencies and tend to diminish at higher frequencies. The differences evoked by the two bridges refer primarily to the frequencies und are restricted to less than a musical halftone.

In addition, characteristic frequencies and operating deflection shapes of a violin are presented and compared to the cello results. Certain congruence shows up. A subsequent Modal Analysis of the experimental data of the violin proves the eigenmodes to be essentially a subset of the characteristic operating deflections. Hence, the investigations presented yield more cello vibrations than a Modal Analysis would. However, there are strong hints that the eigenmodes of the cello front are contained in the characteristic vibrations presented in this report.

INHALT

VORWORT ZUM 65. GEBURTSTAG VON PROFESSOR DR.-ING. HUGO FASTL

1.	EINLEITUNG	1
2.	UNTERSUCHUNG DER KORPUSSCHWINGUNGEN	4
2.1.	Die beiden Stege	4
2.2.	Laser-Messung der Oberflächenschwingung	6
2.3.	Zusammenfassende Bemerkung	8
3.	ANREGUNG DES KORPUS ÜBER DEN STEG N IN NORMALENRICHTUNG, GEMESSEN <i>IN SITU</i>	9
3.1.	Messanordnung und Auswertung	9
3.2.	Ergebnisse, dargestellt als Color Map	12
3.3.	Ergebnisse in 3D-Darstellung	17
3.4.	Zusammenfassende Bemerkung	22
4.	ANREGUNG DES KORPUS ÜBER DEN STEG N IN NORMALENRICHTUNG	23
4.1.	Messanordnung und Auswertung	23
4.2.	Ergebnisse, dargestellt als Color Map	26
4.3.	Ergebnisse in 3D-Darstellung	31
4.4.	Vergleich der verschiedenen Lagerungen	35
4.5.	Zusammenfassende Bemerkung	37
5.	ANREGUNG DES KORPUS ÜBER DEN STEG N IN TANGENTIALER RICHTUNG	38
5.1.	Messanordnung und Auswertung	
5.2.	Ergebnisse in 3D-Darstellung	41
5.3.	Spezifische Schwingungsformen	47
5.4.	Zusammenfassende Bemerkung	48
6.	ANREGUNG DES KORPUS ÜBER DEN STEG A IN TANGENTIALER	40
C 1	RICHTUNG	49
6.1.	Messanordnung und Auswertung.	49
0. <i>2</i> .	Ergebnisse in 3D-Darstellung	
0. <i>3</i> .	Zusammenfassende Bemerkung	
0.4.		
7.	KORPUSSCHWINGUNGEN BEI TIEFEN FREQUENZEN	59
7.1.	Übertragungsfunktionen bis 200 Hz	59
7.2.	Messung in situ bei Anregung des Steges N in Normalenrichtung	61
7.3.	Messung bei Lagerung des Cellos im Gitarrenständer und Anregung des Steges N	
	in Normalenrichtung	62
7.4.	Messung bei Lagerung des Cellos im Gitarrenständer und Anregung des Steges N	
	in tangentialer Richtung	66

7.5.	Messung bei Lagerung des Cellos im Gitarrenständer und Anregung des Steges A	60
7.6.	Zusammenfassende Bemerkung	73
8.	GEMEINSAMKEITEN IM BEREICH DER MUSIKALISCH GENUTZTEN	
	FREQUENZEN	74
8.1.	Übertragungsfunktionen	74
8.2.	Betriebsschwingungsformen	76
8.3.	Zusammenfassende Bemerkung	81
9.	ZUM VERGLEICH: SCHWINGUNGEN EINER GEIGE	82
9.1.	Messanordnung und Auswertung	82
9.2.	Betriebsschwingungen, dargestellt als Color Map	84
9.3.	Vergleiche Betriebsschwingungen - Moden	88
9.3.	Vergleich mit Ergebnissen aus der Literatur	92
9.5.	Zusammenfassende Bemerkung	96
10.	ANSCHLUSSDISKUSSION	97
LITI	ERATUR	105

VORWORT

Bereits zwanzig Bände der Reihe "Beiträge zur Vibro- und Psychoakustik" sind inzwischen veröffentlicht worden. Nun erreicht einer der beiden Herausgeber, Professor Dr.-Ing. habil Hugo Michael Fastl, die Altersgrenze. Hugo Fastl steht der Arbeitsgruppe Technische Akustik am Lehrstuhl für Mensch-Maschine-Kommunikation in der Fakultät für Elektro- und Informationstechnik der Technischen Universität München vor. Er hat diese Arbeitsgruppe nicht nur gegründet, sondern auch über viele Jahre äußerst erfolgreich geführt; er war ihr *spiritus rector*. Dass er mit der Vollendung seines 65. Lebensjahres aus dem Geschehen der aktuellen Hörforschung ausscheiden und sich ausschließlich der Zucht von Rosen widmen wird, ist jedoch nicht zu erwarten. Dazu ist er der Akustik und ihrer schönsten Ausprägung, der Musik, viel zu sehr verbunden.

Hugo Fastl hat in München neben Elektrotechnik auch Musik studiert. Das mächtigste Mitglied der Streicherfamilie, der Kontrabass, ist seit jeher sein Instrument. Daneben hat er sich im Laufe der Zeit zum Virtuosen am Hackbrett entwickelt. Dieses altehrwürdige Instrument, dessen schwebender Klang in der alpenländischen Musik eine zentrale Rolle spielt, ist im Band 1/04 behandelt worden. Der vorliegende Band 2/09 hat nun nicht gerade den Kontrabass, aber doch das Cello zum Gegenstand, das in der Familie der gestrichenen Chordophone dem Bass am nächsten ist. Mit an Sicherheit grenzender Wahrscheinlichkeit kann angenommen werden, dass Hugo Fastl dem Cello angenehmere Töne zu entlocken in der Lage ist, als es vom Autor zu erwarten wäre.

Hugo Fastl ist nicht nur ein begeisterter, sondern auch äußerst erfolgreicher Hochschullehrer, dessen Wirken weithin Spuren hinterlassen hat. Er ist Autor zahlloser wissenschaftlicher Veröffentlichungen sowie von Standard-Lehrbüchern. Viele in- und noch mehr ausländische Auszeichnungen sind ihm verliehen worden. In Deutschland hat er so gut wie alle Ämter bekleidet, die im Bereich der Akustik zu vergeben sind. Als Beispiel sei nur erwähnt, dass er drei Jahre lang Präsident der Deutschen Gesellschaft für Akustik war. Bei all seinen Aktivitäten konnte man immer beobachten, dass er zwar zielorientiert für die Sache gekämpft hat, dabei aber nie beleidigend oder verletzend geworden ist. Dies hat ihm in der *scientific community* deutschlandweit hohes und weltweit höchstes Renommee eingebracht. Es wäre ein Jammer, wenn die Akustik von jetzt an auf sein Wissen, seine Erfahrung und seinen Rat verzichten müsste. So bleibt zu hoffen, dass Hugo Fastl – nunmehr von äußeren Zwängen befreit noch lange als *senior scientist* Ideengeber für die folgenden Generationen von Akustikern sein wird.

Ad multos annos, lieber Hugo!

München, im März 2009

Helmut Fleischer

1. EINLEITUNG

Jenes Musikinstrument, das Gegenstand des vorliegenden Berichts ist, spielt in der klassischen Musik eine herausragende Rolle. Das Violoncello, im Folgenden kurz als Cello bezeichnet, gehört zur Gruppe der gestrichenen Chordophone (Hornbostel und Sachs 1914). Es ist ein Mitglied der Geigenfamilie und ähnlich gebaut wie die Violine, jedoch deutlich größer. Das Cello stellt jedoch keine rein maßstäbliche Vergrößerung der Violine dar, da die Zargen im Verhältnis zu den übrigen Abmessungen höher sind. Bei dem hier untersuchten Instrument (siehe Abb. 1.1 und 1.2) trifft dies jedoch nicht im gleichen Maße zu wie bei den üblichen Celli. Seine Zargen sind ungewöhnlich schmal.





Abb. 1.1 zeigt das Cello, wie es nach dem Transport noch in einem angepassten Koffer ruht. Es ist das Werk eines mittelbayerischen Instrumentenbaumeisters. Durch das Entgegenkommen des Cellobauers stand dieses Instrument dem Institut für Mechanik einige Tage zur Verfügung. In dieser Zeit konnten neben verschiedenen anderen Untersuchungen Schwingungsmessungen mit dem Laser-Vibrometer vorgenommen werden. Diese sind Gegenstand des vorliegenden Berichts. Anlässlich von Aufnahmen des Bayerischen Fernsehens im Institut waren auch zwei Geigenbaumeister anwesend, die eine Reihe von Experimenten am Instrument begleiteten. Im Verlauf der Untersuchungen wurde der Steg, über den die Saiten zwischen den *f*-Löchern Kontakt mit der Decke haben, ausgewechselt. Danach wurden mit dem anderen Modell weitere Messungen am Cello vorgenommen. Zudem spielte einer der Meister auf dem Instrument mit den beiden unterschiedlichen Stegen Tonfolgen, die im reflexionsarmen Raum auf DAT aufgenommen und später analysiert wurden (Jarczyk 2007). Über die Ergebnisse dieser Analysen wird in einem weiteren Band zu berichten sein.

Beim Spielen sitzt der Cellist und hält sein Instrument aufrecht zwischen den Beinen. Wie in Abb. 1.2 zu erkennen ist, stützt sich das Cello dann über einen Stachel, der beim Transport in den Korpus geschoben ist (vgl. Abb. 1.1), gegen den Boden ab. Die vier Saiten werden mit einem Bogen gestrichen. Sie sind leer auf die Noten C (Grundfrequenz 65 Hz), G (98 Hz), d (147 Hz) und a (220 Hz) gestimmt. Der normale Tonumfang des Instruments reicht somit vom großen C (bzw. C2) bis in die zweigestrichene (bzw. fünfte) Oktave. Die Grundfrequenzen der Töne umfassen eine Spanne von weniger als hundert Hertz bis zu etwa eintausend Herz.



Abb. 1. 2. Das untersuchte Instrument.

Für eine intensivere Beschäftigung mit der Herkunft, der Geschichte und der Spieltechnik des Cellos empfiehlt sich die Lektüre entsprechender Standardwerke wie z.B. des Buches von Pape und Boettcher (2005). Einen raschen Überblick und weiterführende Hinweise vermittelt der entsprechende Wikipedia-Eintrag (2008). Allgemeines zur Physik der Geigenfamilie findet sich im 10. Kapitel von Fletcher und Rossing (1998). Dort wird auch auf die Tatsache hingewiesen, dass es eine große Zahl von wissenschaftlichen Veröffentlichungen gibt, die sich mit der Violine befassen, aber nur sehr wenige, deren Gegenstand das Cello ist.

Von den vielfältigen Messaufgaben, die im Zusammenhang mit dem Cello vorstellbar sind, wurden einige wenige herausgegriffen und bearbeitet. Im vorliegenden Band der "Beiträge" werden Schwingungen des Korpus behandelt. Dabei steht die Decke (die in den Abb. 1.1 und 1.2 durch ihre glänzende Oberfläche hervorsticht) im Vordergrund des Interesses. Da durch das Entgegenkommen des Herstellers zwei verschiedene Exemplare des Steges verfügbar waren, lagen zwei unterschiedliche Kombinationen Saiten-Steg-Korpus vor, an denen die Schwingungen der Vorderseite umfassend gemessen werden konnten. In dem anschließenden Bericht, der bereits erwähnt worden ist, soll weiterhin versucht werden, mit Hilfe einer gehörbezogenen Analyse informationstragende Anteile von Celloklängen zu extrahieren und eventuelle Unterschied aufzuspüren, die sich auf den jeweiligen Steg zurückführen lassen.

2. UNTERSUCHUNG DER KORPUSSCHWINGUNGEN

Für die Untersuchungen stand somit ein Meisterinstrument zur Verfügung. Dieses konnte dadurch modifiziert werden, dass zwei verschiedenartige Stege eingesetzt wurden.

2.1. Die beiden Stege



Abb. 2.1. Der Steg (hier Typ N), über den die vier Saiten Kontakt mit dem Korpus haben.

Wie Abb. 2.1 im Detail zeigt, sind die Saiten am unteren Ende über den Steg (unbehandeltes helles Hartholz, meist Ahorn) gespannt. Über dieses Verbindungselement überträgt sich ihre Schwingung auf die Decke (mit glänzender Lackschicht). Es waren zwei solcher Stege verfügbar, die Unterschiede aufwiesen, auf die in dieser Arbeit nicht näher eingegangen werden kann. Die Stege sind in den beiden Fotos von Abb. 2.2 mit anderer Blickrichtung abgebildet. Man erkennt die Kerben, in denen die vier Saiten aufliegen. Offenbar sind die Stege leicht unsymmetrisch. Wo die tiefen Saiten aufliegen (links in Abb. 2.1 bzw. rechts in rechts in Abb. 2.2), sind sie etwas höher als auf der anderen Seite, über welche die hohen Saiten geführt werden.



Steg N

Steg A

Abb. 2.2. Die beiden Stege, die in das Instrument eingesetzt werden konnten.

Für die ersten und zahlreicheren Messungen war in das Cello der Steg vom Typ N (Abb. 2.2 oben) eingesetzt. Anlässlich eines Aufenthaltes von zwei Geigenbaumeistern in den Laboren des Instituts für Mechanik entnahmen dann die Fachleute diesen Steg und setzten denjenigen vom Typ A (Abb. 2.2 unten) ein. Abb. 2.3 zeigt sie dabei, wie sie, beobachtet von der Fernsehkamera links oben, zu Zweit fachgerecht den Steg auswechselten. Mit dem Steg A wurden dann noch einige weitere Messungen durchgeführt



Abb. 2.3. Die zwei Geigenbaumeister beim Wechseln des Steges.

2.2. Laser-Messung der Oberflächenschwingung

Gegenstand des vorliegenden Berichts sind die Schwingungen der Ober- bzw. Vorderseite des Instruments, d.h. von Decke, Hals, Kopf, Griffbrett und Saitenhalter. Primär interessieren Biegeschwingungen, die zur Abstrahlung von Schall führen. Gemessen wurden sie mit dem institutseigenen Scanning Vibrometer, hergestellt von der Firma Polytec. Abb. 2.4 zeigt den wesentlichen Teil des Versuchsaufbaus. Im Hintergrund steht das Cello in einem Instrumentenständer, wie er für Gitarren im Handel erhältlich ist. Links daneben ist der elektrodynamische Schwingerreger zu erkennen, der über einen Ausleger den Steg zum Schwingen bringt. Im Beispiel ist die Anregung normal zur Oberfläche gerichtet. Vorn im Bild sieht man den Messkopf des Vibrometers, der den Laser, die Galvo-Spiegel für die gezielte Ablenkung des Laserstrahls sowie eine Videokamera enthält.



Abb. 2.4. Schwingungsmessung am Cello mit dem Laser-Vibrometer.

Der Messkopf ist zentraler Bestandteil des computergesteuerten Scanning-Vibrometer-Messsystems der Firma Polytec. Ein Laserstrahl wird auf Punkte eines Messgitters gelenkt, das der Versuchsleiter anhand eines Videobildes vorgibt und auf dem Untersuchungsobjekt platziert. Das Gitter umfasste mehr als 600 Messpunkte. Es wird im Wesentlichen beibehalten und ist für jeden Messdurchgang gesondert angegeben. Aus der Dopplerverschiebung der Frequenz des reflektierten gegenüber dem originalen Laserlicht kann auf die Schwinggeschwindigkeit der Oberfläche geschlossen werden, ohne dass die Oberfläche berührt werden muss. Auf diese Weise erhält man Aufschluss über diejenige Komponente der Schwinggeschwindigkeit, welche in Richtung des Laserstrahls gerichtet ist. Da Decke, Kopf und Griffbrett des Cellos gekrümmt sind, wurde nicht immer ganz exakt, aber zumindest weitgehend die wandnormale Komponente der Bewegung erfasst.

Mit einem elektrodynamischen Schwingerreger LDS V404 wurde die Anregung des Cellos über den Bogen und die schwingende Saite nachgebildet. Der Schwingerreger griff über ein Verlängerungsstück am Steg an. Die Erregerkraft wurde mit einem Kraftaufnehmer gemessen, der unmittelbar am Steg positioniert war. Angesteuert wurde der Schwingerreger über einen Verstärker mit einem Pseudo-Rauschsignal, das Spektralkomponenten von 0 Hz bis 800 Hz (in einigen wenigen Fällen auch bis 1600 Hz) enthielt.

Aus der Eingangsgröße - der Kraft am Steg - und der Ausgangsgröße - der Schwinggeschwindigkeit am jeweiligen Messpunkt - wurde mittels <u>Fast Fourier Transformation</u> (FFT) für jeden Punkt eine Übertragungsfunktion bestimmt. Diese stellt eine Transfer-Admittanz dar. Durch Mittelung sämtlicher Punkt-Übertragungsfunktionen ergab sich eine Gesamt-Übertragungsfunktion. Deren Maxima können als Indikatoren für Eigenformen und Eigenfrequenzen angesehen werden. Die zugehörigen Bewegungsmuster, die man für diese "charakteristischen Frequenzen" erhält, wurden auf unterschiedliche Weise visualisiert. Sie werden als "charakteristische Betriebsschwingungsformen", manchmal auch ohne das Adjektiv, bezeichnet. Sie stellen nicht *a priori* Eigenmoden im engeren Sinne dar, wie sie sich als Resultat einer Modalanalyse ergeben. Es kann jedoch angenommen werden, dass im günstigen Falle Eigenmoden den charakteristischen Betriebsschwingungsformen weitgehend gleich sind. Am Beispiel einer Geige wird im Kapitel 9 gezeigt werden, dass die Eigenformen in aller Regel eine Untermenge der charakteristischen Betriebsschwingungsformen darstellen.

Variiert wurde neben der Lagerung des Instruments (*in situ* bzw. in einem Gitarrenständer ruhend) auch die Richtung (normal bzw. tangential), in welcher der Steg angeregt wurde. Als Ergebnisse der Messungen steht nun eine Fülle von Daten zur Verfügung, die sich auf ein und dasselbe Instrument mit den zwei unterschiedlichen Stegen beziehen. Diese Messdaten sowie die Einzelheiten ihrer Entstehung werden in den anschließenden Kapiteln dargestellt.

2.3. Zusammenfassende Bemerkung

Die Laser-Doppler-Vibrometrie wurde für die Erfassung der Oberflächenschwingungen eines Cellos mit zwei unterschiedlichen Stegen genutzt. Das Cello wurde mit einem "künstlichen" Signal, das die Anregung über den Bogen simulieren soll, in stationäre Schwingungen versetzt. Die Laser-Messung arbeitet berührungsfrei. Sie kann so rasch ablaufen, dass sich die Korpusschwingung auch dann erfassen lässt, wenn das Instrument am Körper gehalten wird. Über dieses spezielle Experiment wird im Folgenden als erstes berichtet. Die Analyse-Software des Scanning-Vibrometers gibt Einblick in die Betriebsschwingungen des Instruments. Sie bietet vielfältige Möglichkeiten, an Hand der "charakteristischen" Betriebsschwingungsformen die Vibrationen zu veranschaulichen. Damit hilft sie einen Eindruck davon zu vermitteln, wie die Decke sowie ihre Anbauteile sich bewegen und zeigt auf, bei welchen Frequenzen diese Bewegungen sich am stärksten ausprägen.

3. ANREGUNG DES KORPUS ÜBER DEN STEG N IN NORMALENRICHTUNG, GEMESSEN *IN SITU*

3.1. Messanordnung und Auswertung



Abb. 3.1. Das Cello, für die Messung gehalten von einer Person; der Steg wird senkrecht zur Decke angeregt.

Abb. 3.1 gibt die Versuchsanordnung für die erste Messung in ihrer Gesamtheit wieder. Eine Person saß auf einem Hocker und hielt das Cello, dessen Stachel nahezu vollständig eingefahren war, in Spielhaltung. Die linke Hand stützte den Hals am oberen Ende in der Nähe des Sattels. Es war der Steg N (vgl. Abb. 2.2 oben) eingesetzt. Dieser wurde am Auflagepunkt der tiefsten Saite in Normalenrichtung, d.h. senkrecht zur Decke, angeregt. Der Schwingerreger LDS V404 ist links im Bild zu erkennen. Seine Bewegung wurde über den hellen metallenen Ausleger auf den Steg übertragen. Zwischen dem freien Ende des Auslegers und dem Steg befand sich ein piezoelektrischer Kraftaufnehmer B&K 8203. Der Aufnehmer erfasste die Wechselkraft, die in den Steg eingeleitet wurde. Abb. 3.2 zeigt diese Anordnung. Das Anregungssignal war ein angepasstes Pseudorauschen, das Frequenzen bis 800 Hz in einer Rasterung von 4 Hz enthielt.



Abb. 3.2. Anregung des Cellos am Steg in Normalenrichtung, von oben her gesehen.

Mit dem Laser des institutseigenen Scanning-Vibrometers, dessen Funktion in Abschnitt 2.2 beschrieben ist, wurde die Oberfläche abgetastet ("gescannt"). Das Messgitter ist in Abb. 3.3 eingeblendet. Es umfasste 674 Messpunkte auf Decke, Hals und Kopf des Cellos. Der Laser verharrte an jedem der vorgewählten Punkte für kurze Zeit und erfasste unter Ausnutzung des Doppler-Effekts die Schwinggeschwindigkeit. Diese wurde in den Fourierbereich transformiert und das Spektrum ins Verhältnis zu demjenigen der anregenden Kraft gesetzt.



Abb. 3.3. Das Cello, gehalten von einer Person, mit dem Messgitter. Was die Farben bedeuten, ist links oben erklärt.

Nach beendeter Messung lag für jeden Messpunkt eine Übertragungsfunktion (Transfer-Admittanz; wandnormale Schwinggeschwindigkeit/Stegkraft in Abhängigkeit von der Frequenz) vor. Die Admittanz, über sämtliche Messpunkte gemittelt, ist in Abb. 3.4 als Funktion der Frequenz von 0 Hz bis 800 Hz im logarithmischen Maßstab mit einer Dynamik von 30 dB dargestellt. Der Bezugswert ist 1 m/s pro N bzw. 1 s/kg.



Abb. 3.4. Über alle Messpunkte gemittelte Übertragungsfunktion (Transfer-Admittanz).

Am meisten interessiert, wie das Instrument sich bei denjenigen Frequenzen bewegt, bei denen die Übertragungsfunktion maximal wird. Ein Maximum besagt, dass Decke, Griffbrett und Saitenhalter des Cellos bei konstant gehaltener Anregungskraft mit besonders großen Amplituden schwingen. Die zugehörige Schwingungsform wird im Folgenden als "charakteristische Betriebsschwingung" bezeichnet. Es ist nicht streng sichergestellt, dass eine solche Schwingung eine Eigenmode ist. Es besteht jedoch Grund zu der Annahme, dass eine gewisse Übereinstimmung vorliegt. Dies ist in dem Sinne zu verstehen, dass nicht jede charakteristische Betriebsschwingung einer Mode entspricht. Die Wahrscheinlichkeit ist jedoch groß, dass jede Mode sich in einer charakteristischen Betriebsschwingung widerspiegeln wird. Näheres ist in Kapitel 9 am Beispiel einer Geige herausgearbeitet. Es kann festgehalten werden, dass die Vorderseite des Korpus bei der gewählten Anregung besonders "schwingfreudig" ist. Bei dieser Frequenz antworten die Teile des Instruments, an denen gemessen wurde, auf eine kleine Anregungskraft mit einer großen Bewegung.

Die charakteristischen Betriebsschwingungen sind für die Funktion des Korpus als Schallstrahler von herausragender Bedeutung. Sie sollen im Folgenden mit den Möglichkeiten, welche die Grafik-Software des Laser-Vibrometers bietet, dargestellt werden. Zunächst hat der Experimentator an Hand der Maxima diejenigen Frequenzen auszuwählen, bei denen die Bewegung des Instruments visualisiert werden soll. Dabei wirkt eine gewisse Willkür. Positiv ausgedrückt: Es spielen die Erfahrung des Experimentators sowie der Vergleich mit den weiteren Ergebnissen der Messung eine Rolle. Abb. 3.5 zeigt gesetzte Bänder. In diesem Diagramm ist das erste Maximum bei 8 Hz nicht markiert; es spiegelt neben einer Starrkörperbewegung auch Bewegungen der Versuchsperson wider, die mit der Funktion des Instruments nichts zu tun haben.



Abb. 3.5. Über alle Messpunkte gemittelte Übertragungsfunktion; die Frequenzen, für welche die Betriebsschwingungsformen dargestellt werden sollen, sind markiert.

Die Resultate lassen sich auf mehrere Arten darstellen. In diesem und dem folgenden Kapitel wird zunächst eine flächige Darstellung in der Draufsicht und anschließend eine dreidimensionale Wiedergabe gewählt.

3.2. Ergebnisse, dargestellt als Color Map

Für Abb. 3.6 wurde die Funktion *Color Map* gewählt. Das farbige Schwingungsbild ist über ein schwarz-weißes Videobild gelegt, so dass die Schwingung den Bestandteilen des Instruments direkt zugeordnet werden kann. Es ist sowohl zu erkennen, wie das Cello gelagert war, als auch, wie es angeregt wurde. Die Schwingung ist in einer Art "Blitzlichtaufnahme" zu einem geeigneten Zeitpunkt eingefroren und in zwei Farben kodiert. Rot und grün stehen für unterschiedliche Vorzeichen bzw. zeigen an, ob der Korpus sich im Beobachtungszeitpunkt zum Betrachter hin oder von ihm weg bewegt. Je heller die Farbe ist, desto größer ist die Amplitude. Dunkle Linien kennzeichnen Knotenlinien, an denen die Vorderseite des Instruments sich nicht bewegt.



Abb. 3.6.a. Betriebsschwingungsformen des Cellos, gehalten von einer Person, bei den angegebenen Frequenzen.



Abb. 3.6.b. Betriebsschwingungsformen des Cellos, gehalten von einer Person, bei den angegebenen Frequenzen.



Abb. 3.6.c. Betriebsschwingungsformen des Cellos, gehalten von einer Person, bei den angegebenen Frequenzen.



Abb. 3.6.d. Betriebsschwingungsformen des Cellos, gehalten von einer Person, bei den angegebenen Frequenzen.

Sechzehn charakteristische Schwingungsformen, die zwischen 56 Hz (etwa entsprechend der Note A1) und 748 Hz (etwa entsprechend der Note Fis5) beobachtet wurden, sind in den Teilen a bis d von Abb. 3.6 zusammen gestellt. Die ersten beiden Schwingungsbilder sind durch Bewegungen des Griffbretts/Halses/Kopfes und des Saitenhalters gekennzeichnet. Day und Janson (1998) haben am Beispiel eines Geigenhalses solche Schwingungen untersucht. Bei den übrigen Bildern schwingt die Decke zunächst großflächig. Je höher die Frequenz wird, desto kleiner werden die roten bzw. grünen Bereiche. Dies bedeutet, dass sich auf der Decke immer mehr Gebiete ausbilden, in denen der Korpus sich in Gegenphase zu den benachbarten Gebieten bewegt.

3.3. Ergebnisse in 3D-Darstellung

Um die Vorstellung der Bewegungen zu stärken, die das Instrument bei den angegebenen Frequenzen ausführt, wird im folgenden Abschnitt von einer weiteren Art der Visualisierung Gebrauch gemacht. Das Videobild ist weggelassen. Das Gitter der Messpunkte wird schräg von der Seite betrachtet. Im Ruhezustand ist es eben und schwarz. Die Bewegung des Instruments wird durch die Auslenkung des Messgitters visualisiert. Da die Null-Lage (Ruhezustand) nicht zu erkennen ist, werden zusätzlich Farben verwendet. Rot steht für Bewegung nach oben, grün für Bewegung nach unten. Auch hier gilt, dass die Amplitude umso größer ist, je heller die Farbe ist. Dunkle Stellen charakterisieren Knoten.

In den Abb. 3.7.a bis d sind in dieser dreidimensionalen Darstellung die bereits von Abb. 3.6 bekannten sechzehn Schwingungsformen zusammen gestellt. Hier wird nun besonders deutlich, dass die ersten Schwingungen bei 56 Hz und 92 Hz durch Bewegungen des Griffbretts/ Halses/Kopfes und des Saitenhalters gekennzeichnet sind. Bei 56 Hz bewegen sich Griffbrett und Saitenhalter gegenphasig, bei 92 Hz gleichphasig. Die übrigen charakteristischen Betriebsschwingungen sind dadurch gekennzeichnet, dass sich die Decke zunächst großflächig bewegt. Mit ansteigender Frequenz werden die Gebiete, in denen der Korpus mit umgekehrtem Vorzeichen wie in den benachbarten Bereichen schwingt, immer kleiner und zahlreicher. Darüber hinaus sind bei einigen Frequenzen auch Schwingungen des Halses zu vermerken.



Abb. 3.7.a. Betriebsschwingungsformen des Cellos, gehalten von einer Person, bei den angegebenen Frequenzen.



Abb. 3.7.b. Betriebsschwingungsformen des Cellos, gehalten von einer Person, bei den angegebenen Frequenzen.



Abb. 3.7.c. Betriebsschwingungsformen des Cellos, gehalten von einer Person, bei den angegebenen Frequenzen.



Abb. 3.7.d. Betriebsschwingungsformen des Cellos, gehalten von einer Person, bei den angegebenen Frequenzen.

3.4. Zusammenfassende Bemerkung

Die *in-situ*-Messung darf zwangsläufig nicht länger als einige Minuten dauern, da die Versuchsperson das Instrument nicht allzu lange unverrückt halten kann. Es bleibt keine Zeit, das Signal durch Wiederholung und Mitteln ("*Averaging*") zu verbessern. Dies hat zur Folge, dass die einzelnen Messsignale nicht von allerhöchster Qualität sein werden. Ungeachtet dieser Unzulänglichkeiten sind die Ergebnisse, die unter "natürlichen" Randbedingungen gemessen wurden, jedoch sehr wirklichkeitsnah: Das Instrument ist bei der Messung weitgehend so gelagert, wie es beim Spielen gehalten wird. Von allen Resultaten, die in diesem Bericht gezeigt werden, kommen die *in situ* gemessenen Schwingungsformen denen am nächsten, die sich im Spielbetrieb ergeben würden. Die Betriebsschwingungen des vorliegenden Kapitels sind daher von hoher Aussagekraft.

4. ANREGUNG DES KORPUS ÜBER DEN STEG N IN NORMALENRICHTUNG

4.1. Messanordnung und Auswertung



Abb. 4.1. Das Cello, für die Messung gelagert in einem Gitarrenständer; der Steg wird senkrecht zur Decke angeregt.

Bei diesem Experiment wurde das Cello nun nicht mehr von einem Menschen gehalten, sondern ruhte in einem Gitarrenständer, der in Abb. 4.1 vom Instrument verdeckt und nicht sichtbar ist. Der Stachel war eingefahren. Abb. 4.2 zeigt die Lagerung an drei Punkten, zwei an der unteren Zarge und einem am Boden des Cellos. Auf diese Art war der Korpus an der Rückseite gestützt und nahezu senkrecht gehalten. Der Hals blieb frei. Ebenso wie bei der *in-situ*-Messung war der Steg vom Typ N (vgl. Abb. 2.2 oben) eingesetzt.

Links im Foto von Abb. 4.1 erkennt man den Schwingerreger. Wie auch bei der vorherigen Messung regte er das Instrument über den Steg am Auflagepunkt der C-Saite in Normalenrichtung, d.h. senkrecht zur Decke, an. Seine Bewegung wurde über einen metallenen Ausleger auf den Steg übertragen. Wiederum war ein piezoelektrischer Kraftaufnehmer B&K 8203 zwischengeschaltet, der den Vorteil einer geringen Masse hat. Er erfasste die Wechselkraft, die in den Steg eingeleitet wurde. Abb. 4.3 zeigt dieses Detail. Da zum Halten des Instruments kein Mensch mehr anwesend sein musste, stand für die Messung nun nahezu beliebig viel Zeit zur Verfügung. Es konnte an jedem Messpunkt über drei Messungen gemittelt und damit das Signal-Stör-Verhältnis verbessert werden. Außerdem wurde die Frequenzauflösung verfeinert; sie betrug bei dieser Messung 2 Hz. Die Bandbreite war 800 Hz.



Abb. 4.2. Lagerung des Cellos im Gitarrenständer, auf der Rückseite von oben her gesehen.



Abb. 4.3. Anregung des Cellos am Steg in Normalenrichtung, von der Seite her gesehen.

Das Messgitter, das Abb. 4.4 zeigt, war dasselbe wie bei der *in-situ*-Messung und umfasste 674 Messpunkte. Die andersartige Färbung besagt, dass nun an sehr viel mehr Messpunkten die Qualitätsstufen "*optimal*" und "*valid*" erreicht wurden, als dies im vorherigen Durchgang der Fall war.



Abb. 4.4. Das Cello, gelagert im Gitarrenständer, mit dem Messgitter. Was die Farben bedeuten, ist links oben erklärt.

Die über alle Messpunkte gemittelte Transfer-Admittanz ist in Abb. 4.5 im logarithmischen Maßstab in Abhängigkeit von der Frequenz zwischen 0 Hz und 800 Hz dargestellt. Bekanntlich lassen die lokalen Maxima erwarten, dass das Instrument sich bei den zugehörigen Frequenzen besonders "schwingfreudig" verhält.



Abb. 4.5. Über alle Messpunkte gemittelte Übertragungsfunktion (Transfer-Admittanz).

Aus Abb. 4.6 sind die Bänder ersichtlich, die der Experimentator an Hand der Maxima gelegt hat. Damit hat er diejenigen Frequenzen ausgewählt, bei denen die Schwingungen des Cellos visualisiert wurden. Die auf diese Weise ausgewählten Frequenzen und Betriebsschwingungen werden als charakteristisch bezeichnet. Ein Vergleich mit der Gesamt-Übertragungsfunktion in Abb. 3.5, die sich bei der *in-situ*-Messung ergeben hatte, und den zugehörigen Bändern lässt Unterschiede vor allem bei tiefen Frequenzen erkennen. Darauf wird in Abschnitt 4.4 sowie in Kapitel 8 noch eingegangen werden.



Abb. 4.6. Über alle Messpunkte gemittelte Übertragungsfunktion; die Frequenzen, für welche die Betriebsschwingungsformen dargestellt werden sollen, sind markiert.

4.2. Ergebnisse, dargestellt als Color Map

In der Darstellung *Color Map* von Abb. 4.7 ist dem Videobild das Schwingungsmuster überlagert. Das Schwarz-Weiß-Bild zeigt, wie das Cello gelagert war und wie es angeregt wurde. Unterschiede zu den Verhältnissen bei der *in-situ*-Messung des vorherigen Kapitels sind unmittelbar zu erkennen. Die ursprünglich animierte Schwingung ist zu einem Zeitpunkt "eingefroren", zu dem sie sich am deutlichsten ausprägt. Rot bzw. Grün stehen für Bewegung aus der Ebene heraus bzw. für Bewegung in die Ebene hinein. Dunkle Linien charakterisieren Knotenlinien. Je heller die Farbe ist, desto größer ist die Schwingungsamplitude.

Wiederum sind auf mehreren Seiten sechzehn charakteristische Schwingungsformen zwischen 56 Hz und 746 Hz zusammen gestellt. Die ersten beiden Bilder der schwingenden Vorderseite in Abb. 4.7.a zeichnen sich durch Bewegungen des Griffbretts/Halses und des Saitenhalters aus. Bei 56 Hz bewegen sich Griffbrett (am stegseitigen Ende rot) und Saitenhalter (grün) gegenphasig. Bei 92 Hz sind sie beide zum selben Zeitpunkt rot, d.h. sie schwingen in Gleichphase. Dies war in ähnlicher Weise auch bei der *in-situ*-Messung zu beobachten. In den weiteren Bildern schwingt die Decke zunächst großflächig. Mit steigender Frequenz werden die roten bzw. grünen Bereiche kleiner. Es bilden sich immer mehr Gebiete aus, in denen der Korpus sich gegensinnig zu den benachbarten Gebieten bewegt.


Abb. 4.7.a. Betriebsschwingungsformen des Cellos, gelagert im Gitarrenständer, bei den angegebenen Frequenzen.



Abb. 4.7.b. Betriebsschwingungsformen des Cellos, gelagert im Gitarrenständer, bei den angegebenen Frequenzen.



Abb. 4.7.c. Betriebsschwingungsformen des Cellos, gelagert im Gitarrenständer, bei den angegebenen Frequenzen.



Abb. 4.7.d. Betriebsschwingungsformen des Cellos, gelagert im Gitarrenständer, bei den angegebenen Frequenzen.



4.3. Ergebnisse in 3D-Darstellung

Abb. 4.8.a. Betriebsschwingungsformen des Cellos, gelagert im Gitarrenständer, bei den angegebenen Frequenzen.



Abb. 4.8.b. Betriebsschwingungsformen des Cellos, gelagert im Gitarrenständer, bei den angegebenen Frequenzen.



Abb. 4.8.c. Betriebsschwingungsformen des Cellos, gelagert im Gitarrenständer, bei den angegebenen Frequenzen.



Abb. 4.8.d. Betriebsschwingungsformen des Cellos, gelagert im Gitarrenständer, bei den angegebenen Frequenzen.

Die bereits in Abb. 4.7 wiedergegebenen sechzehn Schwingungsformen sind in Abb. 4.8.a bis d in dreidimensionaler Visualisierung zusammen gestellt. Da die Messsignale von höherer Qualität als die der *in-situ-*Messung des vorherigen Kapitels sind, treten nun auch die Bewegungen des Halses klarer hervor. So ist bei 56 Hz eine erste Biegeschwingung des Halses zu erkennen. Etwas schwächer prägt sich eine weitere Biegeform bei der Frequenz 263 Hz aus. Bei 350 Hz bewegt sich der Hals deutlich mit einem zusätzlichen Knoten. Weitere Halsschwingungen sind zu erkennen, jedoch nimmt ihre Amplitude im Vergleich zu den Deckenschwingungen mit wachsender Frequenz ab. Wie bereits mehrfach beobachtet, ist die Bewegung der Decke dadurch gekennzeichnet, dass sie zunächst großflächig schwingt. Je höher die Frequenz wird, desto mehr unterteilt sie sich in Bereiche, die sich gegeneinander bewegen.

4.4. Vergleiche der verschiedenen Lagerungen

Vergleicht man die Ergebnisse der letzten beiden Kapitel, dann zeigen sich Unterschiede vorwiegend im Bereich sehr tiefer Frequenzen. Die entsprechenden Betriebsschwingungen sind in Abb. 4.9 veranschaulicht. Dort wird der Bereich von Frequenzen unterhalb von 65 Hz betrachtet, was der Grundfrequenz der leeren C-Saite entspricht. Links sind die Ergebnisse der *in-situ*-Messung (Kapitel 3), rechts diejenigen der Messung im Gitarrenständer (vorliegendes Kapitel) aufgereiht. Letztere sind glatter, während erstere weniger ebenmäßig erscheinen. Der Grund ist die schlechtere Qualität der Messsignale, da bei der *in-situ*-Messung aus Zeitmangel der Signal-Störabstand nicht durch Mitteln verbessert werden konnte.

Hält man das Cello in Spielhaltung (linke Spalte von Abb. 4.9), findet man zwischen 0 Hz und 56 Hz drei Schwingungsformen. Die erste (8 Hz) stellt eine Starrkörperbewegung dar, bei der das Cello um seinen Auflagepunkt kippt. Bei der zweiten (48 Hz) vollführt der Hals eine Biegeschwingung dergestalt, dass das Griffbrett weitgehend in Ruhe bleibt. Der Saitenhalter bewegt sich ebenfalls sehr heftig. Auch die dritte Schwingung (56 Hz) ist durch Biegung des Halses gekennzeichnet. Der ebenfalls schwingende Saitenhalter bewegt sich nun in Gegenphase zum benachbarten Ende des Griffbretts.

Ähnliche Schwingungsformen finden sich bei ähnlichen Frequenzen, wenn das Cello im Gitarrenständer ruht (rechte Spalte von Abb. 4.9). Darüber hinaus ist eine Schwingung bei 32 Hz zu beobachten; hier dreht sich das Cello als starrer Körper um seine Längsachse. Eine Schwingung dieser Art war bei der Messung *in situ* nicht nachzuweisen. Dieses Beispiel lässt vermuten, dass sich bei Lagerung im Gitarrenständer Formen ausbilden können, die in Spielhaltung keine Rolle spielen. Solche Diskrepanzen wurden allerdings vorwiegend bei sehr tiefen Frequenzen beobachtet. Da sie sich gemäß Abb. 4.9 unterhalb des musikalisch genutzten Frequenzbereichs abspielen, ist ihnen keine große Bedeutung zuzumessen.



Abb. 4.9. Betriebsschwingungsformen für Anregung in Normalenrichtung bei unterschiedlicher Lagerung des Cellos.

4.5. Zusammenfassende Bemerkung

Im Gegensatz zur *in-situ*-Messung des vorhergehenden Kapitels stimmen die Randbedingungen, die das Instrument bei der Messung im Gitarrenständer "sieht", weniger gut mit denjenigen überein, wie sie beim Spielen vorliegen. Diesem Nachteil steht der Vorteil gegenüber, dass die Messung nun keinerlei zeitlichen Beschränkungen mehr unterworfen ist und beliebig lang dauern darf. Das bedeutet insbesondere, dass durch wiederholtes Messen und Mitteln der Abstand zwischen Nutz- und Störsignal verbessert werden kann. Die Messung liefert dann weniger "Ausreißer"; weniger Messpunkte müssen durch die Funktion "*invalidate*" aus der grafischen Auswertung herausgenommen und durch Interpolieren überbrückt werden.

Bisher haben sich im direkten Vergleich zwischen den Ergebnissen der Messung, bei der das Cello von einer Person gehalten worden ist und denjenigen, bei welcher es im Gitarrenständer gelagert war, keine eklatanten Unterschiede ergeben. Tendenziell lassen sich bei Messung in der "künstlichen" Halterung mehr Schwingungsformen nachweisen als bei "natürlicher" Lagerung am Körper. Bei letzterer sind offenbar einige Freiheitsgrade ausgeschaltet, wie z.B. die Rotation des Instruments um seine Längsachse. Auch zeigen sich Auswirkungen einer unterschiedlichen Dämpfung. Am Körper gehalten, bildet das Instrument seine Schwingungen in geringerem Maße aus, als wenn es nur mit dem Korpus an drei Punkten in einem Gitarrenständer aufliegt und der Hals frei ist. Abweichungen, die auf unterschiedliche Lagerung zurückgehen, wurden vor allem bei tiefen Frequenzen beobachtet. Der Bereich unterhalb von 65 Hz wird musikalisch jedoch nicht genutzt. Er soll daher im Weiteren auch nur noch am Rande (vgl. Kapitel 7) betrachtet werden.

Es gibt Instrumente, die in Hinsicht auf Lagerungseinflüsse empfindlicher sind als das Cello. Als Beispiele hierfür seien elektrische Gitarren (Fleischer 1998) oder E-Bässe (Fleischer 2005) genannt. Global betrachtet sind diese Instrumente mit ihrem massiven Korpus weniger schwingfreudig als das Cello mit seinem dünnwandigen Abstrahlkörper. Da sie steifer sind, haben die Schwingungen, die von der Lagerung am stärksten beeinflusst werden, jedoch vergleichsweise hohe Frequenzen. Im Bereich der musikalisch genutzten Frequenzen scheint das (dünnwandige) Cello gegenüber Lagerungseinflüssen weniger sensitiv zu sein als diese dickwandigen *Solid-Body*-Instrumente.

Es bleibt festzuhalten, dass die Lagerung *in situ* die "wahreren", die im Gitarrenständer aber die "schöneren" Resultate liefert. Letztere ist zudem bequemer und von einer einzigen Person durchzuführen. Es wurde daher entschieden, das Cello für die weiteren Untersuchungen im Gitarrenständer zu belassen. Mit diesem Versuchsaufbau sollte eine andere Art der Anregung erprobt und studiert werden, ob daraus Unterschiede im Schwingungsverhalten resultieren, auch wenn das Instrument unverändert blieb.

5. ANREGUNG DES KORPUS ÜBER DEN STEG N IN TANGENTIALER RICHTUNG

5.1. Messanordnung und Auswertung

Die akustische Gitarre, über deren Messung am Institut für Mechanik umfangreiche Erfahrung vorliegt, hat einen niedrigen Steg. Dieser steht flächig in Kontakt mit der Decke, die abgesehen von einer möglicherweise asymmetrischen Beleistung – weitgehend symmetrisch in Bezug auf die Mittellinie erscheint. Die Komponente der Saitenschwingung, welche die Decke primär zu Biegebewegungen und zur Schallabstrahlung anregt, ist diejenige senkrecht zum Steg bzw. zur Decke. Die wichtigste Anregung der Gitarre erfolgt durch die wandnormale Saitenkraft am Steg. Auf einen weiteren möglichen Anregungsmechanismus, der am halsseitigen Ende wirken kann (Fleischer 1997), soll hier nicht eingegangen werden.



Abb. 5.1. Das Cello, für die Messung in einem Gitarrenständer gelagert; der Steg wird parallel zur Decke angeregt.

Streichinstrumente wie das Cello haben einen sehr viel höheren Steg, der an zwei Punkten aufliegt. Der Korpus mutet zwar spiegelsymmetrisch an, jedoch ist die Decke durch den außermittig eingeleimten Bassbalken gezielt asymmetrisch gemacht. Zudem klemmt der Stimmstock so zwischen Decke und Boden, dass er seinerseits die Symmetrie stört. Die Saite wird durch den Bogen, der parallel zur Decke geführt ist, in erzwungene Schwingungen versetzt. Der primäre Mechanismus ist die Anregung durch ein Moment, das auf die Decke wirkt. Dieses kommt durch die tangentiale Saiten- und Bogenkraft am Steg, multipliziert mit dem Hebelarm des Steges, zu Stande.



Abb. 5.2. Anregung des Cellos am Steg in tangentialer Richtung, von vorn oben gesehen.

Bereits Reinecke und Cremer (1970) haben beschrieben, dass unterschiedliche Orte und Richtungen der Anregung unterschiedliche Reaktionen des Instrumentenkörpers hervorrufen. Es erscheint deshalb sinnvoll, den realen Anregungsmechanismus besser nachzubilden und davon abzugehen, die Kraft am Steg in Normalenrichtung einzuleiten. Im Folgenden wurde der Schwingerreger um 90⁰ gedreht und so orientiert, wie es den Abb. 5.2 und 5.3 zu entnehmen ist. Über einen langen Stift regte er das Instrument an. Der Kontaktpunkt lag am linken Ende des Steges nahe der Auflage der C-Saite. Die Kraft wirkte in tangentialer Richtung, d.h. parallel zur Decke. Wiederum war ein piezoelektrischer Miniatur-Kraftaufnehmer B&K 8203 zwischengeschaltet. Dieser erfasste die Wechselkraft, die seitlich in den Steg eingeleitet wurde. Abb. 5.3 zeigt den Kraftaufnehmer am Ende einer Verlängerungsstange.



Abb. 5.3. Anregung des Cellos am Steg in tangentialer Richtung, aus der Nähe gesehen.



Abb. 5.4. Das Cello, gelagert im Gitarrenständer, mit dem Messgitter. Was die Farben bedeuten, ist links oben erklärt.

Wie bei der in Kapitel 4 beschriebenen Messung war der Stachel des Cellos eingefahren. Das Instrument ruhte im Gitarrenständer, der sich dahinter befand und in den Abb. 5.1 bis 5.4 nicht sichtbar ist. Der Korpus war an drei Punkten gestützt und nahezu senkrecht gehalten, der Hals frei beweglich; vgl. Abb. 4.2 im vorigen Kapitel. Es war der Steg N eingesetzt, der in Abb. 2.2 oben abgebildet ist. Um das Signal-Stör-Verhältnis zu verbessern, wurde an jedem Messpunkt über zehn Messungen gemittelt. Ebenso wie beim zuletzt beschriebenen Versuch waren die Frequenzauflösung 2 Hz und die Messbandbreite 800 Hz.



Abb. 5.5. Über alle Messpunkte gemittelte Übertragungsfunktion (Transfer-Admittanz).

Abb. 5.4 zeigt das Messgitter, das 674 Messpunkte umfasste. Die Zahl von Messungen der Qualitätsstufen "*optimal*" und "*valid*" ist wiederum deutlich höher als bei der *in-situ*-Messung

von Kapitel 3. Die über alle Messpunkte gemittelte Transfer-Admittanz kann Abb. 5.5 entnommen werden.

In der Gesamt-Übertragungsfunktion, die sich bei tangentialer Anregung des Steges ergibt, sind wiederum viele lokale Maxima zu erkennen. Wie Abb. 5.6 zeigt, lassen sich zahlreiche Bänder legen und ebenso zahlreiche charakteristische Betriebsschwingungsformen darstellen. Diese sind im folgenden Abschnitt zusammen gestellt.



Abb. 5.6. Über alle Messpunkte gemittelte Übertragungsfunktion; die Frequenzen, für welche die Betriebsschwingungsformen dargestellt werden sollen, sind markiert.

5.2. Ergebnisse in 3D-Darstellung

Die Ergebnisse sind dreidimensional visualisiert. Wie bereits aus den beiden vorhergehenden Kapiteln bekannt, stellt sich im Ruhezustand das Messgitter, das schräg von der Seite betrachtet wird, eben und schwarz dar. Neben der (naturgemäß weit übertriebenen) Auslenkung des Gitters werden zwei Farben verwendet, um die Abweichung vom Ruhezustand zu veranschaulichen. Rot bedeutet Bewegung nach oben, grün zum selben Zeitpunkt Bewegung nach unten. Je größer die Amplitude ist, desto heller ist die Farbe, so dass eine dunkle Stelle im Übergang von rot nach grün einen Knoten markiert.

In den Abb. 5.7.a bis e sind in dieser Darstellung 22 Schwingungsformen zusammen gestellt. Offensichtlich weckt die tangentiale Anregung mehr charakteristische Betriebsschwingungen, als bei Anregung in Normalenrichtung festzustellen waren. Oberhalb des tiefsten Tones der leeren C-Saite liegen charakteristische Frequenzen zwischen 72 Hz und 778 Hz. Wiederum bildet der Hals einige Biegeschwingungen aus. Die übrigen Betriebsschwingungen sind dadurch gekennzeichnet, dass sich die Decke zunächst großflächig bewegt. Je höher die Frequenz wird, desto kleiner und zahlreicher werden die Bereiche, in denen der Korpus gegensinnig zu den benachbarten Bereichen schwingt.



Abb. 5.7.a. Betriebsschwingungsformen des Cellos, gelagert im Gitarrenständer, bei den angegebenen Frequenzen.



Abb. 5.7.b. Betriebsschwingungsformen des Cellos, gelagert im Gitarrenständer, bei den angegebenen Frequenzen.



Abb. 5.7.c. Betriebsschwingungsformen des Cellos, gelagert im Gitarrenständer, bei den angegebenen Frequenzen.



Abb. 5.7.d. Betriebsschwingungsformen des Cellos, gelagert im Gitarrenständer, bei den angegebenen Frequenzen.



Abb. 5.7.e. Betriebsschwingungsformen des Cellos, gelagert im Gitarrenständer, bei den angegebenen Frequenzen.

Bei der neuen Art von Anregung (parallel an Stelle von senkrecht zur Decke) treten neben Betriebsschwingungen, wie sie bereits in den beiden vorigen Kapiteln beschrieben wurden, weitere Schwingungsmuster in Erscheinung. Abb. 5.8 zeigt einige Bilder von Schwingungen, die bei Anregung in Normalenrichtung nicht zu beobachten waren.



118 Hz



282 Hz



364 Hz



386 Hz





482 Hz

528 Hz

Abb. 5.8. Einige Betriebsschwingungsformen des Cellos bei tangentialer Anregung des Steges N, die bei Anregung in Normalenrichtung nicht gemessen wurden.

Den Betriebsschwingungen, die in Abb. 5.8 zusammen gestellt sind, ist gemeinsam, dass die linke Hälfte der Decke sich anders verhält als die rechte. Von antimetrischer Bewegung kann hier nicht gesprochen werden. Wie bereits mehrfach erwähnt, dürfte der Grund sein, dass durch den Bassbalken und den Stimmstock die Symmetrie des Instruments gezielt gestört ist. Dies hat zur Folge, dass die Längsachse in aller Regel nicht diejenige Linie bildet, die zwei gegenphasig schwingende Bereiche gleicher Gestalt voneinander trennt. Vielmehr sind diese Bereiche einander zwar ähnlich, jedoch in den meisten Fällen von unterschiedlicher Größe und Form.

5.4. Zusammenfassende Bemerkung

Die Lagerung des Instruments im Gitarrenständer wurde bei der hier beschriebenen Messung beibehalten. Nach wie vor wurde das Cello durch eine Einzelkraft am Steg angeregt. Anders als bei den beiden vorhergehenden Messungen wurde die Kraft in den Steg allerdings nicht senkrecht, sondern parallel zur Decke eingeleitet. Diese andersartige Orientierung des Kraftvektors hatte zur Folge, dass der Korpus eher durch ein Drehmoment als durch eine Kraft angeregt wurde. Das Moment war längs des Halses gerichtet. Die Anregung, wie sie der Spieler beim Streichen der Saite mit dem Bogen praktiziert, wurde damit weit realitätsnäher nachgebildet als bei Orientierung des Schwingerregers in Normalenrichtung.

Die Auswertung hat zunächst sechzehn Betriebsschwingungen ergeben, die weitgehend mit denjenigen übereinstimmen, welche aus den bisherigen Untersuchungen bereits bekannt sind. Darüber hinaus wurden einige Schwingungsmuster sichtbar, die bisher noch nicht beobachtet worden waren. Diese wirken auf den ersten Blick antimetrisch. Bei genauerem Hinsehen weichen sie jedoch erkennbar von der Antimetrie ab, was auf außermittig eingebaute Teile im Inneren des Instruments zurückzuführen sein dürfte. Der Vergleich der Messungen im Gitarrenständer bei tangentialer Anregung (vorliegendes Kapitel) bzw. Anregung in Normalenrichtung (vorhergehendes Kapitel) zeigt somit Übereinstimmung in Teilen. Im Wesentlichen sind die Ergebnisse des Kapitels 4 in denen des Kapitels 5 enthalten. Die Betriebsschwingungen des vorliegenden Kapitels stellen somit eine Obermenge der Ergebnisse des vorhergehenden Kapitels dar. Diese Erkenntnis wurde zum Anlass genommen, bei den weiteren Untersuchungen die tangentiale Anregung beizubehalten. Dies lässt erwarten, dass eine umfassende Menge von Betriebsschwingungen sichtbar wird.

6. ANREGUNG DES KORPUS ÜBER DEN STEG A IN TANGENTIALER RICHTUNG

6.1. Messanordnung und Auswertung



Abb. 6.1. Das Cello, für die Messung in einem Gitarrenständer gelagert; der Steg wird parallel zur Decke angeregt.

Im vorhergehenden Kapitel war darauf hingewiesen worden, dass das Cello einen vergleichsweise hohen Steg mit zwei Fußpunkten hat, von denen einer durch den Bassbalken unterstützt ist. Da zudem der Bogen, der die Saite in Schwingungen versetzt wird, parallel zur Decke geführt wird, deutet alles darauf hin, dass der primäre Anregungsmechanismus ein Drehmoment ist, das auf die Decke wirkt. Dieses kommt durch eine tangentiale Kraft am Steg, multipliziert mit dem Hebelarm des Steges, zu Stande. Um diesen Anregungsmechanismus nachzubilden, wurde bereits bei den Messungen des vorhergehenden Kapitels der Schwingerreger parallel zur Decke orientiert. Diese Orientierung wurde beibehalten, nachdem der andere Steg eingesetzt worden war. Die Abb. 6.1 und 6.2 machen deutlich, wie der Steg über einen langen Stift am linken Ende, nahe dem Auflagepunkt der C-Saite, in tangentialer Richtung anregt wurde. Wiederum wurde ein piezoelektrischer Miniatur-Kraftaufnehmer B&K 8203 dazu genutzt, am Kontaktpunkt die Wechselkraft zu erfassen, die in den Steg eingeleitet wurde. Abb. 6.2 zeigt dieses Detail.



Abb. 6.2. Tangentiale Anregung des Cellos am Steg A.

Die Ergebnisse dieses Kapitels beziehen sich auf Messungen, bei denen der bisher eingebaute Steg N entnommen und stattdessen der Steg A eingesetzt war; vgl. Abschnitt 2.1 und Abb. 6.2. Sonst blieb das Instrument unverändert. Es war mit eingefahrenem Stachel so im Gitarrenständer gelagert, dass der Korpus an drei Punkten gestützt und nahezu senkrecht gehalten wurde. Der Hals war frei beweglich. Das Signal-Stör-Verhältnis verbesserte sich dadurch, dass an jedem Messpunkt über drei Messungen gemittelt wurde. Ebenso wie beim *in-situ*-Versuch von Kapitel 3 waren die Messbandbreite 800 Hz bei einer Frequenzauflösung von 4 Hz.



Abb. 6.3. Das Cello, gelagert im Gitarrenständer, mit dem Messgitter. Was die Farben bedeuten, ist links oben erklärt.

Abb. 6.3 zeigt das Messgitter, das 674 Messpunkte umfasste. Der Anteil der Messpunkte in den Qualitätsstufen *"optimal"* (grau) und *"valid"* (grün) wurde als ausreichend hoch erachtet. Die Farbe gelb für *"overrange"* tritt vor allen dann auf, wenn ein Messpunkt auf eine Saite zu liegen kommt. Der Schwingerreger mit dem Verlängerungsstift ist links im Bild zu erkennen.



Abb. 6.4. Über alle Messpunkte gemittelte Übertragungsfunktion (Transfer-Admittanz).

Die Abb. 6.4 und 6.5 geben die Gesamt-Übertragungsfunktion ohne bzw. mit den Bändern wieder, bei denen die Betriebsschwingungsformen dargestellt werden sollten. Die Ergebnisse sind im nächsten Abschnitt aufgelistet und dargestellt.



Abb. 6.5. Über alle Messpunkte gemittelte Übertragungsfunktion; die Frequenzen, für welche die Betriebsschwingungsformen dargestellt werden sollen, sind markiert.

6.2. Ergebnisse in 3D-Darstellung

Zwischen 72 Hz und 778 Hz wurden 22 charakteristische Betriebschwingungen identifiziert. Eine Zusammenstellung dreidimensionaler Schwingungsbilder mit den zugehörigen Frequenzen findet sich in Abb. 6.6.a bis e.



Abb. 6.6.a. Betriebsschwingungsformen des Cellos, gelagert im Gitarrenständer, bei den angegebenen Frequenzen.



Abb. 6.6.b. Betriebsschwingungsformen des Cellos, gelagert im Gitarrenständer, bei den angegebenen Frequenzen.



Abb. 6.6.c. Betriebsschwingungsformen des Cellos, gelagert im Gitarrenständer, bei den angegebenen Frequenzen.



Abb. 6.6.d. Betriebsschwingungsformen des Cellos, gelagert im Gitarrenständer, bei den angegebenen Frequenzen.



Abb. 6.6.e. Betriebsschwingungsformen des Cellos, gelagert im Gitarrenständer, bei den angegebenen Frequenzen.

6.3. Gemeinsamkeiten und Unterschiede

Abweichungen, die möglicherweise auf den Einfluss des Steges zurückzuführen sind, sollten sich im direkten Vergleich der Ergebnisse von Abb. 6.6 mit denen von Abb. 5.7 zeigen. Bei diesen beiden Messreihen war der einzige Unterschied, dass der Steg hier (Abb. 6.6) vom Typ A, bei der vorhergehenden Messung (Abb. 5.7) dagegen vom Typ N war. Im Großen und Ganzen stimmen die charakteristischen Frequenzen und Betriebsschwingungsformen miteinander überein. Ein visueller Vergleich der Schwingungsmuster lässt keine augenscheinlichen Diskrepanzen erkennen.

Die Frequenzen, bei denen im Bereich der Cellotöne charakteristische Betriebsschwingungen zu beobachten waren, können im Detail an Hand von Tab. 6.I verglichen werden. Den Abb. 5.7 und 6.6 sind die Frequenzwerte entnommen, die zu ein und demselben Typ von Schwingungsmuster gehören. Fünf der 22 charakteristischen Betriebsschwingungen treten in beiden Fällen bei jeweils denselben Frequenzen auf. Die Frequenzen der 17 übrigen Betriebsschwingungen unterscheiden sich um 2 Hz bis 18 Hz; die entsprechenden Felder in Tab. 6.I sind farbig unterlegt. Eine Abweichung von 2 Hz, wie sie bei fünf Betriebsschwingungen zu beobachten ist, lässt sich mit der unterschiedlichen Frequenzauflösung (2 Hz beim Steg N, 4 Hz beim Steg A) erklären. Sie soll toleriert und nicht weiter verfolgt werden.

Tab. 6.I. Charakteristische Frequenzen in Hz mit dem Steg vom Typ N (Abb. 5.7) bzw. vom Typ A (Abb. 6.6)

Steg N	72	92	118	172	180	192	264	282	332	364	386
Steg A	76	92	124	168	180	196	256	280	336	364	380
Steg N	402	416	482	528	584	612	644	664	710	746	778
Steg A	400	416	480	528	580	608	640	672	728	744	776

Es verbleiben zwölf Fälle, in denen zwischen den Ergebnissen der beiden Messungen 4 Hz bis 18 Hz liegen. Hierbei zeigt sich möglicherweise ein Einfluss des Steges. Dieser könnte darin bestehen, dass das Gesamtsystem (Korpus, Steg, Saiten) sich verändert hat. Möglicherweise könnte sein Schwingungsverhalten insofern anders geworden sein, als die Schwingungsfrequenzen des Gesamtsystems sich verschoben haben. Denkbar wäre auch, dass der Steg die Übertragung der Schwingungsmuster bei etwas anderen Frequenzen auftreten. Bei der Paarung 76 Hz/72 Hz ist die relative Abweichung 5,6% und kommt damit etwa einem musikalischen Halbton (circa 6%) gleich. In allen anderen Fällen ist der prozentuale Unterschied kleiner. Das bedeutet, dass die relative Frequenzabweichung nie größer ist, als es einem musikalischen Halbton entspricht. Dieser Unterschied erscheint nicht erheblich. Es ist jedoch nicht auszuschließen, dass er einen Einfluss auf die Feinabstimmung des Instruments haben könnte.

6.4. Zusammenfassende Bemerkung

Wenn ein Steg vom Typ A eingesetzt ist, ergeben sich charakteristische Betriebsschwingungsformen, die von der Gestalt her mit denjenigen weitgehend übereinstimmen, welche die Messung mit dem Steg N (Kapitel 5) unter sonst gleichen Bedingungen ergeben hat. Vom visuellen Eindruck her sind keine markanten Unterschiede zwischen den Betriebsschwingungsformen zu erkennen. Denkbar wäre jedoch, dass die Schwingungsmuster zwar von ähnlicher Gestalt sind, sich aber mit unterschiedlichen Amplituden ausbilden. Dies könnte in jedem Einzelfall überprüft werden und würde sich beispielsweise auch in der Höhe der Maxima der Gesamtübertragungsfunktion äußern. Da die Abb. 5.5 und 6.4 mit unterschiedlichen Analysebandbreiten zustande gekommen sind, verspricht ein detaillierter Vergleich der numerischen Werte jedoch wenig Erfolg.

In Hinsicht auf die Frequenzen wurde etwa in der Hälfte aller Fälle im Rahmen der Frequenzauflösung weitgehende Übereinstimmung festgestellt. Für den Rest der charakteristischen Betriebsschwingungen war der absolute Frequenzunterschied maximal 18 Hz. Der relative Unterschied entspricht im *Worst Case* nicht ganz 6%, was nahezu einem Halbton gleichkommt. Obwohl diese Diskrepanz nicht sehr groß ist, wäre denkbar, dass sie sich möglicherweise auf die Feinabstimmung des Cellos auswirkt.

7. KORPUSSCHWINGUNGEN BEI TIEFEN FREQUENZEN

Es liegen nun vier Messreihen vor, in denen die Schwingungen ein und desselben Cellos

- unter zwei unterschiedlichen Lagerbedingungen (in situ bzw. im Gitarrenständer),
- mit zwei unterschiedlichen Anregungsrichtungen (normal bzw. tangential) und
- mit zwei unterschiedlichen Stegen (Typ A und Typ N)

gemessen worden sind. Ein erster Vergleich der Betriebsschwingungen hat bereits gezeigt, dass insbesondere bei tiefen Frequenzen gewisse Diskrepanzen zu beobachten sind. Dies soll im vorliegenden Kapitel ausführlicher untersucht werden.

7.1. Übertragungsfunktionen bis 200 Hz

Der tiefste Ton, der auf dem Cello gespielt werden kann, hat die Grundfrequenz 65 Hz. Tiefere Frequenzen haben keine unmittelbare Bedeutung für die Abstrahlung von musikalisch genutztem Schall und stehen deshalb nicht im Vordergrund des Interesses. Da sie aber möglicherweise eine Rolle in Hinsicht auf die Spielbarkeit des Instruments spielen könnten, soll auf augenfällige Unterschiede hingewiesen werden. Im Folgenden wird der Bereich von 0 Hz bis 200 Hz, der mit dem Begriff "tiefe Frequenzen" umschrieben wird, betrachtet. Die Bänder, durch welche die dargestellten Betriebsschwingungsformen ausgewählt worden waren, sind eingezeichnet.

Abb. 7.1 ermöglicht den direkten Vergleich der Gesamt-Übertragungsfunktionen. Dabei handelt es sich um ausschnittsweise Vergrößerungen der entsprechenden Diagramme in den Kapiteln 3 bis 6. Unterschiede im Detail rühren zunächst daher, dass zwei verschiedene Frequenzauflösungen verwendet wurden. In den Teildiagrammen a und d betrug der Abstand zwischen den Analysepunkten 4 Hz, in den beiden anderen 2 Hz. Dies wird auch darin sichtbar, dass die Bänder unterschiedlich breit erscheinen. Die charakteristischen Betriebschwingungsformen, die sich dafür ergeben, sind als *Color Maps* in den Abschnitten 7.2 bis 7.5 zusammen gestellt.



Abb. 7.1 Über alle Messpunkte gemittelte Übertragungsfunktion mit Bändern
a) bei Anregung am Steg N in Normalenrichtung, gemessen in situ;
b) bei Anregung am Steg N in Normalenrichtung und Lagerung im Gitarrenständer;
c) bei Anregung am Steg N in tangentialer Richtung und Lagerung im Gitarrenständer sowie
d) bei Anregung am Steg A in tangentialer Richtung und Lagerung im Gitarrenständer.

60

7.2. Messung *in situ* bei Anregung des Steges N in Normalenrichtung

In der Gesamt-Übertragungsfunktion von Abb. 7.1.a prägt sich bei 8 Hz ein Maximum aus. Eine klar identifizierbare Schwingungsform ist nicht zugeordnet und deshalb in Abb. 7.2.a auch nicht aufgeführt. Vielmehr scheint es sich hierbei um eine Starrkörperbewegung zu handeln; vgl. Abb. 5.7 oben. Dieser überlagern sich vor allem Bewegungen der Versuchsperson, die das Instrument verschieben, ohne dass dies einen Bezug zum Schwingungsverhalten des Cellos hat. Bei 48 Hz und 56 Hz biegen sich Hals und Griffbrett. Das eine Mal sind Griffbrett und Saitenhalter in Phase (48 Hz), das andere Mal in Gegenphase (56 Hz). Die markante Be-



Abb. 7.2.a. Betriebsschwingungsformen des Cellos, gehalten von einer Person, bei den angegebenen Frequenzen.



Abb. 7.2.b. Betriebsschwingungsformen des Cellos, gehalten von einer Person, bei den angegebenen Frequenzen.

wegung des Griffbretts bei 72 Hz ... 78 Hz, die bei den Messungen im Gitarrenständer zu beobachten sein wird, tritt hier nicht auf. Möglicherweise dämpft die Hand am Hals diese Schwingung so stark, dass sie nicht mehr nachgewiesen werden kann.

Während bisher die Decke in Ruhe verblieben ist, fängt sie ab 92 Hz an, als Kontinuum zu schwingen. Bei 92 Hz bewegt sie sich auf ihrer ganzen Fläche konphas, und zwar gegensinnig zum Griffbrett. Bei 168 Hz schwingen zwei große Bereiche links und rechts sowie mehrere kleine Teile in Gegenphase. Die Betriebschwingung bei 184 Hz in Abb. 7.2.b ist dadurch gekennzeichnet, dass am Steg die Decke sich gegensinnig zu den Rändern bewegt. Bei 200 Hz schwingt der Teil unterhalb des Steges in Antiphase zum oberen und äußeren Teil der Decke.

7.3. Messung bei Lagerung des Cellos im Gitarrenständer und Anregung des Steges N in Normalenrichtung

Wird das Cello nicht am Körper gehalten, sondern in einem Gitarrenständer gelagert, weist die Transfer-Admittanz in Abb. 7.1.b einige zusätzliche Spitzen auf. Zwischen 50 Hz und 60 Hz sind noch mehr lokale Maxima als in Abb. 7.1.a zu erkennen. Die neu aufgetretenen Schwingungsformen unterscheiden sich voneinander vor allem hinsichtlich der Schwingungsrichtungen. Wie ein Vergleich der Betriebsschwingungen in Abb. 7.3.a für 50 Hz bzw. 56 Hz zeigt, schwingen Griffbrett und Saitenhalter bei 50 Hz in Phase (beide sind grün im Bild links unten). Bei 56 Hz ist das Griffbrett nach wie vor grün, während der Saitenhalter nun rot ist; demzufolge bewegen diese beiden Teile sich gegenphasig.

In Abb. 7.3.a oben ist ein Starrkörper-Kippen des gesamten Korpus um den Auflagepunkt dargestellt, wie es bei 10 Hz zu beobachten ist. Einige der Betriebsschwingungen von Abb. 7.3 (z.B. diejenigen bei 50 Hz, 56 Hz, 94 Hz, 168 Hz, 180 Hz und 200 Hz) stimmen weitgehend mit den Bewegungsmustern überein, die *in situ* erkennbar wurden. Neu ist dagegen eine Drehung um die Längsachse bei 32 Hz. Bei einer weiteren Schwingung bei 78 Hz erscheint die Decke diagonal in zwei Abschnitte geteilt, die sich gegeneinander bewegen.


Abb. 7.3.a. Betriebsschwingungsformen des Cellos, gelagert im Gitarrenständer, bei den angegebenen Frequenzen.



Abb. 7.3.b. Betriebsschwingungsformen des Cellos, gelagert im Gitarrenständer, bei den angegebenen Frequenzen.



Abb. 7.3.c. Betriebsschwingungsformen des Cellos, gelagert im Gitarrenständer, bei den angegebenen Frequenzen.

Vergleicht man die Schwingungsbilder von Abb. 7.3 mit denjenigen von Abb. 7.2, so findet sich weitgehende Übereinstimmung bei allen Frequenzen, die in Tab. 7.I nicht unterlegt sind. Die Schwingungsmuster sind sich sehr ähnlich und die Frequenzwerte differieren um nicht mehr als 2 Hz, was angesichts der unterschiedlichen Auflösung praktisch als Übereinstimmung angesehen werden kann.

Tab. 7.1.	Charakteristische	Frequenzen i	in Hz in situ	(Abb. 7.2) bzw.	im Gitar	renständer (.	Abb.	7.3)
-----------	-------------------	--------------	---------------	-----------------	----------	---------------	------	------

in situ			48	56		92	168	184	200
Ständer	10	32	50	56	78	94	168	180	200

Farbig unterlegte Felder in Tab. 7.I deuten auf unterschiedliche Frequenzen oder Schwingungsformen hin. Bei 180 Hz/184 Hz ist die Frequenzabweichung etwas größer als die tolerierbaren 2 Hz; die Schwingungsbilder ähneln sich stark. Substantielle Unterschiede sind dagegen bei 32 Hz und 78 Hz zu vermerken. Im Gitarrenständer bilden sich offensichtlich Schwingungsformen aus, die nicht beobachtet werden, wenn das Instrument am Körper gehalten wird. Offenbar handelt es sich hierbei um Artefakte, die auf die "unnatürliche" Randbedingung zurückzuführen sind. Diese müssen als der Preis dafür gesehen werden, dass zu Gunsten einer bequemeren Messung mit "schöneren" Ergebnissen auf die wirklichkeitsnahe Lagerung verzichtet wird. Da diese Unterschiede sich jedoch zum wesentlichen Teil unterhalb von 65 Hz und damit unterhalb der tiefsten Note C abspielen, die das Cello erzeugt, wurden sie für die weiteren Untersuchungen in Kauf genommen. So ruhte bei den Messungen, die in den Kapiteln 4 bis 6 beschrieben sind, das Instrument stets im Gitarrenständer. 7.4. Messung bei Lagerung des Cellos im Gitarrenständer und Anregung des Steges N in tangentialer Richtung



Abb. 7.4.a. Betriebsschwingungsformen des Cellos, gelagert im Gitarrenständer, bei den angegebenen Frequenzen.



Abb. 7.4.b. Betriebsschwingungsformen des Cellos, gelagert im Gitarrenständer, bei den angegebenen Frequenzen.



Abb. 7.4.c. Betriebsschwingungsformen des Cellos, gelagert im Gitarrenständer, bei den angegebenen Frequenzen.

In den Übertragungsfunktionen von Abb. 7.1.b und c zeigen sich Unterschiede vor allem unter etwa 150 Hz. Insbesondere zwischen 100 Hz und 150 Hz prägen sich im Diagramm c einige schwache Nebenmaxima aus, die im Diagramm b nicht nachzuweisen sind. Die Bilder von Abb. 7.4 lassen erkennen, dass die Schwingungen bei 126 Hz und 142 Hz einander ähnlich sind. Die Decke bewegt sich mit einer Knotenlinie, die leicht aus der Mittellinie des Korpus heraus verschoben ist. Dass die Spiegelsymmetrie bzw. –antimetrie gestört ist, dürfte bekanntlich auf den Bassbalken und den Stimmstock zurückgehen, die beide nicht mittig angebracht sind. Die Betriebsschwingung bei 56 Hz (Abb. 7.3.a) wurde nur bei normaler, nicht jedoch bei tangentialer Anregung beobachtet.

Tab. 7.II macht den Vergleich der zugehörigen Frequenzen möglich. Wenn die Felder nicht farblich hervorgehoben sind, stimmen neben den Betriebsschwingungen auch die Frequenzen vollständig bzw. weitgehend (um maximal 2 Hz abweichend) überein,

Tab. 7.II. Charakteristische Frequenzen in Hz bei Anregung des Steges in Normalenrichtung (Abb. 7.3)bzw. in tangentialer Richtung (Abb. 7.4)

normal	10	32		50	56	78	94			168	180	200
tangential	10	28	48			72	92	126	142	172	180	192

Sind die Felder in Tab. 7.II dagegen farbig unterlegt, beobachtet man Unterschiede in den Frequenzen oder es treten Betriebsschwingungen nur in einer der beiden Messreihen auf. Bei tangentialer Anregung mit 48 Hz (Abb. 7.4.a.) schwingen Griffbrett und Saitenhalter ähnlich wie bei normaler Anregung mit 50 Hz (Abb. 7.3.a), jedoch dreht sich zusätzlich der Korpus

um seine Längsachse. Wenn tangential angeregt wird (Abb. 7.4.b), treten bei 126 Hz, 142 Hz und 172 Hz drei eng verwandte Betriebsschwingungen auf. Ihre Form ähnelt einer, wie sie für Anregung in Normalenrichtung lediglich bei 168 Hz zu beobachten war.

Wird das Cello zur Messung in einem Gitarrenständer gelagert, dann erweist es sich, dass die Zahl der charakteristischen Betriebsschwingungen von der Richtung abhängt, in der angeregt wird. Bei tangentialer Anregung (Abb. 7.4) zeigen sich praktisch alle Schwingungsformen, die sich auch bei Anregung in Normalenrichtung gezeigt haben. Darüber hinaus ist häufig zusätzliche Drehung um die Längsachse festzustellen. Etwas vergröbernd lässt sich feststellen, dass die in Abb. 7.3 zusammen gestellten Ergebnisse eine Untermenge der Ergebnisse des vorliegenden Abschnitts sind. Diese Feststellung ließ es angebracht erscheinen, für die Untersuchung des anderen Steges weiterhin tangentiale Anregung zu verwenden.

7.5. Messung bei Lagerung des Cellos im Gitarrenständer und Anregung des Steges A in tangentialer Richtung

Somit sind den bisherigen Untersuchungen zufolge mehr Maxima in der Übertragungsfunktion zu erwarten, wenn der Steg nicht senkrecht zur Decke, sondern parallel dazu angeregt wird. Dies war der Grund dafür, dass beim folgenden Experiment diese Anregungsrichtung beibehalten wurde. Im Gegensatz zu der eben beschriebenen Messung war in das Instrument ein anderer Steg eingesetzt. Wie in Abschnitt 2.2 beschrieben, hatten Geigenbaumeister den Steg N entnommen und an seiner Stelle der Steg A montiert. Dies stellte die einzige Veränderung gegenüber der Versuchskonfiguration von Abschnitt 7.4 dar. Aus Zeitgründen musste die Messung allerdings mit einer weniger feinen Frequenzauflösung durchgeführt werden.

Die meisten der Betriebsschwingungen von Abb. 7.5 stimmen mit denjenigen überein, die in Abb. 7.4 zusammen gestellt sind. Eine Ausnahme stellt die Paarung 48 Hz/52 Hz dar. Der Saitenhalter schwingt gemäß Abb. 7.5.a in umgekehrter Richtung wie in Abb. 7.4.a. Da diese Schwingung jedoch nicht im Bereich der Grundfrequenzen der musikalisch genutzten Cellotöne liegt, wird diese Diskrepanz nicht weiter beachtet. So kann festgehalten werden, dass bei tiefen Frequenzen augenscheinlich keine wesentlichen Abweichungen zu erkennen waren, die auf den Einfluss des Steges zurückzuführen wären.



Abb. 7.5.a. Betriebsschwingungsformen des Cellos, gelagert im Gitarrenständer, bei den angegebenen Frequenzen.



Abb. 7.5.b. Betriebsschwingungsformen des Cellos, gelagert im Gitarrenständer, bei den angegebenen Frequenzen.



Abb. 7.5.c. Betriebsschwingungsformen des Cellos, gelagert im Gitarrenständer, bei den angegebenen Frequenzen.

Nachdem sich bei den charakteristischen Betriebsschwingungsformen keine offenkundigen Diskrepanzen gezeigt hatten, sollen abschließend die zugehörigen Frequenzen verglichen werden. In Tab. 7.III sind Zahlenwerte einander gegenüber gestellt, wie sie sich für den Steg N (obere Zeile; Abb. 7.4) und den Steg A (untere Zeile; Abb. 7.5) ergeben haben. Nicht unterlegte Felder signalisieren Übereinstimmung nicht nur in Hinsicht auf die Schwingungsformen, sondern auch auf die zugehörigen Frequenzen. Eine (möglicherweise durch die unterschiedliche Auflösung bedingte) Abweichung um 2 Hz wird dabei toleriert.

Steg N	10	28	48	72	92	126	142	172	180	192
Steg A	8	28	52	76	92	124	140	168	180	196

Tab. 7.III. Charakteristische Frequenzen in Hz bei tangentialer Anregung des Steges N (Abb. 7.4)bzw. des Steges A (Abb. 7.5)

Lediglich in vier Fällen beträgt die Abweichung 4 Hz. Wie bereits im vorhergehenden Kapitel diskutiert, könnte sich hierin ein Einfluss des Steges widerspiegeln. Möglicherweise hat sich mit dem Einsetzen des anderen Steges das Gesamtsystem (Korpus, Steg, Saiten) verändert. Denkbar wäre auch, dass der Steg die Übertragung der Schwingung auf den Korpus so beeinflusst, dass gleichartige Schwingungsmuster bei leicht unterschiedlichen Frequenzen auftreten. Im Bereich der Cellotöne, d.h. oberhalb von 65 Hz, ist das Verhältnis der charakteristischen Frequenzen jedoch in keinem Fall größer, als es einem musikalischen Halbton entspricht. Obwohl diese Frequenzverschiebung klein erscheint, ist nicht mit letzter Sicherheit auszuschließen, dass sie doch einen Einfluss auf die Feinabstimmung des Instruments haben könnte.

7.6. Zusammenfassende Bemerkung

In den hier ausgewerteten Messungen waren die Lagerungsart, die Anregungsrichtung und der Steg variiert worden. Im Blickfeld war der Frequenzbereich bis 200 Hz, was der Note g bzw. G3 entspricht. Hiervon sind Frequenzen ab 65 Hz (Note C bzw. C2) von primärem musikalischen Interesse. Um den Bereich unterhalb kümmert sich eher der Experimentator, der die Versuchsbedingungen auszuwählen und zu bewerten hat.

Nicht bei jeder Lagerungs- und Anregungsart bildeten sich vergleichbare Schwingungsmuster bei den gleichen Frequenzen aus. Die größte Vielfalt von Betriebsschwingungsformen ergab sich bei Lagerung im Gitarrenständer und Anregung des Steges parallel zur Decke. Mit dieser Versuchskonfiguration wurden zwei unterschiedliche Stege untersucht. Im hier näher betrachteten Frequenzbereich wurden keine großen Unterschiede beobachtet. Es zeigten sich Verschiebungen der charakteristischen Frequenzen, die maximal 4 Hz betrugen. Die zugehörigen Betriebsschwingungen zeigen Formen, die sich optisch sehr stark ähneln. Diese visuelle Ähnlichkeit schließt jedoch nicht aus, dass auch kleine Unterschiede wirksam werden und den Klang und/oder die Spielbarkeit des Instruments beeinflussen können.

8. GEMEINSAMKEITEN IM BEREICH DER MUSIKALISCH GENUTZTEN FREQUENZEN

Im vorhergehenden Kapitel waren die Schwingungen des Cellos bei tiefen Frequenzen eingehender betrachtet worden. Gemeinsamkeiten und Unterschiede, die auf die Anregung und die Lagerung des Instruments sowie auf den Einbau eines anderen Steges zurückzuführen sind, wurden betrachtet. Der Vergleich zeigte insbesondere, dass lagerungsbedingte Diskrepanzen umso weniger Bedeutung haben, je höher die Frequenz wird. Im vorliegenden Kapitel sollen nun herausgearbeitet werden, welche Gemeinsamkeiten sich den Ergebnissen der vier Versuchsreihen entnehmen lassen.

8.1. Übertragungsfunktionen

Primär interessiert der Frequenzbereich, in dem die Grundtöne des Cellos liegen. Betrachtet werden zunächst Frequenzen zwischen 65 Hz und 800 Hz, was Grundtöne in der zweiten bis hin zur fünften Oktave sowie auch entsprechende höhere Harmonische umfasst. Die ersten 15 Betriebsschwingungen in Abb. 8.3 wurden für diese Frequenzbandbreite ermittelt. Die zu Grunde liegenden Gesamt-Übertragungsfunktionen sind in Abb. 8.1 einander gegenüber gestellt und können direkt miteinander verglichen werden. Beim Vergleich ist zu beachten, dass die Frequenzauflösung nicht immer dieselbe war. In den Diagrammen b und c betrug der Abstand zwischen den Analysepunkten 2 Hz, in den beiden anderen 4 Hz.

Um einen Einblick in Schwingungen bei höheren Frequenzen zu geben, sind darüber hinaus Ergebnisse einer weiteren Messung eingefügt, bei der die Bandbreite 1600 Hz und die Auflösung 4 Hz waren. Die Gesamt-Übertragungsfunktion ist Abb. 8.2 zu entnehmen. Abgesehen von der Frequenzauflösung stimmen die Versuchsbedingungen mit denjenigen überein, die zur Übertragungsfunktion Abb. 8.1.c (vgl. Kapitel 6) geführt haben. Die linke Hälfte von Abb. 8.2 zeigt demzufolge einige Charakteristika, die in Abb. 8.1.c ebenfalls zu erkennen sind. Die letzten neun Betriebsschwingungen in Abb. 8.3, deren Frequenzen zwischen 800 Hz und 1600 Hz liegen, beziehen sich auf diese Messung.



Abb. 8.1 Über alle Messpunkte gemittelte Übertragungsfunktion (Transfer-Admittanz)
a) bei Anregung am Steg N in Normalenrichtung, gemessen in situ;
b) bei Anregung am Steg N in Normalenrichtung und Lagerung im Gitarrenständer;
c) bei Anregung am Steg N in tangentialer Richtung und Lagerung im Gitarrenständer und
d) bei Anregung am Steg A in tangentialer Richtung und Lagerung im Gitarrenständer.



Abb. 8.2. Über alle Messpunkte gemittelte Übertragungsfunktion (Transfer-Admittanz) bis 1600 Hz bei tangentialer Anregung am Steg N und Lagerung des Cellos im Gitarrenständer.

8.2. Betriebsschwingungsformen

Abb. 8.3 zeigt auf mehreren Seiten eine Auswahl von charakteristischen Betriebsschwingungen zwischen 65 Hz und 1600 Hz. Es ist eine Darstellung nach Art Chladni'scher Klangfiguren gewählt (Chladni 1787). Man kann sich ein helles Instrument vorstellen, das waagrecht liegt und auf dessen (als eben gedachten) Oberfläche blauer Sand gestreut ist. Wird das Instrument am Steg mit der angegebenen Frequenz angeregt, dann schwingt es besonders stark. Es bildet eine charakteristische Betriebsschwingungsform aus. Wo das Cello sich besonders stark bewegt, wandert der Sand ab. Eine helle Stelle kennzeichnet demnach einen Schwingungsbauch. Der Sand wandert zu den Stellen, die sich in Ruhe befinden. Eine dunkle Stelle steht für einen Schwingungsknoten. Naturgemäß wird bei dieser Art der Visualisierung lediglich der Betrag der Bewegung erfasst; das Vorzeichen geht verloren.

Die ersten 15 Betriebsschwingungen in Abb. 8.3.a bis c gehen auf Messungen mit der Bandbreite 800 Hz zurück, auf die sich die Übertragungsfunktionen in Abb. 8.1 beziehen. Wiedergegeben sind die Ergebnisse der Messungen des Kapitels 5 (Steg N, Gitarrenständer, tangentiale Anregung; Übertragungsfunktion in Abb. 8.1.c). Diejenige Frequenz, auf welche sich das abgebildete Schwingungsmuster bezieht, ist schwarz gedruckt. Die Spanne von Frequenzen, bei denen unter anderen Versuchsbedingungen gleichartige Schwingungen beobachtet wurden, kann den grau gedruckten Zahlenwerten entnommen werden. Diese charakteristischen Betriebsschwingungsformen bildeten sich im Wesentlichen bei jeder Art der Lagerung, bei normaler wie bei tangentialer Anregung und mit beiden Stegen aus. Eine Ausnahme macht lediglich die erste Schwingung bei 72 Hz ... 78 Hz, die bei der *in-situ*-Messung und bei Anregung in Normalenrichtung nicht nachzuweisen war, aber bei den übrigen Messungen auftrat. Die charakteristischen Betriebsschwingungsformen der Abb. 8.3.a bis c können somit als repräsentativ für das untersuchte Cello gelten.

Die letzten neun Betriebsschwingungen, zusammengestellt in den Abb. 8.3.c und d, gehen auf eine weitere Messung mit Steg N und Lagerung im Gitarrenständer bei tangentialer Anregung zurück. Wie die Übertragungsfunktion in Abb. 8.2 erkennen lässt, war die Bandbreite nun auf 1600 Hz vergrößert. Um die bisherigen Messungen zu ergänzen, wurden Betriebsschwingungen ausgewählt, deren charakteristische Frequenzen zwischen 800 Hz und 1600 Hz liegen.



72 Hz ... 78 Hz (nicht in situ)



 $92\,Hz\,\dots\,94\,\mathrm{Hz}$



168 Hz ... 172 Hz







180 Hz ... 184 Hz

192 Hz ... 200 Hz

 $256\,\mathrm{Hz}\,\dots\,268\,\mathrm{Hz}$

Abb. 8.3.a. Betriebsschwingungsformen des Cellos bei tangentialer Anregung des Steges N. Dargestellt ist der Betrag nach Art Chladni'scher Klangfiguren; hell steht für Schwingungsbäuche, dunkel für Schwingungsknoten.



348 Hz ... 364 Hz



416 Hz ... 418 Hz



460 Hz ... 482 Hz







608 Hz ... 612 Hz

Abb. 8.3.b. Betriebsschwingungsformen des Cellos bei tangentialer Anregung des Steges N. Dargestellt ist der Betrag nach Art Chladni'scher Klangfiguren; hell steht für Schwingungsbäuche, dunkel für Schwingungsknoten.

 $580\,\mathrm{Hz}\dots584\,\mathrm{Hz}\dots586\,\mathrm{Hz}$



832 Hz

880 Hz

924 Hz

Abb. 8.3.c. Betriebsschwingungsformen des Cellos bei tangentialer Anregung des Steges N. Dargestellt ist der Betrag nach Art Chladni'scher Klangfiguren; hell steht für Schwingungsbäuche, dunkel für Schwingungsknoten.







1108 Hz



1240 Hz



1392 Hz





1596 Hz

Abb. 8.3.d. Betriebsschwingungsformen des Cellos bei tangentialer Anregung des Steges N. Dargestellt ist der Betrag nach Art Chladni'scher Klangfiguren; hell steht für Schwingungsbäuche, dunkel für Schwingungsknoten.

1476 Hz

Bei diesen Messungen wurde das Cello am Steg auf ähnliche Weise angeregt, wie dies auch beim Spielen geschieht. All die abgebildeten Schwingungsmuster zeichnen sich dadurch aus, dass der Korpus auf diese Anregung bei den angegebenen Frequenzen mit Bewegungen großer Amplitude antwortet. Einige der abgebildeten Schwingungsformen unterscheiden sich nicht sehr stark voneinander. Es ist denkbar, dass nicht ausschließlich Eigenmoden, sondern dass möglicherweise auch Mischformen aufgespürt worden sind. Gegen Eigen- und für Mischformen könnte in solchen Fällen auch sprechen, dass bei höheren Frequenzen in manchen Fällen keine stehenden Schwingungsbilder zu beobachten waren. Vielmehr scheinen Schwingungsbäuche und -knoten auf der Oberfläche herumzuwandern. Auf die Problematik Betriebsschwingung *vs.* Eigenmode wird im folgenden Kapitel am Beispiel eines anderen Instruments noch eingegangen werden.

8.3. Zusammenfassende Bemerkung

Im vorhergehenden Kapitel waren tiefe Frequenzen behandelt worden, bei denen unterschiedliche Lagerungs- und Anregungsarten zu Diskrepanzen in den Frequenzen und Schwingungsformen geführt hatten. Im vorliegenden Kapitel sollten für den Betriebs-Frequenzbereich des Cellos weniger die Unterschiede, als vielmehr die Übereinstimmungen herausgearbeitet werden, die sich in den Ergebnissen für Frequenzen oberhalb von 65 Hz abzeichnen.

In Hinsicht auf die Schwingungsmuster ergeben die Vibrometer-Messungen ausgeprägte Gemeinsamkeiten. Diese sind offenbar kennzeichnend für das Instrument und hängen von der Anregungsart, der Lagerung und davon, welcher Steg verwendet wird, nur wenig ab. Vereinfachend lässt die Gesamtschau der charakteristischen Betriebsschwingungen die folgenden globalen Aussagen zu:

- Starke Schwingungen von Hals, Griffbrett und Saitenhalter waren vor allem bei tiefen Frequenzen zu beobachten.
- Bei mittleren und hohen Frequenzen dominieren starke Schwingungen der Decke des Cellos.
- Exakt spiegelsymmetrische oder -antimetrische Schwingungsformen haben sich so gut wie nie gezeigt.
- Je höher die Frequenz wird, desto zahlreicher und desto kleiner wurden die schwingenden Bereiche, in die sich die Decke unterteilt.

Die Schwingungsbilder von Abb. 8.3 beziehen sich auf das Cello mit dem Steg N. Nachdem dieser Steg gegen einen anderen vom Typ A ausgetauscht worden war, waren sehr ähnliche Schwingungsformen gemessen worden. Aussagen über deren Amplituden wurden nicht gemacht. In einigen Fällen zeigten sich die zugehörigen charakteristischen Frequenzen jedoch leicht verschoben. Dieser Effekt hat sich zwar als nicht sehr groß erwiesen, könnte aber möglicherweise die Feinabstimmung des Instruments beeinflussen. Außerdem wurden vergleichende Messungen nur für Frequenzen bis 800 Hz durchgeführt. Ob Unterschiede bei höheren Frequenzen auftreten, wurde nicht untersucht. Liegen solche Unterschiede vor, können sie sich in den ganz hohen Lagen auf die Grundtöne auswirken. Bei den übrigen Celloklängen haben sie möglicherweise einen Einfluss auf die höheren Harmonischen und damit auf die Klangfarbe. Da eine Beschränkung auf das Wesentliche geboten war, wurde dieser Bereich hier jedoch nur am Rande behandelt.

9. ZUM VERGLEICH: SCHWINGUNGEN EINER GEIGE

Fletcher und Rossing (1998) haben sich u.a. ausführlich mit der Violine bzw. Geige befasst und deren Schwingungen in Zusammenhang mit denen des Cellos gebracht. Um eventuelle Parallelen zu den eigenen Cello-Messungen aufzufinden, werden im Folgenden einige Betriebsschwingungen einer Geige präsentiert, die Winter und Wörner (2000) im Rahmen einer Studienarbeit am Institut für Mechanik ermittelt haben. Ziel ist es zu untersuchen, welche Gemeinsamkeiten die Schwingungen des Cellos und diejenigen der Geige haben. Darüber hinaus soll am Beispiel der Geige der Frage nachgegangen werden, in welcher Beziehung die Betriebsschwingungen zu den Eigenmoden stehen.

9.1. Messanordnung und Auswertung

Wie bereits in Kapitel 5 ausgeführt, erfolgt bei einem Streichinstrument die wichtigste Anregung durch die tangentiale Saitenkraft am Steg. Abb. 9.1 zeigt den Versuchsaufbau von Winter und Wörner (2000), der dieser Tatsache Rechnung trägt. Er stimmt im Wesentlichen mit demjenigen überein, der bei den Messungen am Cello in Kapitel 5 und 6 verwendet worden ist. Über einen langen Stift regte der Schwingerreger das Instrument am linken Ende des Steges, nahe dem Auflagepunkt der G-Saite, waagrecht zur Decke an. Es war ein piezoelektrischer Kraftaufnehmer, in diesem Fall vom Typ B&K 8200, zwischengeschaltet. Dieser erfasste diejenige Wechselkraft, welche tangential in den Steg eingeleitet wurde.



Abb. 9.1. Die Geige, für die Messung in einem Gitarrenständer gelagert; der Steg wird parallel zur Decke angeregt.

Bei der untersuchten Geige handelte es sich um ein Schülerinstrument mittlerer Qualität. Ähnlich wie das Cello war sie so in einem Gitarrenständer gelagert, dass der Korpus an drei Punkten gestützt und nahezu senkrecht gehalten wurde. Der Hals war frei beweglich. Um das Signal-Stör-Verhältnis zu verbessern, wurde an jedem Messpunkt über vier Messungen gemittelt (*Complex Averaging*). Die Frequenzauflösung war 2 Hz, die Messbandbreite 1600 Hz.



Abb. 9.2. Die Geige, gelagert im Gitarrenständer, mit dem Messgitter. Was die Farben bedeuten, ist links oben erklärt.

Abb. 9.2 gibt das Messgitter wieder, das 365 Messpunkte umfasste. Sämtliche Messungen haben die Qualitätsstufe "*valid*", was bedeutet, dass die Ergebnisse als äußerst zuverlässig gelten dürfen. Die über alle Messpunkte gemittelte Transfer-Admittanz im Frequenzbereich zwischen 100 Hz und 1600 Hz ist Abb. 9.3 zu entnehmen.



Abb. 9.3. Über alle Messpunkte gemittelte Übertragungsfunktion (Transfer-Admittanz).

In der Gesamt-Übertragungsfunktion sind zahlreiche Maxima zu erkennen, von denen viele teilweise dicht benachbart sind. Wie Abb. 9.4 zeigt, lassen sich zahlreiche Bänder legen. Eine Auswahl der ebenso zahlreichen charakteristischen Betriebsschwingungsformen ist im folgenden Abschnitt zusammen gestellt. Ob es sich dabei auch um Eigenmoden handelt, wird in Abschnitt 9.3 untersucht.



Abb. 9.4. Über alle Messpunkte gemittelte Übertragungsfunktion; die Frequenzen, für welche die Betriebsschwingungsformen dargestellt werden sollen, sind markiert.

9.2. Betriebsschwingungen, dargestellt als Color Map

Die Originaldaten von Winter und Wörner (2000).wurden einer erneuten sorgfältigen Auswertung unterzogen. Die Ergebnisse sind zuerst als *Color Maps* dargestellt. Dem schwarzweißen Videobild der Geige überlagert sich das farbige Schwingungsbild. Das Videobild lässt erkennen, wie die Geige gelagert und angeregt war. Das Bild der Schwingung, wie sie das Auswertungsprogramm der Vibrometer-Software animiert darstellt, ist zu einem geeigneten Zeitpunkt "eingefroren". Rot bzw. grün stehen für Bewegung aus der Ebene heraus bzw. für Bewegung in die Ebene hinein. Die Helligkeit der Farben ist ein Maß für die Schwingungsamplitude. Dunkle Linien charakterisieren Knotenlinien, helle Bereiche Schwingungsbäuche.

Der tiefste Teilton, den die Geige abstrahlt, hat die Frequenz 196 Hz (g bzw. G3) und definiert damit die untere Begrenzung des "Betriebs-Frequenzbereiches". Aus den Messergebnissen oberhalb dieser Frequenz wurden 21 charakteristische Schwingungsformen zwischen 266 Hz und 1596 Hz ausgewählt und in Abb. 9.5.a bis d zusammen gestellt. Die Bezeichnung M charakterisiert diejenigen, in deren Nähe gemäß Abb. 9.6 in Abschnitt 9.3 eine Eigen-Mode mit weitgehend identischer Schwingungsform und der angegebenen Eigenfrequenz liegt.

Bei tiefen Frequenzen, die etwas oberhalb von 196 Hz liegen, schwingt der linke Teil der Decke in Gegenrichtung zum rechten Teil. Allmählich bilden sich weitere Bereiche aus, die jeweils in Gegenphase schwingen. Dabei unterteilt sich der linke Teil, unter den der Bassbalken geleimt ist, feiner als der rechte Teil, unter dem der Stimmstock eine Verbindung zum Boden herstellt. Bei ansteigender Frequenz erscheinen Knotenlinien auch in Querrichtung. Die roten bzw. grünen Bereiche werden immer kleiner. Es bilden sich immer mehr Gebiete aus, in denen der Korpus sich gegensinnig zu den benachbarten Gebieten bewegt.

Die Schwingungsbilder in Abb. 9.5.a sind durch Bewegungen des Griffbretts/Halses gekennzeichnet. Bei 284 Hz bewegt sich das Griffbrett (rot) in Gegenphase zum linken Teil der Decke (grün). Bei 384 Hz schwingt der Saitenhalter (grün) in gleicher Phase wie der linke Teil der Decke (ebenfalls grün). Day und Janson (1998) haben Schwingungen des Halses, des Griffbretts und der Schnecke experimentell untersucht und mit dem mechanischen Modell des Balkens nachgebildet. Es ist zu vermuten, dass diese teilweise gleichphasigen, teilweise auch gegenphasigen Bewegungen von Griffbrett und Saitenhalter die Spielbarkeit des Instruments beeinflussen dürften. Dieser Aspekt soll hier jedoch nicht weiter verfolgt werden.



266 Hz



288 Hz (M1: 289 Hz)



374 Hz (M2: 374 Hz)



434 Hz





482 Hz (**M3**: 483 Hz)

624 Hz (M4: 623 Hz)

Abb. 9.5.a. Betriebsschwingungsformen einer Geige bei tangentialer Anregung des Steges.



654 Hz



804 Hz (**M7**: 797 Hz)



724 Hz (**M5**: 726 Hz)



866 Hz (**M8**: 871 Hz)



758 Hz (**M6**: 766 Hz)



934 Hz (M9: 930 Hz)

Abb. 9.5.b. Betriebsschwingungsformen einer Geige bei tangentialer Anregung des Steges.



970 Hz (**M10**: 970 Hz)



 $1172\,\mathrm{Hz}$



 $1052\,Hz$



 $1316\,\mathrm{Hz}$



1108 Hz (**M11**: 1110 Hz)



1404 Hz

Abb. 9.5.c. Betriebsschwingungsformen einer Geige bei tangentialer Anregung des Steges.



1524 Hz

1564 Hz (**M12**: 1560 Hz)

1596 Hz

Abb. 9.5.d. Betriebsschwingungsformen einer Geige bei tangentialer Anregung des Steges.

Insgesamt fällt auf, dass die schwingenden Felder stets in Längsrichtung gestreckt sind, was seinen Grund in der richtungsabhängigen Steifigkeit der Decke hat. In Faserrichtung (längs des Korpus bzw. senkrecht in Abb. 9.5) dehnen sie sich weiter aus als in Querrichtung. Darauf haben auch Reinecke und Cremer (1970) hingewiesen. Die dargestellten Schwingungsformen werden nicht im Detail diskutiert. Vielmehr sollen sie mit den Eigenmoden verglichen werden. Der Vergleich soll die bislang noch offene Frage klären, inwieweit die Betriebsschwingungen mit den Eigenmoden eines Streichinstruments übereinstimmen.

9.3. Vergleich Betriebsschwingungen - Moden

Winter und Wörner (2000) haben den Datensatz, den sie mit dem Scanning-Vibrometer ermittelt hatten, exportiert und im Programmpaket StarModal einer Modalanalyse unterzogen. Im Bereich oberhalb von 186 Hz haben sich auf diese Weise zwölf Moden identifiziert. Sie haben die Eigenfrequenzen und -schwingungsformen gefunden, die in der rechten Spalte von Abb. 9.5.a bis c zusammen gestellt sind. Die Eigenschwingungsformen sind im Fettdruck mit **M1** bis **M12** (**M** für **M**ode) durchnummeriert und als 3D-Drahtgitter gezeichnet. Zum Vergleich finden sich links daneben charakteristische Frequenzen und Betriebsschwingungsformen, wie sie sich bei der direkten Auswertung der Vibrometer-Daten ergeben. Des einfacheren Vergleiches willen sind die Schwingungsmuster ebenfalls als 3D-Bilder dargestellt. Neben der Verformung des Gitters sind unterstützend die Farben Rot und Grün verwendet, an denen die Richtung der Bewegung zu erkennen ist.



Abb. 9.6.a. Betriebsschwingungen (links) und Moden (rechts) der Vorderseite einer Geige bei tangentialer Anregung des Steges.



Abb. 9.6.b. Betriebsschwingungen (links) und Moden (rechts) der Vorderseite einer Geige bei tangentialer Anregung des Steges.



Abb. 9.6.c. Betriebsschwingungen (links) und Moden (rechts) der Vorderseite einer Geige bei tangentialer Anregung des Steges.

Richardson (1997) hat den Unterschied zwischen Betriebsschwingungsformen (*Operating Deflection Shapes*) und Moden eingehend behandelt. Etwas vereinfachend lässt sich aussagen, dass die zwölf Eigenmoden von Abb. 9.6 eine Untermenge der 21 charakteristischen Betriebsschwingungen von Abb. 9.5 darstellen. Offenbar sind neun charakteristische Betriebsschwingungen keine reinen Eigenmoden, sondern höchstwahrscheinlich Überlagerungen zweier benachbarter Moden und damit Mischformen. Die größte Differenz zwischen der Frequenz, bei der die Gesamt-Übertragungsfunktion ein lokales Maximum aufweist, und der mittels Modalanalyse errechneten Eigenfrequenz betrug 8 Hz und entsprach damit weniger als 1%. Somit kann von brauchbarer Übereinstimmung der Eigenfrequenzen mit den entsprechenden charakteristischen Frequenzen gesprochen werden. In Hinsicht auf die Schwingungsformen sind rein optisch so gut wie keine Abweichungen zu erkennen.

Der Vergleich ergibt, dass nicht jede charakteristische Betriebsschwingung eine Mode darstellt. Umgekehrt lässt sich jedoch jeder Eigenmode eine charakteristische Betriebsschwingung zuordnen. Es besteht begründeter Anlass zu der Vermutung, dass dies auf das Cello in ähnlichem Maße wie auf die Geige zutrifft. Es kann angenommen werden, dass dessen Moden im Ensemble der charakteristischen Betriebsschwingungen, wie sie in den vorangehenden Kapiteln präsentiert wurden, enthalten sind.

Abschließend sei noch einmal darauf hingewiesen, dass hier von Moden die Rede ist, die sich auf die wandnormale Bewegung von Decke, Hals, Saitenhalter und Griffbrett beziehen. Weder die Zargen noch der Boden waren in die Messung einbezogen. Wie am Beispiel eines Hackbretts gezeigt (Fleischer 2004), ergibt die Modalanalyse der Decke andere Eigenformen und -frequenzen als die des Bodens. Es ist zu erwarten, dass die Analyse des Gesamtsystems wiederum andere Eigenformen und -frequenzen ergeben wird.

Fletcher und Rossing (1998) unterscheiden bei Streichinstrumenten zwischen Moden, die im Wesentlichen durch die Luft im Hohlraum bestimmt sind, solchen, bei denen vor allem die Decke schwingt und solchen, bei denen Decke und Boden ähnlich stark schwingen. Letztere wurden hier indes nicht betrachtet, so dass sich eine Einordnung der vorliegenden Ergebnisse nur sehr bedingt vornehmen lässt. Sie soll trotzdem im folgenden Abschnitt versucht werden.

9.4. Vergleich mit Ergebnissen aus der Literatur

Schwingungsmessungen an Geigen bzw. an Teilen von Geigen finden sich in der Literatur in großer Zahl; für einen Überblick zum Stand vom Ende des letzten Jahrhunderts siehe die Literaturhinweise in Fletcher und Rossing (1998). Bereits im Jahr 1970 haben Reinecke und Cremer Lasermessungen als Werkzeug vorgeschlagen; vgl. auch Cremer (1981). Sie haben gezeigt, dass sich die holografische Interferometrie für die berührungslose Untersuchung der Schwingung von Saiteninstrumenten eignet und haben auch erste Ergebnisse solcher Messungen an einer Geige veröffentlicht. Einige ihrer Hologramme sind in Tab. 9.I zusammen- und eigenen Ergebnissen (Tab. 9.II) gegenüber gestellt.

Reinecke und Cremer (1970) haben insbesondere darauf hingewiesen, dass unterschiedliche Orte und Richtungen der Anregung unterschiedliche Schwingungsmuster hervorrufen können. Diese Beobachtung deckt sich mit eigenen Erkenntnissen, die der Vergleich der Ergebnisse der Kapitel 4 und 5 erbracht hat. Als Beispiel führen sie Schwingungsbilder für die Anregungsfrequenz 1300 Hz an, die in Tab. 9.I durch die Symbole "L" (für Anregung normal zur Oberfläche) bzw. "=" (für Anregung in tangentialer Richtung) gekennzeichnet sind. Ergänzend ist ein Ergebnis von Winter und Wörner (2000) eingefügt, bei dem die Geige in Normalenrichtung angeregt worden war; vgl. \perp 1306 Hz in Tab. 9.II.

 Tab. 9.I. Schwingungsformen einer Geigendecke nach Reinecke und Cremer (1970);

 ermittelt durch holografische Laser-Interferometrie



Tab. 9.II. Charakteristische Betriebsschwingungsformen und Frequenzen der Vorderseite der hier untersuchten Geige, ermittelt durch Laser-Vibrometrie



Dass die Methoden der Datenerfassung und -visualisierung in den letzten drei bis vier Jahrzehnten besser geworden sind, zeigt sich bei der Gegenüberstellung. Die Ergebnisse der holografischen Interferometrie sind relativ schwer zu interpretieren. Die Schwarz-Weiß-Übergänge der konzentrischen Ringe müssten abgezählt und mittels der Wellenlänge des Laserlichts in Auslenkungen umgerechnet werden. Obwohl ein quantitativer Vergleich mit den eigenen Ergebnissen nicht möglich ist, zeigt sich gleichwohl globale Übereinstimmung der Schwingungsmuster. Die Arbeit ist vor nahezu vierzig Jahren entstanden; es bleibt festzuhalten, dass Reinecke und Cremer (1970) hiermit bahnbrechende Pionierarbeit geleistet haben.

Fletcher und Rossing (1998) sowie weitere Autoren haben die Schwingungen des Geigenkorpus dadurch strukturiert, dass sie zwischen unterschiedlichen Bewegungsarten unterscheiden. Sie verwenden folgende Unterteilung:

- Es gibt Moden, die im Wesentlichen durch die Luft (<u>A</u>ir) im Hohlraum bestimmt sind; zur Kennzeichnung wird der Buchstabe <u>A</u> verwendet.

- Daneben existieren Moden, bei denen vor allem die Decke (*Top Plate*) schwingt; diese werden mit *T* gekennzeichnet.
- Für Korpus-Moden, bei denen Decke und Boden vergleichbar stark schwingen, steht der Buchstabe *C*.

Diese Typen von Schwingungen werden in der Reihenfolge ihres Auftretens bei steigender Frequenz nummeriert.

In Anknüpfung an den vorherigen Abschnitt sind zwei Hinweise angebracht: Zum Einen werden im vorliegenden Bericht – abgesehen vom Beispiel der Geige - keine Moden, sondern charakteristische Betriebsschwingungsformen präsentiert. Wie im vorherigen Abschnitt gezeigt, k ö n n e n diese, m ü s s e n aber nicht mit Moden übereinstimmen. Zum Anderen wurde die Oberflächenschwingung lediglich auf der Vorderseite der Geige (Decke, Hals, Griffbrett und Saitenhalter) gemessen. Das bedeutet, dass Hohlraummoden (Schwingungsart A) nur dann detektiert werden, wenn sie von einer entsprechend starken Deckenschwingung begleitet sind. Dies kann, muss aber nicht der Fall sein. Danach ist zu erwarten, dass Schwingungsmuster in Abb. 9.5 allenfalls mit Deckenmoden (Schwingungsart T) oder Korpusmoden (Schwingungsart C) korrespondieren.

Moden der Vorderseite einer Geige, wie sie im Buch von Fletcher und Rossing (1998) zusammen gestellt sind, finden sich mit der obigen Kennzeichnung in Tab. 9.III. Ihnen sind in Tab. 9.IV als eigene Ergebnisse charakteristische Frequenzen und Betriebsschwingungsformen einer Geigendecke gegenüber gestellt. Es wurde jeweils diejenige charakteristische Schwingung ausgewählt, deren Frequenz der in Tab. 9.III angegebenen am nächsten kommt. Wiederum entspricht rot dem positiven und grün dem negativen Vorzeichen.

 Tab. 9.III. Moden einer Geigendecke nach Fletcher und Rossing (1998);
 fette Linien kennzeichnen Knoten



Tab. 9.IV. Charakteristische Betriebsschwingungsformen und Frequenzender Vorderseite der hier untersuchten Geige



Im Vergleich zeigt sich Übereinstimmung in einigen Punkten. Bei der Mode A_0 liegen Frequenz und Form der Eigenschwingung und der charakteristischen Betriebsschwingung nahe beieinander. Die horizontalen gebogenen Knotenlinien der C_2 -Mode finden sich bei der entsprechenden Betriebsschwingung lediglich angedeutet. Die Form der Mode T_1 tritt bei einer Betriebsschwingung auf, deren Frequenz um 26 Hz kleiner ist. Die Moden C_3 und C_4 findet sich bei den vergleichbaren Betriebsschwingungen nur sehr bedingt wieder. Die Schwingungsmuster der Geige, die im Institut für Mechanik gemessen wurden, sind demnach nicht in allen Fällen, jedoch teilweise kongruent mit den Angaben im Buch von Fletcher und Rossing (1998). Vollständige Übereinstimmung wäre auch gar nicht zu erwarten gewesen, da jedes Instrument ein Einzelstück darstellt.

9.5. Zusammenfassende Bemerkung

Die Untersuchungen an einer Geige, die Winter und Wörner (2000) am Institut für Mechanik durchgeführt haben, haben eine große Zahl von Betriebsschwingungen ergeben. Schwingungen unterhalb des tiefsten Tones G3 (196 Hz) wurden zwar detektiert, hier aber nicht weiter behandelt. Unter Verwendung der Auswertungs-Software des Vibrometers wurden zwischen 266 Hz und 1596 Hz insgesamt 21 charakteristische Frequenzen und Formen aufgefunden. Eine nachgeschaltete Modalanalyse desselben Datensatzes lieferte zwölf Eigenmoden, die mit **M1** bis **M12** bezeichnet sind. Diese sind allesamt in der Menge der Betriebsschwingungen enthalten, wobei in Hinsicht auf die Frequenzen weitgehende Übereinstimmung zu beobachten war. In Bezug auf die Bewegungsformen waren visuell keine nennenswerten Unterschiede erkennbar. Es ist zu vermuten, dass Ähnliches wie für die Geige auch für das Cello gilt. Somit besteht Grund zu der Annahme, dass die in diesem Band der "Beiträge" präsentierten Betriebsschwingungen des Cellos eine Obermenge darstellen, in der die Untermenge der Eigenmoden enthalten ist.

Die Ergebnisse der institutseigenen Geigenmessungen wurden mit Resultaten verglichen, die Reinecke und Cremer bereits 1970 veröffentlicht hatten und auf die Cremer (1981) Bezug nimmt. Ein detaillierter Vergleich ist mit Resultaten möglich, die Fletcher und Rossing (1998) zusammen gestellt haben. Hinsichtlich der Schwingungsformen und -frequenzen war in einigen, jedoch nicht in allen Fällen Übereinstimmung zu erkennen. Für die Abweichungen sind mehrere Gründe denkbar. So haben die eigenen Untersuchungen am Cello (siehe Kapitel 3 und 4) und auch an anderen Instrumenten (z.B. Fleischer 2005) gezeigt, dass unterschiedliche Lagerungsbedingungen insbesondere im Bereich tiefer Frequenzen zu unterschiedlichen Ergebnissen führen. Weiter hat sich erwiesen, dass unterschiedliche Arten der Anregung ebenfalls zu unterschiedlichen Schwingungsformen und -frequenzen führen können. Ob Betriebsschwingungen (wie hier beim Cello) oder Eigenmoden (wie am Beispiel der Geigenmessung mit nachfolgender Modalanalyse gezeigt) bestimmt worden sind, ist bei vielen Schwingungsuntersuchungen in der Literatur nicht explizit unterschieden. Zu vermuten ist, dass es sich in den meisten Fällen um Betriebsschwingungen handeln wird. Vergleiche von Ergebnissen, die auf unterschiedliche Art und Weise zustande gekommen sind, werden deshalb in aller Regel nicht sehr viel Aussicht auf Erfolg haben.

Trotz prinzipieller Gemeinsamkeiten scheint zudem jedes Instrument ein einmaliges Individuum zu sein und nicht unter jedem Aspekt mit "der Geige" bzw. "dem Cello" überein zu stimmen. In noch höherem Maße gilt dies für die unterschiedlichen Bedingungen bei der Berechnung oder beim Experiment. Allzu große Übereinstimmung mit den Resultaten anderer Autoren, die unter teilweise völlig anderen Umständen zustande gekommen sind, kann deshalb nicht erwartet werden.

Da nun zwölf Eigenmoden der Geige, tangential angeregt am Steg und gelagert im Gitarrenständer, identifiziert sind, lassen sich mögliche Gemeinsamkeiten zwischen den Schwingungen des Cellos und denen der Geige eruieren. Damit sollen im nächsten Kapitel die Cellomessungen abgesichert und abschließend diskutiert werden.

10. ABSCHLUSSDISKUSSION

Im vorliegenden Bericht sind Messungen an einem hochwertigen, mit großer Sorgfalt in einer Meisterwerkstatt gefertigten Cello dokumentiert. Für die Studie standen zwei unterschiedliche Stege (Typ A und Typ N) zur Verfügung. Bei der Messung wurde das Instrument nicht mit dem Bogen, sondern mit einem Schwingerreger in Vibration versetzt und die Schwingungen der Oberfläche mit einem Scanning-Vibrometer abgetastet. Als Ergebnisse erhält man "charakteristische Frequenzen", bei denen sich "charakteristische Betriebsschwingungen" ausbilden. Diese wurden auf verschiedene Arten visualisiert und zeigen die Stellen auf, an denen das Instrument sich besonders heftig bewegt. Das Cello erweist sich als ausnehmend "schwingfreudig", wenn es mit der entsprechenden Frequenz angeregt wird. Zwar wurden in einigen Fällen Frequenzen bis 1600 Hz verwendet, das Hauptinteresse lag jedoch auf dem "Betriebs-Frequenzbereich" des Instruments. Dieser erstreckt sich von etwa 65 Hz (leere C-Saite) bis 800 Hz (zwischen dem zweigestrichene g und dem zweigestrichene a). In diesem Bereich wurden die Messungen durchgeführt und dabei die Versuchsbedingungen variiert.

Für Schwingungen eines Kontinuums spielt bekanntlich dessen Randlagerung eine große Rolle. Zunächst wurde eine "natürliche" Konfiguration verwendet, bei der eine Person das Instrument in einer Position ähnlich der Spielhaltung festhielt. Die Randbedingungen bei der Messung waren weitgehend wie beim Spielen. Die damit erzielten Ergebnisse können daher als Referenz angesehen werden. Abgesehen von sehr tiefen Frequenzen stellen sie im Wesentlichen eine Untermenge der Betriebsschwingungen dar, die in weiteren Messungen bei "künstlicher" Lagerung nachzuweisen waren.

Die *in-situ*-Versuchssituation hat den unbestreitbaren Vorteil, sehr nahe an der Realität zu sein; in Hinsicht auf die Messtechnik weist sie jedoch einige Nachteile auf. Die Person kann das Instrument nur über kurze Zeit in der vorgegebenen Position halten. Die Messung muss rasch ablaufen, was auf Kosten der Frequenzauflösung und der Signalqualität geht. Trotzdem wurden bei einer Reihe von charakteristischen Frequenzen aussagekräftige Betriebsschwingungsformen gefunden. Diese sind bei ganz tiefen Frequenzen Starrkörperbewegungen, die keinen Beitrag zur Abstrahlung von Schall liefern. Bei tiefen Frequenzen schließen sich daran verschiedene Biegeschwingungen von Hals und Griffbrett bzw. Saitenhalter an, die möglicherweise die Spielbarkeit beeinflussen. Für die Abstrahlung von musikalischem Schall sind Biegeschwingungen des Korpus maßgebend, die ab 92 Hz ... 94 Hz in unterschiedlicher Ausprägung beobachtet wurden. Die Schwingungsmuster der Decke erweisen sich als weder streng symmetrisch noch streng antimetrisch. Der Grund dafür dürfte sein, dass Bassbalken und Stimmstock die ansonsten spiegelsymmetrische Geometrie des Korpus stören.

Wird das Cello in einem Instrumentenständer platziert, lässt sich der Personalaufwand reduzieren. Der Experimentator kann die Messung allein durchzuführen. Der Versuch unterliegt keiner Zeitbeschränkung, so dass das Signal-Stör-Verhältnis sich durch mehrmaliges Messen und Mitteln verbessern lässt. Zudem kann gegebenenfalls die Frequenzauflösung verfeinert werden, was mit einer Vervielfachung der Messzeit einher geht. Auf diese Weise lassen sich in aller Ausführlichkeit die Gegebenheiten des Versuches ändern und die Auswirkungen auf die Betriebsschwingungen untersuchen.

Bei "künstlicher" Lagerung im Gitarrenständer wurde als erstes die *in-situ-*Messung nachgestellt. Es war der Steg N eingesetzt. Der Schwingerreger war nach wie vor so orientiert, dass die Anregung senkrecht zur Decke wirkte. Abweichungen, die auf unterschiedliche Lagerung zurückgehen, waren vor allem bei sehr tiefen Frequenzen beobachtet. Im musikalisch genutzten Frequenzbereich konnten sämtliche Betriebsschwingungen sowie eine weitere bei 78 Hz nachgewiesen werden. Allerdings differierten die charakteristischen Frequenzen in einigen Fällen. Auch zeigten sich hin und wieder größere Schwingungsamplituden. Ob dies eine Folge verringerter Dämpfung (Lagerung im Ständer mit freiem Hals *vs.* Person hält Instrument) ist oder auf die erhöhte Frequenzauflösung (2 Hz *vs.* 4 Hz) zurückgeht, lässt sich nicht endgültig beurteilen.

Um die Anregung durch den Bogen in Hinsicht auf die Richtung besser nachzubilden, wurde der Schwingerreger im nächsten Durchgang um 90⁰ gedreht. Nunmehr regte er den Steg nahe dem Auflagepunkt der C-Saite nicht mehr senkrecht, sondern parallel zur Decke an. Diese Anregungsart förderte noch mehr charakteristische Betriebsschwingungen zutage als die Anregung in Normalenrichtung. Somit lässt sich festhalten, dass im Wesentlichen die Ergebnisse der beiden vorherigen Messungen Untermengen der Messung im Gitarrenständer bei tangentialer Anregung darstellen. Diese Art der Lagerung und der Anregung hat die größte Anzahl von charakteristischen Betriebsschwingungen ergeben. Daher liegt sie auch der Zusammenstellung von Schwingungsmustern, die im Kapitel 8 präsentiert wurde, zu Grunde.

Nachdem der Steg N entnommen und ein anderer vom Typ A eingesetzt worden war, wurde die Messung bei Lagerung im Gitarrenständer mit tangentialer Anregung wiederholt. Damit sollte geprüft werden, ob sich Diskrepanzen hinsichtlich der Frequenzen und/oder der Formen der charakteristischen Betriebsschwingungen nachweisen lassen. Im visuellen Vergleich sind keine wesentlichen Unterschiede zwischen den Schwingungsbildern zu erkennen. Jedoch treten vergleichbare Schwingungsmuster zum Teil bei geringfügig anderen Frequenzen auf, als dies mit dem Steg N zu beobachten war. Ob diese Frequenzverschiebung vom Steg (Typ A *vs.* Typ N) verursacht ist oder mit der unterschiedlichen Frequenzauflösung (4 Hz *vs.* 2 Hz) zusammenhängt, kann nicht abschließend beurteilt werden. Darüber hinaus ist auch denkbar, dass die Betriebsschwingungen über den Steg A mit anderer Amplitude als über den Steg N angeregt werden. Im Spielbetrieb hätte dies zur Folge, dass die Teiltöne unterschiedlich stark abgestrahlt werden, was die Klangfarbe der Cellotöne beeinflussen würde.

Fletcher und Rossing (1998) gehen in Kapitel 10 (*Bowed String Instruments*) auch auf das Cello ein. Sie geben einige Ergebnisse von Schwingungsuntersuchungen mittels holografischer



Abb. 10.1. Einige Schwingungsformen von Decke (links) und Boden (rechts) eines Cellos nach Fletcher und Rossing (1998).
Interferometrie an. Abb. 10.1 zeigt das Bild 10.38 aus ihrem Kapitel 10. Diese Schwingungen sind dort im Text und in einer Tabelle näher erklärt. Tab. 10.I gibt den Inhalt leicht verkürzt und ergänzt wieder.

Mode	Frequenz	Kommentar	
C_1 (Korpus)	57 Hz		
A_0 (Hohlraum; Abb. 10.1)	102 Hz		
T_1 (Decke; Abb. 10.1)	144 Hz		
C_2 (Korpus)	170 Hz	Torsion	
<i>C</i> ⁴ (Korpus; Abb. 10.1)	195 Hz	Ringförmiger Knoten	
A ₁ (Hohlraum)	203 Hz	Longitudinale Luftbewegung	
<i>C</i> ³ (Korpus; Abb. 10.1)	219 Hz		
A_3 (Hohlraum)	277 Hz	Transversale Luftbewegung	
A_2 (Hohlraum)	302 Hz	Longitudinale Luftbewegung	

Tab. 10.I. Moden eines Cellos nach Fletcher und Rossing (1998)

Bereits im vorigen Kapitel, Abschnitt 9.4, war erläutert worden, dass die Bezeichnung

- A für Moden steht, die im Wesentlichen durch die Luft im Hohlraum bestimmt sind,

- T Moden kennzeichnet, bei denen vor allem die Decke schwingt und
- C Korpus-Moden charakterisiert, bei denen Decke und Boden ähnlich stark schwingen.

Diese Kennzeichnungen sind in Tab. 10.I eingefügt. Graue Schrift kennzeichnet Schwingungen der Luft im Inneren des Korpus, die bei den eigenen Messungen nicht nachgewiesen werden konnten. Moden einer Geige, wie sie nach Aussagen von Fletcher und Rossing (1998) sich auch beim Cello wiederfinden, sind zur Erläuterung im oberen Teil von Tab. 10.II zusammen gestellt.

Einen direkten Vergleich mit eigenen Ergebnissen ermöglichen die Tab. 10.II und 10.III. In Tab. 10.II sind die Schwingungsbilder nach Fletcher und Rossing (1998) samt Frequenzen und Kurzbezeichnung des Typs angegeben. Darunter sind in Tab. 10.III die Ergebnisse der eigenen Schwingungsmessungen am Cello so angeordnet, dass die charakteristischen Frequenzen und Schwingungsformen den Eigenfrequenzen und Moden unmittelbar gegenüber gestellt sind.

Tab. 10.II. Frequenzen und Moden eines Cellos nach Fletcher und Rossing (1998); gezeichnet: vergleichbare Moden einer Geige; Graustufenbilder: Messung mittels interferometrischer Holografie

57 Hz (C_1)	144 Hz (<i>T</i> ₁)	170 Hz (<i>C</i> ₂)	195 Hz (<i>C</i> ₄)	219 Hz (<i>C</i> ₃)
**** ***	+	+	+	+

Tab. 10.III. Charakteristische Betriebsschwingungsformen und Frequenzen des hier untersuchten Cellos



Der Vergleich der Schwingungsbilder und –frequenzen macht deutlich, dass die Decken- und Korpusresonanzen, die nach Fletcher und Rossing (1998) beim Cello zu erwarten sind, sich in den eigenen Ergebnissen wiederfinden. Die Frequenzen differieren nur unwesentlich. Somit lässt sich zumindest für den Bereich tiefer Frequenzen bis etwa zur Note a (220 Hz) festhalten, dass die hier präsentierten Ergebnisse bestätigt werden und als plausibel gelten dürfen.

Für höhere Frequenzen hat der Autor für das Cello keine vergleichbaren Angaben in der Literatur gefunden. Jedoch haben Fletcher und Rossing in Kapitel 10 ihres Standardwerkes (1998) darauf hingewiesen, dass Geige und Cello von der Geometrie her eng verwandt sind. Dies gilt insbesondere für die Draufsicht. In grober Näherung kann das Cello als eine um den Faktor zwei vergrößerte Geige angesehen werden. Lediglich die Zarge ist unverhältnismäßig hoch. Bei einem herkömmlichen Cello ist sie – verglichen mit einer Geige – nicht doppelt, sondern viermal so breit. Das hier untersuchte Instrument hat allerdings einen etwas flacheren Korpus. Den Hinweisen auf diese Verwandtschaft folgend soll überprüft werden, ob und welche Gemeinsamkeiten sich bei den Betriebsschwingungen des Cellos und der Geige finden lassen.

Tab. 10.IV.a. Charakteristische Betriebsschwingungsformen und Frequenzen der Geige (oben) und des Cellos (unten); die letzte Zeile gibt das Verhältnis der Frequenzen wieder



Die mehrteilige Tab. 10.IV dient dem Vergleich der Betriebsschwingungen von Geige (oben) und Cello (unten). Beide Instrumente waren im Gitarrenständer gelagert und wurden am Steg parallel zur Decke angeregt. Durch die Bezeichnung M sind Schwingungen der Geige markiert,

die in Abschnitt 9.3 als Eigenmoden identifiziert worden sind, und mit ansteigender Frequenz durchnummeriert. Ihnen sind diejenigen Betriebsschwingungen des Cellos zugeordnet, deren Schwingungsmuster visuell die größte Ähnlichkeit aufweisen. Die Frequenz, auf die sich das abgebildete Schwingungsmuster bezieht, ist schwarz gedruckt. Bei welchen Frequenzen unter anderen Versuchsbedingungen gleichartige Schwingungen zu beobachten waren, kann den grau gedruckten Zahlenwerten entnommen werden. Neben den charakteristischen Frequenzen und Formen ist ganz unten jeweils angegeben, in welchem Verhältnis die Schwingungsfrequenz des Cellos zu derjenigen der Geige steht.

Der Quotient liegt zwischen 0,32 und 0,48. Das bedeutet, dass ähnliche Schwingungsformen dann auftreten, wenn das Cello mit einer Frequenz angeregt wird, die etwa ein Drittel bis zur Hälfte des Wertes hat, bei dem die Geige diese Form ausbildet. Aus einer linearen Vergrößerung aller Abmessungen auf das Doppelte würde der Faktor 0,5 resultieren. Da durch die breitere Zarge das Volumen des Cello-Korpus jedoch überproportional angewachsen ist, wird dieses Verhältnis der Frequenzen in aller Regel unterschritten.

Tab. 10.IV.b. Charakteristische Betriebsschwingungsformen und Frequenzen der Geige (oben) und des Cellos (unten); die letzte Zeile gibt das Verhältnis der Frequenzen wieder







Die Schwingungsformen und -frequenzen sollen hier nicht im Einzelnen, sondern eher global verglichen werden. Teilweise erweisen sich die Schwingungsmuster von Geige und Cello als eng miteinander verwandt. Beispiele sind M2 bis M4 sowie M9 bis M11 und eine Betriebsschwingung der Geige/des Cellos bei 1316 Hz/482 Hz, die nicht als Eigenform identifiziert worden ist. Bei der tiefsten Betriebsschwingung (M1 bei 288/92 Hz), die in der Zusammenstellung enthalten ist, bewegen sich die Griffbretter beider Instrumente sehr stark und in Gegenphase zur Decke. Während die Decke des Cellos ohne Unterteilung schwingt, weist die der Geige eine Knotenlinie in Längsrichtung auf. Die Schwingung des Cellos bei 282 Hz hat kein Pendant zu einer Schwingung der Geige. Vergleicht man sie mit M4, ergäbe sich das Frequenzverhältnis 0,45. Die Geigenschwingungen M5 bis M7 stimmen zwar im unteren Teil mit denen des Cellos überein; im oberen Teil ist die Phase jedoch teilweise umgekehrt. Die Schwingung M8 konnte beim Cello nicht nachgewiesen werden. Bei beiden Instrumenten ist zu beobachten, dass sich mit steigender Frequenz die Decke in immer kleinere Bereiche unterteilt, die sich gegensinnig bewegen. Bei der höchsten Mode M12 ist in Hinsicht auf die Unterteilung nur noch in Teilen eine Verwandtschaft zwischen Geige und Cello zu finden. Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass dem Vorderteil des untersuchten Cellos eine große Vielfalt von charakteristischen Betriebsschwingungsformen zu eigen ist. Deren Zahl hängt von den Randbedingungen (*in situ vs.* Instrumentenständer) sowie davon ab, in welcher Richtung die Kraft in den Steg eingeleitet wird. Am meisten Betriebsschwingungen waren nachzuweisen, wenn das Cello im Gitarrenständer lagerte und tangential angeregt wurde. Nicht jede Schwingung, die unter diesen Bedingungen sichtbar wurde, dürfte für den Spielbetrieb von Belang sein. Jedoch ist anzunehmen, dass diejenigen Schwingungen, die für die Funktion des Instruments wichtig sind, im Ensemble der gemessenen Schwingungen enthalten sind. Vermutlich stellen die charakteristischen Betriebsschwingungen, die beobachtet wurden, zum kleineren Teil Mischformen von Eigenschwingungen dar. Zum größeren Teil dürfte es sich dabei um Eigenmoden handeln.

Wird ein anderer Steg eingesetzt, ändert dies die Schwingungsmuster dem visuellen Eindruck nach nur wenig. Ihre Frequenzen unterscheiden sich im betrachteten Bereich bis 800 Hz um bis zu 18 Hz. Auch in den tiefen Lagen der Cellotöne ist die Verschiebung der charakteristischen Frequenzen nie größer, als es einem musikalischen Halbton entspricht. Obwohl diese Verschiebung klein erscheint, ist denkbar, dass sie einen Einfluss auf die Feinabstimmung des Instruments haben könnte. Ebenso ist vorstellbar, dass die Schwingungen nicht über jeden Steg im selben Maße angeregt werden und die zugehörigen Teiltöne sich deshalb mit unterschiedlichen Amplituden ausbilden könnten. Dies hätte Unterschiede in der Klangfarbe zur Folge und könnte sich auch auf die Ansprache des Instruments auswirken.

Nach Aussage des Geigenbaumeisters stecken 800 Stunden Handarbeit in seinem Cello. Allein auf Grund der vielen individuellen Arbeitsschritte stellt dieses Instrument ein absolutes Unikat dar. Es ist ein herausragendes Beispiel für Handwerkskunst, die es geschafft hat, so gegensätzliche Forderungen wie hohe Stabilität und große Schwingfreudigkeit auf das Vortrefflichste zu vereinbaren. Es begeistert aber nicht nur den Spieler und Musikliebhaber, sondern es spricht auch alle Sinne - selbst die des Ingenieurs - an. Sich mit solch einem schönen Gegenstand intensiv beschäftigen zu können, hat dem Autor große Freude bereitet.

Der Journalistin und Drehbuchautorin Ina-Maria Schaffer sei herzlich dafür gedankt, dass sie bei den Vorbereitungen zu einem Fernsehbeitrag den Kontakt zwischen der Meisterwerkstätte in Regensburg und dem Institut für Mechanik hergestellt hat. Dem Geigenbaumeister Thomas Goldfuss gebührt Dank dafür, dass er sein Meisterinstrument vertrauensvoll für wissenschaftliche Untersuchungen zu Verfügung gestellt und, zusammen mit seinem Meisterkollegen, Zeit in den Laboren des Instituts verbracht hat. Besonders dankbar ist der Autor seiner Ehefrau, die das Manuskript mit endloser Geduld gegengelesen hat.

LITERATUR

- Chladni, E.F.F., Entdeckungen über die Theorie des Klanges. Weidmanns Erben und Reich, Leipzig 1787.
- Cremer, L., Die Physik der Geige. Hirzel, Stuttgart 1981.
- Day, R.K. und Janson, E.V., Vibration modes of neck, scroll and fingerboard. Catgut Acoustical Society J. (1993). 2, Nr. 4 Serie II, 11 – 14.
- Hornbostel, E.M. und Sachs, C.: Systematik der Musikinstrumente. Zeitschrift für Ethnologie 46 (1914).
- Fleischer, H., Admittanzmessungen an akustischen Gitarren. Forschungs- und Seminarberichte aus dem Gebiet Technische Mechanik und Flächentragwerke 01/97. Hrsg.F.A. Emmerling und A.H. Heinen, UniBw München, Neubiberg 1997.
- Fleischer, H., *In-situ*-Messung der Schwingungen von E-Gitarren. In: Fortschritte der Akustik (DAGA 1998). DEGA, Oldenburg 1998, 300 301.
- Fleischer, H., Schwingung und Schall eines Hackbretts. Beiträge zur Vibro- und Psychoakustik 1/04. Hrsg. H. Fleischer und H. Fastl, UniBw und TU München, Neubiberg 2004.
- Fleischer, H., Vibration of an electric bass guitar. Acustica united with acta acustica 91 (2005), 247 260.
- Fletcher, N.H. und Rossing, T.D., The physics of musical instruments. 2. Aufl. Springer, New York 1998.
- Jarczyk, J.C, Analyse von Celloklängen. Studienarbeit am Institut für Mechanik, Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik, Universität der Bundeswehr München, Neubiberg 2007.
- Pape, W. und Boettcher, W.: Das Violoncello. Bau, Technik, Repertoire. 2. Aufl. Schott, Mainz 2005.
- Reinecke, W. und Cremer, L., Application of holographic interferometry to vibrations of the bodies of string instruments. JASA 48 (1970), 988 992.
- Richardson, M.H., Is it a mode shape, or an operating deflection shape? Sound and Vibration, Jan. 1997, 54 61.
- Winter, M. und Wörner, J., Vergleich zwischen Moden und ODS. Studienarbeit am Institut für Mechanik, Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik, Universität der Bundeswehr München, Neubiberg 2000.

Wikipedia: http://de.wikipedia.org/wiki/Cello (2008).

In der Reihe

Beiträge zur Vibro- und Psychoakustik

sind bisher erschienen:

Heft 1/96	Fleischer, H. und Zwicker, T., DEAD SPOTS. Zum Schwingungsverhalten elektrischer Gitarren und Baßgitarren.
Heft 1/97	Fleischer, H., Glockenschwingungen.
Heft 1/98	Fleischer, H., Schwingungen akustischer Gitarren.
Heft 1/99	Valenzuela, M.N., Zur Rolle des Gehörs bei akustischen Untersuchungen an Musikinstrumenten.
Heft 2/99	Fleischer, H., Dead Spots of Electric Basses. I. Structural Vibrations (in Englisch).
Heft 1/00	Fleischer, H., Dead Spots of Electric Basses. II. Diagnosis (in Englisch).
Heft 2/00	Varsányi, A., Zur Akustik des javanischen gong ageng.
Heft 3/00	Krump, G., Der akustische Nachton. Beschreibung und Funktionsschema.
Heft 1/01	Fleischer, H., Schwingungsuntersuchungen an Gongs.
Heft 2/01	Fleischer, H., Schwingungsuntersuchungen an elektrischen Gitarren.
Heft 1/02	Fleischer, H., Nichtlinearität bei Gongs: Analyse des Schallsignals.
Heft 2/02	Fleischer, H., Gehörbezogene Analyse von Gongklängen.
Heft 1/03	Fleischer, H., Schwingungs- und Schalluntersuchungen an der indischen Tabla.
Heft 1/04	Fleischer, H., Schwingung und Schall eines Hackbretts.
Heft 1/05	Fleischer, H., Vibroakustische Untersuchungen an Paukenfellen.
Heft 1/06	Fleischer, H., Korpusschwingungen einer Elektrogitarre.
Heft 1/07	Fleischer, H., Hörversuche mit Glockenklängen.
Heft 1/08	Fleischer, H., Fell, Kessel und Gestell der Orchesterpauke.
Heft 2/08	Fleischer, H., Physikalische und gehörbezogene Analyse von Paukenklängen.
Heft 1/09	Fleischer, H., Mechanische Untersuchungen an Nylonsaiten für Gitarren.

Anfragen richten Sie bitte an

Helmut Fleischer LRT 4 UniBwM D-85577 Neubiberg oder helmut.fleischer@unibw.de