

**BEITRÄGE
ZUR
VIBRO- UND PSYCHOAKUSTIK**

Herausgeber: Helmut Fleischer und Hugo Fastl

Helmut Fleischer

**VIBROAKUSTISCHE UNTERSUCHUNGEN
AN PAUKENFELLEN**

**VIBROAKUSTISCHE UNTERSUCHUNGEN
AN PAUKENFELLEN**

von

Helmut Fleischer

Institut für Mechanik
Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik
Universität der Bundeswehr München
85577 Neubiberg
Deutschland

Heft 1/05 der Reihe

Beiträge zur Vibro- und Psychoakustik

Herausgeber: Helmut Fleischer und Hugo Fastl

ISSN 1430-936X

Herausgeber:

Prof. Dr.-Ing. habil. Helmut Fleischer
Institut für Mechanik
Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik
Universität der Bundeswehr München

Prof. Dr.-Ing. habil. Hugo Fastl
Lehrstuhl für Mensch-Maschine-Kommunikation
Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik
Technische Universität München

Postanschrift:

LRT 4 UniBwM
85577 Neubiberg
Deutschland

Fleischer, Helmut:
Vibroakustische Untersuchungen an Paukenfellen
Beiträge zur Vibro- und Psychoakustik 1/05
Neubiberg 2005
ISSN 1430-936X

Postanschrift des Verfassers:

Prof. Dr.-Ing. Helmut Fleischer
LRT 4 UniBwM
85577 Neubiberg
Deutschland

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist unzulässig und strafbar. Insbesondere gilt dies für die Übersetzung, den Nachdruck sowie die Speicherung auf Mikrofilm, mit vergleichbaren Verfahren oder in Datenverarbeitungsanlagen.

VIBROAKUSTISCHE UNTERSUCHUNGEN AN PAUKENFELLEN

Zusammenfassung

Es werden Berechnungen und Experimente beschrieben, die zum besseren Verständnis der Erzeugung und Abstrahlung von Schall durch die Pauke (Kesseltrommel) beitragen sollen. Das Schwingungsverhalten der Felle verschiedener Pauken wird mit unterschiedlichen Verfahren untersucht. Nach einem kurzen Abriss der Theorie der idealen Membran wird die klassische Chladni-Methode dazu genutzt, Knotenlinien sichtbar zu machen. Danach werden akustische Experimente an Pauken geschildert. Die Messung der Richtcharakteristik im Fernfeld liefert Hinweise auf die Zahl der Knotendurchmesser. Der Schalldruck oder die Schallschnelle im Nahfeld können ausgewertet werden, um den radialen Verlauf der Schnelle der Fellschwingung zu rekonstruieren und dadurch Knotenkreise zu identifizieren. Die Punkt-Impedanz oder –Admittanz gibt Aufschluss über die Schwingfreudigkeit des Felles an einer bestimmten Stelle. Berührungsfreie Verfahren (Laser-Triangulation und Laser-Geschwindigkeitsmessung) liefern die Grundlagen für die Modalanalyse von Paukenfellen. Umfangreiche experimentelle Daten werden mit Hilfe eines Laser Scanning Vibrometers zusammen getragen. Betriebsschwingungsformen ebenso wie Eigenmoden verschiedener Felle in unterschiedlicher Stimmung werden vorgestellt. Die meisten der Ergebnisse sind als rot-grüne Colour Maps im Anhang wiedergegeben. Diese Untersuchungen sollen eine Fülle von Versuchsdaten zusammenbringen, um eine Vorstellung vom Schwingungsverhalten des Felles zu schaffen. Das Ziel ist es, das Fell in Hinsicht auf die Funktion der Pauke als Musikinstrument besser modellieren zu können.

VIBRO-ACOUSTIC INVESTIGATIONS ON KETTLEDROM HEADS

Summary

Calculations and experiments are described towards better understanding the generation and radiation of sound by the kettledrum (timpani). The vibrational behaviour of the heads of various kettledrums is studied using various approaches. After a short review of the theory of the ideal membrane, the classical Chladni method is used to visualise nodal lines. Thereafter, acoustic experiments on kettledrums are depicted. Measuring the directional characteristics in the far field gives hints on the number of nodal diameters. The sound pressure or velocity in the near field can be exploited to reconstruct the radial distribution of the velocity of the head vibration and thus to identify nodal circles. The driving point impedance or admittance give insight into the vibration willingness of the head at a specific location. Non-contact approaches (Laser triangulation and Laser velocimetry) yield the bases for the Modal Analysis of kettledrum heads. Comprehensive experimental data are compiled by means of a Laser Scanning Vibrometer. Operating deflection shapes as well as eigenmodes of various heads in different tunings are presented. The majority of the results is displayed as red-green colour maps in the appendix. These investigations are to assemble a multitude of experimental data to create an idea of the head's vibrational characteristics. The aim is to improve modelling of the head with respect to the function of the kettledrum as a musical instrument.

INHALT

VORWORT	1
1. EINLEITUNG	8
2. THEORIE DER MEMBRANSCHWINGUNGEN	13
2.1. Differenzialgleichung.....	13
2.2. Freie Schwingungen der Kreismembran.....	14
2.3. Eigenfrequenzen und Eigenmoden.....	15
2.4. Anregung von Eigenmoden.....	17
3. EXPERIMENTE NACH DER CHLADNI-METHODE	18
3.1. Versuchsaufbau und -ablauf.....	18
3.2. Versuchsergebnisse	20
3.3. Zusammenfassende Bemerkung.....	22
4. MESSUNG VON SCHALLFELDGRÖSSEN	23
4.1. Messung der Richtcharakteristik.....	23
4.1.1. Versuchsaufbau und -ablauf.....	23
4.1.2. Versuchsergebnisse	25
4.2. Schallquellenrekonstruktion mit Hilfe der Fourier-Akustik	28
4.2.1. Versuchsaufbau und -ablauf.....	28
4.2.2. Versuchsergebnisse	30
4.3. Zusammenfassende Bemerkung.....	34
5. IMPEDANZ UND ADMITTANZ AUF DEM FELL	36
5.1. Messgrößen und Messung	36
5.1.1. Definitionen.....	36
5.1.2. Versuchsaufbau und -ablauf.....	36
5.2. Beschleunigungs-Impedanz	38
5.2.1. Messung	38
5.2.2. Versuchsergebnisse	38
5.3. Akzeleranz.....	42
5.3.1. Messung	42
5.3.2. Akzeleranzmaß (Bandbreite 200 Hz).....	42
5.3.3. Akzeleranzmaß (Bandbreite 500 Hz).....	44
5.4. Mechanische Admittanz.....	46
5.4.1. Messung	46
5.4.2. Normierte Admittanz.....	46
5.5. Zusammenfassende Bemerkung.....	50
6. MODALANALYSE	53
6.1. Messung mit dem Laser-Wegaufnehmer	53
6.1.1. Versuchsaufbau und -ablauf.....	53
6.1.2. Versuchsergebnisse für die tiefe Stimmung D.....	54
6.1.3. Versuchsergebnisse für die normale Stimmung A.....	54
6.1.4. Versuchsergebnisse für die hohe Stimmung d.....	56
6.1.5. Vergleich zwischen Experiment und Theorie	57
6.2. Messung mit dem Laser-Schnelleaufnehmer	59
6.2.1. Versuchsaufbau und -ablauf.....	59

6.2.2.	V Versuchsergebnisse für die normale Stimmung A	59
6.3.	Zusammenfassende Bemerkung.....	64
7.	MESSUNGEN AN DER KLEINEN PAUKE MIT DEM SCANNING VIBRO-	
	METER	66
7.1.	Versuchsaufbau und -ablauf.....	66
7.2.	Orientierende Messungen mit Luftschallanregung	67
7.3.	Orientierende Messungen mit Shakeranregung	70
7.4.	Weitere Messungen mit Shakeranregung.....	72
7.4.1.	Erste Messung mit Shakeranregung.....	72
7.4.2.	Zweite Messung mit Shakeranregung.....	74
7.5.	Vergleich zwischen Betriebsschwingungsformen und Moden	76
7.5.1.	Betriebsschwingungsformen	77
7.5.2.	Eigenmoden.....	79
7.6.	Zusammenfassende Bemerkung.....	81
8.	MESSUNGEN AN DER GROSSEN KOLBERG-PAUKE MIT DEM SCANNING	
	VIBROMETER	82
8.1.	Versuchsaufbau und -ablauf.....	82
8.2.	Messungen an der tief gestimmten Pauke	83
8.2.1.	Stimmung D	83
8.2.2.	Stimmung E, erste Messung.....	84
8.2.3.	Stimmung E, zweite Messung.....	85
8.2.4.	Zusammenfassung der Resultate für Luftschallanregung und tiefe Stimmung	87
8.3.	Messungen an der normal gestimmten Pauke	88
8.3.1.	Stimmung Gis.....	89
8.3.2.	Stimmung A, erste Messung	90
8.3.3.	Stimmung A, zweite Messung	91
8.3.4.	Stimmung A, dritte Messung	93
8.3.5.	Stimmung A, vierte Messung.....	94
8.3.6.	Zusammenfassung der Resultate für Luftschallanregung und die Stimmung A.....	95
8.4.	Messungen an der hoch gestimmten Pauke.....	97
8.4.1.	Stimmung d, erste Messung	97
8.4.2.	Stimmung d, zweite Messung	98
8.2.4.	Zusammenfassung der Resultate für Luftschallanregung und hohe Stimmung.....	99
8.5.	Zusammenfassende Bemerkung.....	100
9.	ABSCHLIESSENDE DISKUSSION UND AUSBLICK	103
	LITERATUR	107
	ANHANG	110

VORWORT

Im vorliegenden Band der Beiträge zur Vibro- und Psychoakustik greift Helmut Fleischer eine Thematik wieder auf, die ihn seit seiner Habilitation beschäftigt: Theorie, Experiment und Praxis der Pauke.

Dies ist nicht verwunderlich, stellt doch die Pauke für einen Akustiker, der an einem Hochschulinstitut für Mechanik tätig ist, ein prädestiniertes Studienobjekt dar: Einerseits können in der Mechanik seit langem bekannte Theorien über Schwingungsformen von Membranen eingesetzt und experimentell überprüft werden. Andererseits ist das von Pauken abgestrahlte Schallfeld für Akustiker und die dadurch hervorgerufene Hörwahrnehmung für Psychoakustiker und Musiker von Bedeutung.

Helmut Fleischer hat im Laufe von nahezu zwei Jahrzehnten zahllose Untersuchungen an drei Pauken, darunter zwei professionellen Konzertpauken, durchgeführt. Dabei hat er sowohl altbewährte als auch hochaktuelle Verfahren zur Schwingungsmessung eingesetzt. Daraus entstand die vorliegende, weltweit wohl einmalige Fülle experimenteller Ergebnisse über das Schwingungsverhalten von Paukenfellen.

Mit der schon vor über 200 Jahren eingeführten Methode der Chladni'schen Klangfiguren lassen sich bereits erste Hinweise auf Schwingungsformen gewinnen: Wird das Paukenfell mit Mohnkörnern bestreut, so sammeln sich die Körner in (schwarzen) Schwingungsknoten, während die Schwingungsbäuche entsprechend der Farbe des Fells weiß erscheinen.

Für alle modernen Meßmethoden ist von essentieller Bedeutung, dass sie berührungsfrei arbeiten. Mittels der von Helmut Fleischer entwickelten Methode der Fourier-Akustik lassen sich aus dem Schallfeld Rückschlüsse auf die Schwingungen des Fells ziehen. Während Messungen im Fernfeld anhand der Richtcharakteristik Hinweise auf Anzahl und Lage der Knotendurchmesser geben, wird im Nahfeld die Schallschnelle gemessen und daraus die Schwinggeschwindigkeit des Fells rekonstruiert. Punktuell lassen sich unter Verwendung von Schwingerregern (Shakern) und Impedanzmessköpfen Impedanz, Admittanz und Akzeleranz messen, die Hinweise auf die "Schwingfreudigkeit" des Paukenfells bei bestimmten Frequenzen geben.

Bei modernen Schwingungsuntersuchungen dürfen natürlich Laser nicht fehlen; so untersucht Helmut Fleischer Schwingungen von Paukenfellen sowohl mit Laser-Wegaufnehmern als auch mit Laser-Schnelleaufnehmern, wobei letztere bevorzugt werden.

Nahezu die Hälfte des vorliegenden Bandes der Beiträge zur Vibro- und Psychoakustik nehmen Messungen mit dem Laser Scanning Vibrometer ein. Aus seinen umfassenden Untersuchungen zieht Helmut Fleischer einen für die Praxis besonders wichtigen Schluss: Der beträchtliche Aufwand detaillierter Modalanalysen ist in vielen Fällen nicht nötig, da Betriebschwingungsformen (ODS) die wesentliche Information bereits enthalten! In diesem Zusammenhang leistet der 16-seitige farbige Anhang äußerst wertvolle Dienste.

Ein für die Schwingungsmechanik bedeutsamer Unterschied ergibt sich aus der unterschiedlichen Spielweise von (großen) Trommeln und Pauken: Da Trommeln meist in der Mitte angeschlagen werden, dominieren rotationssymmetrische Schwingungsformen. Im Gegensatz dazu werden Pauken eher am Rand angeschlagen, wodurch antimetrische Schwingungsformen bevorzugt werden. Dies hat natürlich Auswirkungen auf die erzeugten Schallsignale und deren psychoakustisch/musikalische Bewertung.

Deshalb ist zu hoffen, dass Helmut Fleischer seine Untersuchungen auf diese Aspekte ausdehnt und in weiteren Bänden der Beiträge zur Vibro- und Psychoakustik über entsprechende Ergebnisse berichten wird.

München, im Juli 2005

Hugo Fastl

1. EINLEITUNG

Bereits seit vielen Jahren ist die Kesselpauke Gegenstand vielfältiger Untersuchungen am Institut für Mechanik. Als Objekte standen professionelle Orchesterinstrumente zur Verfügung, und zwar über kürzere Zeit eine kleine Pauke (Nr. 4 im Viersatz; Abb. 1) sowie über längere Zeit eine große Pauke (Nr. 2 im Viersatz; Abb. 2) der Firma Bernhard Kolberg Percussion aus Uhingen. Es handelt sich dabei um Pedalpauken. Diese verfügen über einen pedalbetriebenen Mechanismus, der ein rasches Umstimmen ermöglicht. Darüber hinaus besitzt das Institut eine kleine Pauke der Firma Studio 49. Bei diesem Instrument kann das Fell über einen Spindeltrieb durch Drehen des gesamten Kessels umgestimmt werden; siehe Abb. 3. Mit und an diesen Instrumenten wurden zahlreiche Messungen und Berechnungen durchgeführt.

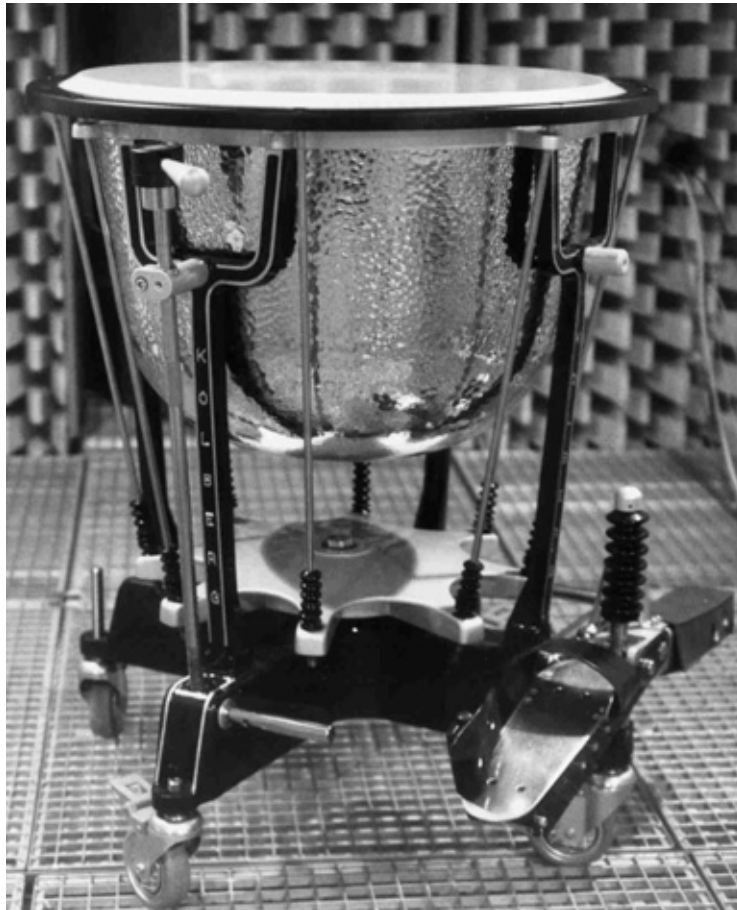


Abb.1. Pauke Nr. 4 im Viersatz (Kolberg Percussion), im Folgenden als Pauke I bezeichnet.

Unter den Membranophonen oder Fellklingern (Hornbostel und Sachs 1914, Rieländer 1982) nimmt die Pauke eine herausgehobene Stellung ein. Diese ist darin begründet, dass dem Klang der Pauke, anders als dem Klang der anderen Mitgliedern dieser Instrumentenfamilie, eine eindeutige Tonhöhe zugemessen wird. Es konnte deshalb nicht ausbleiben, dass ihr schon frühzeitig ein größeres Interesse entgegen gebracht wurde, als dies etwa bei Trommeln der Fall ist. Belege dafür sind Artikel wie der von Rossing (1983) oder Kapitel in Fachbüchern wie im Standardwerk „*The Physics of Musical Instruments*“ von Fletcher und Rossing (1998).

Nicht nur in ihrer Funktion als Musikinstrument findet die Pauke Beachtung. Ihr klangerzeugender Teil – das Fell – wird in der Mechanik als Membran modelliert und ist bereits seit langem Gegenstand intensiver wissenschaftlicher Betrachtungen. So haben sich beispielsweise der große Leonhard Euler (1764) und der weniger bekannte italienische Gelehrte Giordano Riccati (1786) theoretisch mit dem Paukenfell befasst. Zimmermann (1996) hat deren Beiträge bewertet und verglichen. Der begnadete Experimentator Ernst Florens Friedrich Chladni hat in „Die Akustik“ (1802; Abb. 4) ausgedehnte Messreihen zu den Schwingungsformen von Fellen visualisiert. Auch Wissenschaftler, die für Großtaten auf ganz anderen Gebieten bekannt sind, haben sich mit Membranophonen befasst. So hat das Universalgenie Hermann von Helmholtz (1862) sich mit der Pauke beschäftigt. In ähnlicher Weise hat der Nobelpreisträger Chandrasekhara Venkata Raman (1934) deren kleinere Schwester, die indische Tabla (Fleischer 2003 und 2004), behandelt. Wer über die Pauke nachdenkt, befindet sich demnach in bester Gesellschaft.



Abb. 2. Pauke Nr. 2 im Viersatz (Kolberg Percussion), im Folgenden als Pauke II bezeichnet.

In Weiterführung und Ergänzung dieser klassischen Arbeiten ist auch in jüngerer Zeit daran gearbeitet worden, die Funktion der Pauke besser zu verstehen. Dabei steht naturgemäß das Fell im Vordergrund (De 1972a, 1972b und 1978, Fleischer 1991). Dessen Interaktion mit dem umgebenden Medium wurde analytisch von Lax (1944), Christian *et. al.* (1984) sowie Gottlieb und Aebischer (1986) behandelt. Insbesondere das Zusammenwirken des Felles mit der Luft, die im Kessel eingeschlossen ist, wurde von Gottlieb und Aebischer (1987), Tubis und Davis (1986) sowie Rajalingham *et al.* (1998) untersucht. Moosrainer (1998) sowie Moosrainer und Fleischer (1998 und 2000) haben moderne numerische Verfahren wie die Methode der Finiten Elemente und die Methode der Randelemente verknüpft und auf diese Problematik angewandt. Sowohl die Schwingungen des Felles wie auch das Schallfeld, das

sie hervorrufen, waren Gegenstand früherer Betrachtungen von Fleischer (1990). Während Banerjee und Nag (1991) die objektiven Messdaten analysiert haben, beziehen weitere Arbeiten die Verarbeitung im Gehör mit ein. So haben Ziegenhals (1987), Fleischer und Fastl (1991), Fastl und Fleischer (1992) sowie Fleischer (1994a) versucht, neben rein physikalischen auch gehörbezogene Kennwerte dazu heranzuziehen, Pauken zu beschreiben und zu beurteilen; siehe hierzu auch Fleischer (1988b).



Abb. 3. Kleine Pauke (Studio 49), im Folgenden als Pauke III bezeichnet.

Im vorliegenden Bericht sind einige Betrachtungen und Untersuchungen zusammen gestellt, die sich mit der Schwingung des Paukenfelles befassen. Sie sind unterteilt in einen kurzen theoretischen Vorspann und experimentelle Untersuchungen. Da das Fell sehr leicht ist, verbietet sich die Verwendung von Kontaktaufnehmern. So werden verschiedenartige berührungsfreie Messmethoden zum Einsatz kommen. Darunter befinden sich Verfahren, mit denen aus dem Schallfeld auf die Bewegung des Felles rückgeschlossen wird. Daneben sind einige Möglichkeiten aufgezeigt, mit Laser-Aufnehmern die Fellschwingung abzutasten.

Diese Zusammenstellung soll als Materialsammlung verstanden werden, die den Stand der experimentellen Befunde dokumentiert. Sie ist als Basis für weitergehende Studien anzusehen, in denen insbesondere das akustische Signal, d.h. der Paukenklang, zu untersuchen sein wird.

Die Akustik,

bearbeitet

von

Ernst Florent Friedrich Chladni,

der Philos. und Rechte Doctor, Mitgliede der Churmainzischen Akademie der Wissenschaften zu Erfurt, und der naturforschenden Gesellschaften zu Berlin und Jena, Correspondenzrath der Kaiserl. Akademie der Wissenschaften zu Petersburg, und der Königl. Societät zu Göttingen.



Dr. E. F. F. Chladni

Mit 22 Kupfertafeln.

Leipzig,
bey Breitkopf und Härtel.
1802.

Abb. 4. „Die Akustik“ von E.F.F. Chladni (1756 – 1827).

2. THEORIE DER MEMBRANSCHWINGUNGEN

Wie Zimmermann (1996) in den zwei Teilen seiner Arbeit nachgewiesen hat, stammen wesentliche Beiträge zum Verständnis der idealen Membran von Leonhard Euler (Abb. 5 links) und Giordano Riccati (Abb. 5 rechts). Beide haben ihre Arbeiten in der zweiten Hälfte des 18.



Abb. 5. Links: L. Euler (1707 - 1783); rechts: G. Riccati (1709 - 1790).

Jahrhunderts durchgeführt und veröffentlicht. Dies belegt, dass die Membran als Prototyp eines flächenhaften Schwingers seit bereits mehr als zwei Jahrhunderten wissenschaftlich-theoretisch untersucht wird.

2.1. Differenzialgleichung

Die ideale Membran ist eine biege- und schubweiche Haut. Deren elastische Eigenschaften sind nicht im Material, sondern ausschließlich in einer Vorspannung begründet, die von außen in Richtung ihrer Tangentialebene aufgebracht wird. Die Differenzialgleichung, welche die Auslenkung w der Membran aus der Ebene beschreibt, lautet koordinateninvariant mit dem Laplace-Operator Δ geschrieben

$$S \Delta w + p = \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad . \quad (1)$$

Hierin sind

S	Vorspannkraft pro Längeneinheit in N/m,
ρh	Masse pro Flächeneinheit in kg/m ² und
p	Flächenlast in N/m ² .

Die Gleichung (1) enthält für $\partial^2 w / \partial t^2$ den Fall der Statik. Sie eröffnet damit die Möglichkeit, aus der statischen Durchsenkung unter einem Gewicht die Vorspannkraft zu berechnen. Im vorliegenden Fall von größerer Bedeutung ist, dass sie auch Schwingungen beschreibt.

2.2. Freie Schwingungen der Kreismembran

Im Folgenden werden freie Schwingungen einer Membran behandelt, die Kreisform besitzt und den Radius a hat. Dieser Geometrie sind r, φ -Polarkoordinaten angemessen; eine Flächenlast liegt nicht vor ($p = 0$). Aus Gl. (1) wird damit

$$\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (2)$$

mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Transversalwellen

$$c = \sqrt{\frac{S}{\rho h}} \quad (3)$$

Die Differenzialgleichung (2) ist vom Bessel-Typ. Ein Bernoulli'scher Produktansatz liefert die Teillösungen

$$w_{mn}(r, \varphi, t) = \hat{w}_{mn} J_m[(ka)_{mn} \frac{r}{a}] \cos(m \varphi) e^{i 2 \pi f_{mn} t} \quad (4)$$

mit der komplexen Amplitude \hat{w} und drei weiteren Anteilen.

Gl. (4) beschreibt eine von unendlich vielen Lösungen. Jede einzelne dieser Lösungen ist durch die beiden Kennzahlen m und n charakterisiert. Das erste wesentliche Unterscheidungskriterium ist die Kennzahl m , welche die Anzahl der Knotendurchmesser angibt. So bedeutet $m = 0$ Rotationssymmetrie, $m = 1$ ein Knotendurchmesser usw. Mathematisch ist dies durch den Term $\cos m \varphi$ in Gl. (4) beschrieben, der die Abhängigkeit vom Umfangswinkel φ beschreibt und für $m = 0$ den Wert Eins annimmt. Am Rande sei bemerkt, dass ebenso wie der Cosinus auch der Sinus eine mögliche Lösung darstellt. Dies wird beim so genannten Moden-Splitting in Erscheinung treten; vgl. beispielsweise Kapitel 6 bis 8.

Die Anzahl der Knotendurchmesser m gibt die Ordnung der Besselfunktion J_m vor, die gemäß $J_m[(ka)_{mn} r/a]$ den radialen Verlauf der Schwingungsform beschreibt. Neumannfunktionen, die als Lösungen der Differenzialgleichung (2) ebenfalls in Frage kommen, entfallen bei Kreismembranen auf Grund der „physikalischen Randbedingung“, dass die Auslenkung in der Mitte endlich groß bleiben muss.

Abb. 6 zeigt zwei Besselfunktionen. Für rotationssymmetrische Formen bestimmt die Funktion J_0 , für antimetrische Formen mit einem Knotendurchmesser dagegen die Funktion J_1 den Verlauf in Abhängigkeit vom Radius r . Aus der Bedingung, dass die Auslenkung am Rande der Membran ($r = a$) verschwinden muss, folgt die so genannte Eigenwertgleichung

$$J_m(ka) = 0 \quad (5)$$

Deren Aussage ist, dass die Besselfunktion der Ordnung m nur bis zu ihrer n -ten Nullstelle „genutzt“ werden kann. Daraus folgt der Eigenwert $(ka)_{mn}$, durch den eine jede Mode gekennzeichnet ist. Die erste Ziffer m des Doppelindex besagt, wie viele Knotendurchmesser auftreten. Die zweite Ziffer n kennzeichnet, bis zur wievielten Nullstelle die jeweilige Besselfunktion verwendet wird und beschreibt damit die Anzahl der Knotenkreise.

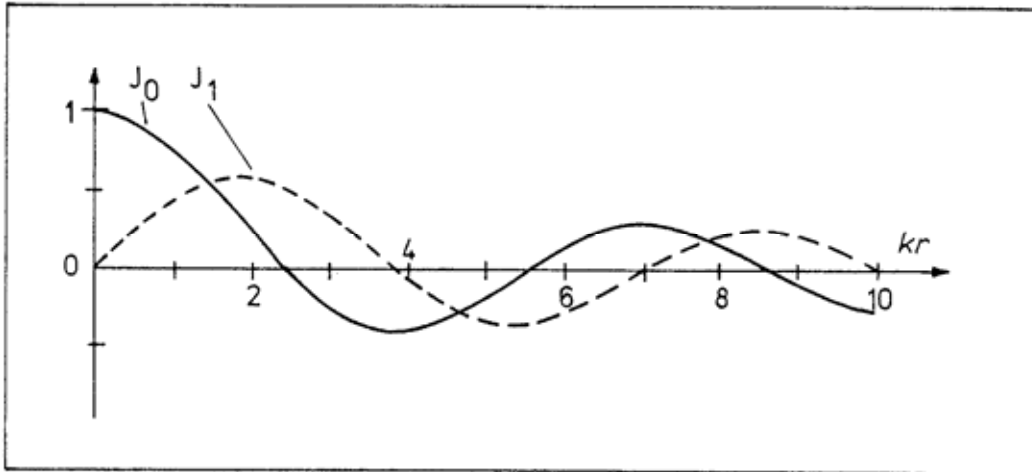


Abb. 6. Besselfunktionen nullter und erster Ordnung in Abhängigkeit von kr .

2.3. Eigenfrequenzen und Eigenmoden

In Abb. 7 sind einige Ergebnisse nach steigenden Eigenwerten sortiert. Die jeweilige Mode ist durch die Anzahl m der Knotendurchmesser und die Anzahl n der Knotenkreise charakterisiert. Ihre Ortsfunktion lautet

$$\hat{w}_{mn}(r, \varphi) = J_m\left[(ka)_{mn} \frac{r}{a}\right] \cos m \varphi \quad (6)$$

und ist perspektivisch sowie nach Art Chladni'scher Klangfiguren (Chladni 1802) dargestellt. Deren Entstehung kann man sich folgendermaßen vorstellen: Eine dunkle Membran wird mit weißem Sand bestreut. Sobald sie monofrequent mit einer Eigenfrequenz angeregt wird und in Resonanz gerät, sammelt sich der Sand an denjenigen Stellen an, die in Ruhe verharren. Dem-nach werden auf diese Weise Schwingungsbäuche als dunkle, Schwingungsknoten als helle Stellen sichtbar. Diese Kodierung ist invers zu derjenigen, welche im anschließenden Kapitel zum Tragen kommt. Das Vorzeichen muss „erraten“ werden. Benachbarte, durch eine Knotenlinie getrennte Bereiche schwingen gegenphasig.

Den dritten Anteil von Gl. (4) stellt die Zeitfunktion

$$T_{mn}(t) = \hat{w}_{mn} e^{i2\pi f_{mn} t} \quad (7)$$

dar, die eine harmonische Schwingung mit der Eigenfrequenz f_{mn} beschreibt. Jeder Eigenschwingungsform (6) ist nach Maßgabe der Kennziffern m und n eine Eigenfrequenz

$$f_{mn} = \frac{(ka)_{mn}}{2\pi a} \sqrt{\frac{S}{\rho h}} \quad (8)$$

zugeordnet, die durch den Eigenwert $(ka)_{mn}$, d.h. durch die Anzahl m der Knotendurchmesser und die Anzahl n der Knotenkreise, bestimmt ist. Die Eigenschaften der Membran gehen über deren Radius a , die Vorspannkraft S und die Massenbelegung ρh ein. Die Eigenformen in Abb. 7 sind demnach in der Reihenfolge der zugehörigen Eigenfrequenzen angeordnet.

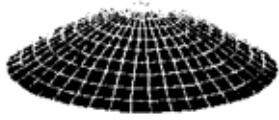


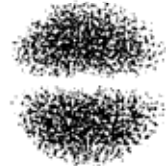

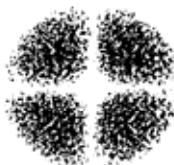








Mode mn	Eigenwert $(ka)_{mn}$	perspektivische Darstellung	Chladnische Klangfigur
01	2,40		
11	3,83		
21	5,14		
02	5,52		
31	6,38		
12	7,02		
41	7,59		

Abb. 7. Eigenwerte und Eigenschwingungsformen der idealen Membran.

2.4. Anregung von Eigenmoden

Wie groß die Amplitude \hat{w}_{mn} ist, mit der sich die Teilschwingung mn ausbildet, kann aus den Anfangsbedingungen berechnet werden. Ein Teil dieses Anfangswertproblems lässt sich aus der Anschauung lösen.

Dabei spielt die wohlbekanntere Tatsache eine Rolle, dass eine Schwingung nicht in einem Knoten angeregt werden kann. Schlägt man das Fell zentral an, so bilden sich die antimetrischen Formen (11, 21 usw.) gar nicht oder höchstens sehr schwach aus. Durch Anschlagen in der Mitte ruft man bevorzugt rotationssymmetrische Schwingungsformen (01, 02 usw.) hervor. So verfährt der Spieler einer großen Trommel.

Genau dies macht aber der Paukenspieler nicht. Er schlägt nicht in der Mitte an, sondern wählt die Anschlagstelle etwa eine Handbreit vom Rand entfernt. Somit regt er Formen, die einen Knotenkreis nahe der Anschlagstelle (02, 12 usw.) aufweisen, nur ganz schwach an. Dagegen ruft er die antimetrischen Moden 11, 21, 31 usw. sehr stark hervor. Dass sich dabei auch die 01-Mode ausbildet, ist unvermeidlich. Es existiert kein Ort auf dem Fell, an dem sie beim Anschlagen nicht hervorgerufen würde.

3. EXPERIMENTE NACH DER CHLADNI-METHODE

Da lineare Beziehungen angenommen werden können, gilt für die Schwingungen des Felles das Superpositionsprinzip. Demnach kann jede Mode für sich betrachtet werden, unabhängig davon, ob noch weitere Moden vorhanden sind oder nicht. Bei allen folgenden Messungen werden die Eigenschwingungen des Felles nicht wie beim Spielen durch einen Schlag angeregt, so dass sie sich gleichzeitig ausbilden. Es kann sich vielmehr als zweckmäßig erweisen, Moden einzeln hervorzurufen. Unter Umständen kann es auch sinnvoll sein, für die Anregung anstelle von perkussiven Signalen stationäre oder quasi-stationäre Signale zu verwenden. Der oftmals von Musikern geäußerte Einwand „Das hört sich ja ganz anders als ein Paukenschlag an!“ ist somit nicht stichhaltig.

3.1. Versuchsaufbau und –ablauf

Bei der Chladni-Methode werden die einzelnen Moden durch Anregung mit der zugehörigen Eigenfrequenz „gezüchtet“. Wie Abb. 8 zeigt, wurde hierfür ein kleiner elektrodynamischer Schwingerreger B&K 4810 verwendet. Dieser wurde über einen Leistungsverstärker B&K 2706 mit einer Sinusspannung aus einem Wavetek-Funktionsgenerator gespeist, dessen Frequenz einstellbar war. Der Schwingerreger (häufig auch als Shaker bezeichnet) wurde von Hand an einer geeigneten Stelle senkrecht so gegen das Fell gedrückt, dass seine Spitze nicht abhob. Ein Philips-Oszilloskop und ein Frequenzzähler von Hewlett-Packard vervollständigten den Versuchsaufbau.

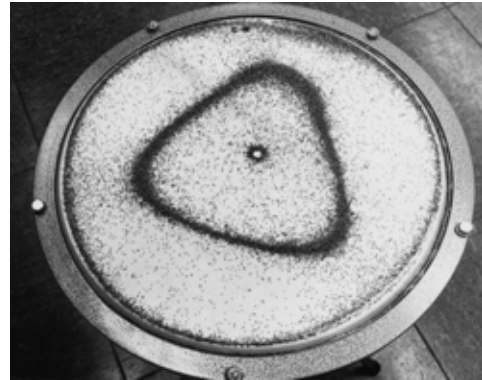


Abb. 8. Erzeugung Chladni'scher Klangfiguren auf dem Fell der Pauke III.

Um die Schwingungsmuster sichtbar zu machen, wurde das Fell gleichmäßig mit Mohn bestreut. Stimmt die Anregungsfrequenz mit einer Eigenfrequenz überein und griff der Shaker nicht gerade in einem Knoten der entsprechenden Eigenform an, bewegte sich das Fell mit besonders großer Amplitude. Sobald die Schwingbeschleunigung größer als die Erdbeschleunigung wurde, fingen die Mohnkörner an zu hüpfen. Sie wanderten von den Schwingungsbäuchen weg. Diese stellen sich im Bild hell dar, da dort das Fell sichtbar ist. Die dunklen Körner sammelten sich dort, wo sich das Fell in Ruhe befand, d.h. in den Schwingungsknoten.



(a) Zentrische Anregung: 01-Form



(b) Zentrische Anregung: 02-Form



(c) Zentrische Anregung: 03-Form



(d) Zentrische Anregung: 04-Form



(e) Exzentrische Anregung: 12-Form

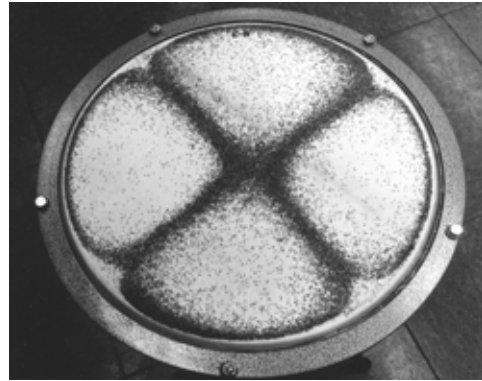
Abb. 9. Chladni'sche Klangfiguren des Fells der Pauke III bei Anregung außerhalb des üblichen Anschlagorts.

3.2. Versuchsergebnisse

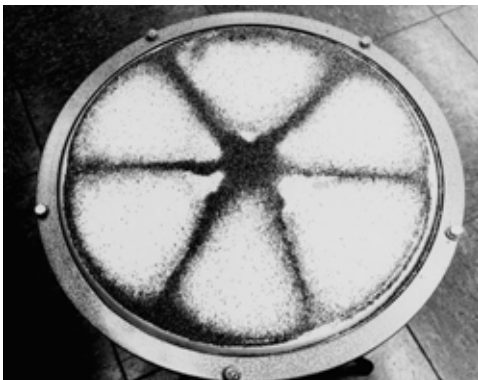
Die Eigenform wird nun dadurch sichtbar, dass sich die Knoten als dunkle Linien, die Bäuche dagegen als helle Flecken darstellen. Damit ist diese Darstellung invers zu derjenigen von Abb. 7. Ebenso wie dort geht auch hier das Vorzeichen verloren: Es kann dadurch rekonstruiert werden, dass sich durch eine Knotenlinie getrennte Bereiche in Gegenphase zueinander bewegen müssen.



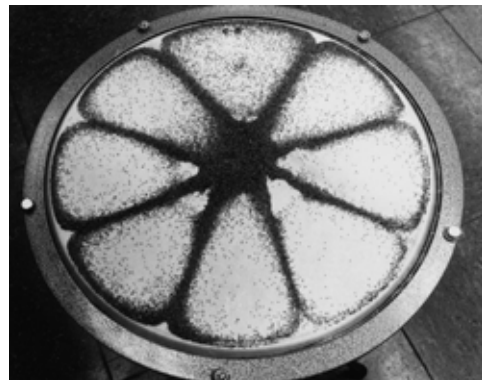
(a) 11-Form bei 221 Hz



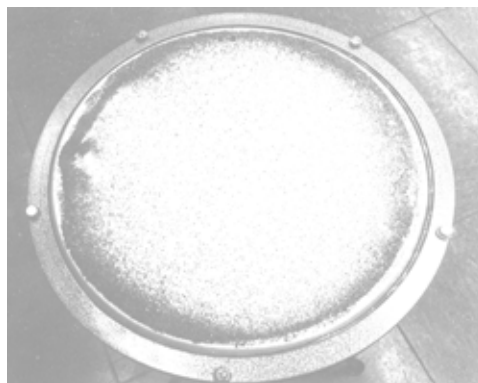
(b) 21-Form bei 318 Hz



(c) 31-Form bei 413 Hz



(d) 41-Form bei 507 Hz



Rotationssymmetrische 01-Form bei 191 Hz

Abb. 10. Chladni'sche Klangfiguren des Fells der Pauke III bei Anregung am üblichen Anschlagort (Normalstelle).

Bei Abb. 9 zeigt Ergebnisse, die man erhält, wenn der Shaker das Fell außerhalb der Stelle anregt, an welcher der Paukenschlegel normalerweise anschlägt. Die Diagramme (a) bis (d) visualisieren rotationssymmetrische Formen mit $m = 0$ Knotendurchmessern und $n = 1 \dots 4$ Knotenkreisen. Exzentrische Anregung mit der entsprechenden Frequenz führt auf die antimetrische Schwingung, wie sie im Diagramm (e) abgebildet ist. Sie ist durch $m = 1$ Knotendurchmesser und $n = 2$ Knotenkreise gekennzeichnet. Die Frequenzen liegen für die rotationssymmetrischen Moden zwischen 191 Hz und 864 Hz und für die antimetrische 12-Mode bei 459 Hz. Auf sie soll nicht näher eingegangen werden, da die zugehörigen Teiltöne keine musikalische Bedeutung haben.

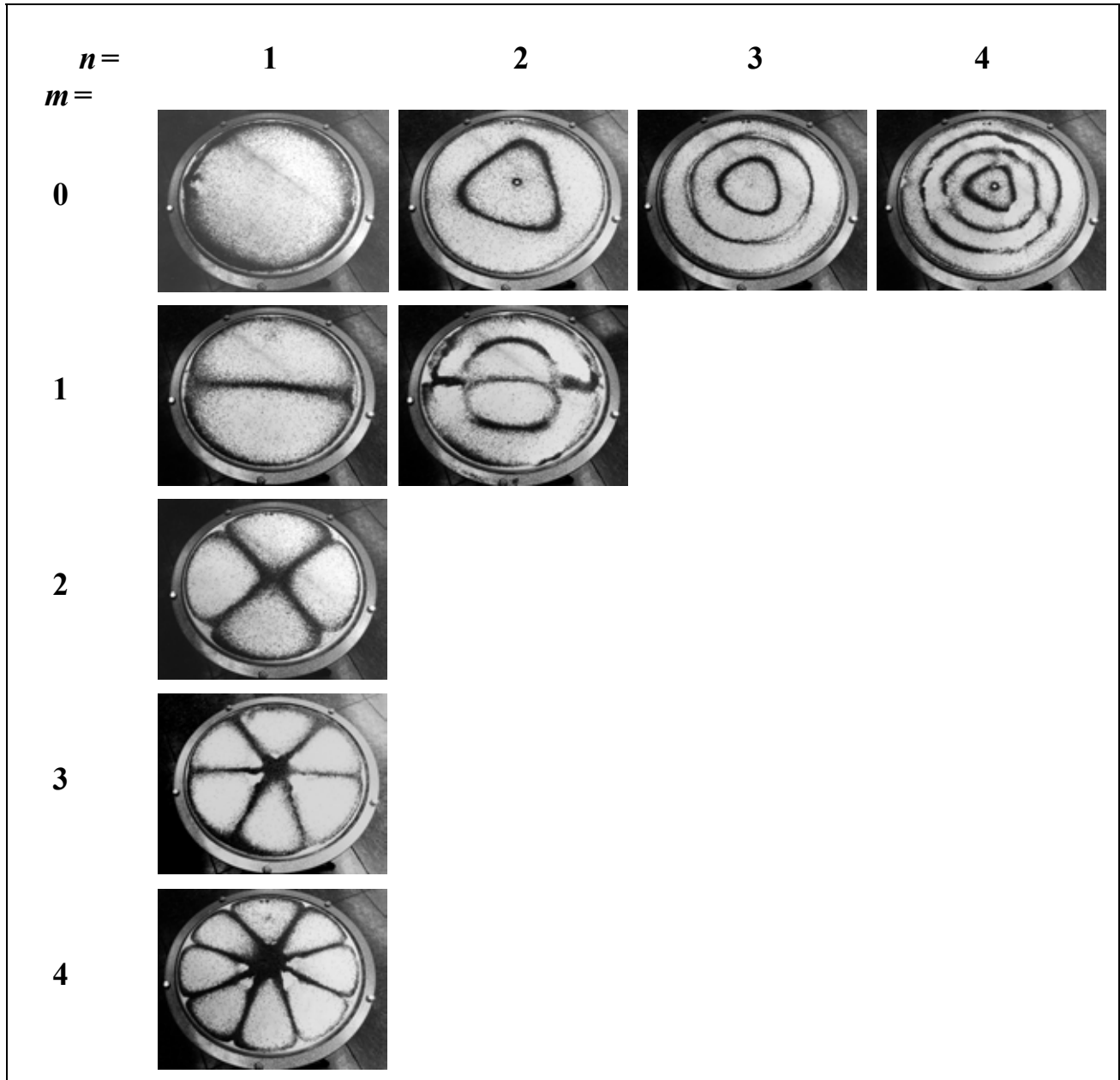


Abb. 11. Zusammenstellung sämtlicher Chladni'scher Klangfiguren des Fells der Pauke III.

Das Gegenteil trifft für die Eigenmoden von Abb. 10 zu. Sie treten auf, sobald der Shaker knapp eine Handbreit vom Rand entfernt angesetzt wird. Dieser Ort wird als die „Normalstelle“ bezeichnet, da der Pauker das Fell seines Instruments beim Spielen dort anschlägt. Außer demjenigen an der Einspannung haben die Schwingungsmuster keinen weiteren Kno-

tenkreis auf ($n = 1$). Sie weisen $m = 1 \dots 4$ Knotendurchmesser auf. Nimmt man die Frequenz der 11-Schwingung (die der musikalischen Note A3 entspricht) als Referenz, so sind die Frequenzen der übrigen drei Schwingungen das 1,44-Fache, das 1,87-Fache bzw. das 2,3-Fache dieser Frequenz. Damit liegen die Werte in der Nähe der Intervalle 2:3:4:5, was einer harmonischen Reihe mit „Missing Fundamental“ entspricht. Allerdings stört dabei die rotations-symmetrische 01-Form; vgl. Abb. 9(a). Deren Frequenz steht in keinem harmonischen Verhältnis zu den Frequenzen der $m1$ -Moden. Die 01-Schwingung wird, ganz gleichgültig wo der Shaker oder der Schlegel angreift, immer hervorgerufen. Sie ist deshalb Abb. 10 hinzugefügt. Je näher die Stelle der Anregung am Rand liegt, desto geringer wird sich die 01-Schwingung ausbilden. Ganz vermeiden lässt sie sich allerdings nicht.

Die Resultate, die man mit dieser einfachen Methode erhält, sind in Abb. 11 noch einmal zu einer Art Periodensystem zusammengefasst. Als erstes Gliederungsmerkmal ist nach unten die Anzahl m der Knotendurchmesser aufgetragen. Das zweite Ordnungsmerkmal, die Anzahl n der Knotenkreise, ist nach rechts aufgetragen. An den Kreuzungspunkten sind die Schwingungsbilder angeordnet. Diese Art, die Ergebnisse zu strukturieren, wird zukünftig regelmäßig bei jeder Messreihe angewandt werden.

Wenn einige Knotenkreise, wie z.B. bei der 02-Form, nicht ganz rund sind, dürfte dies damit zusammen hängen, dass das Fell nicht absolut gleichmäßig gespannt ist. Im übrigen zeigen die Schwingungsmuster diejenigen charakteristischen Knotenlinien, welche die Theorie erwarten lässt. Ihre Abfolge in Hinsicht auf die Frequenz weicht allerdings teilweise von der theoretischen ab, wie sie die Besselfunktionen vorgeben und wie sie Abb. 7 zu entnehmen ist. Offensichtlich ist die ideale Membran in Bezug auf Schwingungsformen dazu geeignet, die Realität des Paukenfelles wiederzugeben. In Hinsicht auf die Frequenzen muss zusätzlich in Betracht gezogen werden, dass das Fell nicht im Vakuum schwingt, sondern mit dem umgebenden Medium interagiert. Wie von Fleischer (1988b) nähert ausgeführt, spielt für die Frequenz die Masse der Luft vor dem Fell und vor allem die Steifigkeit der Luft, die im Kessel eingeschlossen ist, eine wesentliche Rolle.

3.3. Zusammenfassende Bemerkung

Bereits die einfache Methode, bei monofrequenter Erregung mit hüpfenden Körnern die Knotenlinien einzelnen Schwingungsmuster sichtbar zu machen, hat eine Reihe von aufschlussreichen Resultaten ergeben. Aus zusätzlichen Messungen, auf die in diesem Bericht nicht eingegangen wird, ist bekannt, dass insbesondere die $m1$ -Moden mit m Knotendurchmessern und nur einem Knotenkreis an der Einspannung „klangbildend“ sind. Für das musikalische Signal sind demnach die in der ersten Spalte von Abb. 11 zusammengestellten Schwingungsformen von größter Bedeutung.

4. MESSUNG VON SCHALLFELDGRÖSSEN

Im vorherigen Kapitel und in früheren Untersuchungen (z.B. Fleischer 1988b, 1990, 1991) haben sich Schwingungsmuster mit einem Knotenkreis am Rand und mit m Knotendurchmessern insofern als wichtig erwiesen, als sie diejenigen Teiltöne hervorrufen, die das musikalische Signal der Pauke prägen. Im Folgenden werden Experimente geschildert, in denen versucht wird, die bisherigen Erkenntnisse auf der Basis andersartiger Messungen zu festigen. Prämisse ist dabei, berührungsfrei zu messen und das Fell nicht mit Kontakt-Aufnehmern zu

belasten. Somit bietet sich an, das Schallfeld zu untersuchen und auf dessen Ursache, die mechanische Schwingung, rückzuschließen.

4.1. Messung der Richtcharakteristik

Die erste Methode basiert darauf, aus Messungen des Schalldrucks im Fernfeld auf die Anzahl und Lage von Knotendurchmessern zu schließen.

4.1.1. Versuchsaufbau und –ablauf

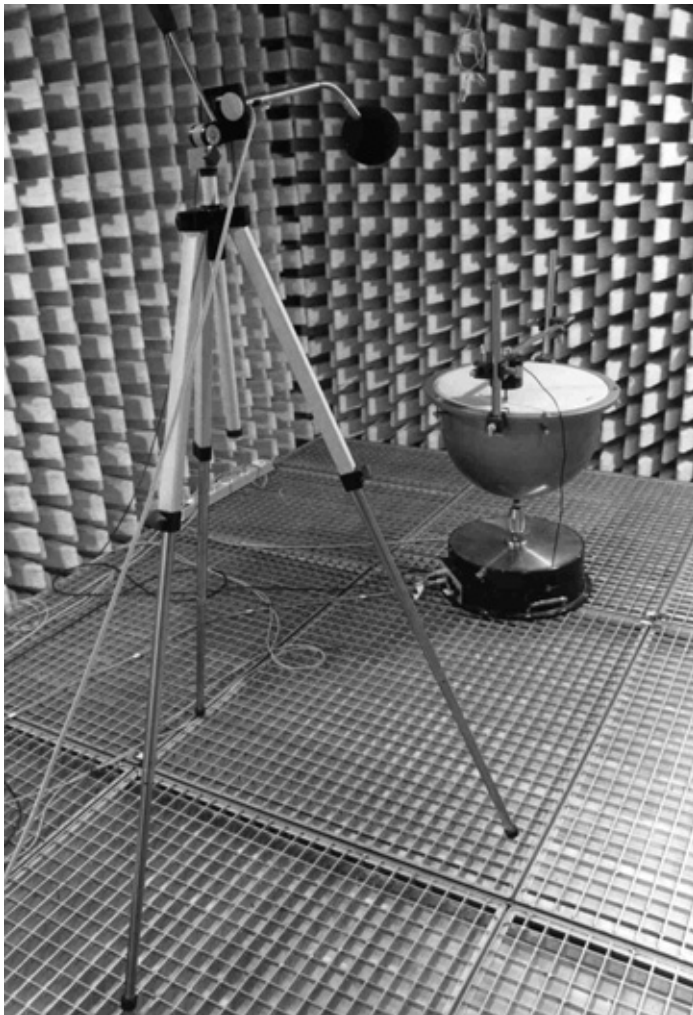


Abb. 12. Pauke III auf dem Drehtisch im reflexionsarmen Raum. Im Vordergrund ist das Messmikrofon zu erkennen.

Wie Abb. 12 zeigt, wurde die kleine Pauke III von Studio 49 im reflexionsarmen Raum des Instituts für Mechanik auf einen Drehtisch B&K 3922 gestellt. Im Vordergrund des Bildes erkennt man ein Kondensator-Messmikrofon (Vorverstärker B&K 2619, Schwanenhals B&K UA 0196 und $\frac{1}{2}$ "-Kapsel B&K 4165), mit dem der Schalldruck in etwa drei Meter Entfernung vom Mittelpunkt der Pauke gemessen wurde. Die Mikrofonspannung gelangte in einen Überlagerungsanalysator B&K 2010 und wurde über ein Mitlauffilter B&K 2020 mit einem schmalen Bandpass gefiltert. Der Schalldruck wurde abschließend von einem Pegelschreiber B&K 2307 im Pegelmaß auf Polarpapier aufgezeichnet, das sich synchron zum Drehtisch drehte. Gemessen wurde in der Ebene des Felles. Als Ergebnis lag ein Horizontal-Richtdiagramm, d.h. der Schallpegel im Bereich von 50 dB als Funktion des Umfangswinkels, vor.



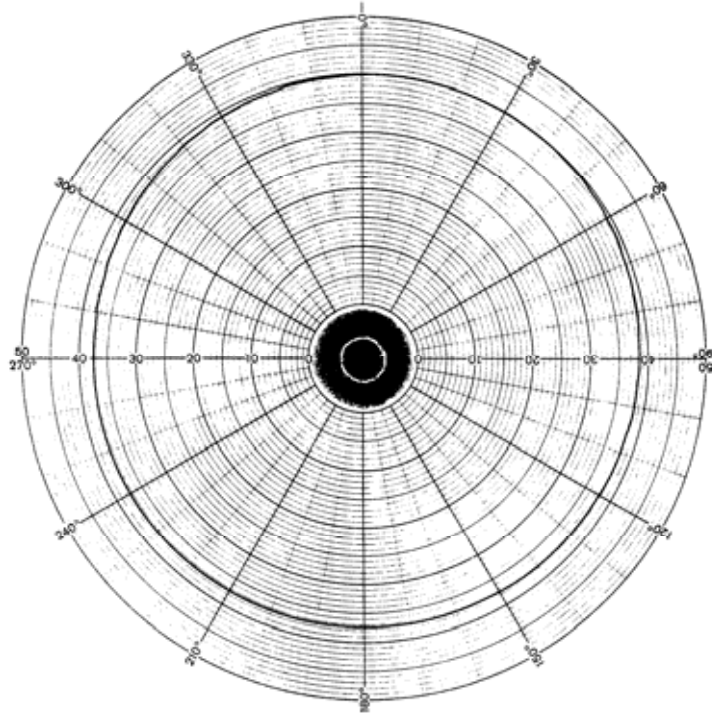
Abb. 13. Pauke III auf dem Drehtisch im reflexionsarmen Raum. Die Haltevorrichtung mit dem Schwingerreger, der das Fell zum Schwingen bringt, ist zu erkennen.

Abb. 13 lässt erkennen, wie das Fell zum Schwingen gebracht wurde. Anregungssignal war eine Sinusspannung einstellbarer Frequenz aus dem Generatorteil des Überlagerungsanalysators B&K 2010. Mit diesem Signal wurde nach Verstärkung in einem Leistungsverstärker B&K 2706 der Mini-Shaker B&K 4810 gespeist. Dieser war an einem Gestänge befestigt, mit dem er gegen das Fell gedrückt werden konnte. Sollten rotationssymmetrische Schwingungsformen hervorgerufen werden, wurde er in die Mitte gesetzt. Um antimetrische Formen anzuregen, wurde er, wie im Foto gezeigt, außermittig positioniert.

4.1.2. Versuchsergebnisse

Als Beispiel für das Richtdiagramm, wie es für eine rotationssymmetrische Schwingung zu erwarten ist, dient Abb. 14. Es bezieht sich auf die 02-Mode, die bei mittlerer Anregung des Felles mit 397 Hz auftritt. Deren stilisierte Chladni-Figur (schwingende Bereiche schwarz, Schwingungsknoten weiß) ist zur besseren Orientierung in der Mitte eingefügt. Erwartungsgemäß strahlt die Pauke den Schall nahezu gleichmäßig in alle Richtungen ab. Da dies ausnahmslos für sämtliche $0n$ -Schwingungen gilt, ist das Horizontal-Richtdiagramm nicht dazu geeignet, vom Schall im Fernfeld auf eventuell vorhandene Knotenkreise zu schließen.

Abb. 14. Horizontal-Richtdiagramm (Schallpegel als Funktion des Umfangswinkels) der 02-Schwingung (Pauke III).

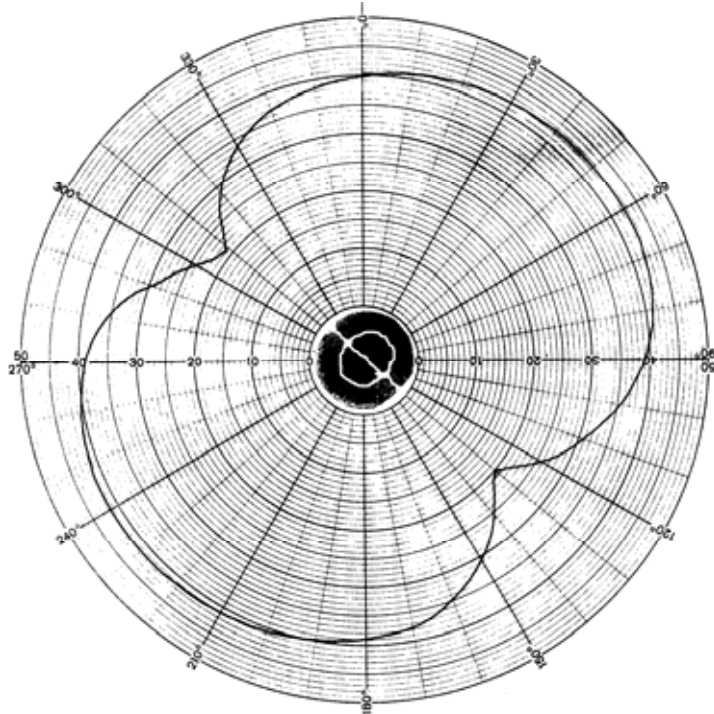


Anders stellt sich die Situation bei antimetrischen Schwingungen dar. Abb. 15 zeigt ein Beispiel, das sich auf außermittige Anregung bei 459 Hz bezieht. Die 12-Mode, die hierdurch hervorgerufen wird, ist im Bild angedeutet. Denkt man sich eine Ebene durch den Knotendurchmesser, die senkrecht auf dem Fell steht, so schwingt das Fell auf der einen Seite der Ebene so wie auf der anderen Seite ähnlich einem Spiegelbild, jedoch in entgegengesetzter Richtung. Wenn ein Teil des Felles links von der Ebene pumpt, saugt der entsprechende Teil auf der anderen Seite, und umgekehrt. Würde das Fell vollständig antimetrisch schwingen, so wäre zu erwarten, dass in der Beobachtungsebene sämtliche Schalldruckbeiträge sich gegenseitig auslöschen. Da in der Praxis nie vollständige Antimetrie auftreten wird, kann mit Totalauslöschung allerdings nicht gerechnet werden. Abb. 15 sind deshalb auch keine vollständigen Nullstellen im Horizontal-Diagramm zu entnehmen, was $-\infty$ dB entsprechen würde. Deutlich erkennt man jedoch zwei Minima, deren Pegel etwa 20 dB unter dem der Maxima liegt, was einem Verhältnis von 1 : 10 im Schalldruck bzw. 1 : 100 in der Schallintensität entspricht.

Knotendurchmesser bilden sich offensichtlich als Minima im Schalldruck ab. Die Richtdiagramme spiegeln das erwartete Verhalten wider: Schwingt das Fell in einer rotationssymmetrischen Mode, entspricht das Schallfeld in der Horizontalebene einem Monopolstrahler. Schwingt das Fell mit einem Knotendurchmesser, hat der Schallstrahler Dipol-Charakteristik und das Richtdiagramm zwei Minima. Schwingt das Fell mit zwei Knotendurchmessern, hat das Schallfeld Quadrupol-Charakteristik und das Richtdiagramm vier Minima usw.

Die Ergebnisse der Messungen sind in Abb. 16 zusammengefasst. Wie in Abb. 11 ist für die Gliederung eine Art Periodensystem gewählt. Als erstes Ordnungskriterium ist die Anzahl m der Knotendurchmesser, als zweites die Anzahl n der Knotenkreise der Fellschwingung aufgetragen. An den entsprechenden Stellen sind die Richtdiagramme eingefügt.

Abb. 15. Horizontal-Richtdiagramm (Schallpegel als Funktion des Umfangswinkels) der 12-Schwingung (Pauke III).



Wie bereits aus dem vorhergehenden Kapitel bekannt ist, sind in der zweiten Spalte von Abb. 16 die Richtdiagramme derjenigen Fellschwingungen angeordnet, die für das musikalische Signal ohne Bedeutung sind. Der Paukenspieler schlägt das Fell nahe den inneren Knotenkreisen an, so dass diese Moden nur sehr schwach angeregt werden. Die zugehörigen Teiltöne haben geringe Anfangsamplituden und klingen rasch ab.

Von musikalischer Bedeutung sind die Moden, deren Richtcharakteristiken aus der ersten Spalte von Abb. 16 zu ersehen sind. Dabei fällt die rotationssymmetrische 01-Form aus dem Rahmen, da sich ihre Frequenz nicht in die nahezu harmonische Reihe der $n1$ -Frequenzen einfügt. Die übrigen zeigen weitgehend regelmäßige Muster, bei denen der Schallpegel in der Weise vom Umfangswinkel abhängt, wie es die Chladni'schen Klangfiguren von Kapitel 3 erwarten lassen. Wenn auf Grund anderweitiger Erkenntnisse Klarheit darüber besteht, mit wie vielen Knotenkreisen eine rotationssymmetrische Struktur schwingt, deuten $2m$ Schallpegelminima auf m Knotendurchmesser hin. Damit liegt ein Messverfahren vor, das es erlaubt, die Winkelabhängigkeit regelmäßiger Schwingungen berührungsfrei zu erfassen.

Das so genannte Moden-Splitting (vgl. z.B. Fleischer 1994b, Fleischer und Rotter 1994) trat bei diesen Messungen allerdings nicht in Erscheinung. Dieser Effekt betrifft ausschließlich antimetrische Moden. Er beruht darauf, dass die Rotationssymmetrie eines Schwingers hinsichtlich der Geometrie, der Materialeigenschaften, der Fellspannung o.ä. geringfügig gestört ist. Dies führt dazu, dass die Moden mit Knotendurchmessern nicht einzeln auftreten. Vielmehr sind gleichartige Partial-Schwingungsmuster zu beobachten, die so gegeneinander verdreht sind, dass die eine Partialschwingung dort einen Knoten ausbildet, wo die andere einen Schwingungsbauch aufweist. Die zugehörigen Frequenzen sind leicht unterschiedlich. Zahlreiche Beispiele finden sich in den Kapiteln 6 bis 8.

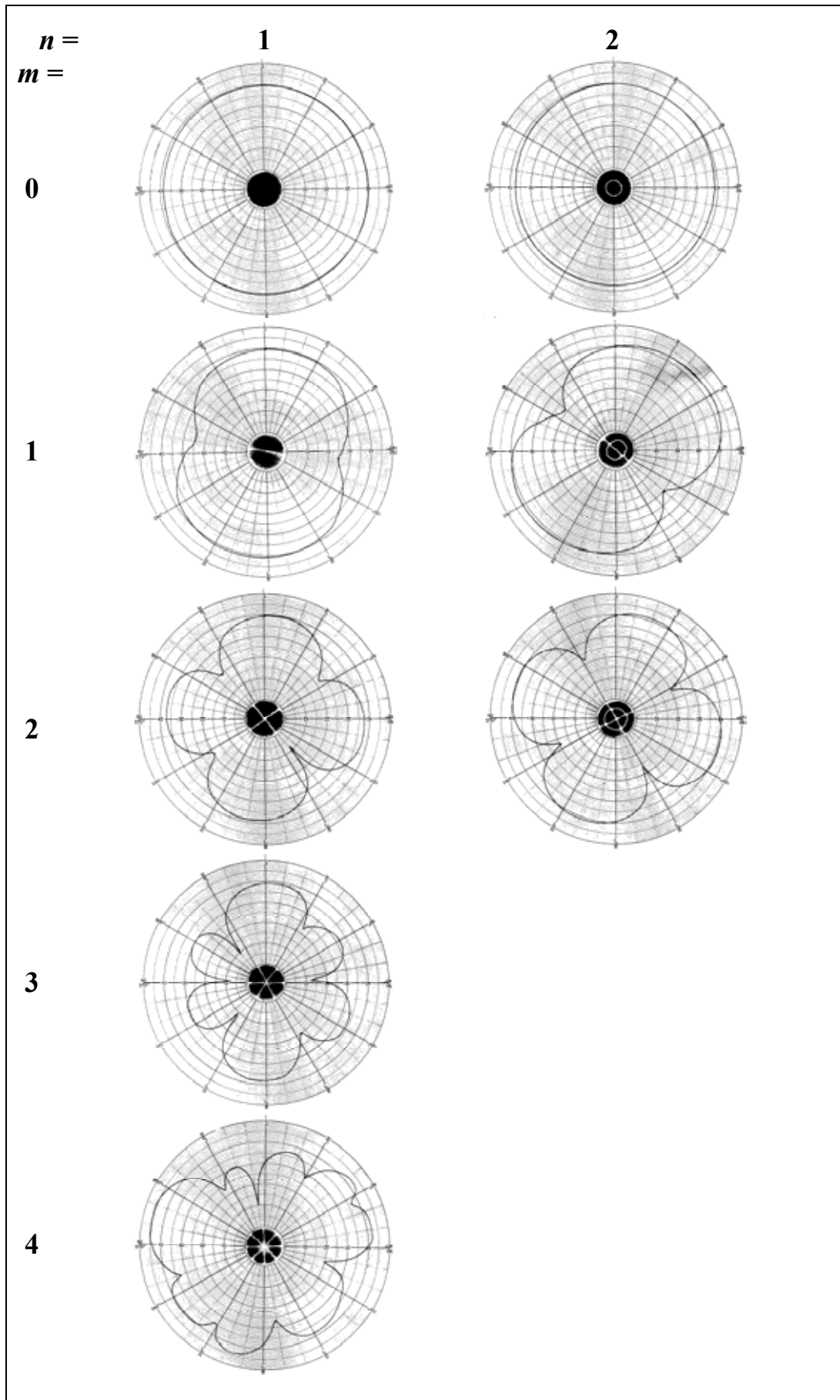


Abb. 16. Horizontal-Richtdiagramme (Schallpegel als Funktion des Umfangswinkels) der Pauke III.

Da das Paukenfell nicht homogen ist und nie ganz gleichmäßig gespannt werden kann, wird Moden-Splitting mit großer Wahrscheinlichkeit auftreten. Mit ebenso großer Wahrscheinlichkeit wird der Pauker beim Anschlagen beide Partialerschwingungen anregen. Da diese geringfügig gegeneinander verstimmt sind, laufen komplizierte räumlich-zeitliche Schwebungsvorgänge ab. Im Spielbetrieb wird sich ein örtlich feststehendes Richtdiagramm, wie es Abb. 16 zu entnehmen ist, somit nur dann ausbilden, wenn das Paukenfell ganz gleichmäßig beschaffen und gleichmäßig gespannt ist. Bei Abweichungen von der absoluten Rotationssymmetrie, wie sie bei Musikinstrumenten geradezu die Regel sind, treten so genannte *Spinning Modes* auf. Das Schallfeld rotiert mit der Differenz der beiden Partialfrequenzen und „pumpt“ dabei. Das Resultat wird sein, dass ein ortsfester Beobachter, d.h. der Zuhörer, Schwebungen wahrnimmt, die sich bei den einzelnen Teiltönen unterschiedlich ausprägen und unterschiedlich schnell ablaufen.

4.2. Schallquellenrekonstruktion mit Hilfe der Fourier-Akustik

Die hier beschriebene Methode basiert darauf, aus Messungen im akustischen Nahfeld auf die mechanische Schwingung zu schließen.

4.2.1. Versuchsaufbau und –ablauf

Wie im vorherigen Abschnitt geschildert wurde, kann insbesondere aus den Minima der Richtcharakteristik darauf geschlossen werden, wie die Schwingungsamplitude vom Umfangswinkel abhängt. Deren Abhängigkeit vom Radius lässt sich auf diese Weise grundsätzlich nicht bestimmen. Dazu wurden weitere Messungen durchgeführt, die auf der Fourier-Akustik (Fleischer 1988a, 1989, 1990) basieren. Grundgedanke dieser Betrachtungsweise ist es, ein Schallfeld in Elementarwellen zu zerlegen, die Eigenfunktionen dieses Feldes sind. Bei der Pauke sind dies zylindrische Schallwellen.

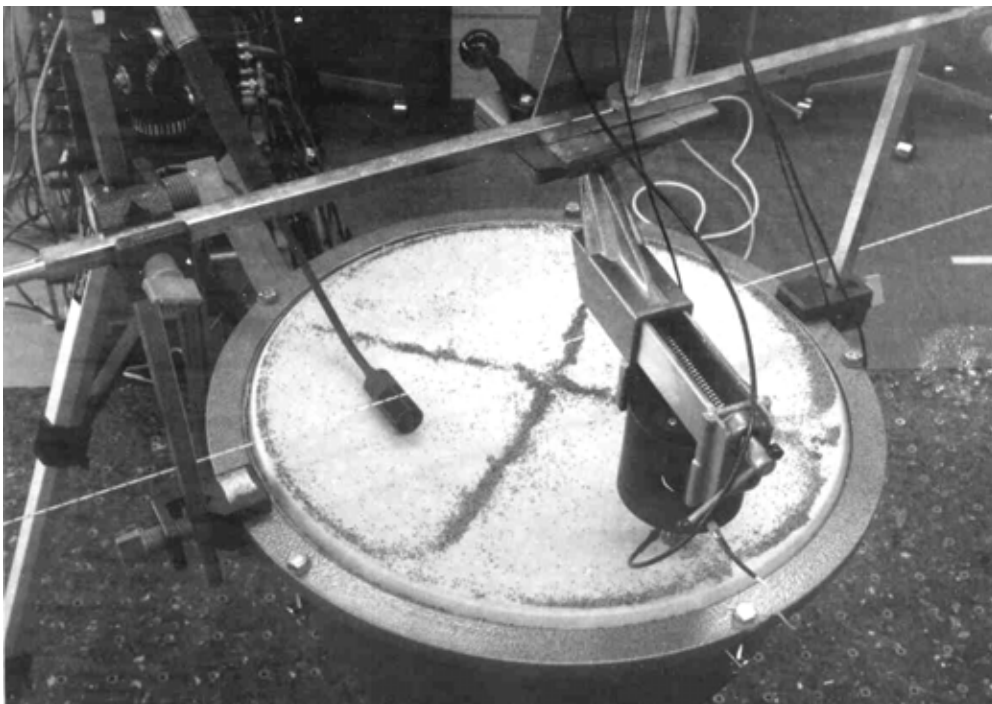


Abb. 16. Messung der Schallschnelle über dem Fell der Pauke III mit einem Kondensator-Mikrofon.

Die Vorgehensweise bei der Messung ist von Fleischer (1988a, 1989) ausführlich beschrieben. Abb. 16 zeigt, wie das Fell durch einen Schwingerreger B&K 4810 zum Schwingen gebracht wurde. Der übrige Teil des Versuchsaufbaus, der für die Anregung des Felles Verwendung findet, stimmt weitgehend mit dem in Abb. 8 abgebildeten überein.

Als Ausgangsdaten dienen Messwerte der komplexen Schallschnelle im Nahfeld des Felles. Für deren Erfassung hat sich das rückseitig offene Kondensator-Mikrofon der Firma Schoeps als gut geeignet erwiesen, das in Abb. 16 zu sehen ist. Der Aufnahme teil des Versuchsaufbaus besteht aus B&K-Standardausrüstung. Wie Abb. 17 zu entnehmen ist, ist der apparative Aufwand beträchtlich.

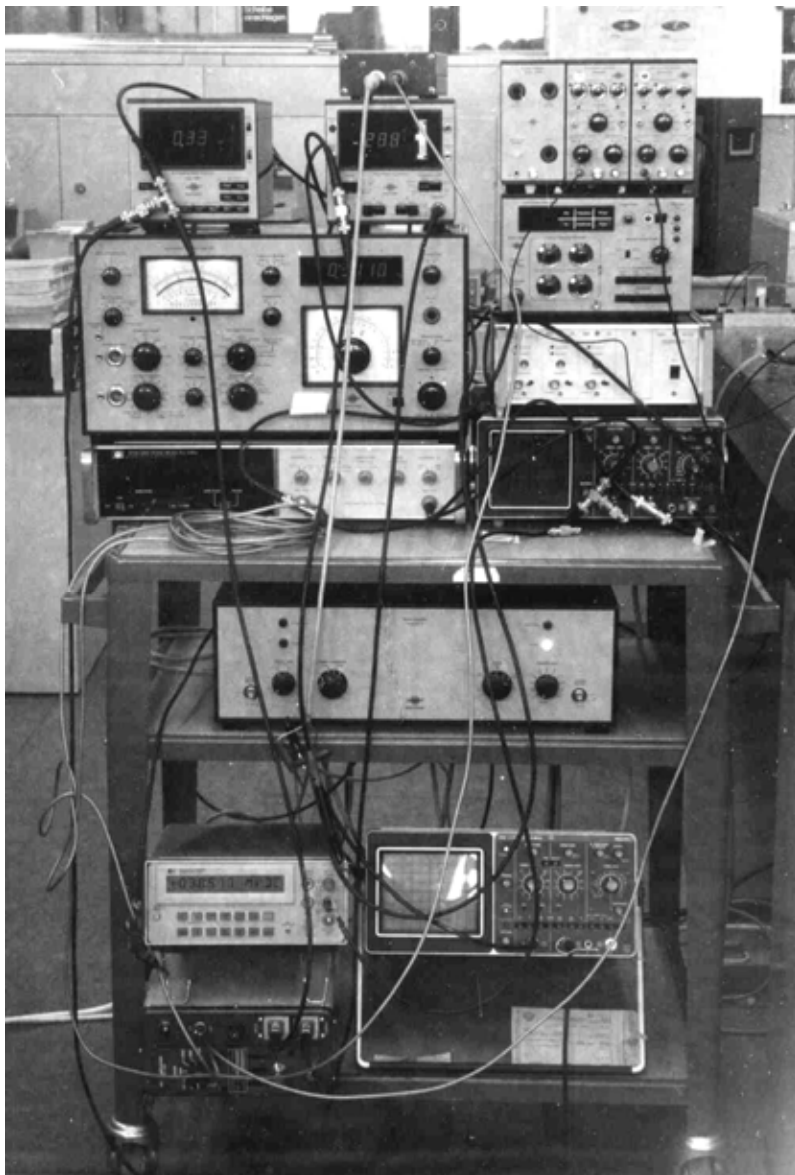


Abb. 17. Versuchsaufbau zur Messung der komplexen Schallschnelle.

Das Fell wurde durch Anregung mit einer seiner Eigenfrequenzen in stationäre Schwingungen versetzt. Die Schallschnelle senkrecht zur Ebene des Felles wurde nach Betrag und Phase an 64 Punkten längs eines Durchmessers gemessen, der durch die Schwingungsbäuche gelegt wurde; vgl. Abb. 16. Der Messabstand war 12 mm. Es wurde nicht nur auf dem Fell, sondern über den Rand hinaus bis zum mehr als dreifachen Radius gemessen. Wie von Fleischer (1988a) ausführlich beschrieben, wurde die gemessene Schnelleverteilung vom Ortsbereich in den Spektralbereich transformiert. Danach wurde das Ortswellenzahl-Spektrum der Normal-

schnelle von der Messebene in die Ebene des Felles zurück projiziert. Als Ergebnis dieser Operation erhielt man das Ortswellenzahl-Spektrum der Schallschnelle in der Ebene des Felles, die mit der mechanischen Schnelle übereinstimmt. Nach Rücktransformation in den Ortsbereich ist die transversale Schwinggeschwindigkeit des Paukenfelles bekannt. Diese Methode bietet demnach eine Möglichkeit, bei Kenntnis des Verlaufs in Umfangsrichtung die Abhängigkeit der Schwingungsform vom Radius r zu erfassen, ohne das Fell berühren zu müssen.

4.2.2. Versuchsergebnisse

Nach Bearbeitung der Rohdaten auf die beschriebene Weise erhält man Resultate der Art, wie eines in Abb. 18 dargestellt ist. Man erkennt, dass weit über den Außenrand der Pauke hinaus gemessen werden musste. Erwartungsgemäß verschwindet die rückprojizierte Normalschnelle außerhalb des Felles weitgehend. Auf dem Fell selbst, d.h. für $r \leq a$, nimmt sie jedoch von Null verschiedene Werte an.

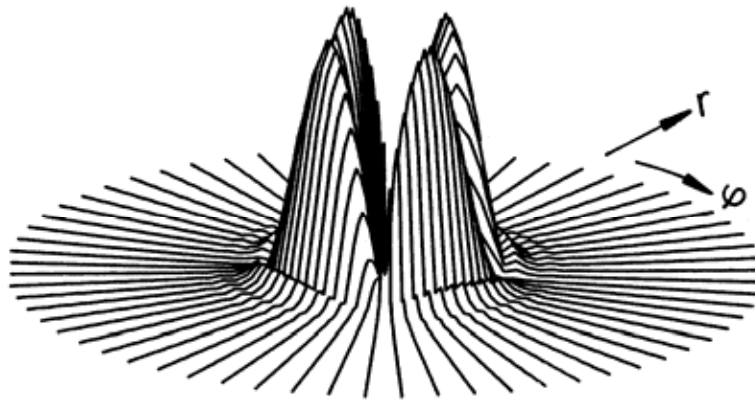


Abb. 18. Betrag der rekonstruierten Schwinggeschwindigkeit der 21-Mode in der Ebene des Felles der Pauke III mit r, φ -Koordinatensystem.

Um den Zusammenhang mit früheren Messungen sichtbar zu machen, sind in Abb. 19 rekonstruierte Schnelleverteilungen den entsprechende Chladni-Figuren gegenüber gestellt. Sie gelten für Moden, die keinen weiteren Knotenkreis als denjenigen am Rand aufweisen. Dies sind die Schwingungsformen, die durch „sachgerechten“ Anschlag der Pauke bevorzugt hervorgerufen werden. Wie auch in Abb. 18 ist der Betrag über dem Ort gezeichnet. Der Rand des Paukenfelles ($r = a$) zeichnet sich – wie bereits in Abb. 18 zu erkennen – bemerkenswert deutlich ab. Außerhalb des Felles hat die Schwinggeschwindigkeit den Wert Null.

In Abb. 20 ist nicht nur die Amplitude, sondern auch das Vorzeichen der Schwinggeschwindigkeit berücksichtigt. Die Schwingung ist zu einem Zeitpunkt „eingefroren“, zu dem sie sich besonders stark ausprägt. Wie man erkennen kann, geschieht dies um den Preis schwindender Anschaulichkeit. Hier ist aber zum ersten Mal dargestellt, dass benachbarte Bereiche des Felles, die durch eine Knotenlinie getrennt sind, sich gegenphasig bewegen. Um die Schwingungsmuster leichter zuordnen zu können, sind die musikalischen Bezeichnungen der Teiltöne angegeben, die sie hervorrufen.

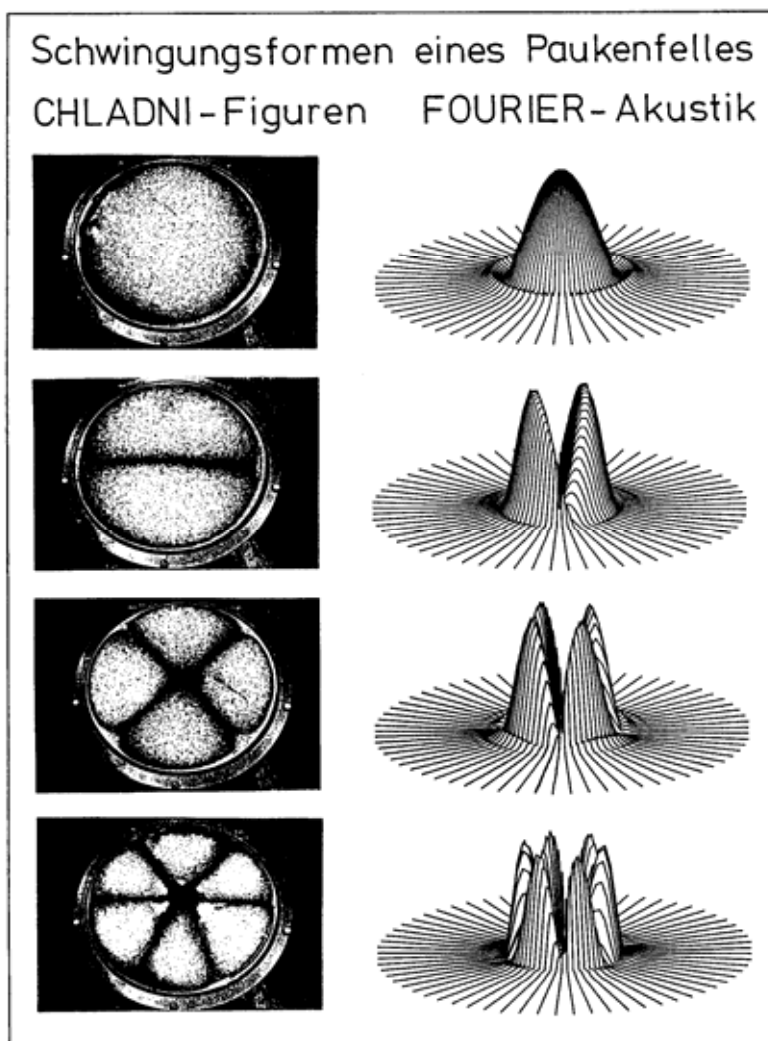


Abb. 19. Betrag der rekonstruierten Schwinggeschwindigkeit der $m1$ -Moden in der Ebene des Felles der Pauke III mit zugehörigen Chladni-Figuren.

Bisher ist nur qualitativ festgestellt worden, dass das Schwingungsbild in radialer Richtung gut mit der Theorie der idealen Membran überein zu stimmen scheint. Dies soll im nächsten Schritt überprüft werden. Dazu wird die rekonstruierte Schwinggeschwindigkeit auf dem Fell ($r \leq a$) mit der Theorie verglichen, die gemäß Kapitel 2 bei m Knotendurchmessern als Lösung die Besselfunktion $J_m(r)$ erwarten lässt.

Der linke Teil von Abb. 21 bezieht sich auf axialsymmetrische Schwingungen ($m = 0$). Diese weisen n Knotenkreise auf. Für alle symmetrischen Schwingungen der Membran beschreibt die Besselfunktion $J_0(r)$ den Verlauf in radialer Richtung; siehe Abb. 6. Nach Maßgabe der Anzahl n der Knotenkreise wird die Besselfunktion bis zur n -ten Nullstelle „genutzt“. Demnach ist für $n = 1$ der Teil der Besselfunktion bis zu ihrer ersten Nullstelle von Belang (01-Mode, oberes Diagramm von Abb. 21 links). Analog ist für $n = 2$ der Bereich bis zur zweiten Nullstelle relevant (02-Mode, mittleres Diagramm von Abb. 21 links), für $n = 3$ der gesamte Bereich bis zur dritten Nullstelle (03-Mode, unteres Diagramm von Abb. 21 links) usw. Der Vergleich zwischen den theoretischen Kurven (durchgezogen) und den Messergebnissen (Punkte) lässt gute Übereinstimmung erkennen. Insbesondere die Nulldurchgänge, welche die Knotenkreise definieren, werden im Experiment weitgehend dort geortet, wo sie der Theorie nach zu erwarten sind.

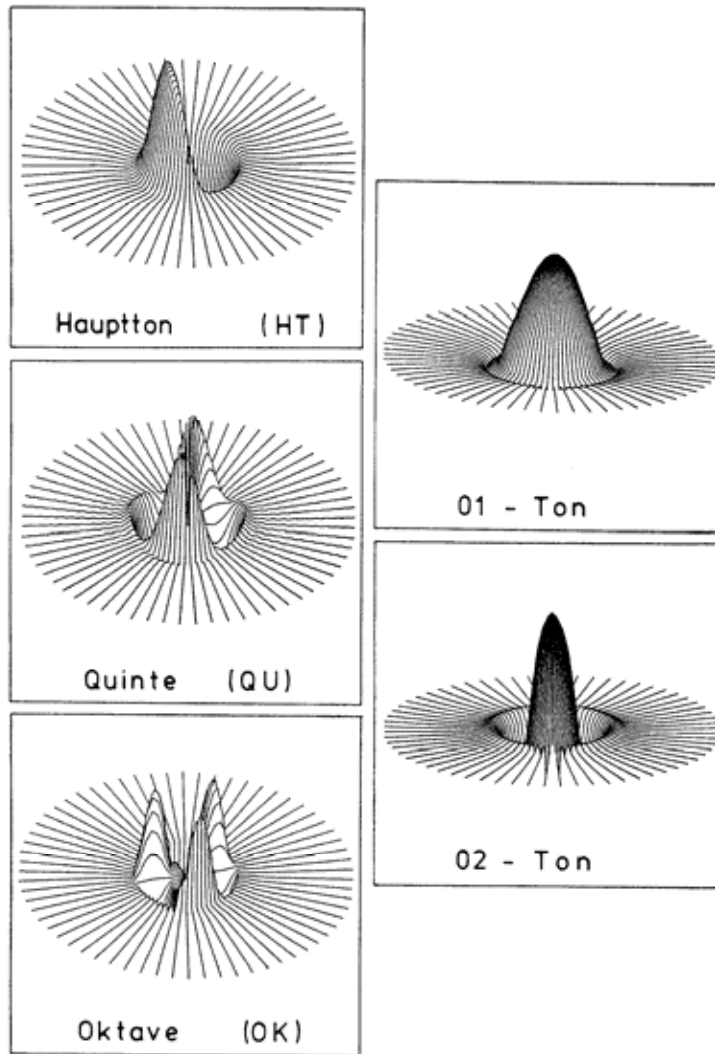


Abb. 20. Rekonstruierte Schwinggeschwindigkeit in der Ebene des Felles der Pauke III mit Bezeichnung der entsprechenden Teiltöne.

Der rechte Teil von Abb. 21 gilt für antimetrische Schwingungen mit m Knotendurchmessern. Kapitel 2 hat gezeigt, dass sich als Lösungsfunktionen die Besselfunktionen $J_m(r)$ ergeben, wobei die Anzahl der Knotendurchmesser die Ordnung der Besselfunktion bestimmt. Da das Fell stets mit nur einem Knotenkreis schwingt, kommt die jeweilige Besselfunktion bis zur ersten Nullstelle zum Tragen. Die theoretischen Ergebnisse sind in Abb. 21 links durchgezogen gezeichnet.

Diese Kurven sind mit den Verläufen der experimentell bestimmten Punkte zu vergleichen. Bei der 11-Mode (oberes Diagramm von Abb. 21 links) ist das Maximum etwas verschoben. Bei der 21- und der 31-Mode (mittlere Diagramme) ist die Übereinstimmung gut. Lediglich bei der 41-Mode ergibt das Experiment nahe der Mitte ein anderes Vorzeichen, als es die Theorie erwarten lässt. Im Allgemeinen beschreiben die Kurven in brauchbarer Näherung die punktuellen Ergebnisse der Messungen.

Die Schallquellen-Rekonstruktion mittels der Fourier-Akustik mag nicht gerade die einfachste Methode sein, um die Schwingung des Paukenfelles zu untersuchen. Sie bietet jedoch als wesentlichen Vorteil, dass sie berührungslos arbeitet: Lediglich der Schwingerreger drückt auf das Fell; die Schwingung dagegen wird praktisch rückwirkungsfrei gemessen. Kein Kontaktaufnehmer stört die Symmetrie oder belastet das leichte Fell möglicherweise so sehr, dass er die Messung verfälscht. Der weitere Vorteil der Fourier-Akustik (1988a) ist, dass sich auf der Basis der Messwerte sämtliche Größen des Schallfeldes berechnen lassen; vgl. Fleischer 1993. Diese Aufgabe ist hier nicht gestellt, spielt aber im Zusammenhang mit Schallstrahlern grundsätzlich eine wichtige Rolle.

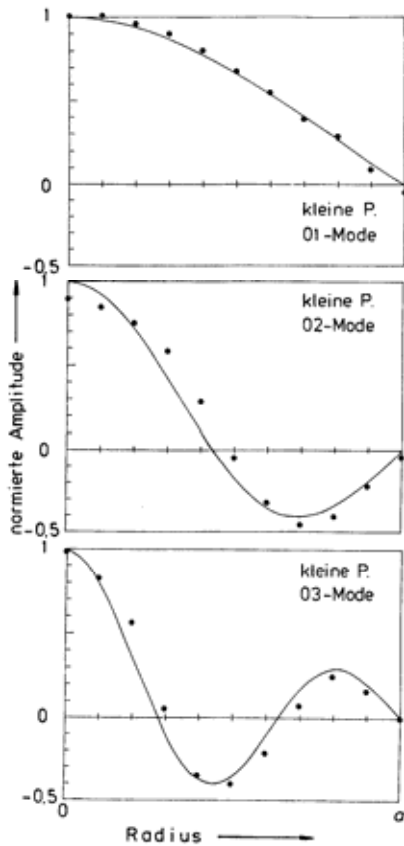


Abb. 21 links. Radialer Verlauf der Schwingung bei rotations-symmetrischen Moden mit $n = 1, 2$ bzw. 3 Knotenkreisen
Durchgezogen: Theorie;
Punkte: Rekonstruierte Schwinggeschwindigkeit.

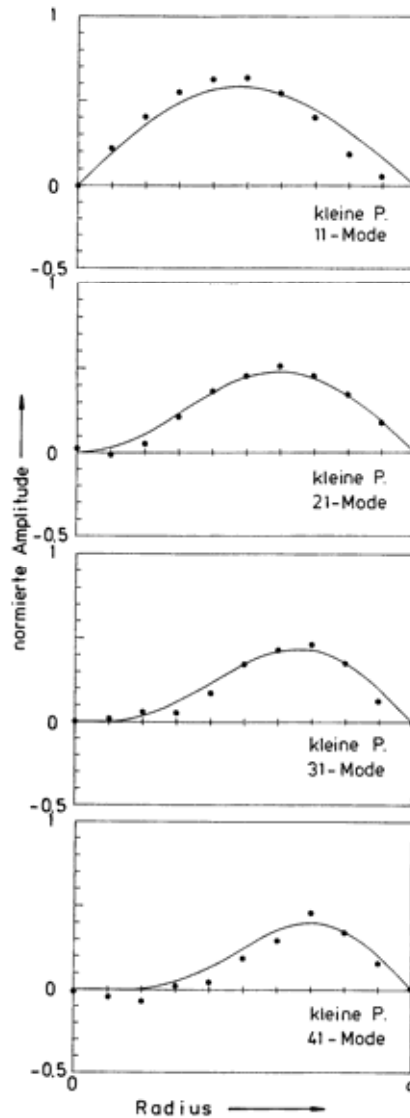


Abb. 21 rechts. Radialer Verlauf der Schwingung bei antimetrischen Moden mit $m = 1, 2, 3$ bzw. 4 Knotendurchmessern.
Durchgezogen: Theorie;
Punkte: Rekonstruierte Schwinggeschwindigkeit.

Abschließend sind die Ergebnisse der Schallquellen-Rekonstruktion noch einmal in Abb. 22 zusammengefasst. Wie in den Abb. 11 und 16 ist für die Gliederung als erstes Ordnungskriterium die Anzahl m der Knotendurchmesser gewählt. Das zweite Kriterium ist die Anzahl n der Knotenkreise aufgetragen. Die rekonstruierte Schwingungsform ist nur für den Bereich des Paukenfelles, d.h. für $r \leq a$ gezeichnet. Um den Sachverhalt anschaulicher darstellen zu können, ist das Vorzeichen unterdrückt und lediglich der Betrag angegeben. Wie bereits bekannt, sind für das musikalische Signal der Pauke die Schwingungen in der ersten Spalte relevant. Die Ergebnisse der Abb. 11, 16 und 22 sind miteinander verträglich und haben im Zusammenhang ein Bild von den Schwingungen des Paukenfelles ergeben, das in sich schlüssig und mit den theoretischen Betrachtungen von Kapitel 2 konsistent ist.

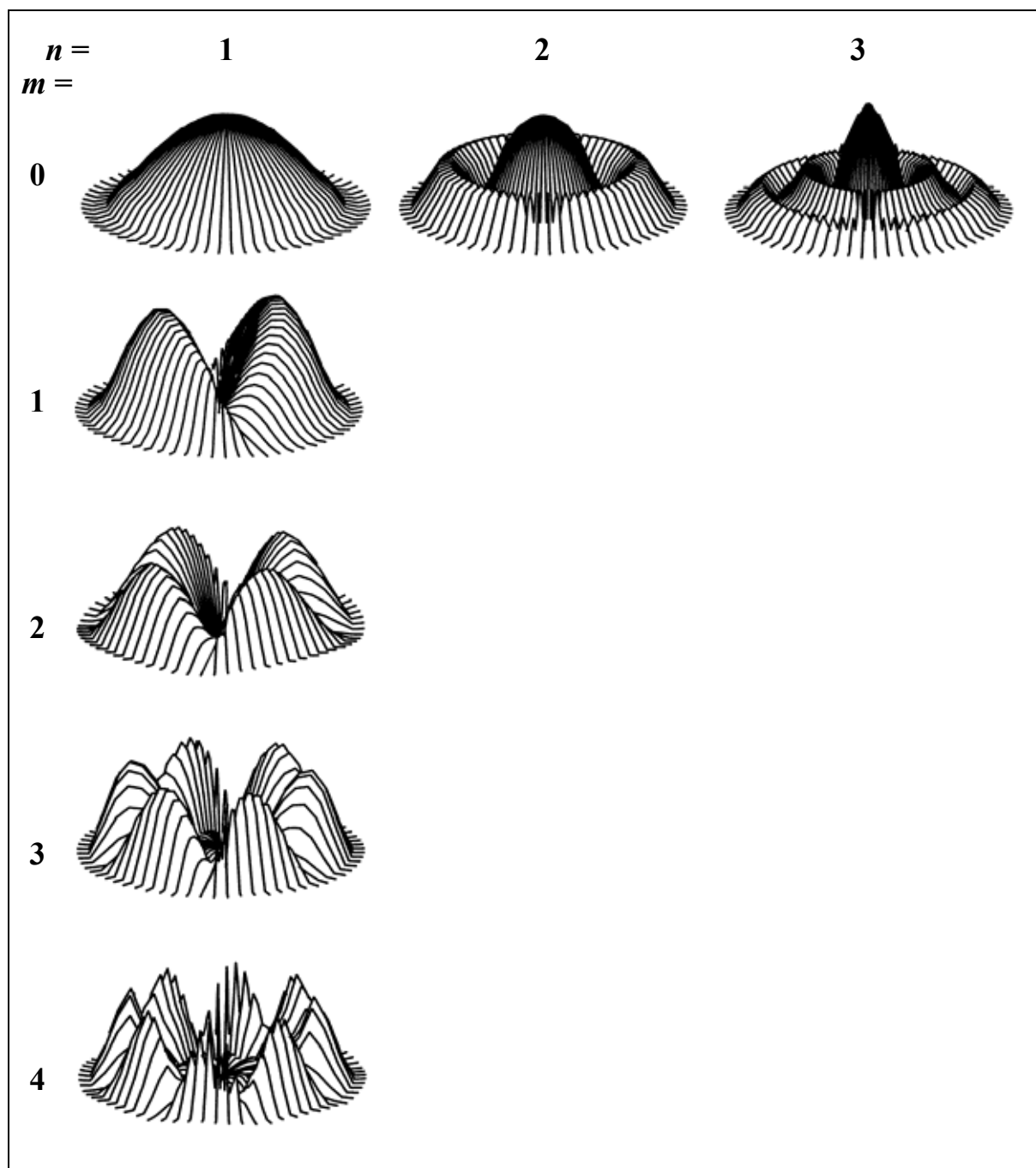


Abb. 22. Betrag der rekonstruierten Schwinggeschwindigkeit auf dem Fell der Pauke III.

4.3. Zusammenfassende Bemerkung

Prämisse bei Schwingungsmessungen muss sein, das Messobjekt durch den Messvorgang möglichst wenig zu verändern. Berührungslose Messverfahren sind bei einer leichten Struktur wie einem Paukenfell dem Aufbringen von Kontaktaufnehmern auf jeden Fall vorzuziehen. Eine naheliegende Möglichkeit besteht darin, im Schallfeld vorhandene Information über die Schwingung des Felles auszuwerten.

Im Abschnitt 4.1. ist eine Messung im Fernfeld beschrieben. Im reflexionsarmen Raum wurden Horizontal-Richtdiagramme erstellt, d.h. der Schallpegel als Funktion des Umfangswinkels in der Ebene des Felles bestimmt. Die Minima des Schallpegels liefern Information über die Anzahl und die Lage von Knotendurchmessern. Knotenkreise lassen sich auf diese

Weise allerdings nicht bestimmen. Dies gelingt aber mit der in Abschnitt 4.2. beschriebenen Schallquellenrekonstruktion aus Nahfeld-Messungen. Nachdem die Abhängigkeit vom Umfangswinkel bekannt ist, reicht eine Messung in radialer Richtung. Die „direktere“ Messgröße als der Schalldruck ist in diesem Zusammenhang die Schallschnelle. Diese wurde mit einem rückseitig offenen Kondensatormikrofon nahe dem Fell ermittelt und auf das Fell zurück projiziert. Damit liegen nun bereits erste experimentelle Schwingungsdaten vor, die über die etwas archaisch anmutende Generierung von Chladni'schen Klangfiguren hinausgehen.

5. IMPEDANZ UND ADMITTANZ AUF DEM FELL

Impedanzmessköpfe werden am Institut für Mechanik in vielfältiger Anwendung dazu genutzt, das Schwingungsverhalten von Strukturen an einzelnen Punkten zu untersuchen. In einem Gehäuse sind ein Kraftaufnehmer und ein Beschleunigungsaufnehmer vereint. Damit lassen sich Kraft und Bewegung am selben Punkt in derselben Richtung messen.

5.1. Messgrößen und Messung

5.1.1. Definitionen

Integriert man die Schwingbeschleunigung a über die Zeit, so erhält man die Schwinggeschwindigkeit v . Die nochmalige Integration liefert den Schwingweg w . Diese Größen, welche die Bewegung kennzeichnen, lassen sich im Spektralbereich auf unterschiedliche Weise mit der Kraft F verknüpfen. Folgende Quotienten komplexer Spektren sind denkbar:

w/F	Schwingweg/Kraft	dynamische Nachgiebigkeit; Wegmobilität (<i>Compliance; Receptance</i>)
v/F	Schwinggeschwindigkeit/Kraft	mechanische Admittanz; Mobilität (<i>Admittance; Mobility</i>)
a/F	Schwingbeschleunigung/Kraft	Akzeleranz; Inertanz; Beschleunigungsmobilität (<i>Accelerance; Inertance</i>)
F/w	Kraft/Schwingweg	dynamische Steifigkeit, Weg-Impedanz (<i>Dynamic Stiffness</i>)
F/v	Kraft/Schwinggeschwindigkeit	mechanische Impedanz (<i>Impedance</i>)
F/a	Kraft/Schwingbeschleunigung	dynamische Masse; Beschleunigungs-Impedanz (<i>Apparent Mass</i>)

Wenn eine dieser Größen auf eine Referenz bezogen und logarithmiert worden ist, wird dies durch die Endung „-maß“ charakterisiert.

5.1.2. Versuchsaufbau und -ablauf

Abb. 23 gibt die Situation bei der Messung wieder. Das Signal (Rosa oder Weißes Rauschen) stammte aus einem Rauschgenerator B&K 1405. Es gelangte über einen Leistungsverstärker B&K 2706 in einen elektrodynamischen Schwingerreger *Mini Shaker* B&K 4810. Auf dessen Spitze war ein Impedanzmesskopf B&K 8001 geschraubt. Mit Hilfe eines massiven Stativs war der Schwingerreger so positioniert, dass der Messkopf senkrecht so stark gegen das Fell drückte, dass er nicht abhob. Dies konnte mit dem Gehör leicht überprüft werden.

Die Signale des Kraftaufnehmers und des Beschleunigungsaufnehmers, die im Impedanzmesskopf enthalten sind, wurden in zwei Ladungsverstärker B&K 2626 und danach auf die beiden Eingänge eines *Portable Dual Channel FFT Analyzer* Ono Sokki CF-350 geführt. Bei einigen Experimenten wurde versucht, denjenigen Anteil der Masse des Impedanzmesskopfs, der das Messergebnis verfälschen konnte, mit Hilfe einer Massenkompensationseinheit B&K

5565 zu kompensieren. Die Übertragungsfunktionen, die aus den beiden mechanischen Signalen gebildet wurden, wurden mit einem Plotter hp 7470 A gezeichnet. Dabei ist die Frequenz stets linear aufgetragen. Auf der Ordinate sind unterschiedliche Größen in verschiedenen Darstellungen aufgetragen. Sie ist teils linear, teils im Pegelmaß geteilt, wobei dann der Abstand zwischen zwei Teilstrichen 10 dB entspricht.



Abb. 23. Pauke mit Versuchsaufbau zur Messung der Impedanz/Admittanz.



Abb. 24. Paukenfell mit aufgezeichnetem Raster für die Messung der Impedanz/Admittanz.

Abb. 24 zeigt, dass auf das Fell ein Raster aufgezeichnet war, um Messungen reproduzierbar an unterschiedlichen Orten durchführen zu können. Das Fell der untersuchten Pauke II hat

einen Radius von 36 cm. Es wurde im Zentrum ($r = 0$ cm) sowie nahe der Mitte ($r = 9$ cm bzw. $r = 16$ cm) gemessen. Keine dieser Stellen eignet sich für den Anschlag im normalen Spielbetrieb. Jedoch können die Messungen Aufschluss über Teilschwingungen geben, die musikalisch zwar nicht genutzt werden, aus der Sicht der Mechanik jedoch gleichwohl von Interesse sind. Angeschlagen wird eine Pauke immer etwa eine Handbreit vom Rand entfernt, was $r = 24$ cm oder $r = 26$ cm entspricht. Diese Position wird als „Normalstelle“ bezeichnet.

5.2. Beschleunigungs-Impedanz

5.2.1. Messung

Bei dieser Messung wurde der Ausgang des Kraftaufnehmers auf Kanal B des FFT-Analysators, der des Beschleunigungsaufnehmers auf Kanal A geführt. Damit wurde als Beschleunigungs-Impedanz F/a der komplexe Quotient von Kraft und Schwingbeschleunigung berechnet. Der Betrag dieser Größe wurde auf eine Referenz bezogen und logarithmiert, was durch die Bezeichnung „Impedanzmaß“ charakterisiert ist. Das Beschleunigungs-Impedanzmaß ist in einem Bereich von 60 dB dargestellt, was einem Verhältnis von 1000:1 gleichkommt.

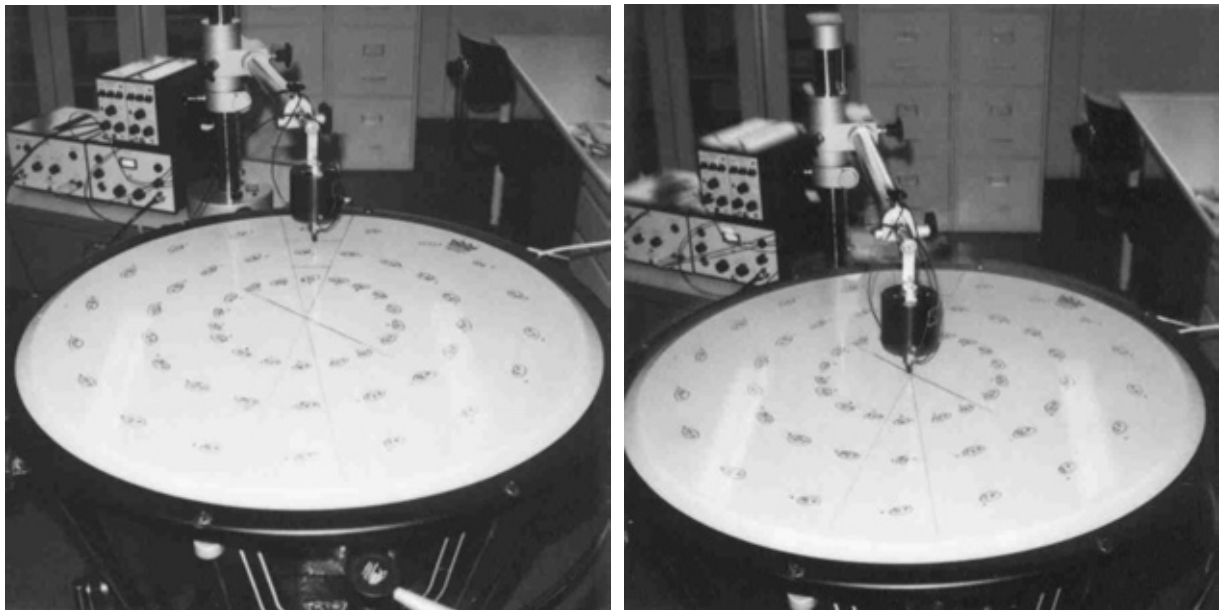


Abb. 25. Pauke mit Versuchsaufbau zur Messung der Impedanz/Admittanz an der Normalstelle (linkes Bild; $R = 26$ cm) und im Zentrum (rechtes Bild; $r = 0$ cm).

Die Situation bei der Messung ist aus Abb. 25 ersichtlich. Das linke Foto bezieht sich auf die Messung der Beschleunigungs-Impedanz an der Normalstelle, das rechte auf die Messung im Zentrum des Felles. Um den Übergang zu untersuchen, wurde auch noch an einer dazwischen liegenden Stelle gemessen.

5.2.2. Versuchsergebnisse

Ergebnisse sind den Abb. 26 bis 28 zu entnehmen. Für jeweils drei Messstellen ist der Betrag der Beschleunigungs-Impedanz im Pegelmaß über der Frequenz dargestellt. Die Abszisse ist

linear von 0 Hz bis 200 Hz geteilt. Jede dieser Zusammenstellungen bezieht sich auf eine andere Spannung des Felles. Die Pauke war so gestimmt, dass der Hauptton bei den musikalischen Noten D (äquivalent D2), A (äquivalent A2) und d (äquivalent D3) lag.

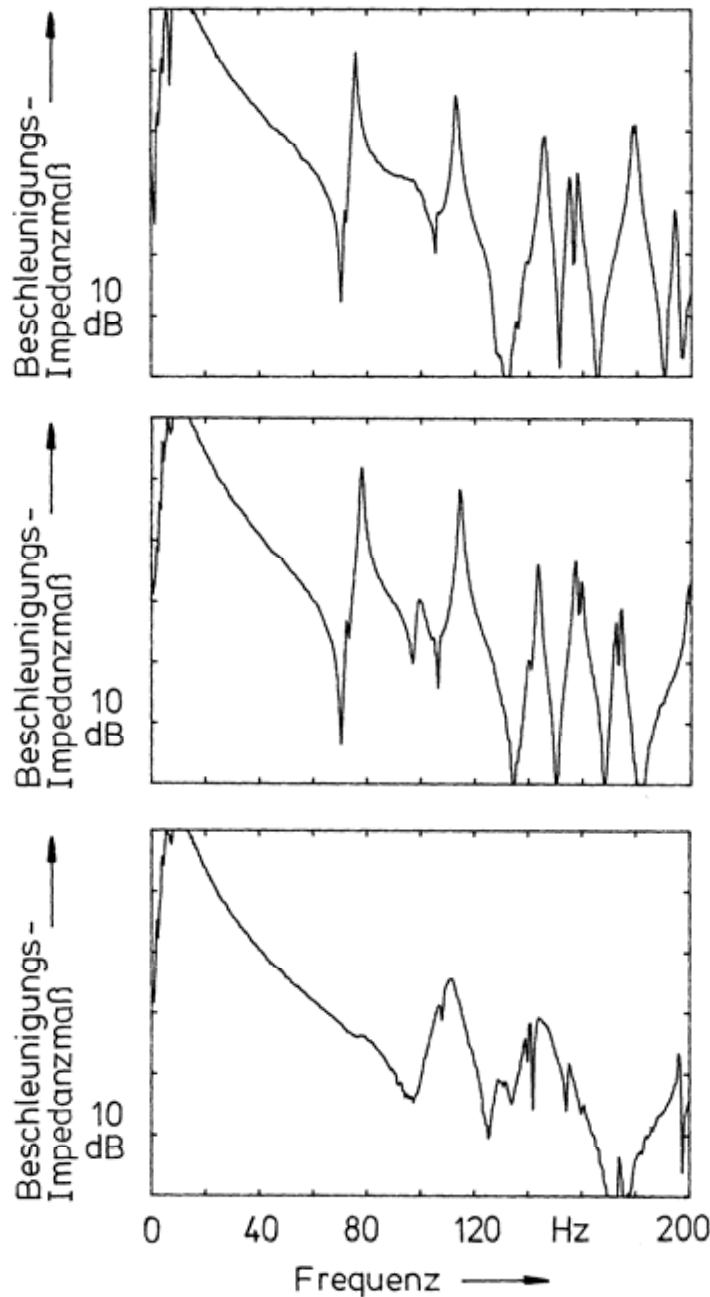


Abb. 26. Beschleunigungs-Impedanzmaß auf dem Fell der Pauke Nr. II in Stimmung D als Funktion der Frequenz, gemessen oben: an der Normalstelle bei $r = 26$ cm; Mitte: bei $r = 16$ cm; unten: im Zentrum.

Die drei Diagramme von Abb. 26 unterscheiden sich deutlich. Offensichtlich reagiert das Fell an jedem der drei Messpunkte anders auf die Anregung. Von besonderem Interesse sind die Minima der Messkurven. Diese deuten auf Schwingungen hin, die am betreffenden Punkt besonders leicht hervorzurufen sind.

In Abb. 26 ist das erste Minimum an der Normalstelle (oberes Diagramm) sowie bei $r = 16$ cm (mittleres Diagramm) für etwas mehr als 70 Hz zu beobachten. Im Zentrum (unteres Dia-

gramm) ist es nicht nachzuweisen. Dies bedeutet, dass die erste Schwingung nur exzentrisch, nicht jedoch in der Mitte angeregt werden kann. Genau dies trifft auf die 11-Mode mit einem Knotendurchmesser zu, die den Hauptton hervorruft. Das erste Minimum, das im Zentrum auftritt, deutet dagegen auf die rotationssymmetrische 01-Mode hin. An der Normalstelle findet es sich nicht, tritt aber am zentralen Messpunkt in voller Deutlichkeit zu Tage. Dass sich dieses Minimum nicht scharf und tief, sondern relativ breitbandig und flach ausbildet, lässt auf große Dämpfung schließen. Sollte diese Schwingung einmal angeregt werden, wird sie ziemlich rasch abklingen.

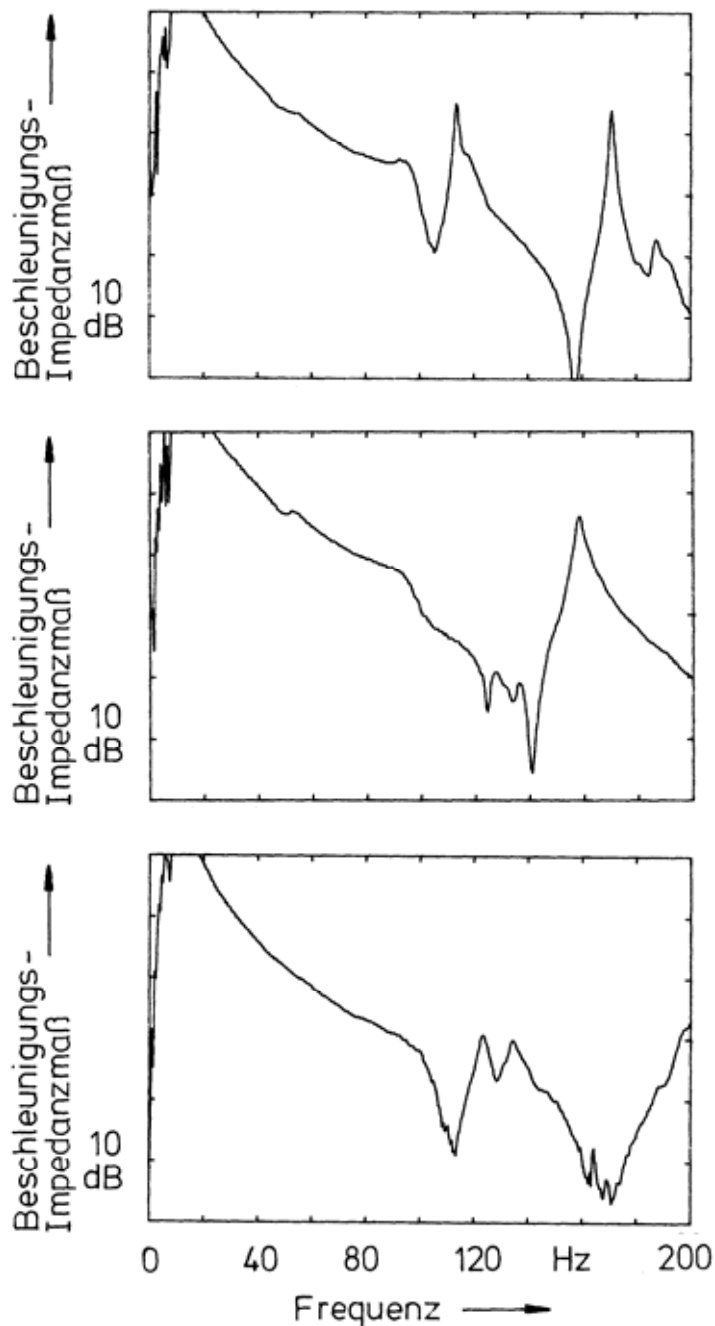


Abb. 27. Beschleunigungs-Impedanzmaß auf dem Fell der Pauke Nr. II in Stimmung A als Funktion der Frequenz, gemessen oben: an der Normalstelle bei $r = 26$ cm; Mitte: bei $r = 16$ cm; unten: im Zentrum.

Abb. 27 bezieht sich auf die Stimmung A. Da es sich um eine A-Pauke handelt, ist dies die „normale“ bzw. „nominale“ Stimmung dieses Instruments. Der Hauptton ist hierbei auf die Frequenz 110 Hz gelegt. Bei dieser Frequenz weist die oberste Messkurve ihr erstes Mini-

mum auf. Erwartungsgemäß lässt sich die 11-Mode, die den Hauptton generiert, an der üblichen Anschlagstelle gut anregen. Im unteren Diagramm von Abb. 27 tritt ein Minimum bei nahezu derselben Frequenz auf. Im Zentrum können jedoch nur Schwingungen mit rotations-symmetrischen Mustern angeregt werden. Demzufolge muss das erste Minimum im unteren Diagramm zur 01-Schwingung gehören. Dies belegt, dass bei der Stimmung A die erwünschte 11-Schwingung und die unerwünschte 01-Schwingung so nahe beieinander liegen, dass sie auf Grund der Frequenz praktisch nicht zu unterscheiden sind. Erst entsprechend gewählte Anregungsorte machen die Unterscheidung möglich.

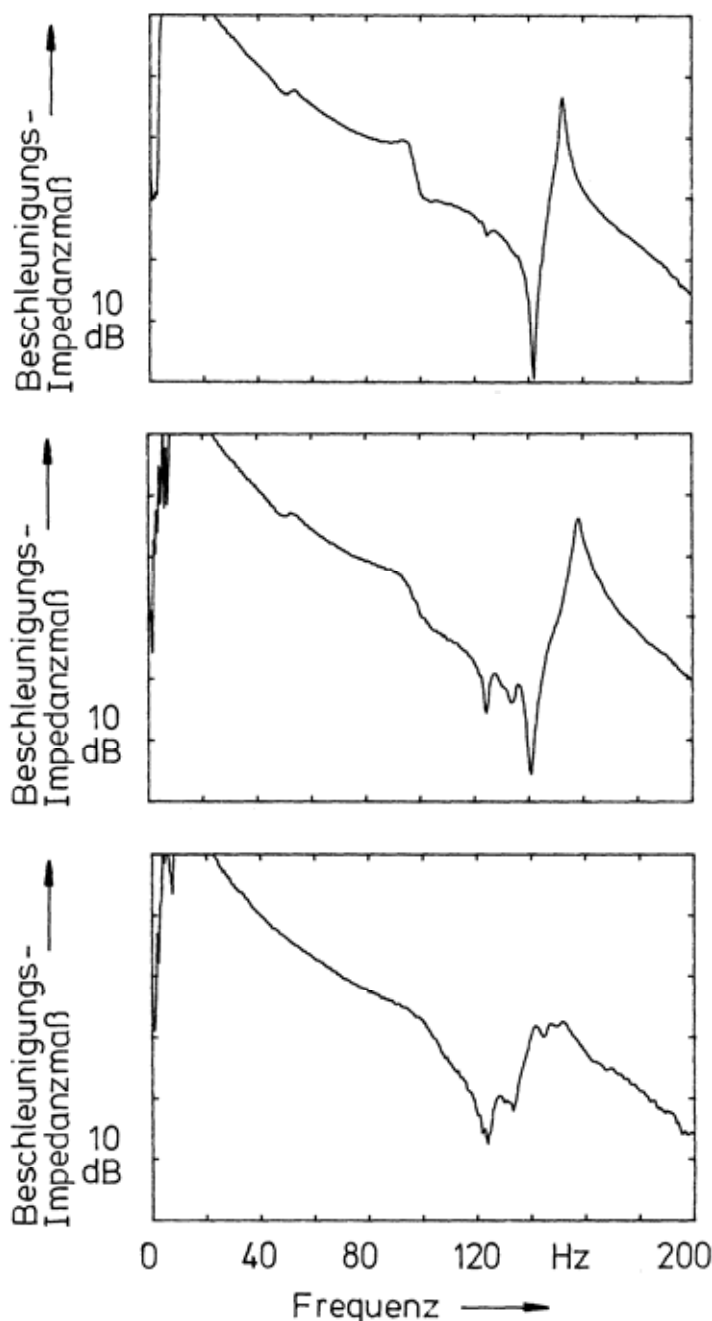


Abb. 28. Beschleunigungs-Impedanzmaß auf dem Fell der Pauke Nr. II in Stimmung *d* als Funktion der Frequenz, gemessen oben: an der Normalstelle bei $r = 26$ cm; Mitte: bei $r = 16$ cm; unten: im Zentrum.

In jedem Diagramm von Abb. 28 liegt innerhalb des betrachteten Frequenzbereichs nur noch ein Hauptminimum. Bei Anregung an der Normalstelle hat die Beschleunigungs-Impedanz

bei etwas mehr als 140 Hz ein ausgeprägtes, scharfes Minimum. Darin spiegelt sich die 11-Mode wider. Da diese antimetrisch ist und im Zentrum einen Knoten aufweist, kann sie dort nicht hervorgerufen werden. Folgerichtig tritt sie im unteren Diagramm nicht in Erscheinung. Jedoch prägt sich dort ein deutliches Minimum bei etwa 120 Hz aus, das auf die 01-Mode schließen lässt.

Die Auswertung der Minima der Beschleunigungs-Impedanz gibt Aufschluss darüber, welche Mode an welcher Stelle angeregt werden kann. Mit Blick auf die tieffrequenten Moden macht der Vergleich der einzelnen Diagramme in den Abb. 26 bis 28 einige Zusammenhänge deutlich. Offensichtlich ist die Abfolge 01-Mode und 11-Mode davon abhängig, wie das Fell gestimmt ist. In der tiefen Lage (Stimmung D; Abb. 26) hat die 01-Mode eine höhere Frequenz als die 11-Mode. Dies widerspricht der Erwartung, wie sie sich beispielweise aus der theoretischen Betrachtung der idealen Membran gemäß Abb. 7 speist. In der mittleren Lage (Stimmung A; Abb. 27) sind die Frequenzen etwa gleich. Erst zu den hohen Lagen hin (Stimmung d; Abb. 28) wird die Frequenz der 01-Mode kleiner als diejenige der 11-Mode.

5.3. Akzeleranz

5.3.1. Messung

In manchen Fällen erscheint es leichter, ein Maximum als ein Minimum zu suchen. Im vorliegenden Abschnitt wird deshalb der Kehrwert der vorher betrachteten Größe untersucht. Er kennzeichnet die „Schwingfreudigkeit“ des Felles an der betreffenden Stelle. Der Ausgang des Beschleunigungsaufnehmers wurde auf Kanal B des FFT-Analysators, der des Kraftaufnehmers auf den Kanal A geführt. Daraus wurde als $\underline{a}/\underline{F}$ der komplexe Quotient aus Schwingbeschleunigung durch Kraft gebildet, der als Akzeleranz bezeichnet wird. Deren Betrag wurde auf eine Referenz bezogen und logarithmiert. Er erhält die Bezeichnung „Akzeleranzmaß“ und ist in einem Bereich von 60 dB dargestellt.

5.3.2. Akzeleranzmaß (Bandbreite 200 Hz)

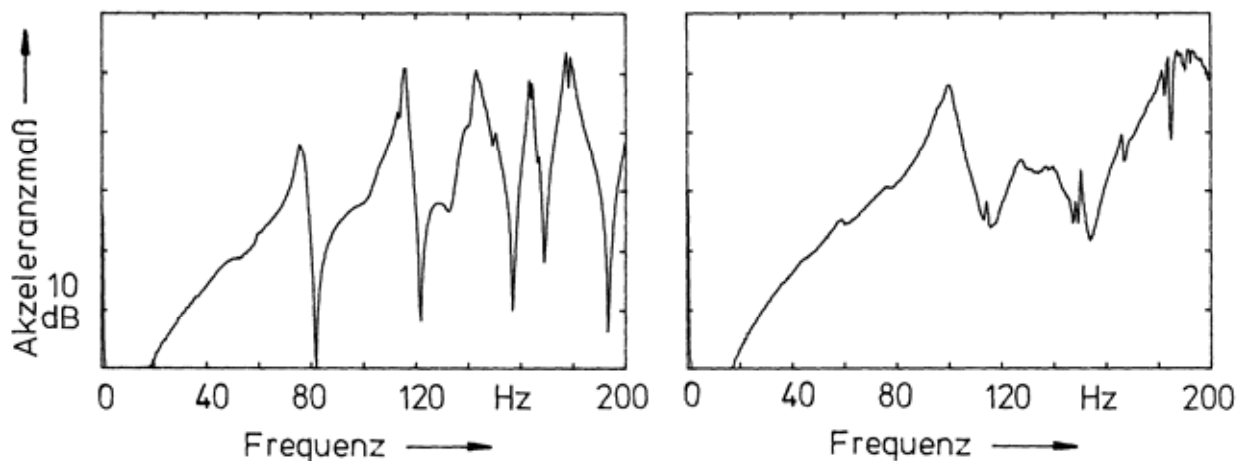


Abb. 29. Akzeleranzmaß auf dem Fell der Pauke Nr. II in Stimmung D als Funktion der Frequenz, gemessen links: an der Normalstelle bei $r = 26$ cm; rechts: im Zentrum.

In dieser Darstellung spiegeln sich Schwingungsmoden, die sich an der betreffenden Stelle besonders leicht anregen lassen, als Maxima wider. Das erste Maximum ist an der Normal-

stelle (linkes Diagramm) für etwas mehr als 70 Hz zu beobachten. Bei Anregung im Zentrum (rechtes Diagramm) ist es nicht nachzuweisen. Dies belegt, dass die erste Schwingung nur außerhalb der Mitte hervorgerufen werden kann. Es ist dies die 11-Mode mit einem Knotendurchmesser, die den Hauptton generiert. Dagegen gehört bei Anregung im Zentrum das erste Maximum, das bei etwa 90 Hz auftritt, zur rotationssymmetrischen 01-Mode. Es prägt sich am zentralen Messpunkt sehr deutlich aus.

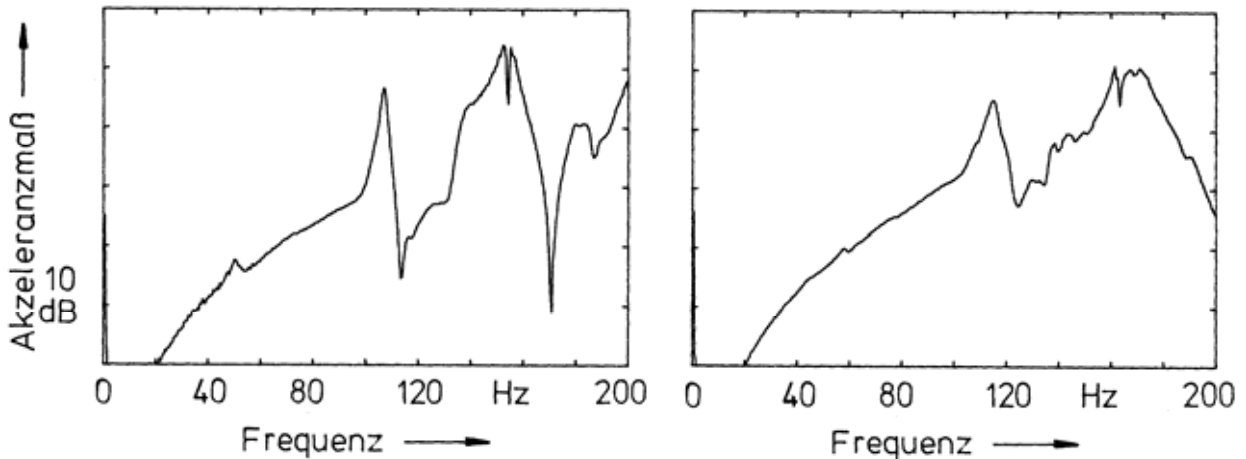


Abb. 30. Akzeleranzmaß auf dem Fell der Pauke Nr. II in Stimmung A als Funktion der Frequenz, gemessen links: an der Normalstelle bei $r = 26$ cm; rechts: im Zentrum.

Abb. 30 gilt für die Stimmung A, bei der die Frequenz des Haupttons auf etwa 110 Hz gelegt worden ist. In der Nähe dieser Frequenz weist die linke Messkurve ihr erstes Maximum auf. Demnach lässt sich die 11-Mode, die den Hauptton erzeugt, an der Normalstelle gut anregen. Im rechten Diagramm von Abb. 30 tritt ein Maximum bei nahezu der gleichen Frequenz auf. Da im Zentrum bekanntlich nur Schwingungen mit rotationssymmetrischen Mustern angeregt werden können, muss dieses Minimum zur 01-Schwingung gehören. Darauf deutet auch die breitere Form dieses Maximums hin, die auf größere Dämpfung schließen lässt. Auch hier zeigt sich, dass bei der Stimmung A die klangbildende 11-Schwingung und die unerwünschte 01-Schwingung hinsichtlich ihrer Frequenzen sehr nahe beieinander liegen.

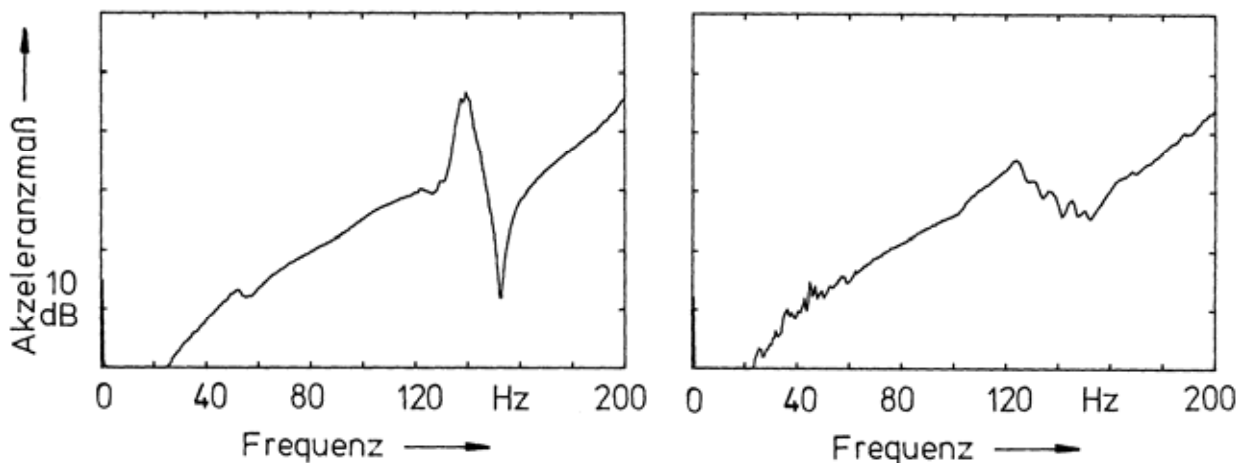


Abb. 31. Akzeleranzmaß auf dem Fell der Pauke Nr. II in Stimmung d als Funktion der Frequenz, gemessen links: an der Normalstelle bei $r = 26$ cm; rechts: im Zentrum.

Abb. 31 bezieht sich auf die hohe Stimmung d. In den betrachteten Frequenzbereich fällt jeweils nur noch ein Hauptminimum. Bei Anregung an der Normalstelle (linkes Diagramm) hat die Akzeleranz bei etwas mehr als 140 Hz ein scharfes Minimum. Darin bildet sich die 11-Mode ab. Diese ist antimetrisch und kann daher im Zentrum nicht angeregt werden, weswegen sie im rechten Diagramm nicht in Erscheinung tritt. Dort bildet sich dagegen ein Maximum bei etwa 120 Hz aus. Bei dieser Frequenz prägt sich die rotationssymmetrische 01-Mode aus.

5.3.3. Akzeleranzmaß (Bandbreite 500 Hz)

Die Messung der Akzeleranz an unterschiedlichen Punkten des Fells hat sich als geeignet erwiesen, Moden und Frequenzen in Verbindung zu bringen. Voraussetzung dafür ist die Kenntnis der Schwingungsmuster hinsichtlich der Knotenlinien, wie den Kapiteln 2 bis 4 entnommen werden können. Insbesondere die Einteilung in antimetrische Muster, die im Zentrum nicht angeregt werden können, und rotationssymmetrische, bei denen die Anregung im Zentrum besonders gut gelingt, ist hierfür von grundlegender Bedeutung.

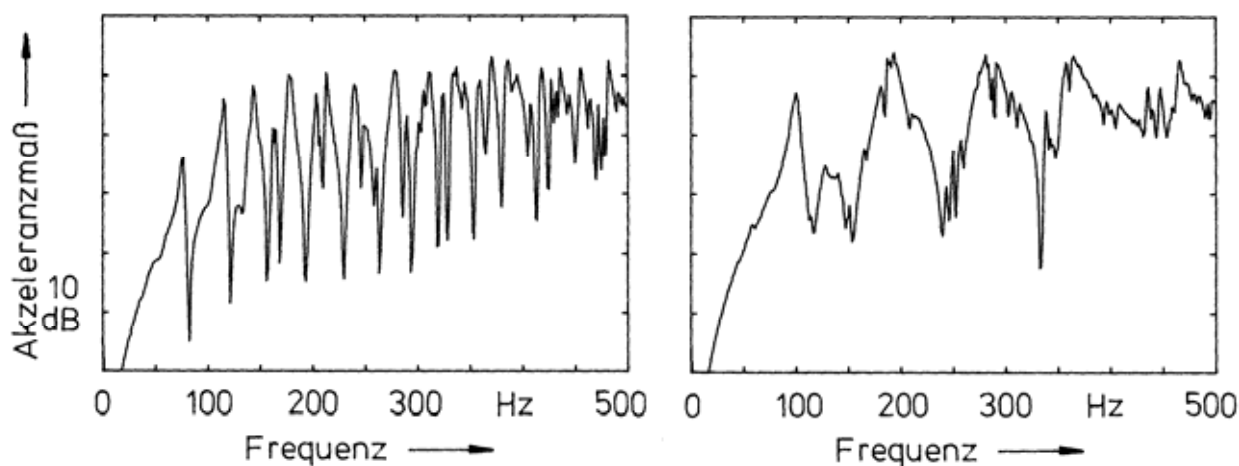


Abb. 32. Akzeleranzmaß auf dem Fell der Pauke Nr. II in Stimmung D als Funktion der Frequenz, gemessen links: an der Normalstelle bei $r = 26$ cm; rechts: im Zentrum.

In den Abb. 32 bis 34 sind Ergebnisse von Messungen mit einer Bandbreite dargestellt, die auf 500 Hz erweitert worden ist. Die Anzahl der Frequenzlinien wurde beibehalten. Dadurch ist zwar die Frequenzauflösung verringert, jedoch bilden sich jetzt zahlreiche weitere Moden ab. Die Gegenüberstellung für die tiefe Stimmung D in Abb. 32 zeigt zahlreiche Spitzen. Das linke Diagramm lässt darauf schließen, dass der Anschlag an der Normalstelle im Bereich bis 500 Hz eine sehr große Zahl Moden hervorrufen wird. Dem rechten Diagramm zufolge ist dagegen zu erwarten, dass der Schlegel in der Mitte nur etwa vier bis fünf Moden anregen wird. Deren Frequenzverhältnisse sind nicht harmonisch; die zugehörigen Teilschwingungen werden rasch abklingen.

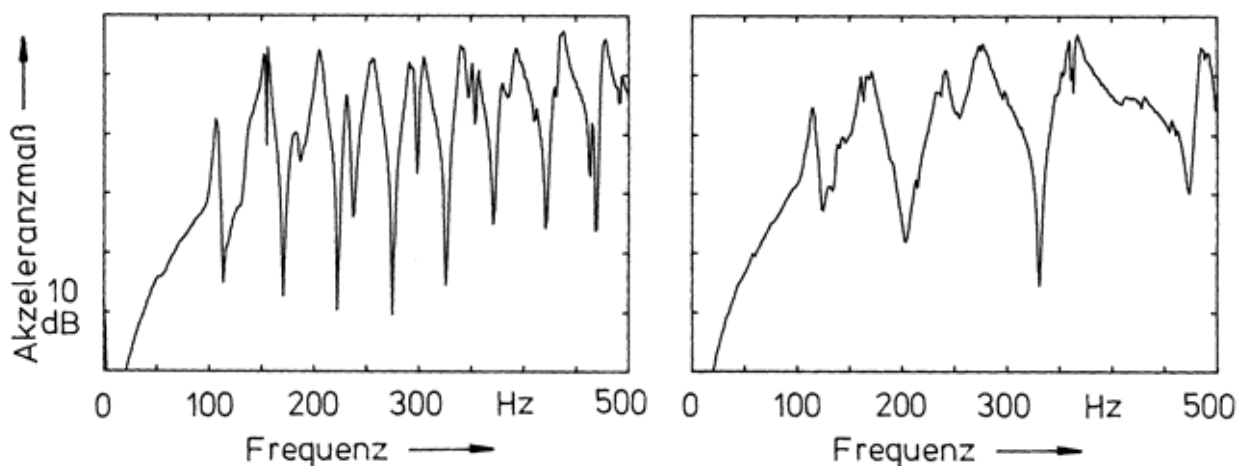


Abb. 33. Akzeleranzmaß auf dem Fell der Pauke Nr. II in Stimmung A als Funktion der Frequenz, gemessen links: an der Normalstelle bei $r = 26$ cm; rechts: im Zentrum.

Diese Beobachtung lässt sich auch auf Abb. 33 und die Stimmung A übertragen. An der Normalstelle (linkes Diagramm) treten etwa neun Maxima auf, d.h. im Bereich bis 500 Hz werden ebenso viele Moden angeregt werden. Bei mittigem Anschlag (rechtes Diagramm) sind es dagegen nur etwa halb so viele.

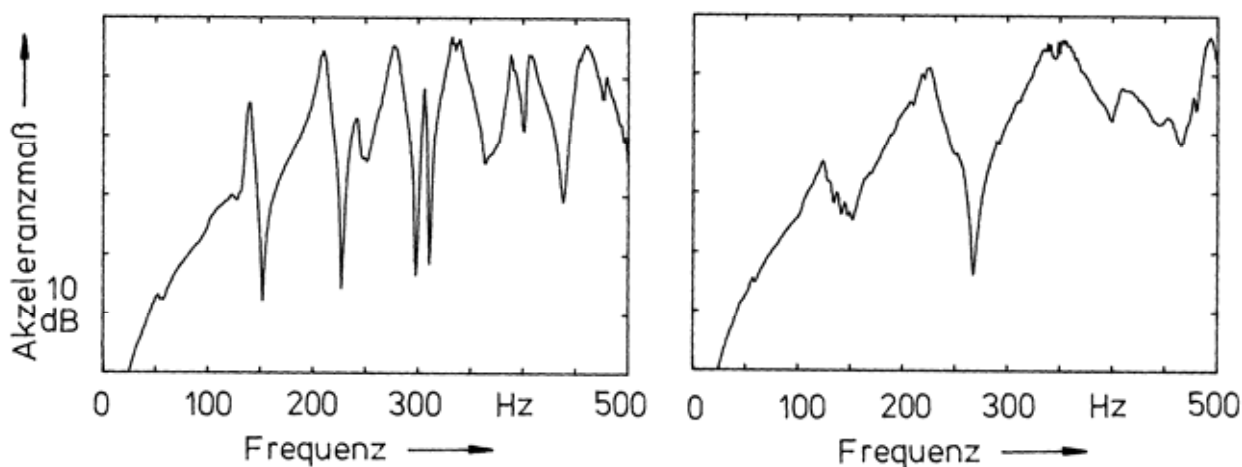


Abb. 34. Akzeleranzmaß auf dem Fell der Pauke Nr. II in Stimmung d als Funktion der Frequenz, gemessen links: an der Normalstelle bei $r = 26$ cm; rechts: im Zentrum.

Abb. 34 zeigt auch für die hohe Stimmung d deutliche Unterschiede zwischen den beiden Messungen. An der Normalstelle weist die Akzeleranz deutlich mehr Maxima auf als im Zentrum. Die Maxima SIND zudem schärfer ausgeprägt, was auf geringere Dämpfung und längeres Nachschwingen schließen lässt. Übertragen auf die Spielpraxis bedeutet dies, dass beim Schlag auf die Mitte ein völlig andersartiges Spektrum zu erwarten ist, als wenn an der Normalstelle angeschlagen wird.

5.4. Mechanische Admittanz

5.4.1. Messung

Es hat sich als naheliegender erwiesen, nach Maxima zu suchen als nach Minima. Im vorliegenden Abschnitt wird nun als weitere Messgröße die Admittanz bzw. Mobilität verwendet. In einer neuen Versuchsreihe wurde nach wie vor mit dem Impedanzmesskopf gemessen. Der Ausgang des Beschleunigungsaufnehmers wurde auf Kanal B des Analysators geführt. Mittels der Schnellen Fourier-Transformation (FFT) wurde das Spektrum gebildet und mit $i\omega$ multipliziert. Dies entspricht einer Integration über die Zeit und machte aus der Schwingbeschleunigung die Schwinggeschwindigkeit \underline{v} . Der Ausgang des Kraftaufnehmers wurde auf Kanal A geführt. Aus Schwinggeschwindigkeit und Kraft wurde der komplexe Quotient $\underline{v}/\underline{F}$ gebildet, der gemäß Abschnitt 5.1.1 die Bezeichnung Admittanz trägt.

Dessen Betrag ist auf eine Referenz bezogen und im linearen Maßstab normiert dargestellt. Die Messbandbreite beträgt durchgängig 500 Hz. Die Frequenzen, die nach den bisherigen Erkenntnissen der 01- bzw. 11-Schwingung zuzuordnen sind, wurden mittels *Search Point* gemessen. Die Messwerte sind in die Diagramme eingefügt. Eventuell auftretendes *Clipping* bei höheren Moden wurde in Kauf genommen.

5.4.2. Normierte Admittanz

Abb. 35 zeigt, wie schwingfreudig das tief gestimmte Fell bei welchen Frequenzen an der Normalstelle (oberes Diagramm), nahe dem Zentrum (mittleres Diagramm) und ganz zentral (unteres Diagramm) ist. An der Normalstelle hat die tiefste Teilschwingung (11-Mode) erwartungsgemäß die Frequenz 74 Hz, was der musikalischen Note D entspricht. Je näher man dem Zentrum kommt, desto kleiner wird das zugehörige Maximum, und desto größer wird ein Maximum bei 98 Hz. Diese Frequenz gehört zur 01-Mode. Diese Mode hat im Zentrum einen Schwingungsbauch und wird deshalb dort besonders stark angeregt. Die 11-Mode weist einen Knotendurchmesser auf, der durch das Zentrum führt, und kann deshalb dort überhaupt nicht angeregt werden. Es bestätigt sich, was bereits die anderen Messungen dieses Kapitels ergeben haben: Ist die Pauke tief gestimmt, ist die Frequenz der 01-Mode höher als die der 11-Mode.

Auf die nominale Stimmung dieser Pauke bezieht sich Abb. 36. Wenn an der üblichen Anschlagstelle gemessen wird, spiegelt sich als tiefste Teilschwingung die 11-Mode bei 110 Hz (entsprechend dem Hauptton A) wider. Wird im Zentrum des Felles gemessen, so zeigt sich ein Maximum bei 112 Hz. Diese Abweichung in der Frequenz ist keine Messunsicherheit, sondern kennzeichnet nach bisheriger Erfahrung die 01-Schwingung. Demnach treten bei dieser mittleren Stimmung der Pauke die (erwünschte) 11-Mode und die (unerwünscht) 01-Mode bei nahezu der gleichen Frequenz auf.

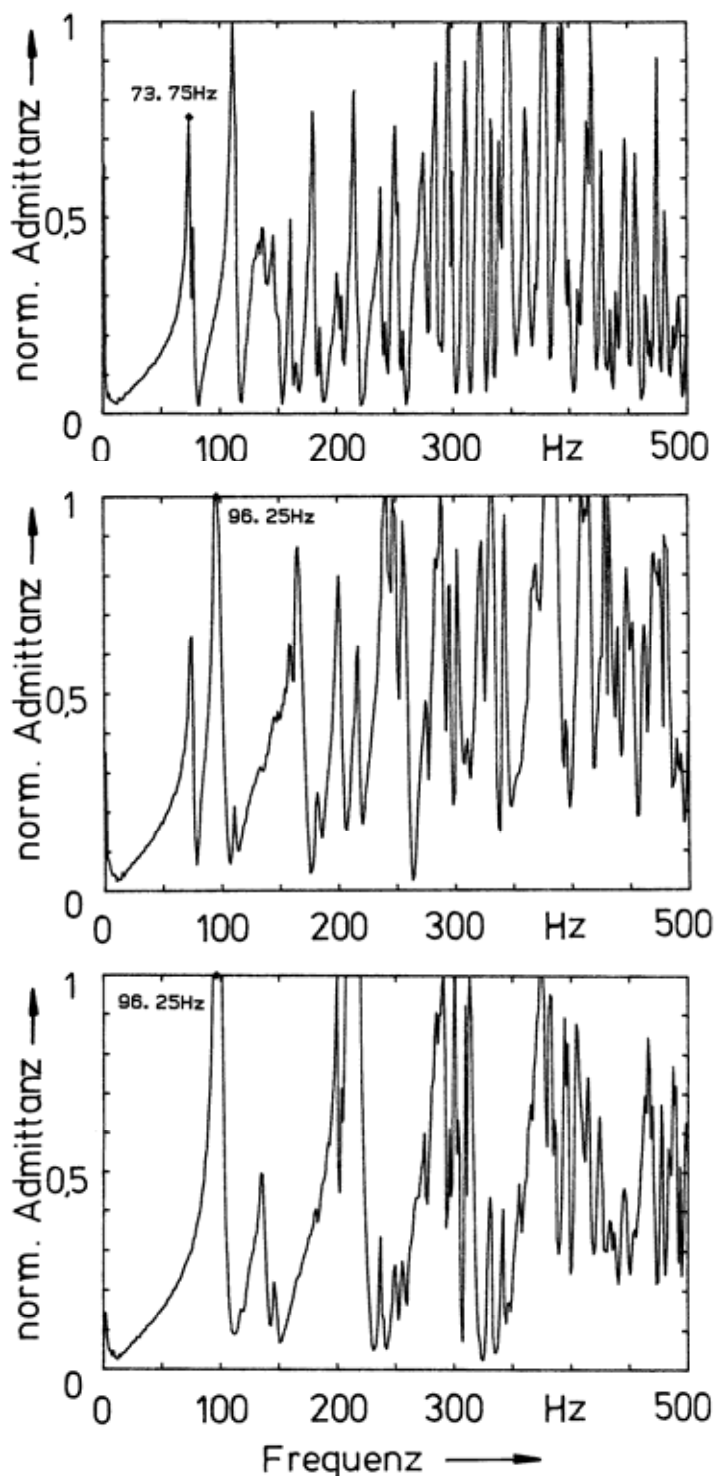


Abb. 35. Normierte Admittanz auf dem Fell der Pauke Nr. II in Stimmung D als Funktion der Frequenz, gemessen oben: an der Normalstelle bei $r = 24$ cm; Mitte: bei $r = 9$ cm; unten: im Zentrum.

Für eine weitere Messung, deren Ergebnisse in Abb. 37 zusammen gestellt sind, war die Pauke auf den hohen Ton d gestimmt. Wie das obere Diagramm zeigt, ist an der Normalstelle ein lokales Maximum bei der Frequenz 146 Hz nachzuweisen. Dieses charakterisiert die 11-Schwingung, die den Hauptton hervorruft. Bei einer tieferen Frequenz und mit fast gleicher Höhe ist ein weiteres lokales Maximum zu erkennen. Insbesondere das untere Diagramm, das für Anregung in der Mitte des Felles steht, macht deutlich, dass es sich dabei um die 01-Schwingung handelt. Deren Frequenz beträgt 124 Hz und liegt damit tiefer als diejenige der

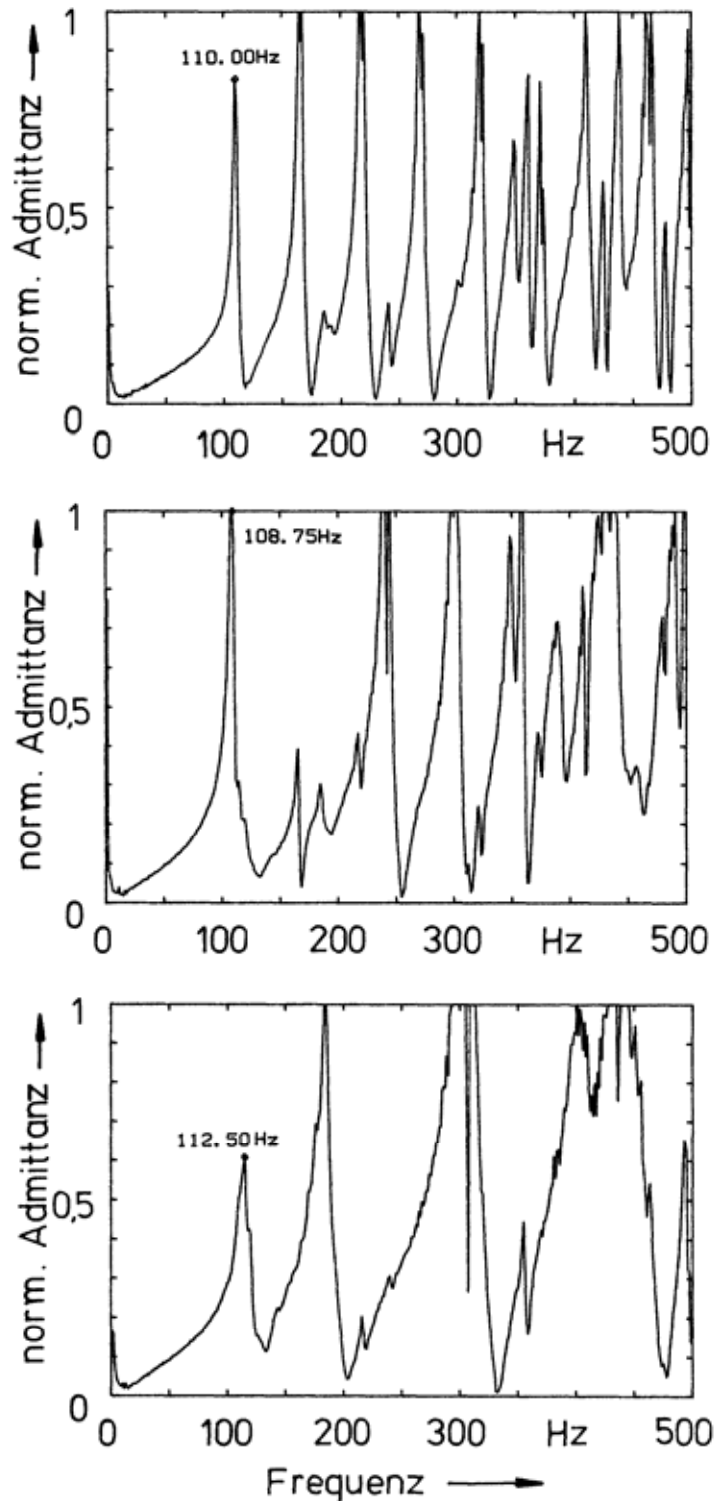


Abb. 36. Normierte Admittanz auf dem Fell der Pauke Nr. II in Stimmung A als Funktion der Frequenz, gemessen oben: an der Normalstelle bei $r = 24$ cm; Mitte: bei $r = 9$ cm; unten: im Zentrum.

11-Schwingung. Wird die Pauke sehr hoch gestimmt, ist zu erwarten, dass mit der tiefsten Frequenz nicht die tonhöhenbestimmende 11-Schwingung, sondern die unerwünschte 01-Schwingung auftritt. Für beide Moden erweist sich das Fell an der Normalstelle als nicht sehr schwingfreudig. Höhere Moden, die nach bisheriger Kenntnis vom antimetrischen $m1$ -Typ sind, lassen sich dort deutlich leichter anregen.

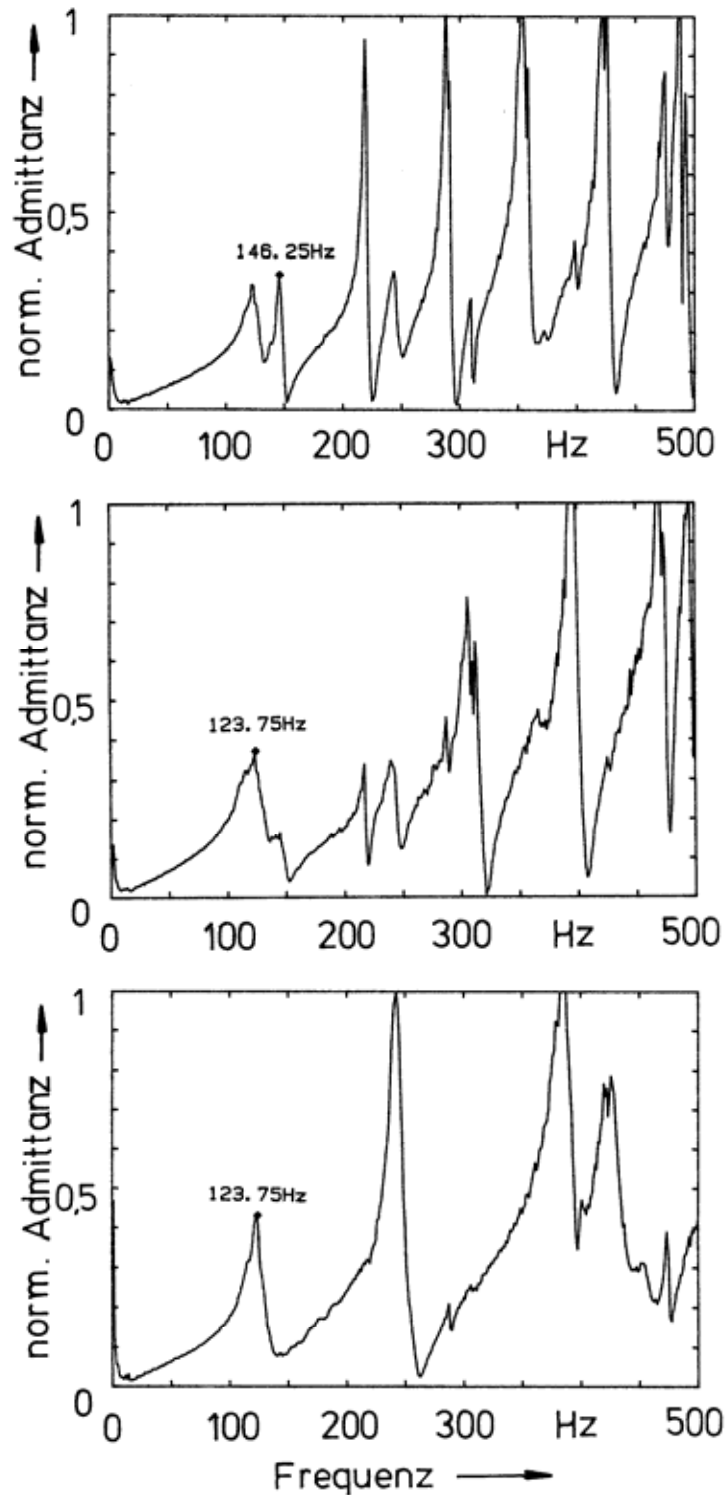


Abb. 37. Normierte Admittanz auf dem Fell der Pauke Nr. II in Stimmung *d* als Funktion der Frequenz, gemessen oben: an der Normalstelle bei $r = 24$ cm; Mitte: bei $r = 9$ cm; unten: im Zentrum.

Die gemessenen Kurven lassen sich als eine Überlagerung von Resonanzkurven einfacher Schwinger, bestehend aus Feder, Masse und Dämpfer, deuten. Dabei ist die Schwinggeschwindigkeit $|v(f)|$ für $|F| = \text{const}$ aufgetragen. Die Admittanz zu messen, wie es im vorliegenden Abschnitt dargestellt ist, bringt gegenüber der Impedanz und der Akzeleranz keine wesentlichen neuen Erkenntnisse. Jedoch stellt die Admittanz eine Größe dar, aus der sich mit

Kenntnis der Kraft direkt die Leistung berechnen lässt, die an der betreffenden Stelle in das Fell eingebracht werden kann. Zudem bietet sie den Sachverhalt in einer Weise dar, die der Intuition besser gerecht wird: Je größer die Admittanz ist, desto leichter lässt sich die zugehörige Mode an der betreffenden Stelle anregen.

Da für den Spielbetrieb einzig und allein die Normalstelle für den Anschlag in Frage kommt, sind in Abb. 38 abschließend noch einmal drei Ergebnisse einer weiteren Messung zusammengestellt. Sie sind so normiert, dass auch bei den höheren Maxima keine Spitzen abgeschnitten sind. Messort war in allen Fällen die üblichen Anschlagstelle, hier also 12 cm vom Rand entfernt.

Der Vergleich der Diagramme in Abb. 38 bringt in konzentrierter Form einige Einblicke. Zunächst einmal bewirkt das Erhöhen der Fellspannung ganz allgemein, dass die Diagramme umso mehr in Richtung der Frequenzachse gedehnt sind, je straffer das Fell gespannt ist. Dies ist jedoch nicht der einzige Unterschied zwischen den Diagrammen. Man erkennt auch, dass sich nicht nur die Lage der Maxima, sondern auch die Form der einzelnen Resonanzkurven ändert. Dass dabei die Spannkraft des Felles zwar wesentlich, aber nicht allein die Frequenzen bestimmt, zeigt sich an der Frequenz der 01-Mode. Die 01-Mode spiegelt sich in den oberen beiden Diagrammen überhaupt nicht wider, da sie entweder oberhalb der 11-Mode liegt oder mit dieser verschmilzt. Im unteren Diagramm bildet sie jedoch ein klar erkennbares Maximum aus. Ist die Pauke hoch gestimmt, so kann die 01-Schwingung offensichtlich einen unharmonischen Teilton tiefer Frequenz hervorrufen.

5.5. Zusammenfassende Bemerkung

Die unterschiedlichen Messgrößen, die in diesem Kapitel verwendet worden sind, verknüpfen am selben Punkt die Kraft mit der Bewegung, beide senkrecht zum Fell gemessen. Nach Meinung des Autors lässt sich die Admittanz (Abschnitt 6.3) am anschaulichsten interpretieren. Sie stellt eine Überlagerung einfacher Resonanzkurven dar, bei denen der Betrag der sinusförmigen Schwinggeschwindigkeit als Funktion der Frequenz aufgetragen ist. Dabei ist der Betrag der sinusförmigen Kraft konstant gehalten. Zwar wurde die Admittanz für stationäre Anregung gemessen, jedoch lassen sich die Erkenntnisse auch auf impulsartige Erregung durch Anschlag mit dem Schlegel an derselben Stelle übertragen. Der Kraftimpuls, den der Schlegel in das Fell einbringt, ist nach Fourier zu zerlegen. Das Kraftspektrum wird nach Maßgabe der Admittanz „gefiltert“ und ruft ein Geschwindigkeitsspektrum hervor. Daraus lässt sich beispielsweise die mechanische Scheinleistung berechnen, die der Schlegel insgesamt in das Fell einbringt.

Die Messungen zeigen als wesentliches Ergebnis, dass das Erhöhen der Fellspannung sich in den Messdiagrammen generell als eine Dehnung in Richtung der Frequenzachse auswirkt. Je straffer das Fell gespannt ist, desto höher sind die Frequenzen der meisten Teilschwingungen. Diese Erscheinung war nach Gl. (8) zu erwarten, ist jedoch nicht der einzige Effekt. Dass die Spannkraft des Felles nicht allein die Intervalle der Teilschwingungen bestimmt, zeigt sich an der 01-Mode. Deren Frequenz „tanzt aus der Reihe“. Sie fügt sich nicht in ein nahezu harmonisches Spektrum ein und steigt nicht in dem Maße zu, wie es die wachsende Fellspannung erwarten ließe. Solange das Fell schwach gespannt ist, liegt die Frequenz der 01-Mode oberhalb derjenigen der 11-Mode. Dies gilt etwa bis hin zur nominalen Stimmung (11-Mode bei 110 Hz) der betrachteten Pauke. Wird das Fell straffer gespannt, erweist sich die 01-Schwingung als die Teilschwingung mit der tiefsten Frequenz. Da es keinen Ort auf dem Fell gibt, an dem vermieden werden kann, die zugehörige Schwingung anzuregen, verdient diese Beobachtung eine gewisse Aufmerksamkeit.

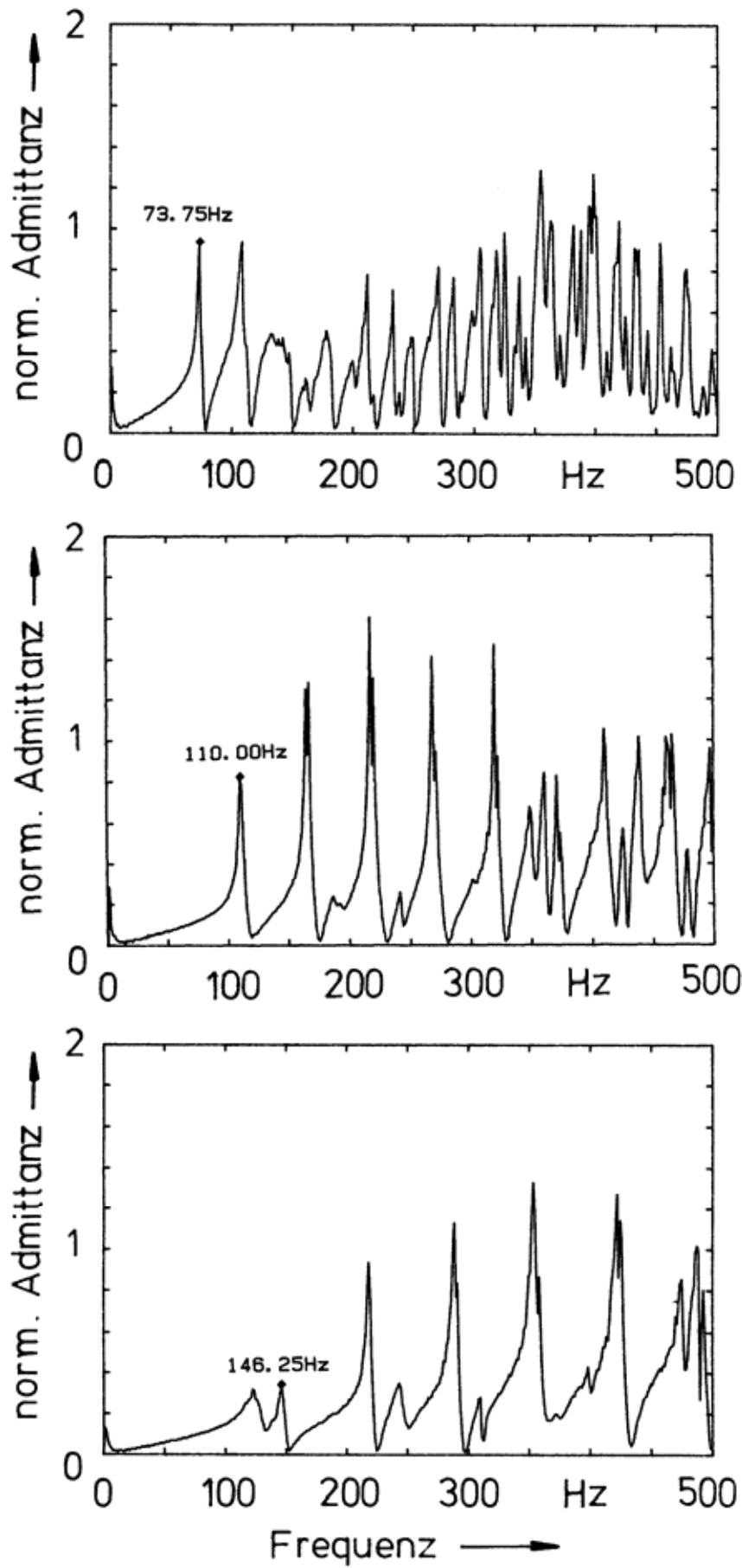


Abb. 38. Normierte Admittanz auf dem Fell der Pauke Nr. II an der Normalstelle als Funktion der Frequenz; oben: Stimmung D; Mitte: Stimmung A; unten: Stimmung d.

Neben den Frequenzen, bei denen sich Teilschwingungen ausbilden, ist auch wesentlich, wie schnell diese Teilschwingungen abklingen. Dies kann aus den Halbwertsbreiten der einzelnen Maxima abgelesen werden. Hier erkennt man die Tendenz, dass eine Teilschwingung in aller Regel dann schneller abklingen wird, wenn die Frequenz ansteigt. Eine Ausnahme macht die 01-Mode. Die zugehörige Resonanzkurve ist stets breit und flach, was darauf schließen lässt, dass die 01-Schwingung nicht lange anhält, sondern vielmehr rasch abklingt. Nach bisherigen Erkenntnissen (Fleischer 1988b) ist dies vor allem durch die hohe Strahlungsdämpfung bedingt. Die Energie, die der Schlegel der 01-Schwingung mitgeteilt hat, wird sehr effizient, damit aber auch sehr rasch, in Schall umgesetzt.

Im vorliegenden Kapitel wurde das Fell an einigen ausgewählten Punkten untersucht. Damit konnte seine Schwingfreudigkeit „aus der Sicht des Schlegels“ charakterisiert werden. Um zu studieren, wie das Fell in seiner Gesamtheit schwingt, muss eine Vielzahl solcher Messungen durchgeführt werden. Wenn dann eine ausreichende Zahl von Übertragungsfunktionen der in diesem Kapitel beschriebenen Art vorliegt, lässt sich ein Gesamtbild der Fellschwingung zusammenfügen. Diese Aufgabe ist im folgenden Kapitel gestellt.

6. MODALANALYSE

Am Institut für Mechanik wird jedes neue Messverfahren auch dazu genutzt, Musikinstrumente zu untersuchen. So waren die Schwingungen von Paukenfellen ein Anwendungsbeispiel für Lasermessungen in Kombination mit experimenteller Modalanalyse. Breitung hat in seiner Studienarbeit (Breitung 1992) und in seiner Diplomarbeit (Breitung 1993) entsprechende Studien durchgeführt. Deren wesentliche Ergebnisse sind in Folgenden dargestellt.

6.1. Messung mit einem Laser-Wegaufnehmer

In seiner ersten Versuchsreihe hat Breitung (1992) einen Wegmesser (Halbleiter-Infrarot-Laser, Einbauabstand 50 mm, Messbereich ± 5 mm; Bandbreite 1 kHz) verwendet, der mit Triangulation arbeitet. Damit hat er Messungen an der Pauke II (große Kolberg-Pauke mit Kunstfell; Abb. 2) bei verschiedenen Stimmungen des Felles durchgeführt.

6.1.1. Versuchsaufbau und –ablauf

Die Modalanalyse wurde in der Betriebsart *Fixed Excitation* angewandt. Das bedeutet, dass der Bewegungsaufnehmer während der gesamten Messung am selben Punkt verblieb und die Anregung wanderte.

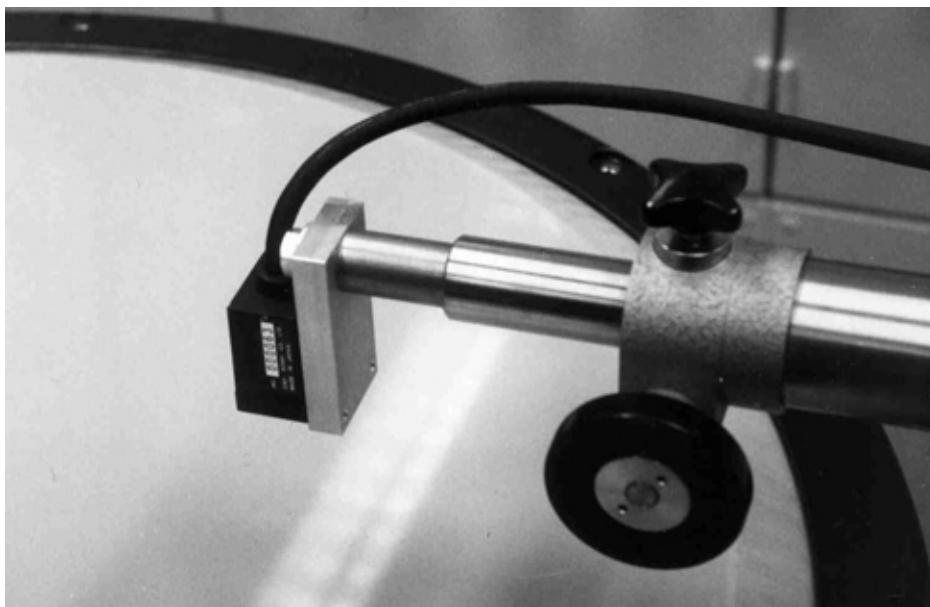


Abb. 39. Messung des Schwingweges mit dem Ono Sokki Laser Displacement Meter.

Angeregt wurde mit einem Impulshammer PCB 086 A03 der Firma Piezotronic mit integriertem Kraftaufnehmer sn 648. Die Kraft, die damit an verschiedenen Punkten auf das Paukenfell eingebracht wurde, diente als Eingangssignal. Das Ausgangssignal war der Schwingweg, der mit dem in Abb. 39 abgebildeten *Laser Displacement Meter* Ono Sokki LD-1100S-

005 gemessen wurde. Die beiden Signale wurden in einen *Dual Channel FFT Analyzer* Ono Sokki CF 930 geführt. Dort wurde nach jedem Hammerschlag mit einer Analysebandbreite von 500 Hz eine Übertragungsfunktion gebildet, die gemäß 5.1.1 eine Weg-Mobilität darstellt. Die Übertragungsfunktionen von 433 Messpunkten wurden über IEEE-Bus in einen Personal Computer übertragen. Sie bildeten den Datensatz für die anschließende Modalanalyse. Die dazu verwendete Software war StarModal Version 2.0 der Firma SMS.

6.1.2. Versuchsergebnisse für die tiefe Stimmung D

In diesem Teil der Versuche war die Fellspannung so gewählt, dass der Hauptton die Frequenz 73 Hz hatte, was dem musikalischen Ton D (äquivalent D2 in neuerer Nomenklatur) entspricht. Für die klangbildenden Teilschwingungen hat die Modalanalyse die folgenden auf ein Hertz gerundeten Frequenzen ergeben:

11-Mode:	73 Hz	(Frequenzintervall 1,00 bezogen auf die 11-Mode)
21-Mode:	110 Hz	(Frequenzintervall 1,51)
31-Mode:	145 Hz	(Frequenzintervall 1,98)
41-Mode:	179 Hz	(Frequenzintervall 2,45).

Die ersten beiden Schwingungsformen sind in Abb. 40 wiedergegeben. Erwartungsgemäß weisen sie einen bzw. zwei Knotendurchmesser auf.

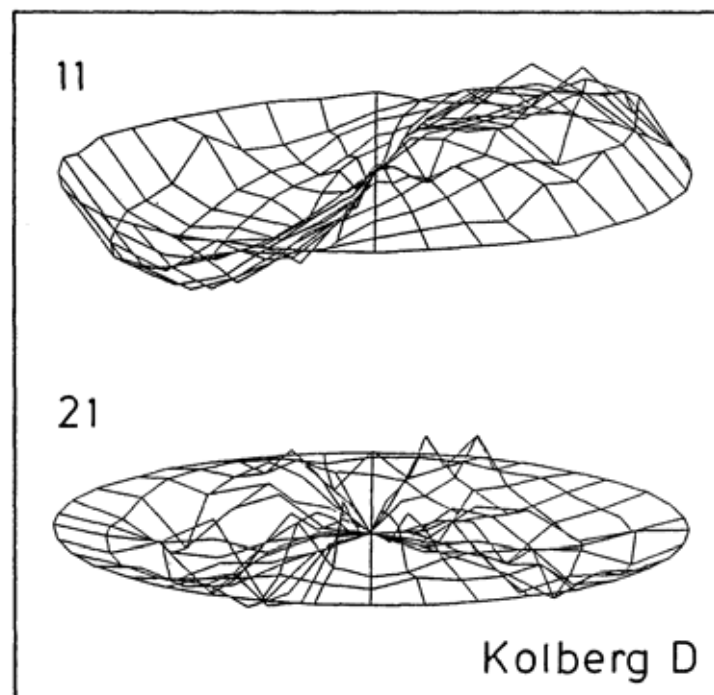


Abb. 40. Schwingweg auf dem Fell der Pauke II in der Stimmung D.

6.1.3. Versuchsergebnisse für die normale Stimmung A

In diesem Abschnitt der Versuche war das Fell auf die Hauptton-Frequenz 110 Hz gestimmt. Diese Stimmung gilt als normal für die betrachtete Pauke II und entspricht dem musikalischen Ton A (äquivalent A2 in neuerer Nomenklatur). Folgenden Frequenzen der klangbildenden Teilschwingungen wurden gefunden:

11-Mode:	110 Hz	(Frequenzintervall 1,00 bezogen auf die 11-Mode)
21-Mode:	162 Hz	(Frequenzintervall 1,47)
31-Mode:	215 Hz	(Frequenzintervall 1,96)
41-Mode:	264 Hz	(Frequenzintervall 2,41).

Abb. 41 zeigt drei der Schwingungsformen, die sich bei der Modalanalyse hierfür ergeben haben. Sie haben einen, zwei bzw. drei Knotendurchmesser und rufen klangbildende Teiltöne hervor. Der 11-Teilton bestimmt üblicherweise die musikalische Tonhöhe und wird deshalb als Hauptton bezeichnet. Bezieht man die Frequenzen der anderen Teilschwingungen auf diejenige des Haupttons, so erhält man die oben angegebenen Frequenzverhältnisse. Die ge-

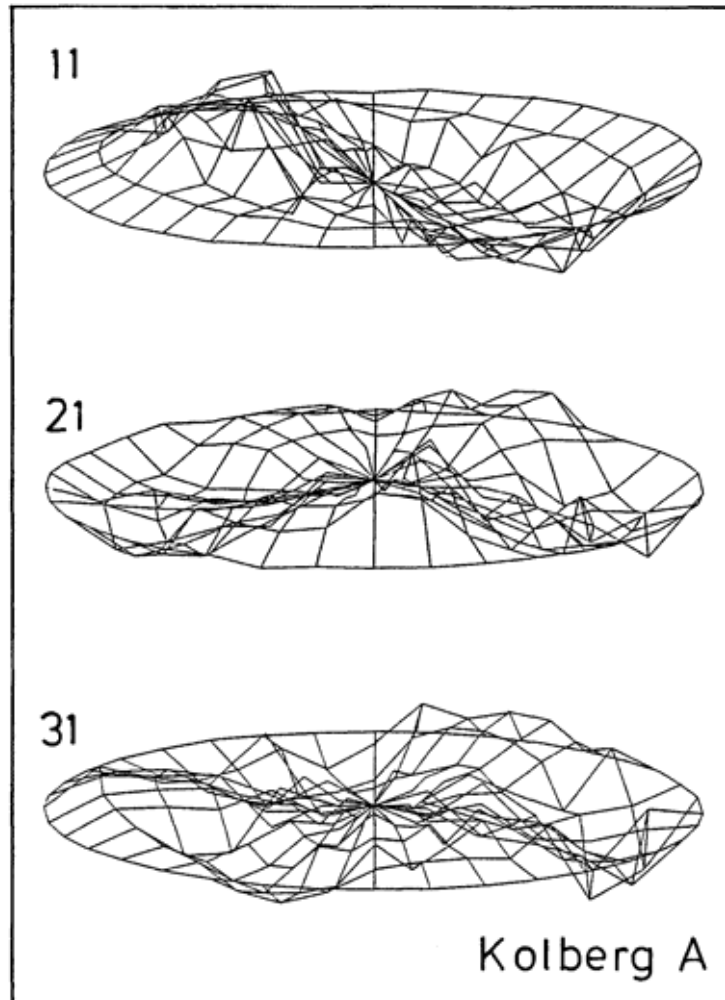


Abb. 41. Schwingweg auf dem Fell der Pauke II in der Stimmung A.

messenen Intervalle liegen nahe an den theoretischen Werten $3:2 = 1,50$ für eine reine Quint und $2:1 = 2,0$ für eine Oktav. Die bei Paukenspielern üblichen Bezeichnungen „Quinte“ für den zweiten und „Oktave“ für den dritten klangbildenden Teilton beziehen daraus ihre Berechtigung. Wie von Schad (1996) für Glocken vorgeschlagen, werden hier die musikalischen Intervalle ohne Endungs-e (Quint, Oktav usw.) geschrieben. Sollen dagegen die Teiltöne des Paukenklanges bezeichnet werden, wird ein Endungs-e verwendet (Quinte, Oktave usw.). Damit kann eine Verwechslung von Intervall und Teilton vermieden werden.

Da die Stimmung A der untersuchten Pauke ihren Namen verliehen hat; kann sie als „normal“ angesehen werden. Durch Verstellen der Fellspannung – was sich bei diesem Instrument im Spielbetrieb sehr rasch mit Hilfe eines Pedals bewerkstelligen lässt – kann sie im Bereich etwa einer Oktav umgestimmt werden. Nach Angaben des Herstellers lässt sich das Fell so entspannen, dass sich der vorher betrachtete Hauptton D ($\cong 74$ Hz) einstellt. Andererseits kann es auch so weit gespannt werden, dass der Hauptton der musikalischen Note d ($\cong 147$ Hz) entspricht. Der Frequenzformel in Gl. (8) zufolge bedingt dies eine viermal so hohe Fellspannung. Dieser Fall wird im folgenden Abschnitt behandelt.

6.1.4. Versuchsergebnisse für die hohe Stimmung d

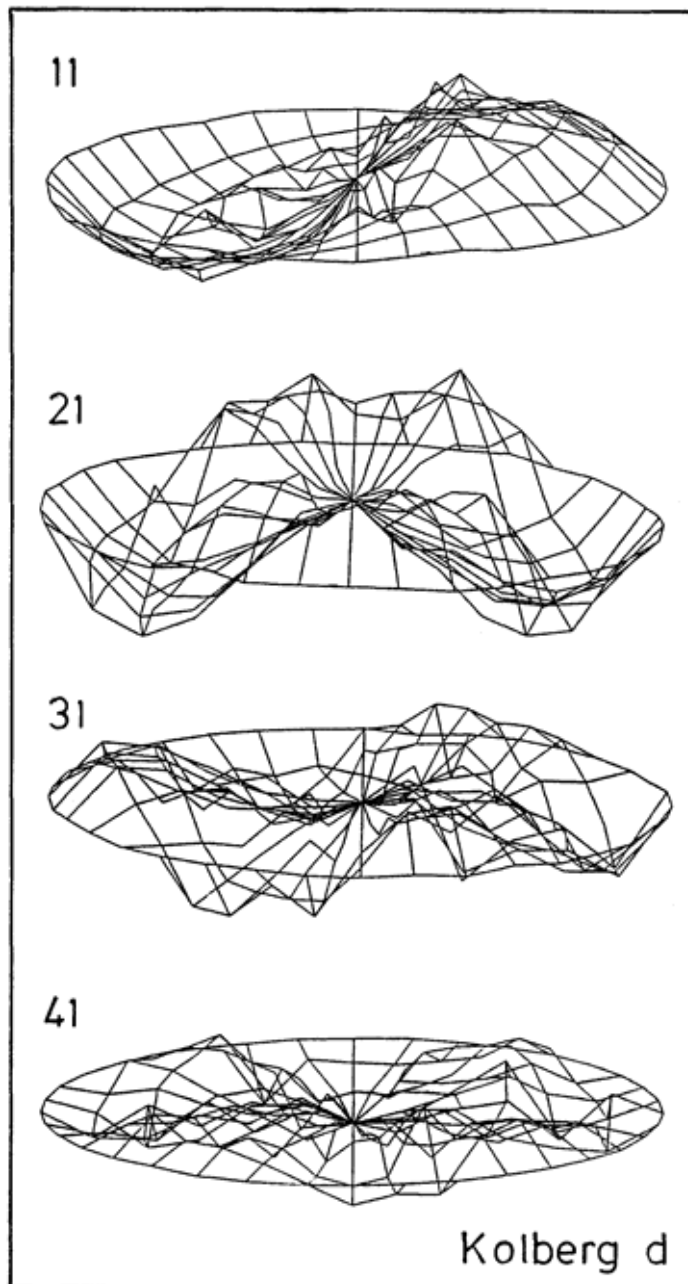


Abb. 42. Schwingweg auf dem Fell der Pauke II in der Stimmung d.

Dieser Abschnitt der Versuche bezieht sich auf die hohe Stimmung. Der Hauptton hat die Frequenz 145 Hz. Dies entspricht nahezu dem musikalischen Ton d (äquivalent D3). Klangbildende Teilschwingungen wurden bei den folgenden Frequenzen gefunden:

11-Mode:	145 Hz	(Frequenzintervall 1,00 bezogen auf die 11-Mode)
21-Mode:	220 Hz	(Frequenzintervall 1,51)
31-Mode:	288 Hz	(Frequenzintervall 1,99)
41-Mode:	356 Hz	(Frequenzintervall 2,47).

In Abb. 42 sind die zugehörigen Schwingungsformen abgebildet. Sie weisen einen bis vier Knotendurchmesser auf. Abgesehen von dem einen Knotenkreis, der zwangsläufig immer am Rand auftritt, weisen sie keine weiteren Knotenkreise auf. Der Hauptton, den die 11-Schwingung hervorruft, dient als Referenz für die oben angegebenen Frequenzintervalle. Auch hier liegen die gemessenen Frequenzverhältnisse nahe an den theoretischen Werten 1,5 für eine Quint, 2 für eine Oktav bzw. 2,5 für eine Duodezim (Oktav plus einer Quint).

6.1.5. Vergleich zwischen Experiment und Theorie

In den folgenden drei Abbildungen sind theoretische Resultate gemäß Gl. 6 mit den Ergebnissen der Modalanalyse auf der Basis der Wegmessung verglichen. Es ist der Schwingweg über dem Radius in beiden Richtungen von einem Rand zum anderen, d.h. von $-a$ über 0 bis $+a$, aufgetragen. Die Punkte, verbunden durch gestichelte Linien, repräsentieren Messwerte. Die durchgezogenen Kurven sind die entsprechenden Besselfunktionen, deren Amplitude jeweils passend gewählt wurde.

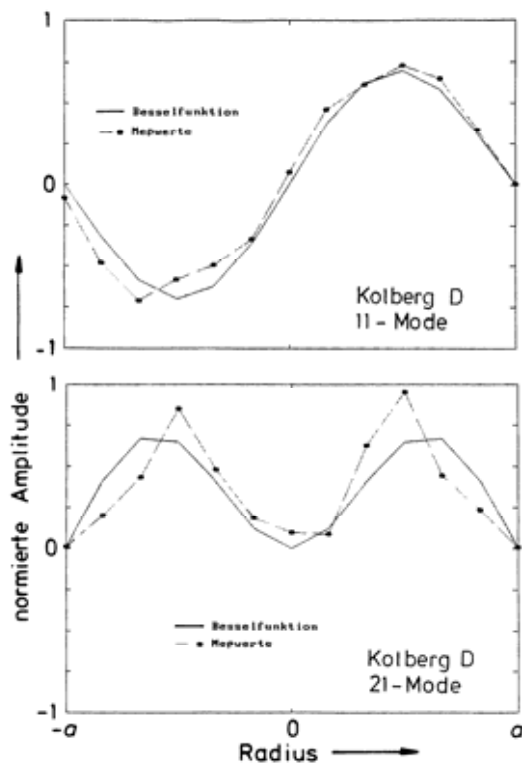


Abb. 43. Verlauf der Schwingung längs eines Durchmessers bei der Stimmung D.
Durchgezogen: Theorie;
verbundene Punkte: Gemessener Schwingweg.

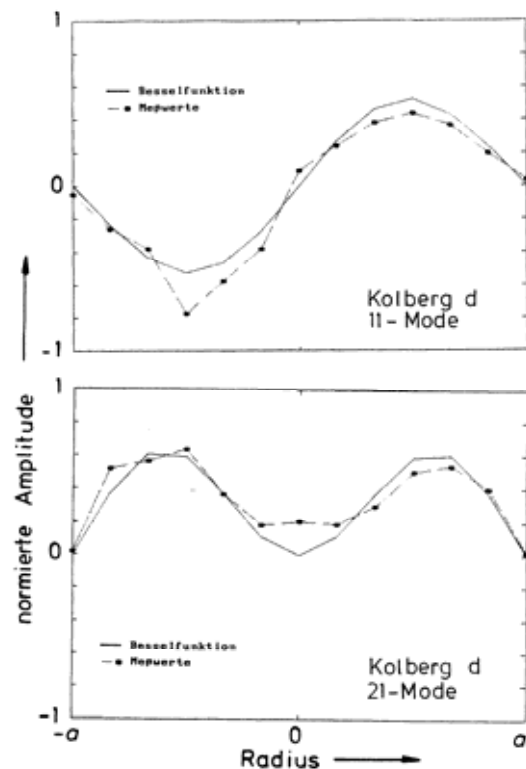
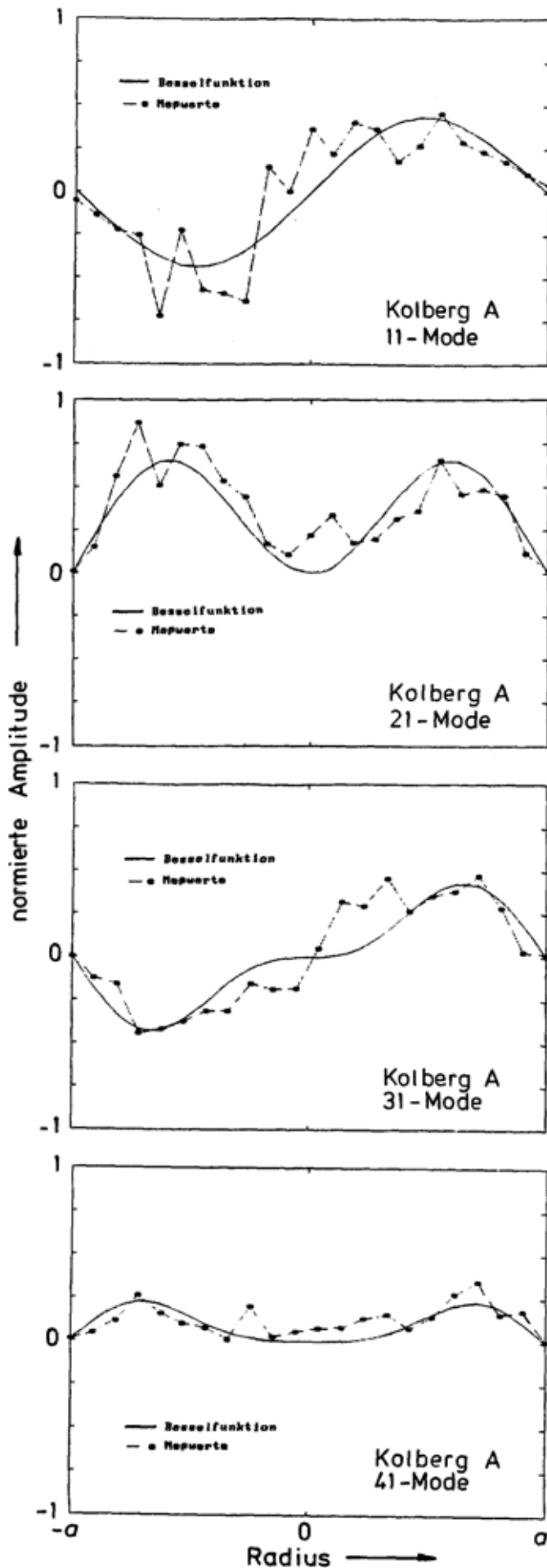


Abb. 44. Verlauf der Schwingung längs eines Durchmessers bei der Stimmung d.
Durchgezogen: Theorie;
verbundene Punkte: Gemessener Schwingweg.



Die Abb. 43 und 44 beziehen sich auf die tiefste bzw. die höchste Stimmung, die für die betrachtete A-Pauke noch brauchbar sind. Wie auch in den beiden oberen Diagrammen von Abb. 45 sind Schnitte durch die ersten beiden klangbildenden Schwingungsmuster dargestellt. Jeder Schnitt wurde so gelegt, dass gegenüberliegende Schwingungsbäuche erfasst wurden. Für die Stimmung A sind in den unteren beiden Diagrammen dieser Seite zusätzlich auch die klangbildenden 31- und 41- Moden berücksichtigt.

Die Messwerte entsprechen der Erwartung nicht in jedem Detail. Es sind teilweise größere Unterschiede zum Verlauf zu beobachten, den die Besselfunktionen vorgeben. Offenbar handelt es sich jedoch nicht um systematische Abweichungen, die darauf hindeuten würden, dass die Schwingungsformen des realen Felles eklatant von denjenigen der idealen Membran abweichen. Vielmehr sind häufig „Ausreißer“ zu beobachten, die um den theoretischen Verlauf herum oszillieren. Positiv ist zu vermerken, dass sich wesentliche Merkmale abbilden, so z.B. Nullstellen an der Randeinspannung und Nulldurchgänge nahe der vorhergesagten Knotenkreise. Die Messung des Schwingweges erweist sich zwar insofern als vorteilhaft, als sie – im Gegensatz zur vorher praktizierten Messung der Beschleunigung - berührungsfrei arbeitet. Die Genauigkeit im Detail genügt jedoch noch nicht den Vorstellungen.

Abb. 45. Verlauf der Schwingung längs eines Durchmessers bei der Stimmung A.

Durchgezogen: Theorie; verbundene Punkte: Gemessener Schwingweg.

6.2. Messung mit einem Laser-Schnelleaufnehmer

Da die Experimente mit dem Laser-Wegaufnehmer nicht ganz die erhoffte Güte gezeigt haben, wurden weitere Messungen durchgeführt. Aufbauend auf diesen Erfahrungen hat Breitung (1993) in seiner zweiten, ausgefeilteren Versuchsreihe die Bewegung des Felles mit einem Schnelleaufnehmer (*Laser Velocity Transducer* B&K 8323) gemessen. Dieser arbeitet nach dem Doppler-Effekt und somit ebenfalls ohne Berührung der schwingenden Oberfläche. Damit hat Breitung eine Messreihe an der Pauke II (große Kolberg-Pauke mit Kunstfell; Abb. 2) bei Normalstimmung (Hauptton bei ca. 110 Hz) durchgeführt.

6.2.1. Versuchsaufbau und –ablauf

Auch hier wurde für die Modalanalyse die Betriebsart *Fixed Excitation* gewählt. Der Schnelleaufnehmer verblieb während der gesamten Messung am selben Ort senkrecht über dem Fell. Am Messpunkt war ein Stück Reflexionsfolie auf die Oberfläche geklebt. Wie bei den Experimenten im vorherigen Abschnitt wanderte die Anregung. An 217 Messpunkten wurde das Fell mit dem Impulshammer PCB-Piezotronic angeschlagen. Wiederum diente die Kraft, die damit an unterschiedlichen Punkten auf das Paukenfell eingebracht wurde, als Eingangssignal. Das Ausgangssignal war die berührungsfrei gemessene Schwinggeschwindigkeit.

Für jede Kombination aus Anregungspunkt und Messpunkt wurden beide Signale in einen *Dual Channel FFT Analyzer* Ono Sokki CF 930 geführt. Nach Mittelung über acht Hammerschläge wurde eine Übertragungsfunktion gebildet (gemäß 5.1.1 eine Admittanz) und über IEEE-Bus in einen Computer übertragen. Die Software, mit der auf der Basis dieser 217 Übertragungsfunktionen die Modalanalyse durchgeführt wurde, war StarModal Version 4.00 der Firma SMS.

6.2.2. Versuchsergebnisse für die normale Stimmung A

In Abb. 46 sind Resultate dieser Messung mit nachfolgender Modalanalyse zusammengestellt. In der linken Spalte erkennt man die klangbildenden *m1*-Moden, die allesamt außer demjenigen am Rand keinen weiteren Knotenkreis aufweisen. Das Fell scheint etwas anders gespannt zu sein als bei dem Experiment, das in Abschnitt 5.1.3 beschrieben ist. Die entsprechenden Eigenfrequenzen stimmen nicht vollständig, jedoch weitgehend miteinander überein. Dafür ergeben sich die folgenden Intervalle:

11-Mode:	108 Hz	(Frequenzintervall 1,00; Hauptton)
21-Mode:	164 Hz	(Frequenzintervall 1,52; Quinte)
31-Mode:	216 Hz	(Frequenzintervall 1,99; Oktave)
41-Mode:	265/269 Hz	(Frequenzintervall 2,45/2,49; Duodezime)
51-Mode:	318 Hz	(Frequenzintervall 2,95)
61-Mode:	414 Hz	(Frequenzintervall 3,83).

Die ersten dieser Frequenzen bilden die nahezu harmonische Intervallfolge 2 : 3,04 : 4,00: ... usw. Eine größere Abweichung zeigt sich erst bei der 61-Mode.

Interessant ist die Aufspaltung der 41-Mode in zwei Partialschwingungen mit leicht unterschiedlichen Frequenzen. Dieses „Moden-Splitting“ tritt grundsätzlich bei allen Schwingern auf, die auf den ersten Blick rotationssymmetrische erscheinen, beim näheren Hinsehen jedoch Abweichungen von der Symmetrie zeigen. Dies kann

- im Material bedingt sein (möglicherweise ist das Fell nicht vollständig homogen und isotrop);
- von der Geometrie herrühren (möglicherweise ist das Fell nicht absolut kreisförmig berandet, weil der Stützring, der Spannreifen o.ä. nicht absolut rotationssymmetrisch sind);
- davon herrühren, dass das Fell nicht gleichmäßig gespannt ist.

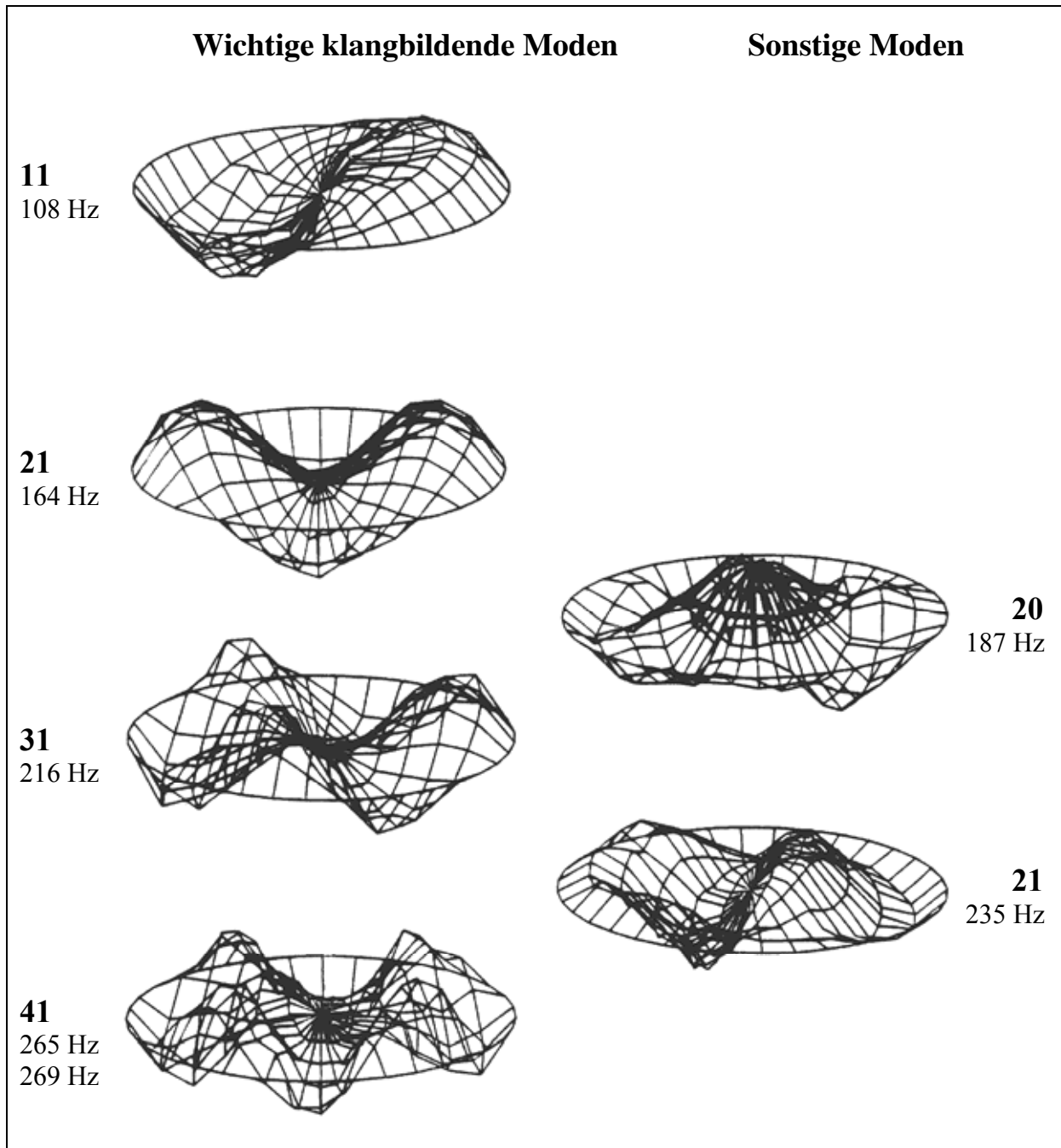


Abb. 46. Schwinggeschwindigkeit auf dem Fell der Pauke II in der Stimmung A.

Letzteres dürfte überwiegen und der Grund dafür sein, dass Moden in zwei Erscheinungsformen mit zwei leicht unterschiedlichen Frequenzen auftreten können. Abb. 47 verdeutlicht diesen Sachverhalt.

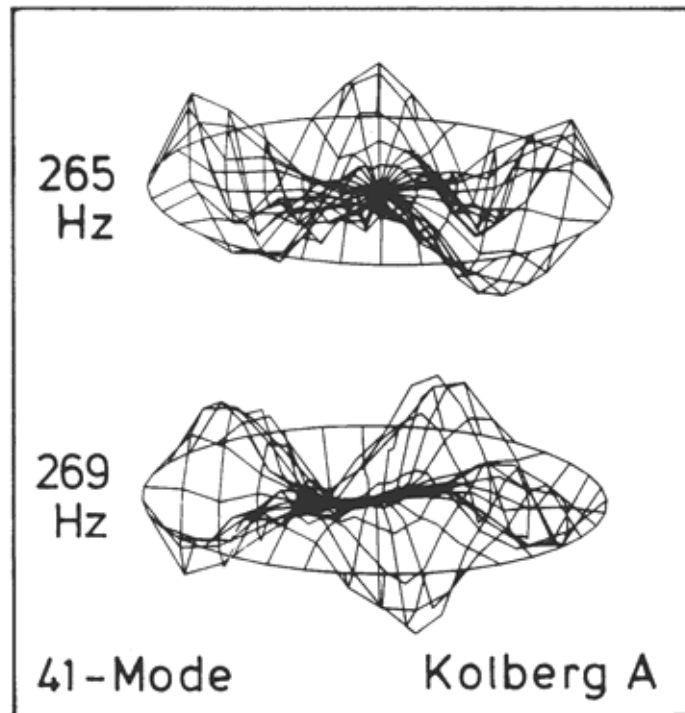


Abb. 47. Die zwei Partialschwingungen der 41-Mode der Pauke II in der Stimmung A.

Abb. 47 spiegelt wider, was die Theorie vorhersagt: In Gl. (6) ist nicht nur der Cosinus, sondern ebenso der Sinus eine mögliche Lösung für die Abhängigkeit der Schwingamplitude vom Umfangswinkel. Folgerichtig sind in Abb. 47 die beiden Partialschwingungen von gleicher Gestalt, aber gegeneinander verdreht, so dass die Knotendurchmesser der einen Partialschwingung dort liegen, wo die andere ihre Schwingungsbäuche hat. Da bei der theoretischen Behandlung Rotationssymmetrie vorausgesetzt worden war, liefert die Rechnung zu beiden Lösungen ein und dieselbe Eigenfrequenz. Mit den experimentellen Befunden stimmt dies nicht überein. Da die Symmetrie gestört ist, spaltet sich die Eigenfrequenz in zwei leicht unterschiedliche Werte auf. Diese differieren im betrachteten Beispiel um 4 Hz.

Wie von Fleischer und Rotter (1994) sowie Fleischer (1994b) gezeigt worden ist, wirkt sich das beobachtete Moden-Splitting auf das Schallsignal aus. Die Chance, nur eine der beiden Partialschwingungen anzuregen, ist gering. In aller Regel wird ein Schlag mit dem Schlegel beide Partialschwingungen hervorrufen. Das Ergebnis ist ein Teilton mit einer mittleren Frequenz, dessen Amplitude nach Maßgabe der Frequenzdifferenz schwankt. Solche Schwebungen, die bei jedem Teilton unterschiedlich schnell und unterschiedlich ausgeprägt sein werden, lassen den Paukenklang lebendig erscheinen. Überschreiten sie jedoch gewisse Grenzen, d.h. werden sie zu „schnell“, empfindet man sie als störend.

In der rechten Spalte von Abb. 46 sind weitere Moden angeordnet, die zwar nachgewiesen werden konnten, jedoch keine musikalische Bedeutung haben. Es handelt sich dabei um Schwingungen mit einem weiteren Knotenkreis. Dieser Knoten liegt in der Nähe der Normalstelle für den Anschlag, so dass die zugehörigen Schwingungen nur sehr schwach oder gar nicht angeregt werden.

In dieser Zusammenstellung fehlt die 01-Mode. Diese rotationssymmetrische Schwingung, die gezwungenermaßen immer angeregt wird, war nicht in reiner Form nachzuweisen. Die Modalanalyse hat lediglich eine Schwingungsform bei 127 Hz ergeben, wie sie in Abb. 48 oben dargestellt ist. Es ist zu vermuten, dass es sich dabei um eine Mischform aus der 01-Mode und der 11-Mode handelt. Eine genauere Identifizierung dieser Schwingungsform war

nicht möglich. Darunter sind in Abb. 48 noch zwei weitere Moden abgebildet, die beim Spielen mit großer Wahrscheinlichkeit nur so schwach angeregt werden, dass sie im Schallsignal keine Rolle spielen.

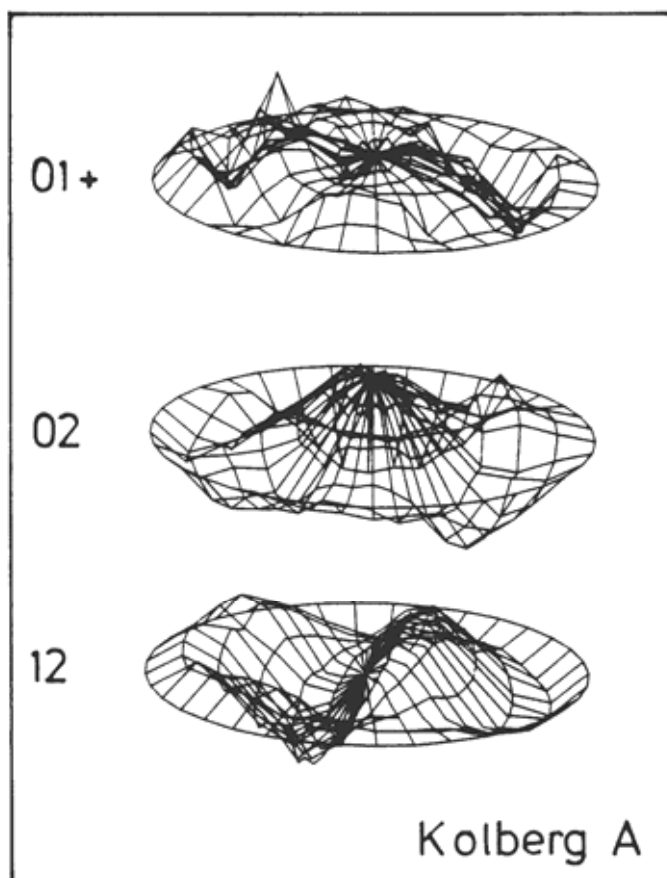


Abb. 48. Moden der Pauke II in der Stimmung A, die keine musikalische Bedeutung haben.

In Abb. 49 sind noch einmal die Schwingungsbilder in ihrer Gesamtheit zusammengestellt, wie sie die Modalanalyse auf der Grundlage der punktuell gemessenen Schwinggeschwindigkeit ergeben hat. Im Grundsatz bestätigen diese Ergebnisse die Erkenntnisse der früheren Untersuchungen. Jedoch zeichnen sie sich durch einen glatten Verlauf ohne nennenswerte Ausreißer aus. Dies zeigt ein Vergleich mit den entsprechenden Schwingungsbildern von Abb. 50. Insgesamt hat die Modalanalyse die besseren Ergebnisse geliefert, wenn die Bewegung des Felles nicht mit dem Triangulations-Wegmesser, sondern mit dem Dopplergeschwindigkeitsaufnehmer gemessen wurde.

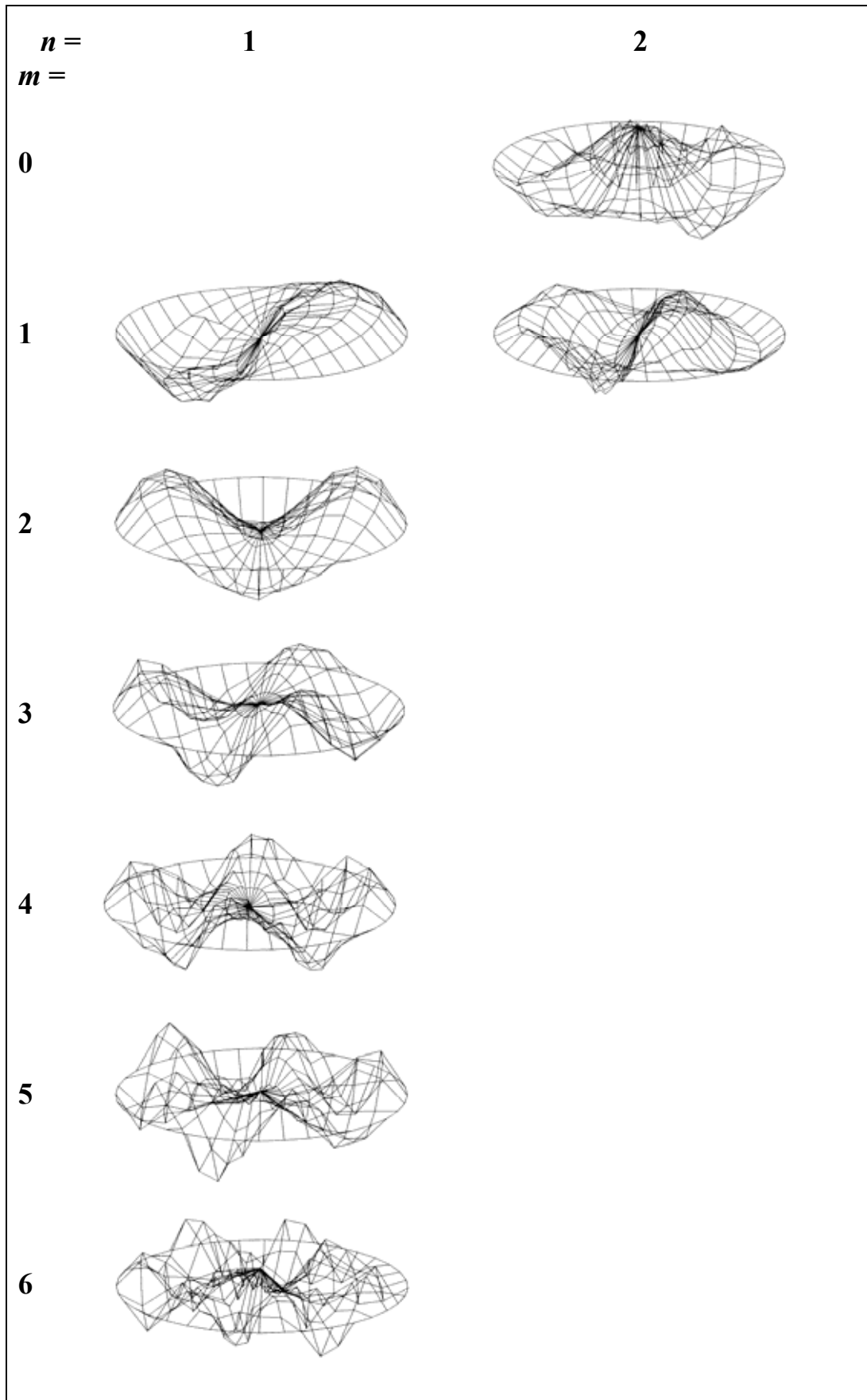


Abb. 49. Ergebnisse der Modalanalyse der Schwinggeschwindigkeit, gemessen auf dem Fell der Pauke II in der Stimmung A.

6.3. Zusammenfassende Bemerkung

In diesem Kapitel wurden zwei Laser-Verfahren dazu genutzt, die Bewegung des Paukenfelles zu messen: Ermittlung des Schwingweges mittels Triangulation und der Schwinggeschwindigkeit mittels Dopplereffekt. Beide Methoden ähneln sich insofern, als sie mit einer berührungsfreien Messung auf der Oberfläche des Felles arbeiten und deshalb das Fell bei der Messung nicht unzulässig belasten. Angeregt wurde in beiden Fällen mit einem Impulshammer. Es hat sich gezeigt, dass auf der Basis der Geschwindigkeitsmessung bessere Ergebnisse zu erzielen waren als auf der Grundlage der Wegmessung. Offensichtlich ist für die vorliegende Aufgabenstellung der Schnelleaufnehmer besser geeignet als der Wegaufnehmer.

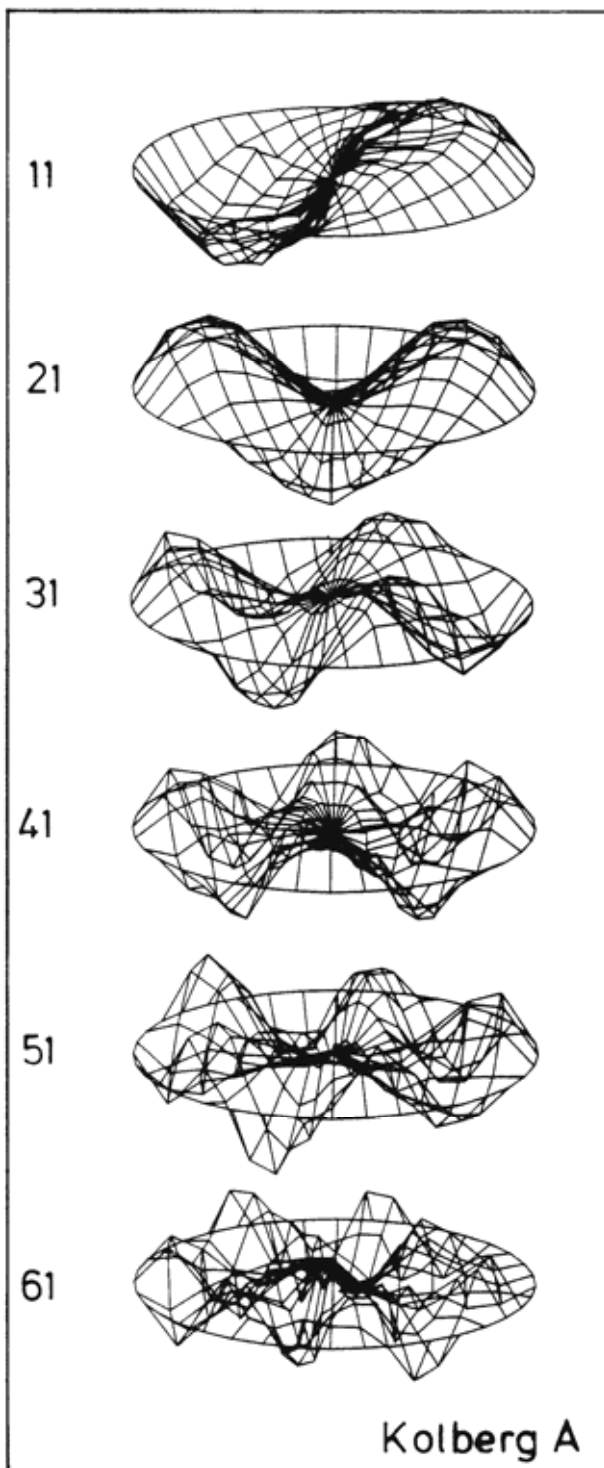


Abb. 50. Klangbildende Moden, bestimmt aus der Schwinggeschwindigkeit auf dem Fell der Pauke II in der Stimmung A.

Die neuen Ergebnisse haben folgende Erkenntnisse verfestigt: Klangbildend sind Moden, die außer $n = 1$ Knotenkreis am Rand keine weiteren Knotenkreise aufweisen. Die wichtigsten sind in Abb. 50 zusammengestellt. Die Ergebnisse beziehen sich auf die Pauke II in Normalstimmung. Die Moden haben $m = 1$ (Hauptton), $m = 2$ (Quinte), $m = 3$ (Oktave) bzw. $m = 4$ (Duodezime) Knotendurchmesser. Moden mit zwei oder mehr Knotenkreisen lassen sich als Schwingungen detektieren, sind aber ohne Bedeutung für das musikalische Signal. Die 01-Mode, die von der Theorie her als erste auftreten müsste und in jedem Fall angeregt wird, ist häufig nur rudimentär oder überhaupt nicht nachzuweisen.

Da die klangbestimmenden Moden allesamt antimetrisch sind, besteht die Möglichkeit des Moden-Splittings. Dass sich Moden tatsächlich in zwei Partialschwingungen aufspalten, wurde hier experimentell nachgewiesen. Diese Aufspaltung dürfte insbesondere eine Folge von ungleichförmiger Spannung des Felles sein. Anstelle einer einzelnen Eigenmode bilden sich zwei Varianten aus, die von gleicher Gestalt, aber gegeneinander verdreht sind. Diese treten bei leicht unterschiedlichen Frequenzen auf. Im Schallsignal wird sich diese Erscheinung durch Schwebungen bemerkbar machen. Die Schwebungen sind bei jedem Teilton anders ausgeprägt und unterschiedlich schnell.

7. MESSUNGEN AN DER KLEINEN PAUKE MIT DEM SCANNING VIBROMETER

Ein Messverfahren, mit dem sich die Schwingungen von Oberflächen erfassen lassen, ohne das Messobjekt zu berühren, ist die Laser-Doppler-Vibrometrie. Diese Methode ist bereits in Abschnitt 6.2 angewandt worden und hat sich prinzipiell bewährt. Sie wird besonders effektiv, wenn der Laser bzw. das Objekt nicht bewegt werden müssen, um am nächsten Punkt zu messen. Entsprechende Vorkehrungen sind beim Laser Scanning Vibrometer der Firma Polytec getroffen. Dieses Messsystem eignet sich hervorragend für Schwingungsmessungen an leichten Strukturen, so auch an den Fellen der hier untersuchten Pauken. Experimentelle Untersuchungen, die mit diesem Verfahren an der kleinen Pauke III (Abb. 3) durchgeführt wurden, sind im vorliegenden Kapitel beschrieben.

7.1. Versuchsaufbau und –ablauf

Abb. 51 zeigt die Situation bei der Messung der Schwingung des Fells. Als Beispiel ist hier nicht die Pauke von Studio 49, sondern die große Kolberg-Pauke gewählt; vgl. Kapitel 8. Das Instrument war gekippt und lag auf dem PVC-Fußboden auf. Links vorne im Bild erkennt man den Polytec *Optical Scanning Head* OFV 055. Im Messkopf ist ein Laser untergebracht. Dieser sendet einen Messstrahl aus, der über zwei Spiegel auf einen vorher festgelegten Punkt des Fells gelenkt wird. Ein Teil des Laserlichts wird dort reflektiert und gelangt zum Messkopf zurück. In Folge des Dopplereffekts ist die Frequenz des reflektierten Lichts gegenüber derjenigen des Originalstrahls verändert. Aus der Frequenzverschiebung lässt sich auf die Schwinggeschwindigkeit am Messpunkt in Richtung des Laserstrahls schließen.

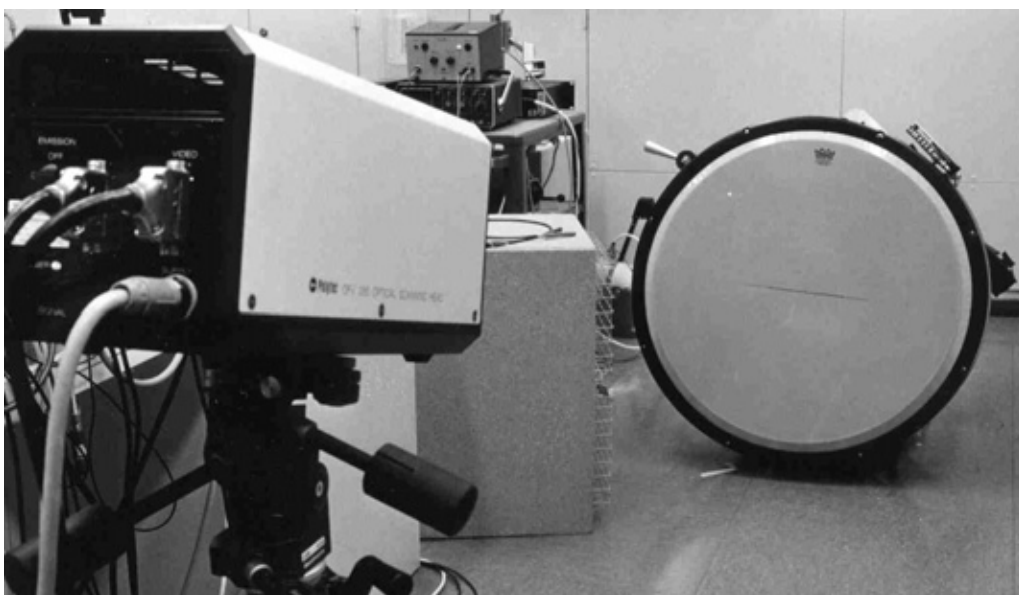


Abb. 51. Messsituation bei der Vibrometer-Messung auf dem Fell der Pauke II. Links oben erkennt man den Messkopf; vor dem Fell steht die Lautsprecherbox.

Unterschiedliche Vorgehensweisen wurden dazu genutzt, das Fell zum Schwingen zu bringen. Der Versuchsaufbau von Abb. 51 bezieht sich auf die Anregung mit Hilfe eines

Lautsprechers. In einer Box waren zwei Tieftonchassis untergebracht. Die Lautsprecher wurden mit einem Pseudo-Rauschsignal aus einem *Arbitrary Waveform Generator* hp 33120A über einen Leistungsverstärker B&K 2706 angesteuert. Der Schalldruck wurde in der Nähe des Fells mit einem $\frac{1}{2}$ "-Kondensatormikrofon B&K 4165 und nachgeschalteter B&K-Standardausrüstung (Vorverstärker B&K 2619, Schwanenhals B&K UA 0196 und Netzgerät B&K 2807) gemessen. Er diente bei der anschließenden Bildung von Übertragungsfunktionen als Referenz.

In einigen Fällen wurde das Fell auch über einen Schwingerreger mechanisch angeregt. Das Signal des *Arbitrary Waveform Generator* hp 33120A wurde dann über einen Leistungsverstärker LDS PA 25 in einen Schwingerreger LDS V 406 geführt. Der *Shaker* stand neben der Pauke und war mit einem metallenen Ausleger versehen, der einen Kraftaufnehmer (*Force Transducer* B&K 8200) senkrecht gegen das Fell drückte. Die Kraft wurde somit unmittelbar am Fell gemessen. Das Signal des Kraftaufnehmers wurde in einem *Conditioning Amplifier* B&K 2626 verstärkt und wurde in diesen Fällen als Eingangsgröße bei der Bestimmung der Übertragungsfunktionen benutzt.

Als Ausgangsgröße wurde die Bewegung des Felles an vielen Punkten mittels des Polytec *Optical Scanning Head* bestimmt. Die Messsignale (Schalldruck bzw. Kraft als Eingangsgröße, Schwinggeschwindigkeit als Ausgangsgröße) wurden im Steuer- und Auswerterechner komplex gemittelt. Daraus wurde für jeden Messpunkt auf dem Fell eine Übertragungsfunktion Schwinggeschwindigkeit/Eingangsgröße bestimmt.

Das Vorgehen unterscheidet sich von dem, das im vorhergehenden Kapitel 6 angewandt wurde. Diese Messsituation war dadurch gekennzeichnet, dass der Messpunkt der Bewegung festgehalten wurde und die Anregung mittels Krafthammer wanderte, was „*Fixed Response*“ genannt wird. Im Gegensatz dazu wanderte hier der Punkt, an dem die Bewegung gemessen wurde, und der Messpunkt des Schalldrucks bzw. der Anregungspunkt der Kraft blieb während des gesamten Messablaufs derselbe. Dies wird als „*Fixed Excitation*“ bezeichnet.

Anders als im Kapitel 6 wurden die Vibrometer-Daten zunächst nicht im Sinne einer Modalanalyse ausgewertet. Vielmehr wurden sie lediglich mittels der Systemsoftware analysiert, die mit dem Vibrometer geliefert worden ist. Damit lässt sich für jede Frequenz die Schwingung des Messobjekts anzeigen. Die Schwingungsmuster, die sich auf diese Weise für eine bestimmte Frequenz ergeben, werden üblicherweise als Betriebsschwingungsformen, englisch *Operating Deflection Shapes* (ODSs; siehe Richardson 1997), bezeichnet.

Grundlage für deren gezielte Auswahl ist die Gesamt-Übertragungsfunktion, die das Mittel aus den Übertragungsfunktionen für sämtliche Messpunkte darstellt. An Hand von Maxima dieser Gesamt-Übertragungsfunktion wählte der Experimentator diejenigen Frequenzen aus, für welche die Schwingungsverteilungen dargestellt werden sollten. Diese Frequenzen werden als „charakteristische Frequenzen“ bezeichnet. Die zugehörigen Schwingungsformen heißen „charakteristische Betriebsschwingungsformen“ und können auf unterschiedliche Weise visualisiert werden.

7.2. Orientierende Messungen mit Luftschallanregung

Zunächst werden Ergebnisse von Messungen an der Pauke von Studio 49 (Abb. 3) präsentiert, bei denen die Anregung über den Lautsprecher erfolgte. Es wurde die PSV-Software Version 6.11 verwendet. Abb. 52 zeigt das Messgitter mit 342 Messpunkten. Als Messbandbreite wurden Frequenzen bis 800 Hz gewählt. Mit 400 Frequenzlinien ergab sich daraus eine Auflösung von 2 Hz. In Anpassung an diese Parameter wurde im Generator hp 33120A als Messsignal ein optimiertes Pseudo-Rauschen erzeugt. Es wurden jeweils drei Messungen gemittelt. 99,7 % aller Messpunkte waren gültig (*valid*), ein Messpunkt war übersteuert (*overrange*).

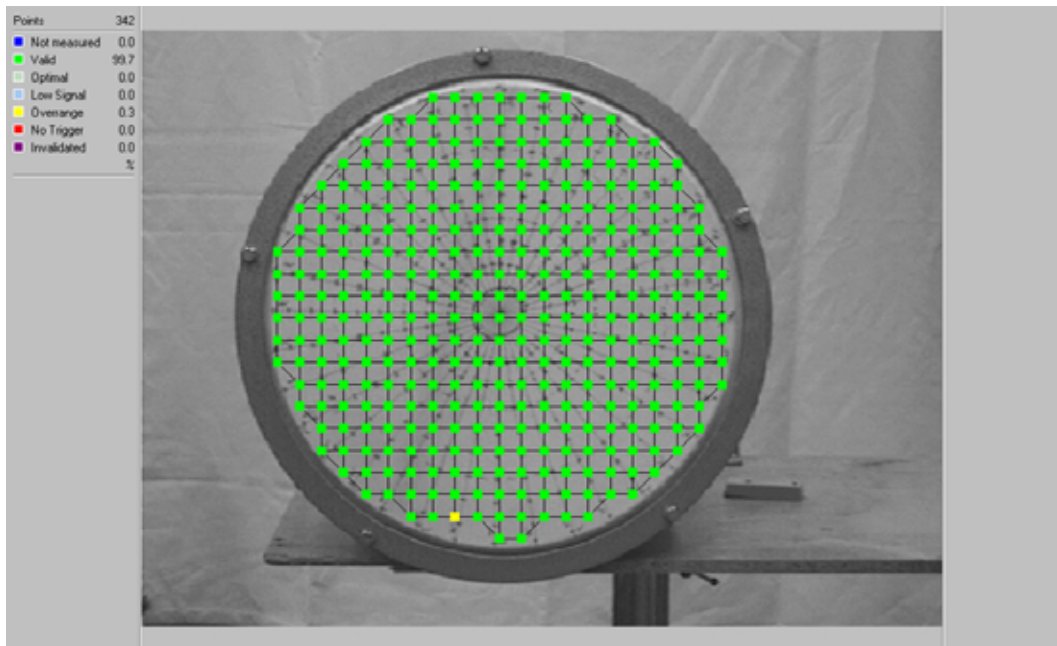


Abb. 52. Messgitter auf dem Fell der kleinen Pauke von Studio 49 bei Lautsprecheranregung.

Die Ergebnisse werden als *Instant Values* in Form von *Colour Maps* dargestellt. Dafür hat es sich als sehr wirkungsvoll erwiesen, das Vorzeichen in zwei den Farben Rot und Grün zu kodieren. Bedauerlicherweise sind farbige Abbildungen im Textteil aus drucktechnischen Gründen nicht möglich. Die Ergebnisse müssen daher in Graustufen so visualisiert werden, dass sich Knoten als dunkle Linien und Flächen abzeichnen.

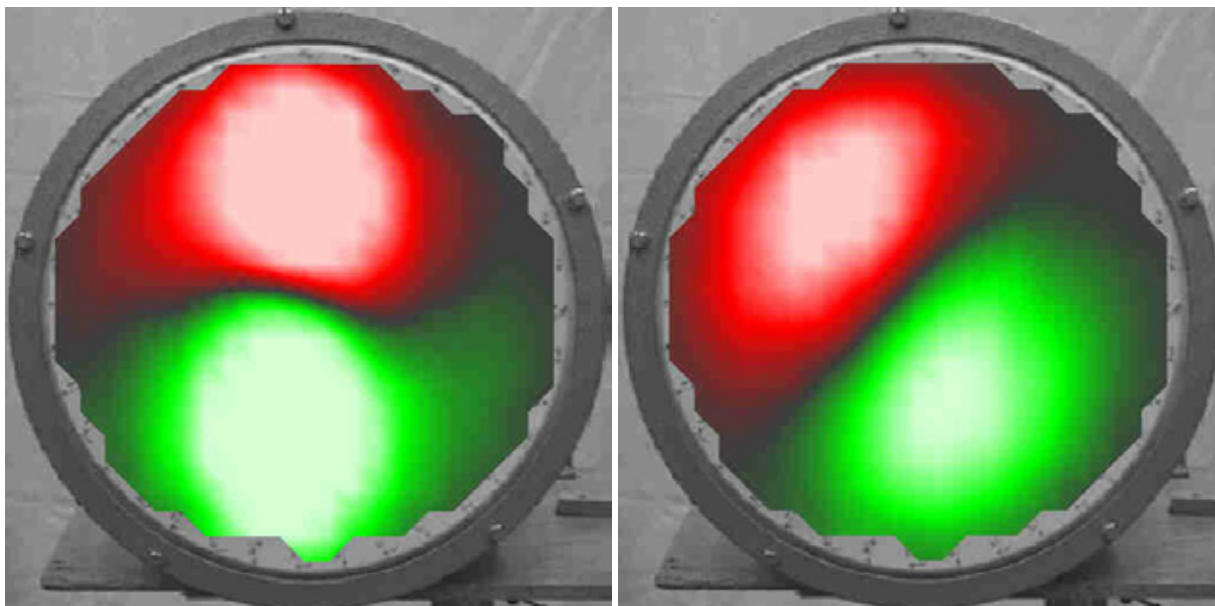


Abb. 53. Charakteristische Betriebsschwingungsformen der kleinen Pauke; 11-Schwingung bei 188 Hz (links) bzw. 192 Hz (rechts).

Die rotationssymmetrische 01-Schwingung wurde bei 232 Hz lokalisiert. Die 11-Schwingung, die den Hauptton generiert, zeigte sich in zwei Varianten mit den Frequenzen 188 Hz bzw. 192 Hz. In Abb. 53 sind die beiden Erscheinungsformen nebeneinander abgebildet. Offen-

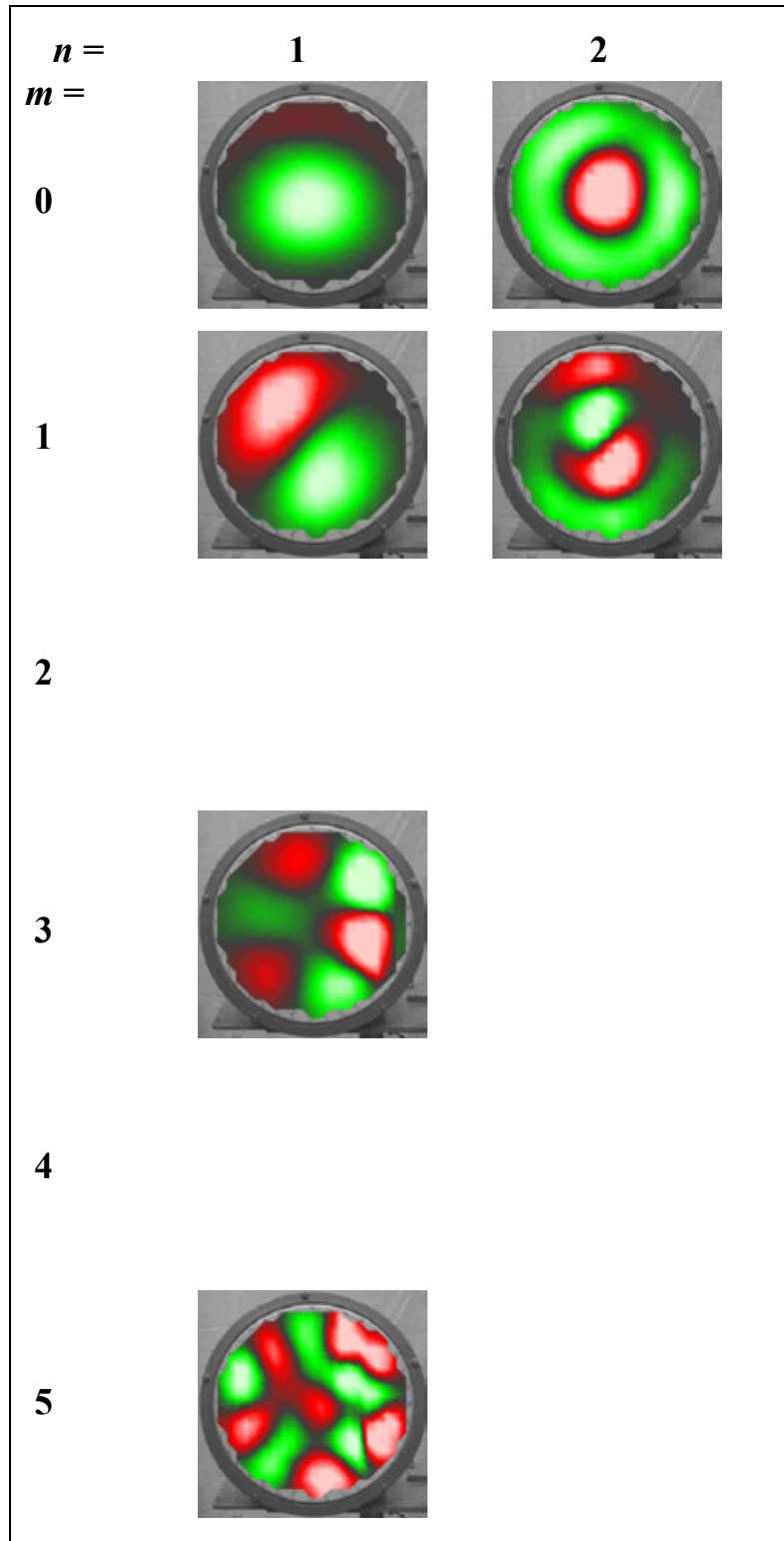


Abb. 54. Charakteristische Betriebsschwingungsformen der kleinen Pauke bei Schalldruckanregung; Knoten zeichnen sich als dunkle Linien ab.

sichtlich spaltet sich die 11-Mode in zwei Partialschwingungen auf. Dieser Effekt, der sich z.B. auch im vorhergehenden Kapitel gezeigt hat, wird als Moden-Splitting bezeichnet. Beide Schwingungsformen sind gleichartig, unterscheiden sich jedoch in ihrer Winkellage. Abb. 53 zeigt, dass bei einer der Partialschwingungen der Knotendurchmesser (dunkle Linie) etwa dort liegt, wo bei der anderen die Schwingungsbäuche liegen, und umgekehrt. Die zugehöri-

gen Frequenzen unterscheiden sich um etwa 4 Hz. Wie eine theoretische Betrachtung zeigt (Fleischer 1994b, Fleischer und Rotter 1994), hat die Überlagerung dieser beiden Partial-schwingungen komplizierte räumlich-zeitliche Schwebungsvorgänge zur Folge. Aufspaltungen dieser Art sind bei der Pauke immer wieder zu beobachten; siehe z.B. Abb. 47. Sie sind typisch für nahezu, aber nicht vollständig rotationssymmetrische Schwinger.

Eine tabellarische Zusammenstellung der charakteristischen Betriebsschwingungsformen, die bei diesem Experiment identifiziert wurden, findet sich im Abb. 54. Helle Flächen kennzeichnen Schwingungsbäuche, dunkle Linien Knoten. Das Vorzeichen geht bei dieser Darstellung verloren, so dass nur noch der Betrag grob abgelesen werden kann. Die Zeilen der Tabelle stehen für die Anzahl der Knotendurchmesser und reichen von $m = 0$ (Rotationssymmetrie) bis $m = 5$. Die beiden Spalten für $n = 1$ und $n = 2$ kennzeichnen die Anzahl der Knotenkreise. Die klangbildenden $m1$ -Schwingungen sind in der ersten Spalte zu finden.

Im untersuchten Frequenzbereich bis 800 Hz wurden sechs Schwingungsmuster nachgewiesen, die sich zweifelsfrei in das mn -Periodensystem einordnen ließen. Damit liegt nun eine erste Übersicht von charakteristischen Betriebsschwingungsformen vor. Es lässt sich feststellen, dass die Ergebnisse mit denen übereinstimmen, die mit den anderen bisher betrachteten Untersuchungsmethoden gewonnen wurden. Es zeigt sich, dass eine mögliche Methode der Anregung darin besteht, das Fell über Luftschall zum Schwingen zu bringen. Es erscheint lohnend, weitere Experimente mittels Laser-Vibrometrie durchzuführen und dabei andere Möglichkeiten der Anregung zu erproben.

7.3. Orientierende Messungen mit Shakeranregung

Im selben Zeitraum fanden weitere Messungen an derselben Pauke III (Abb. 3) statt, bei denen eine andere Art der Anregung realisiert wurde. Das Fell wurde mit Hilfe eines elektrodynamischen Schwingerregers (*Shaker*) zum Schwingen gebracht. Der Shaker stand seitlich neben der Pauke. Ein metallener Ausleger übertrug die Anregungskraft, die mit einem Kraftaufnehmer gemessen wurde, auf das Fell. Die Resultate werden im vorliegenden Abschnitt präsentiert. Analysiert wurde mit der Vibrometer-Software Version 6.11.

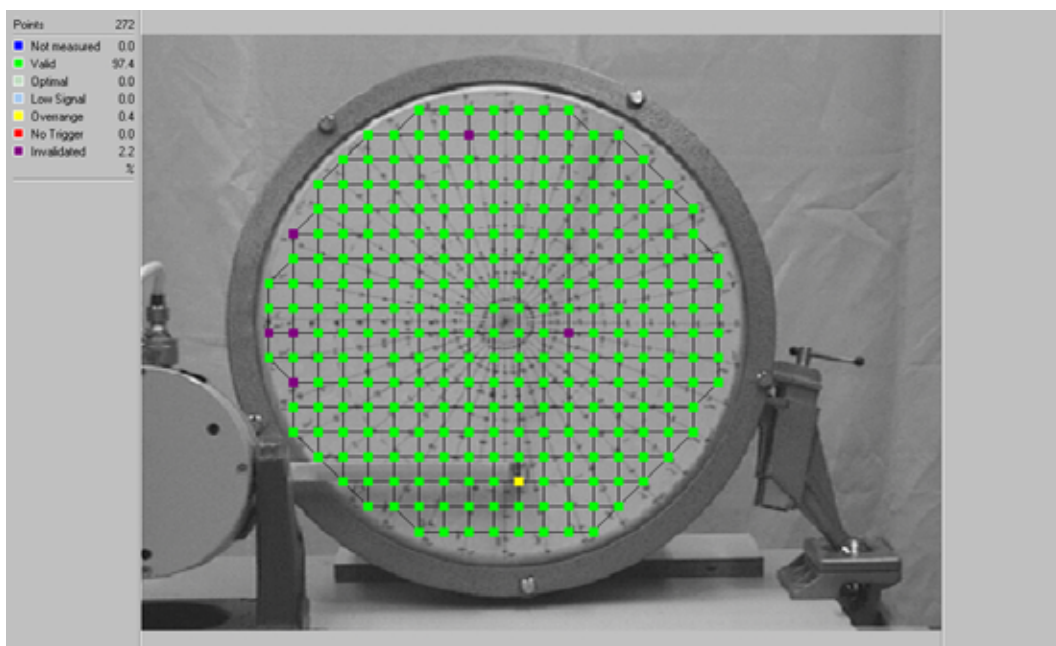


Abb. 55. Messgitter auf dem Fell der kleinen Pauke von Studio 49 bei Shakeranregung.

Das Messgitter mit 272 Messpunkten ist in Abb. 55 wiedergegeben. Auch hier war die Bandbreite 800 Hz, woraus mit 400 Frequenzlinien eine Frequenzauflösung von 2 Hz resultierte. Wiederum wurde im Generator hp 33120A als Messsignal ein Pseudo-Rauschen generiert. 97,4 % aller Messpunkte waren gültig (valid), der Rest übersteuert oder bei der Auswertung nicht berücksichtigt (invalidated).

Die rotationssymmetrische 01-Schwingung wurde hier nicht gefunden. Die 11-Schwingung, die den Hauptton erzeugt, trat wiederum in Form von zwei Partialschwingungen mit verschiedenen Frequenzen auf. In Abb. 56 sind ihre zwei Erscheinungsformen nebeneinander gestellt. Obwohl die Darstellung in Graustufen die Unterscheidung nicht zulässt, welches Vorzeichen die Bewegung hat, zeichnet sich doch insbesondere der Knotendurchmesser als dunkle Linie ab. Wie bereits aus Abb. 53 ersichtlich, spaltet sich die Schwingung auf. Bei einer der Partialschwingungen liegt der Knotendurchmesser nahezu senkrecht, bei der anderen nahezu waagrecht. Beide Formen sind gleichartig, unterscheiden sich jedoch um ca. 90° in ihrer Winkel-lage. Diese bereits mehrfach beobachtete Erscheinung kann bei allen antimetrischen Moden auftreten und ist typisch für annähernd rotationssymmetrische Schwinger.

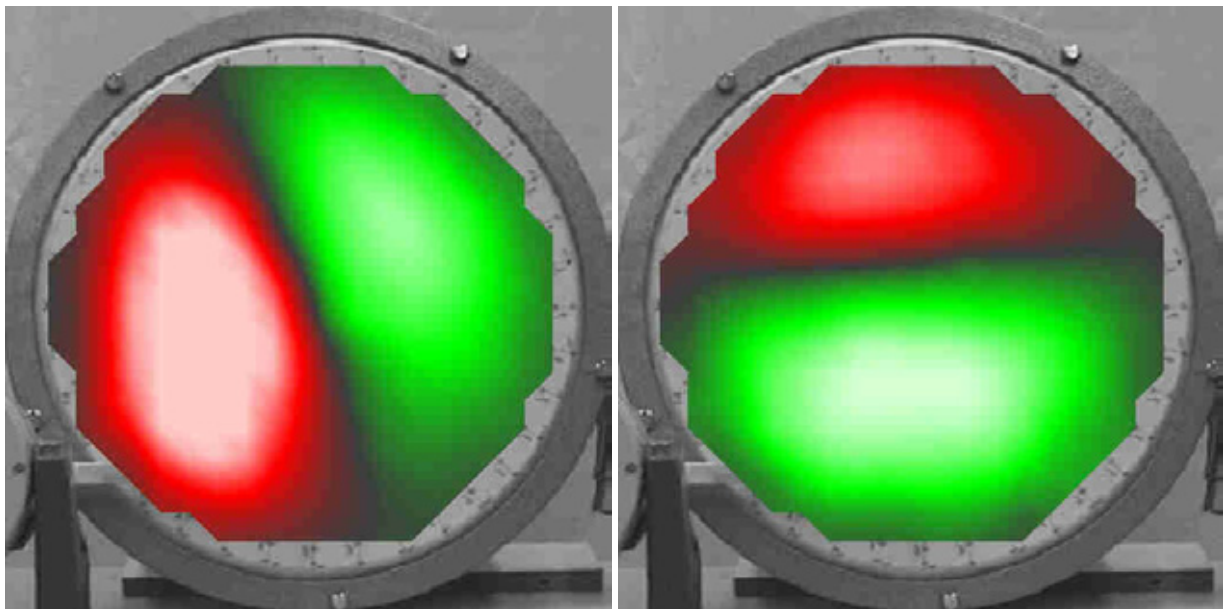


Abb. 56. Charakteristische Betriebsschwingungsformen der kleinen Pauke; 11-Schwingung bei 188 Hz (links) bzw. 198 Hz (rechts).

Die Resultate werden als *Instant Values* in Form von *Colour Maps* dargestellt. Mit zwei unterschiedlichen Farben ist kodiert, in welche Richtung sich das Fell momentan bewegt. Diese Kodierung ist sehr wirkungsvoll, im Textteil aus drucktechnischen Gründen jedoch nicht möglich. Deshalb sind farbige Abbildungen im Anhang zusammengestellt. Die Resultate, welche die Messung mit Shakeranregung gebracht hat, sind im Anhang A1 gesammelt und um einige der Messung mit Luftschallanregung aus Abschnitt 7.2 ergänzt. Die Farben Rot und Grün stehen für unterschiedliche Richtung der Bewegung. Ordnungskriterien sind wiederum die Anzahl m der Knotendurchmesser und die Anzahl n der Knotenkreise. In sieben Zeilen und zwei Spalten sind zehn charakteristische Betriebsschwingungsformen angeordnet. Die gefundenen Schwingungsmuster fügen sich in ihrer überwiegenden Mehrzahl zweifelsfrei in das mn -Schema ein. Erwartungsgemäß ergeben sich bei Schalldruckanregung nicht immer dieselben charakteristischen Frequenzen, wie wenn mit dem Shaker punktuell eine Kraft eingepreßt wird. Die Schwingungsmuster sind jedoch weitgehend identisch und ergänzen einander. Insgesamt bestätigen die Resultate die bisherigen Erkenntnisse.

7.4. Weitere Messungen mit Shakeranregung

Zwei Jahre später wurden weitere Experimente mit der neueren Version 6.13 der Vibrometer-Software durchgeführt. Die beiden Messungen, im vorliegenden Abschnitt erläutert sind, fanden am selben Tag statt. In beiden Fällen wurde das Fell, wie vorher beschrieben, über einen seitlich stehenden Schwingerreger angetrieben. Die Anregungskraft wurde über einen Ausleger auf das Fell übertragen und an der Kontaktstelle mit einem Kraftaufnehmer gemessen. Diese Kraft diente als Eingangssignal bei der Bildung der Übertragungsfunktionen, bei denen es sich gemäß 5.1.1 um Admittanzen handelte. Wie Abb. 57 erkennen lässt, wurde das Messgitter so gelegt, dass kein Messpunkt auf den Ausleger zu liegen kam.

7.4.1. Erste Messung mit Shakeranregung

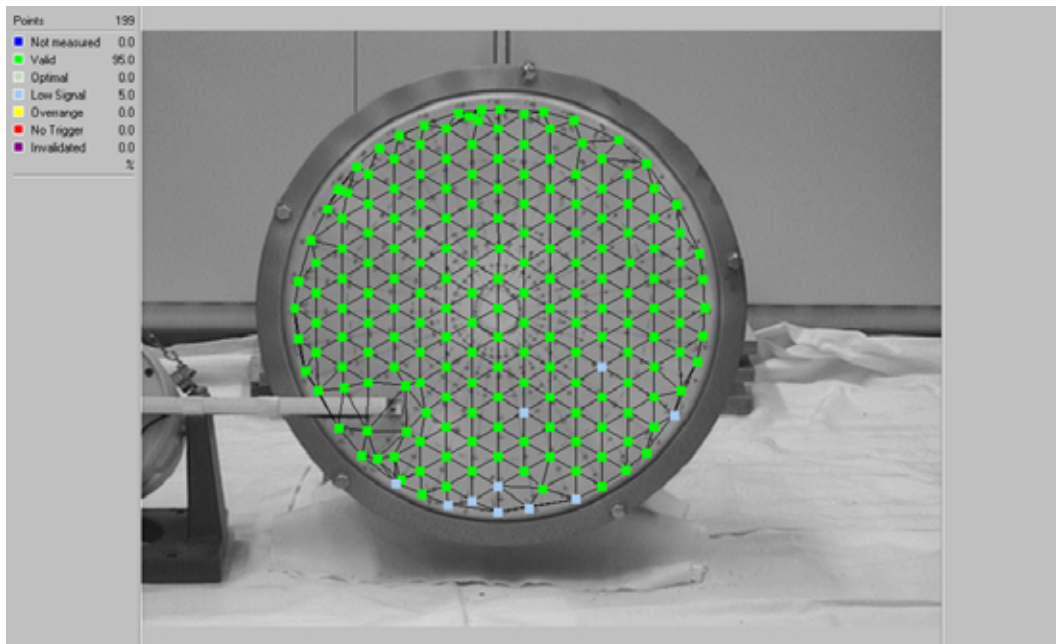


Abb. 57. Messgitter auf dem Fell der kleinen Studio 49-Pauke bei Shakeranregung; erste Messung.

Die bisherigen Experimente mit dem Scanning haben gelehrt, dass eine Messung möglichst rasch ablaufen sollte. Um den Ablauf zu beschleunigen, wurden nur 199 Messpunkte verwendet. Jede Messung wurde dreimal gemittelt. Angeregt wurde nach wie vor mit Pseudo-Rauschen. Die Ergebnisse waren an 95 % der Punkte gültig (*valid*), die restlichen wurden bei der Auswertung *invalidated*. 500 Hz Messbandbreite und 400 Frequenzlinien führten auf eine Auflösung von 1,25 Hz.

Auch hier war die rotationssymmetrische 01-Schwingung, ebenso wie die 02-Schwingung, nicht zu finden. Da das Fell offenbar nicht gleichmäßig gestimmt war, wurde vielfältiges Moden-Splitting beobachtet. Beispielhaft ist in Abb. 58 die 21-Schwingung in zwei Erscheinungsformen dargestellt. Die Knoten werden als dunkle Linien wiedergegeben. Wie bereits aus Abb. 53 und 56 für die 11-Schwingung ersichtlich, liegen bei einer der Partialschwingungen die Knotendurchmesser dort, wo sich bei der anderen die Schwingungsbäuche befinden. Die beiden Muster unterscheiden sich hier um 45° in ihrer Winkellage. Erscheinungen dieser Art konnten hier bei zahlreichen der antimetrischen Moden beobachtet werden.

In ihrer Gesamtheit sind die Ergebnisse in Abb. 59 zusammengefügt. Dafür ist probeweise eine dreidimensionale Darstellung als Gittermodell gewählt. Diese Art der Visualisierung wurde in ähnlicher Form bereits in Kapitel 6 verwendet und bietet sich für schwarzweiße Wiedergabe an. Sechs unterschiedliche Schwingungsmuster waren zu identifizieren, davon vier klangbildende. Da das unverformte Fell als Referenz nicht dargestellt ist, fällt die Interpretation der Schwingungsformen an Hand des stehenden Bildes nicht immer ganz leicht.

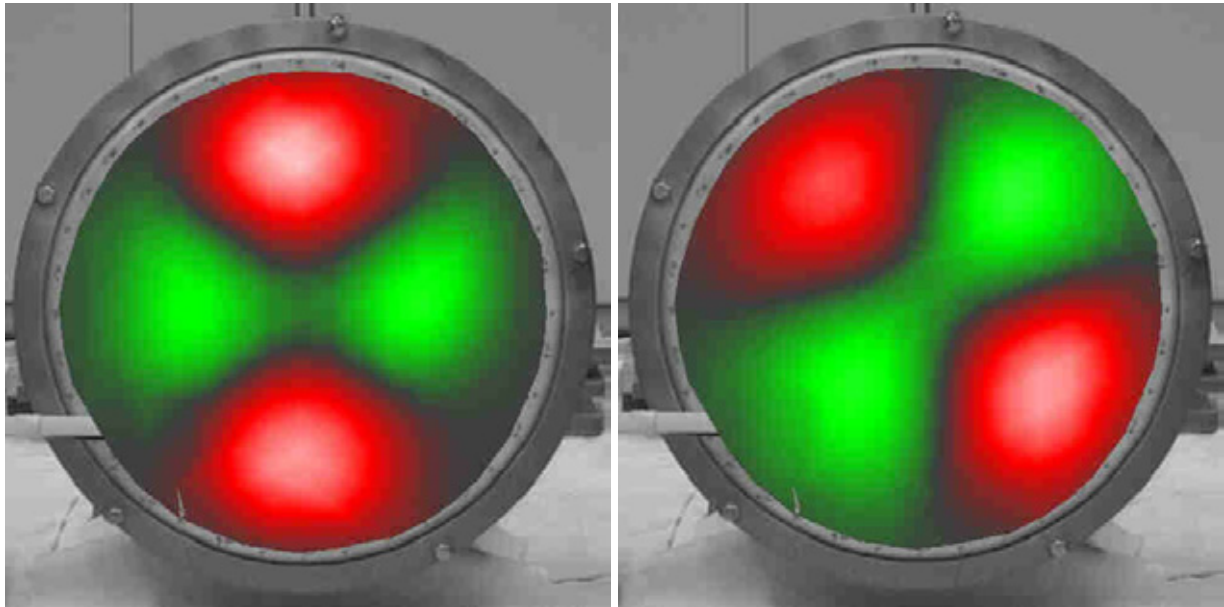


Abb. 58. Charakteristische Betriebsschwingungsformen der kleinen Pauke; 21-Schwingung bei 265 Hz (links) bzw. 281 Hz (rechts).

Der Vergleich mit früheren Ergebnissen zeigt Übereinstimmung der charakteristischen Merkmale der Schwingungsmuster. So ähneln beispielsweise die vier m_1 -Schwingungsmuster der kleinen Pauke III (linke Spalte in Abb. 59) in hohem Maße den entsprechenden Moden der großen Pauke II (Abb. 46). Die Beobachtung, dass bei jeder Pauke die m_1 -Schwingungsmuster sich stets und eindeutig ausprägen, verfestigt sich. Aus anderen Untersuchungen (z.B. Rossing 1983, Ziegenhals 1987, Fleischer 1988b) ist bekannt, dass diese Schwingungen wichtige klangbildende Teiltöne hervorrufen, die das akustische Signal prägen. Die Kombination aus der Messung der Kraft am Kontaktpunkt zum Fell und der Messung der Geschwindigkeit an ausreichend vielen Punkten auf dem gesamten Fell erweist sich als erfolgversprechend.

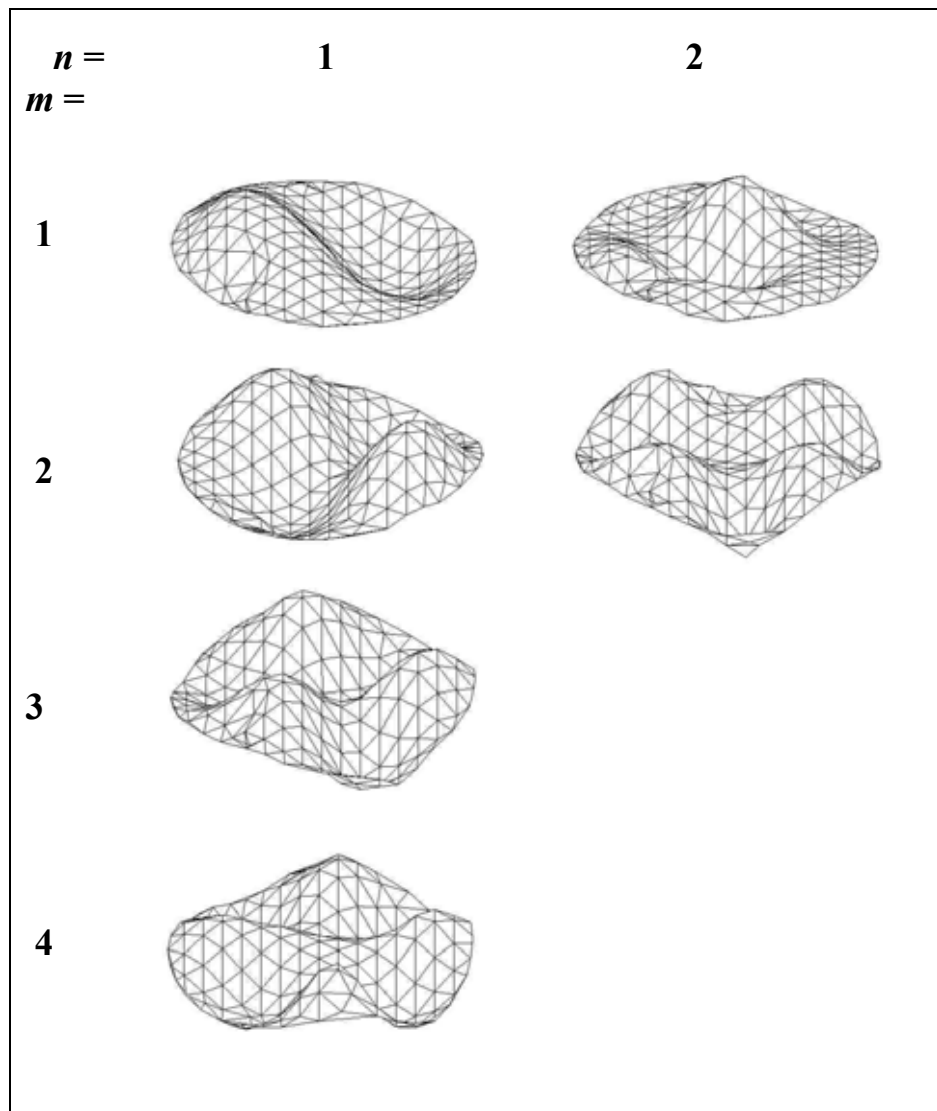


Abb. 59. Charakteristische Betriebsschwingungsformen der kleinen Pauke bei Shakeranregung.

7.4.2. Zweite Messung mit Shakeranregung

Um die Reproduzierbarkeit zu überprüfen, wurde am selben Tag eine weitere Messung gestartet. Die Versuchsanordnung (Abb. 60) und die Versuchsparameter wurden beibehalten: Die Schwingung wurde an 199 Messpunkte auf dem Fell abgetastet. Nach wie vor wurden an jedem Punkt drei Messungen gemittelt. Angeregt wurde mit Pseudo-Rauschen. Die Messungen waren an 28,1 % der Punkte gültig (*valid*), an den restlichen optimal. Bei 500 Hz Messbandbreite und 400 Frequenzlinien war die Auflösung 1,25 Hz.

Ebenso wie bei der vorhergehenden Messung war die rotationssymmetrische 01-Schwingung nicht nachzuweisen. Die 02-Schwingung konnte dagegen nunmehr identifiziert werden. Da für diese Messung das Fell nicht neu gestimmt worden war, trat auch weiterhin vielfältiges Moden-Splitting auf. Als charakteristisches Beispiel hierfür ist in Abb. 61 die 41-Schwingung wiedergegeben.

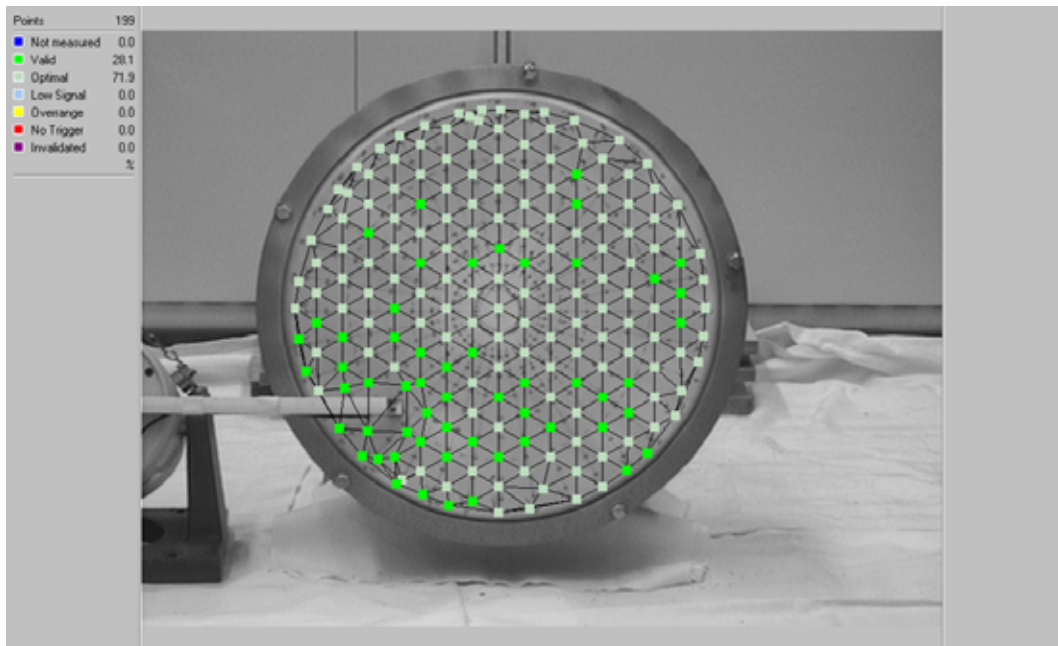


Abb. 60. Messgitter auf dem Fell der kleinen Studio 49-Pauke bei Shakeranregung; zweite Messung.

Die beiden 3D-Bilder zeigen zwei unterschiedliche Erscheinungsformen dieser Schwingung. Das Fell bewegt sich mit vier Knotendurchmessern und einem Knotenkreis am Rand. Deutlich zu erkennen sind jeweils vier Schwingungsbäuche, die sich nach oben ausbilden. Die beiden Schwingungsmuster haben verschiedene Winkellagen. Sie sind gleichartig, aber gegeneinander verdreht. Die zugehörigen Frequenzen unterscheiden sich um 18 Hz.

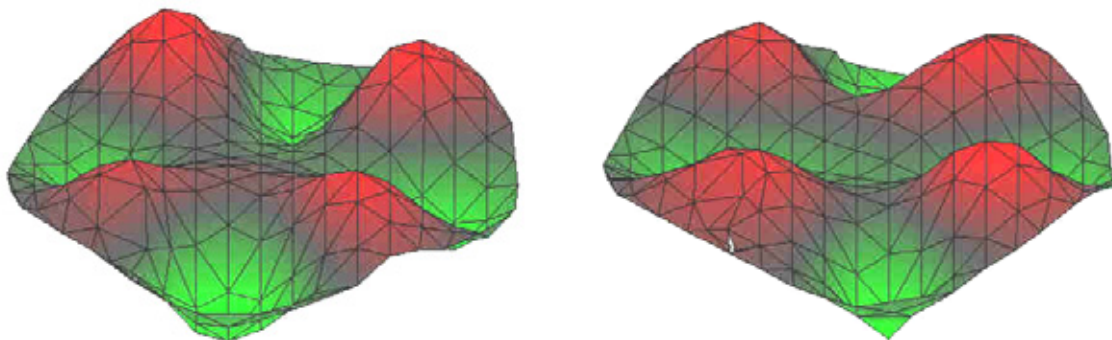


Abb. 61. Charakteristische Betriebsschwingungsformen der kleinen Pauke; 41-Schwingung bei 412 Hz (links) bzw. 430 Hz (rechts).

In ihrer Gesamtheit sind die Ergebnisse dieser zweiten Messung im Anhang A2 und A3 zusammengestellt. In Tabellen mit sechs Zeilen und zwei Spalten sind acht charakteristische Schwingungsformen angeordnet. Zwei Arten der Darstellung sind gewählt. Im Anhang A2 ist die aus A1 bekannte Darstellung als *Colour Map* verwendet. In A3 ist darüber hinaus eine dreidimensionale Darstellung verwendet, bei der das Fell als Gittermodell wiedergegeben ist. Wie auch in allen anderen Bildern des Anhangs dienen zwei Farben der leichteren Interpretation. Rot veranschaulicht die Bewegung nach oben (positives Vorzeichen). Die Farbe Grün steht für die Bewegung nach unten (negatives Vorzeichen).

Von den acht charakteristischen Betriebsschwingungen in den beiden Tabellen von A2 und A3 sind fünf klangbildend, d.h. von Bedeutung für das musikalische Signal der Pauke. Die Schwingungsbilder bestätigen und ergänzen die Ergebnisse des vorangegangenen Durchgangs, die in Abb. 59 präsentiert sind. In ihren wesentlichen Merkmalen stimmen sie mit den Resultaten der Modalanalyse der großen Pauke in Kapitel 6 überein. Auch beim punktweisen Abtasten der Schwingung mit dem Scanning Vibrometer prägen sich die klangbildenden $m1$ -Schwingungsmuster sehr deutlich aus. Es ist praktikabel, das Fell mit einem Schwingerreger anzuregen und die Kraft am Kontaktpunkt zum Fell als Eingangsgröße sowie die Geschwindigkeit an ausreichend vielen Punkten auf dem gesamten Fell als Ausgangsgröße zu verwenden. Es erweist sich als sinnvoll, aus dem Satz von Transfer-Admittanzen, den man damit erhält, charakteristische Betriebsschwingungsformen zu extrahieren.

7.5. Vergleich von Betriebsschwingungsformen und Moden

Aufbauend auf den bisherigen Erkenntnissen, welche die Messungen an der Pauke III erbracht haben, hat Jelinek (2005) Messungen an dieser kleinen Pauke mit dem Ziel durchgeführt, mögliche Unterschiede zwischen Betriebsschwingungsformen und Moden aufzuspüren. Dazu hat er das Fell mit dem Shaker zum Schwingen gebracht und die Bewegung des Felles mit dem Scanning Vibrometer gemessen. Aus der Schwinggeschwindigkeit am Messpunkt und der Kraft am Anregungspunkt hat er Admittanzen (vgl. 5.1.1.) gebildet. Ein und denselben Datensatz hat er anschließend auf zweierlei Weise ausgewertet.

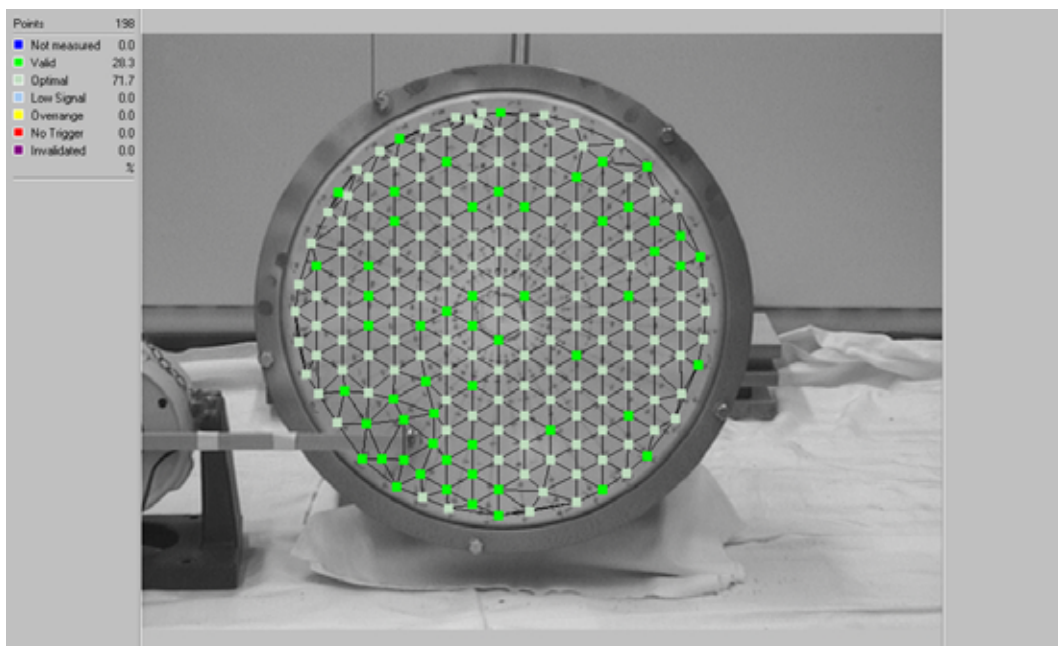


Abb. 62. Messgitter auf dem Fell der kleinen Studio 49-Pauke bei Shakeranregung (Jelinek 2005).

Versuchsaufbau und Messgitter sind Abb. 62 zu entnehmen. Sie stimmen weitgehend mit denjenigen von Abschnitt 7.4 (198 Messpunkte, Bandbreite 500 Hz, 400 Frequenzlinien, Auflösung 1,25 Hz) überein. Jelinek hat seine Messungen so lange wiederholt, bis die Ergebnisse an keinem Punkt ungültig waren. Im weiteren hat er eine Messung ausgewertet, bei der 28,3 % der Punkte „valid“ und der Rest als „optimal“ eingestuft waren.

7.5.1. Betriebsschwingungsformen

Wie bereits mehrfach erwähnt, sieht die Vibrometer-Software eine direkte Auswertung der Messdaten vor. Diese Möglichkeit wurde bei allen bisherigen Untersuchungen dieses Kapitels genutzt. Sie ergibt Betriebsschwingungsformen (Operating Deflection Shapes; vgl. Richardson 1997) vor. Darunter werden die Formen verstanden, in denen das Fell in Folge einer beliebigen Anregung bei einer bestimmten Frequenz schwingt. Wenn, wie hier im Beispiel, die Kraft als Eingangsgröße dient, sind Betriebsschwingungsformen mit der Einheit m/s pro Newton behaftet. Sie geben quantitativen Aufschluss darüber, welche Schwinggeschwindigkeit eine vorgegebene Kraft hervorruft. Aus der Fülle der möglichen Schwingungsmuster wählt der Experimentator solche aus, die sich besonders stark ausprägen. Um die Willkür zu begrenzen, sucht er an Hand der Maxima der Übertragungsfunktion, die über alle Messpunkte gemittelt ist, „charakteristische Frequenzen“ aus, zu denen „charakteristische Betriebsschwingungsformen“ gehören. Die in diesem Kapitel bisher präsentierten Ergebnisse sind dieser Klasse zuzuordnen.

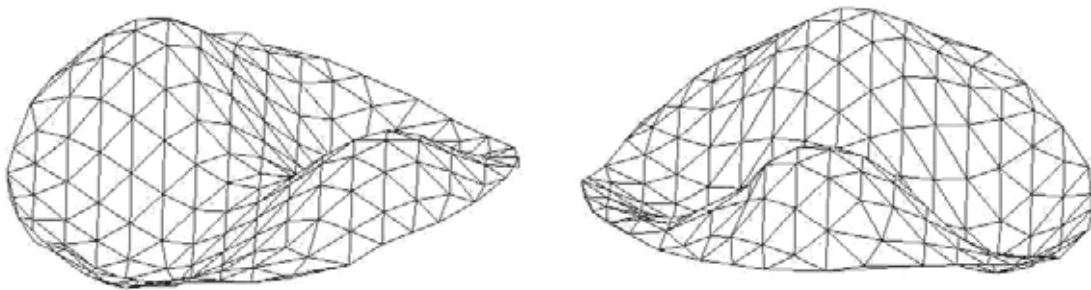


Abb. 63. Charakteristische Betriebsschwingungsformen der kleinen Pauke; 21-Schwingung bei 257 Hz (links) bzw. 266 Hz (rechts).

Auf diese Weise wurden die Vibrometerdaten zunächst mit der Systemsoftware analysiert. Wiederum konnte bei manchen Schwingungen Moden-Splitting festgestellt werden. Abb. 63 zeigt als Beispiel die 21-Form als Gittermodell. Diese trat bei zwei unterschiedlichen Frequenzen in zwei gleichartigen, aber im Winkel gegeneinander verdrehten Partialschwingungen auf.

Die charakteristischen Betriebsschwingungsformen sind in Abb. 64 in ein mn -Periodensystem mit sechs Zeilen und zwei Spalten eingeordnet. Unter den Bildern stehen die zugehörigen Frequenzen. Für die Visualisierung wurde die 3D-Darstellung mit Hilfe eines Gittermodells gewählt. Im Prinzip eignet sich diese Darstellung für Schwarzweiß-Druck. Allerdings ist allein an Hand eines stehenden Bildes die Identifikation der Schwingungsmuster nicht immer eindeutig. Wesentlich leichter fällt dies, wenn zur Visualisierung unterstützend die weiteren Möglichkeiten herangezogen werden, welche die PSV-Software bereitstellt. Animation der Bilder, Farbkodierung sowie die Möglichkeit, das Fell aus verschiedenen Blickwinkeln betrachten zu können, gestalten die Erkennung und Einordnung der Schwingungsformen einfach und sicher.

Im untersuchten Bereich von Frequenzen bis 500 Hz wurden acht charakteristische Betriebsschwingungen identifiziert. Die rotationssymmetrische 01-Form war nicht darunter. Es sind dies die Schwingungsmuster, wie sie auch bei einer vergleichbaren eigenen Messung (Abschnitt 7.4.2) bestimmt und im Anhang A2 als *Colour Maps* sowie als farbige 3D-Plots dargestellt worden sind. Das oben erwähnte Moden-Splitting der 21-Form wurde hier auch bei der 11-Schwingung beobachtet.

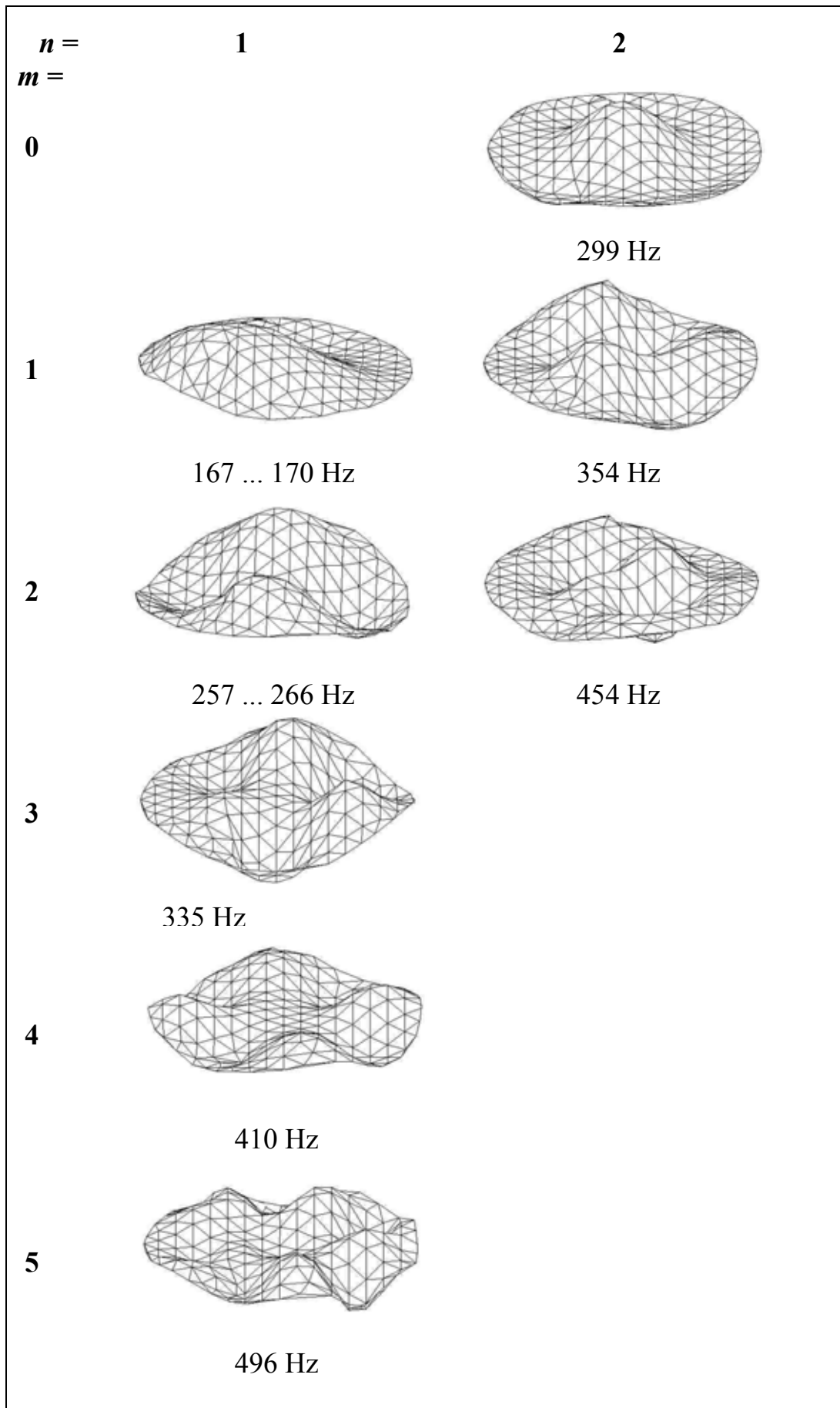


Abb. 64. Charakteristische Betriebschwingungsformen und Frequenzen der kleinen Pauke.

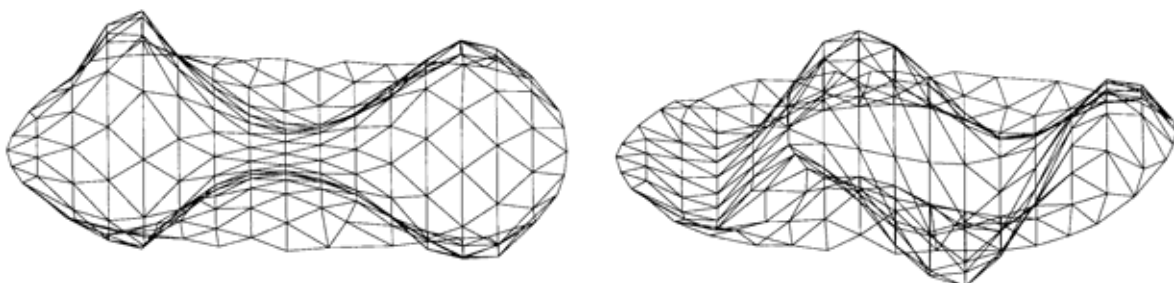
So einfach es in aller Regel ist, Schwingungsmuster zu identifizieren, so schwierig gestaltet es sich, die charakteristischen Frequenzen zu bestimmen. Diese aufzufinden, ist dem Experimentator oft nicht eindeutig möglich. Ein anderer Auswerter könnte sich möglicherweise auf andere lokale Maxima festlegen und damit zu abweichenden Frequenzwerten gelangen. Zwar wird die Bewegung des Felles berührungsfrei gemessen, jedoch könnte der Kraftaufnehmer die Messung verfälschen. Er verändert das Messobjekt: Zum einen muss er so unter Vorlast gegen das Fell drücken, dass er beim Schwingen nicht abhebt. Dadurch wird die Spannung des Felles lokal erhöht. Zum anderen stellt zwangsläufig alles, was sich zwischen dem Mess-element des Kraftaufnehmers und dem Fell befindet, eine zusätzliche Masse in der Größe einiger Gramm dar. Die erhöhte Spannung tendiert nach Gl. (8) dazu, die Frequenzen zu erhöhen. Die zusätzliche Einzelmasse zeigt die gegenteilige Tendenz.

Diese Veränderung des Messobjekts durch die Messapparatur sollte eigentlich vermieden werden. Sie muss jedoch in Kauf genommen werden, wenn in der folgenden Untersuchung die Eigenmoden bestimmt werden. Vorbedingung dafür ist, dass Übertragungsfunktionen bestimmt werden, anhand derer die Modalanalyse durchgeführt wird. Hierfür eine geeignete Anregungsgröße zu wählen, ist notwendige Voraussetzung für sinnvolle Ergebnisse.

7.5.2. Eigenmoden

Wird die Schwinggeschwindigkeit am jeweiligen Messpunkt auf die Kraft am Anregungspunkt bezogen, entsteht eine Admittanz; vgl. 5.1.1. Da Anregung und Bewegung an unterschiedlichen Punkten gemessen werden, spricht man von einer Transfer-Admittanz. Wenn auf der Basis solcher Admittanzen analysiert wird, kommt dies der Situation gleich, dass das Messobjekt am Anregungspunkt in Richtung der Kraft mit der Randbedingung „frei“ schwingen kann. Der Satz von Admittanzen, der als Resultat der in 7.5.1. beschriebenen Messung vorliegt, diene als Grundlage einer nachfolgenden Modalanalyse. Daraus wurden mit dem Programmpaket SMS StarModal der Version 5.22 die Moden des Felles bestimmt.

Eigenmoden sind die „Atome“ der linearen Schwingung einer jeden Struktur. Sie stellen die Elementarlösungen der homogenen Differenzialgleichung (für die ideale Membran siehe Gl. (2)) unter Einbeziehung der Randbedingungen dar und sind damit orthogonal, d.h. voneinander unabhängig. Um ihre Kenngrößen (Eigenfrequenz, Eigenschwingungsform und modale Dämpfung) zu extrahieren, müssen die Messdaten an Hand mathematischer Modelle weiter verarbeitet werden. Dies bewerkstelligt die Modalanalyse-Software.



*Abb. 65. Eigenschwingungsformen der kleinen Pauke;
31-Schwingung bei 334 Hz (links) bzw. 369 Hz (rechts).*

Dazu hat Jelinek (2005) die Messdaten vom Scanning Vibrometer in das Modalanalysesystem importiert und in vier Durchläufen einer Analyse unterzogen. Da er dabei Verfahren und

Parameter variiert hat, haben die einzelnen Durchläufe unterschiedlich viele Moden ergeben. Teilweise differierten die errechneten Eigenfrequenzen, meist jedoch nur geringfügig. Moden-Splitting wurde bei der 31-Schwingung nachgewiesen. Abb. 65 gibt die beiden Partialschwingungen wieder. Erwartungsgemäß sind diese so gegeneinander verdreht, dass die Knotendurchmesser der einen Schwingung dort liegen, wo bei der anderen sich Schwingungsbäuche ausbilden.

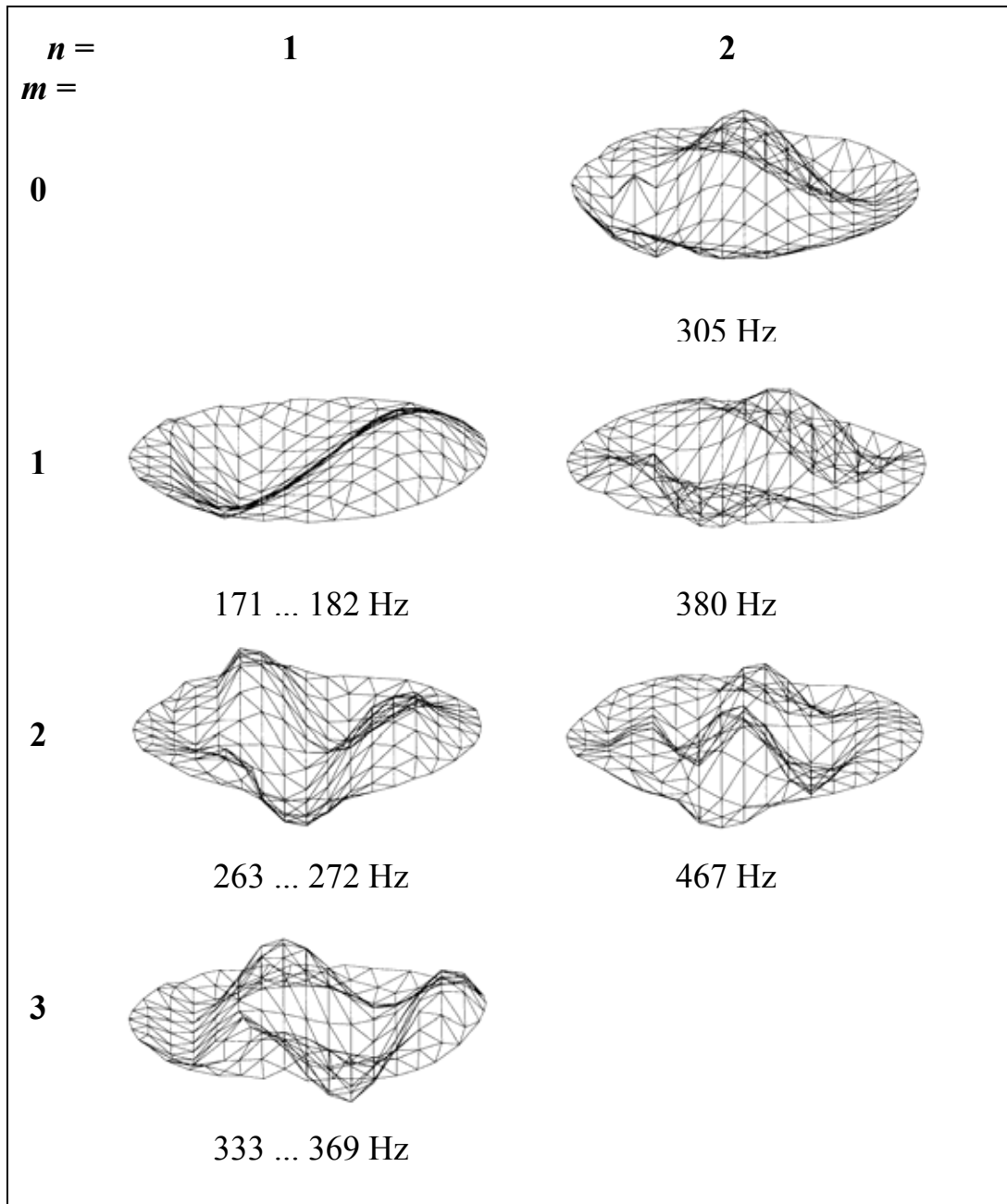


Abb. 66. Eigenformen und Eigenfrequenzen der kleinen Pauke.

Abb. 66 fasst die Ergebnisse der Modalanalyse zusammen. Sechs Eigenschwingungen wurden identifiziert. Drei dieser Eigenmoden ($m = 1 \dots 3$ Knotendurchmesser, $n = 1$ Knotenkreis) sind klangbildend. Die zugehörigen Eigenfrequenzen nehmen teilweise unterschiedliche Werte an. Die Ursache dafür könnte in den unterschiedlichen Analyseverfahren liegen. Möglich wäre aber auch, dass jede dieser Moden prinzipiell in zwei Partialschwingungen zerfällt, die bei der

Analyse getrennt werden. Die drei weiteren Schwingungsformen mit $n = 2$ Knotenkreisen werden im Spielbetrieb nur schwach angeregt und sind für das musikalische Signal der Pauke von untergeordneter Bedeutung.

Dass stets weniger Eigenmoden als charakteristische Betriebsschwingungen zu identifizieren sind, ist in Einklang mit allen bisherigen Beobachtungen. Dies dürfte darin begründet sein, dass die charakteristischen Betriebsschwingungsformen in manchen Fällen noch Anteile weiterer benachbarter Schwingungen enthalten. Sie genügen dann nicht den strengen Anforderungen, die an Eigenmoden gestellt werden. Visuell sind diese „Beimischungen“ anderer Schwingungsmuster häufig gar nicht wahrzunehmen. Deshalb wird bei den weiteren Reihenuntersuchungen auf eine nachgeschaltete Modalanalyse der Vibrometerdaten verzichtet.

7.6. Zusammenfassende Bemerkung

Das Laser-Doppler-Vibrometer wurde hinsichtlich seiner Eignung für die Messung der Schwingungen von Paukenfellen erprobt. Es wurde an der kleinen Pauke III gemessen. Grundsätzlich hat es sich als sinnvoll und zielführend erwiesen, die Schwinggeschwindigkeit des Felles mit dem Vibrometer zu messen.

Das Fell wurde auf zwei Arten angeregt. Zum einen wurde es mit einem Lautsprecher über Luftschall, zum anderen direkt mit einem Shaker zum Schwingen gebracht. Bei der Luftschallanregung diente der Schalldruck vor dem Fell, bei der Shakeranregung die Kraft am Kontaktpunkt als Eingangsgröße, um für jeden Messpunkt eine Übertragungsfunktion zu ermitteln.

Die Messungen wurden zunächst mit der Software des Vibrometers ausgewertet. An Hand der Gesamt-Übertragungsfunktion wurden charakteristische Frequenzen bestimmt und die zugehörigen charakteristischen Betriebsschwingungsformen visualisiert. Vergleiche haben weitgehende Übereinstimmung in Hinsicht auf die Schwingungsmuster ergeben. Die Ergebnisse sind auch mit allen bisherigen Erkenntnissen im Einklang. Unterschiede zeigen sich jedoch bei den charakteristischen Frequenzen. Prinzipiell haben sich beide Verfahren der Anregung als geeignet erwiesen.

Abschließend wurde die Frage untersucht, inwieweit die gefundenen Schwingungsmuster mit den Eigenmoden übereinstimmen, die wesentlich enger definiert sind. Eine Messung mit Shakeranregung wurde so lange wiederholt, bis ein Satz von sehr guten Messdaten vorlag (Jelinek 2005). Aus diesen Daten wurden im ersten Schritt charakteristische Frequenzen und Betriebsschwingungsformen gewonnen. Auf der Basis derselben Daten wurde im nächsten Schritt eine Modalanalyse durchgeführt. Der dazu notwendige Aufwand wurde mit dem theoretischen Zugewinn an Erkenntnis verglichen.

Dabei hat sich gezeigt, dass die höhere Aussagekraft echter Moden im vorliegenden Fall in keinem vertretbaren Verhältnis zum großen Zeitaufwand für die Modalanalyse steht. Im Sinne eines raschen Überblicks wird höher geschätzt, dass Betriebsschwingungsformen in äußerst kurzer Zeit aufgefunden werden können. Die gewonnene Zeit wird zukünftig besser dafür genutzt werden, möglichst viele Messdaten zu sammeln.

8. MESSUNGEN AN DER GROSSEN KOLBERG-PAUKE MIT DEM SCANNING VIBROMETER

Die Untersuchungen des vorherigen Kapitels haben gezeigt, dass die Laser-Doppler-Vibrometrie mit dem Scanning Vibrometer sich in hohem Maße dazu eignet, die Schwingungen des Paukenfelles zu erfassen. Experimentelle Untersuchungen, die nach dieser Mess- und Auswertemethode an der großen Kolberg-Pauke II (Abb. 2) durchgeführt wurden, sind im vorliegenden Kapitel beschrieben.

8.1. Versuchsaufbau und –ablauf

Die Situation bei der Messung der Schwingung des Fells ist vom vorherigen Abschnitt her bekannt; vgl. Abb. 51. Das Instrument lag auf dem Fußboden. Es war so gekippt, dass die volle Oberfläche des Fells dem Messkopf (Polytec *Optical Scanning Head* OFV 055) zugewandt war. Der Laserstrahl wurde über galvanometrisch angetriebene Spiegel auf den vorher festgelegten Punkt des Fells gelenkt wurde. Ein Teil des Laserlichts wurde reflektiert und gelangte von dort zum Messkopf zurück. Vermöge des Dopplereffekts war die Frequenz des reflektierten Lichts gegenüber derjenigen des Originalstrahls verschoben. Aus der Verschiebung der Frequenz ließ sich auf die Schwinggeschwindigkeit am Messpunkt schließen.

Den folgenden Untersuchungen liegt in aller Regel ein Versuchsaufbau zu Grunde, mit dem das Fell über Luftschall zum Schwingen gebracht wurde. In einer Box aus Spanplatte waren zwei Tieftonchassis untergebracht. Die Lautsprecher wurden mit einem Pseudo-Rauschsignal aus einem *Arbitrary Waveform Generator* hp 33120A über einen Leistungsverstärker B&K 2706 gespeist. Als Anregungsgröße wurde der Schalldruck in unmittelbarer Nähe des Fells mit einem $\frac{1}{2}$ "-Kondensatormikrofon B&K 4165 samt Vorverstärker B&K 2619, Schwanenhals B&K UA 0196 und Netzgerät B&K 2807 gemessen.

Nur in einem Fall, auf den gesondert hingewiesen wird, wurde das Fell auch über einen Schwingerreger mechanisch angeregt. Das Signal des *Arbitrary Waveform Generator* hp 33120A wurde über einen Leistungsverstärker LDS PA 25 in einen Schwingerreger LDS V 406 geführt. Der *Shaker* stand neben der Pauke und war mit einem metallenen Ausleger versehen, mit dem ein Kraftaufnehmer (*Force Transducer* B&K 8200) senkrecht gegen das Fell gedrückt wurde. Das Signal des Kraftaufnehmers wurde in einem *Conditioning Amplifier* B&K 2626 verstärkt und diente in diesem Fall als Anregungsgröße bei der Bestimmung der Übertragungsfunktionen.

Als Bewegungsgröße wurde mit dem Polytec *Optical Scanning Head* OFV 055 die Schwinggeschwindigkeit des Fells bestimmt. Die gemessenen Signale (im Allgemeinen Schalldruck als Eingangsgröße, Schwinggeschwindigkeit als Ausgangsgröße) wurden im Steuerrechner meist dreimal komplex gemittelt. Auf diese Weise wurde für jeden Messpunkt auf der Oberfläche eine Übertragungsfunktion Schwinggeschwindigkeit/Anregungsgröße bestimmt.

Im Gegensatz zum Kapitel 6 und Abschnitt 7.5.2 wurden die Vibrometer-Daten nicht im Sinne einer Modalanalyse ausgewertet. Sie wurden lediglich mittels der Analyse- und Graphiksoftware bearbeitet, die im Lieferumfang des Vibrometers enthalten ist. Diese ermöglichen, für jede Frequenz die Schwingung des Messobjekts anzuzeigen. Wie in Kapitel 7 vereinbart, werden die Schwingungsbilder, die man auf diesem Wege für eine bestimmte Frequenz erhielt, als Betriebsschwingungsformen bezeichnet.

Die Frequenzen wurden an Hand der Gesamt-Übertragungsfunktion ausgewählt, die sich als Mittel aus den Übertragungsfunktionen für sämtliche Messpunkte ergab. Die Maxima dieser Gesamt-Übertragungsfunktion dienten als Indikatoren für Resonanzen. Der Experimentator wählte die „charakteristischen Frequenzen“ aus. Die zugehörigen „charakteristischen Betriebsschwingungsformen“ wurden als *Colour Maps* visualisiert. Sie stellen „Blitzlichtaufnahmen“ der Schwingung dar. Die beiden Farben Rot und Grün stehen für unterschiedliches Vorzeichen der Bewegung. Dunkle Linien und Flächen kennzeichnen Schwingungsknoten, helle Stellen Schwingungsbäuche.

Die große Kolberg-Pauke II kann im Bereich der musikalischen Noten D2 (im Folgenden als D bezeichnet) bis D3 (im Folgenden als d bezeichnet) gestimmt werden. Das bedeutet, dass der Hauptton Frequenzen zwischen 73 Hz und 147 Hz annehmen kann. Um ein umfassendes Bild vom Schwingungsverhalten des Felles zu gewinnen, wurden Messungen für unterschiedliche Stimmungen durchgeführt, die musikalisch genutzt werden.

8.2. Messungen an der tief gestimmten Pauke

Zunächst werden Ergebnisse von Messungen präsentiert, bei denen das Fell der Kolberg-Pauke II (Abb. 2) nur schwach gespannt war. Die Anregung erfolgte über den Lautsprecher.

8.2.1. Stimmung D

Abb. 67 zeigt das Messgitter mit 779 Messpunkten. Als Messbandbreite wurden Frequenzen bis 500 Hz gewählt. Mit 400 Frequenzlinien ergab sich daraus eine Frequenzauflösung von 1,25 Hz. In Anpassung an diese Parameter wurde im Generator hp 33120A als Messsignal ein optimiertes Pseudo-Rauschen erzeugt. 100% aller Messpunkte waren gültig (*valid*).

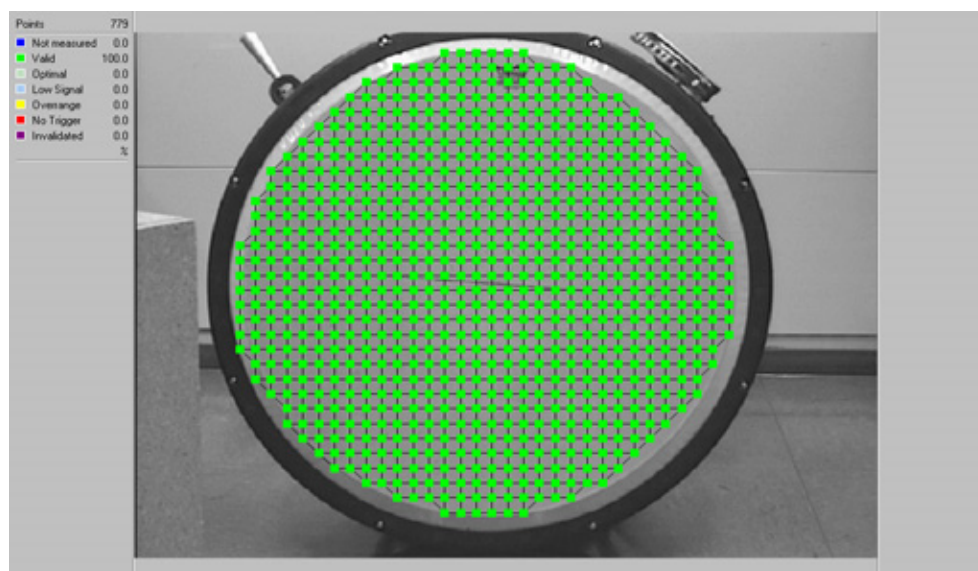


Abb. 67. Messgitter auf dem Fell der Pauke II bei Lautsprecheranregung in der Stimmung D.

In ihrer Gesamtheit sind die Ergebnisse als *Instant Values* in Form von *Colour Maps* im Anhang zusammengestellt. Die Tabelle von A4 gibt die charakteristischen Betriebsschwingungsformen der Pauke II in der Stimmung D (äquivalent D2) wieder. Die rotationssymmetrische 01-Schwingung wurde bei 99 Hz lokalisiert. Die 11-Schwingung, die den Hauptton generiert,

zeigte sich hierbei in zwei Varianten mit den Frequenzen 74 Hz bzw. 76 Hz. Hier trat Moden-Splitting auf.

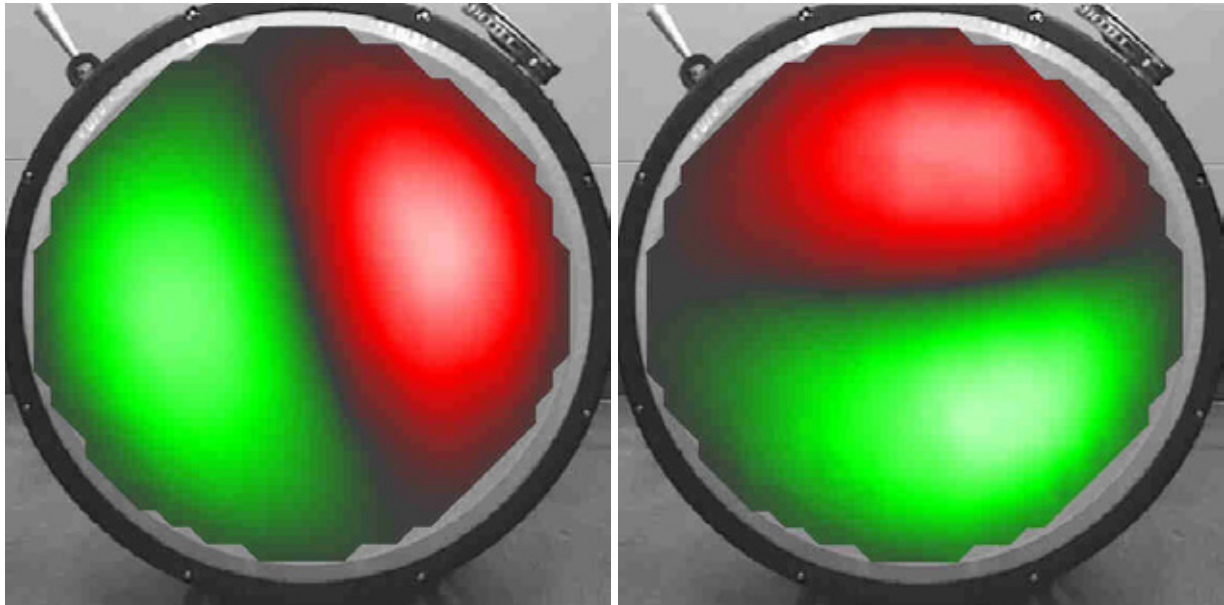


Abb. 68. Charakteristische Betriebsschwingungsformen der Pauke II in der Stimmung D; 11-Schwingung bei 74 Hz (links) bzw. 76 Hz (rechts).

In Abb. 68 sind die beiden Erscheinungsformen der 11-Schwingung nebeneinander abgebildet. Die Bilder, im Original farbig, sind in Graustufen wiedergegeben. Obwohl diese Darstellung die Unterscheidung nicht zulässt, ob die momentane Bewegung in die Zeichenebene hinein (im Anhang: grün) oder heraus (im Anhang: rot) gerichtet ist, zeichnet sich der Knotendurchmesser doch deutlich als dunkle Linie ab. Offensichtlich spaltet sich die 11-Mode in zwei Partialschwingungen auf. Bei einer der Partialschwingungen liegt der Knotendurchmesser dort, wo bei der anderen die Schwingungsbäuche liegen. Beide Formen sind gleichartig; sie unterscheiden sich lediglich in ihrer Winkellage. Eine Aufspaltung dieser Art war auch bei der kleinen Pauke (Kapitel 7) immer wieder zu beobachten. Sie ist typisch für nahezu, aber nicht vollständig rotationssymmetrische Schwinger (Fleischer 1994b, Fleischer und Rotter 1994).

8.2.2. Stimmung E, erste Messung

Bei der geringfügig höheren Stimmung E (äquivalent E2) wurden an verschiedenen Tagen zwei unterschiedliche Experimente durchgeführt. Abb. 69 zeigt das Messgitter der ersten Messung mit 779 Messpunkten, das mit dem von Abschnitt 8.2.1 übereinstimmt. Die Messbandbreite war ebenfalls 500 Hz, die Frequenzauflösung 1,25 Hz. Lediglich 0,4% der Messpunkte waren nicht optimal (*low signal*).

Die charakteristischen Betriebsschwingungsformen sind im Anhang A5 tabellarisch dargestellt. Die 01-Schwingung tritt nun bei 103 Hz auf. Die 11-Mode, die den Hauptton hervorruft, ist in zwei Partialschwingungen bei 82 Hz und 85 Hz aufgespalten. Moden-Splitting ist auch bei weiteren Teilschwingungen zu beobachten.

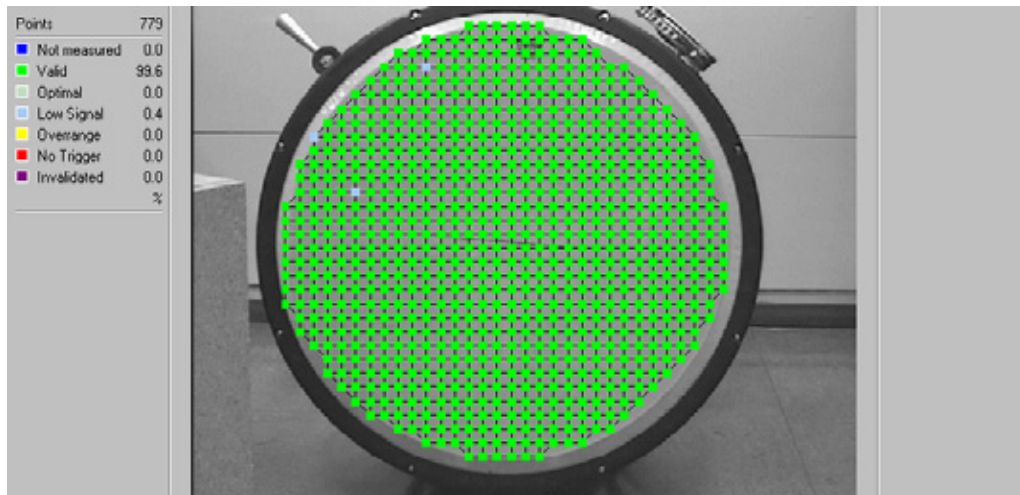


Abb. 69. Messgitter auf dem Fell der Pauke II bei Lautsprecheranregung; erste Messung in der Stimmung E.

Als Beispiel ist in Abb. 70 die 12-Schwingung herausgegriffen. Die erste Partialschwingung ist durch einen Knotendurchmesser gekennzeichnet, der im Bild nahezu senkrecht verläuft. Derjenige der zweiten liegt dagegen fast waagrecht. Die beiden Schwingungsbilder sind demnach um ca. 90° gegeneinander verdreht. Die zugehörigen Frequenzen unterscheiden sich um etwa 4 Hz. Wie theoretische Betrachtung gezeigt haben, hat die Überlagerung solcher Partialschwingungen Spinning Modes mit komplizierten räumlich-zeitlichen Schwebungsvorgängen zur Folge.

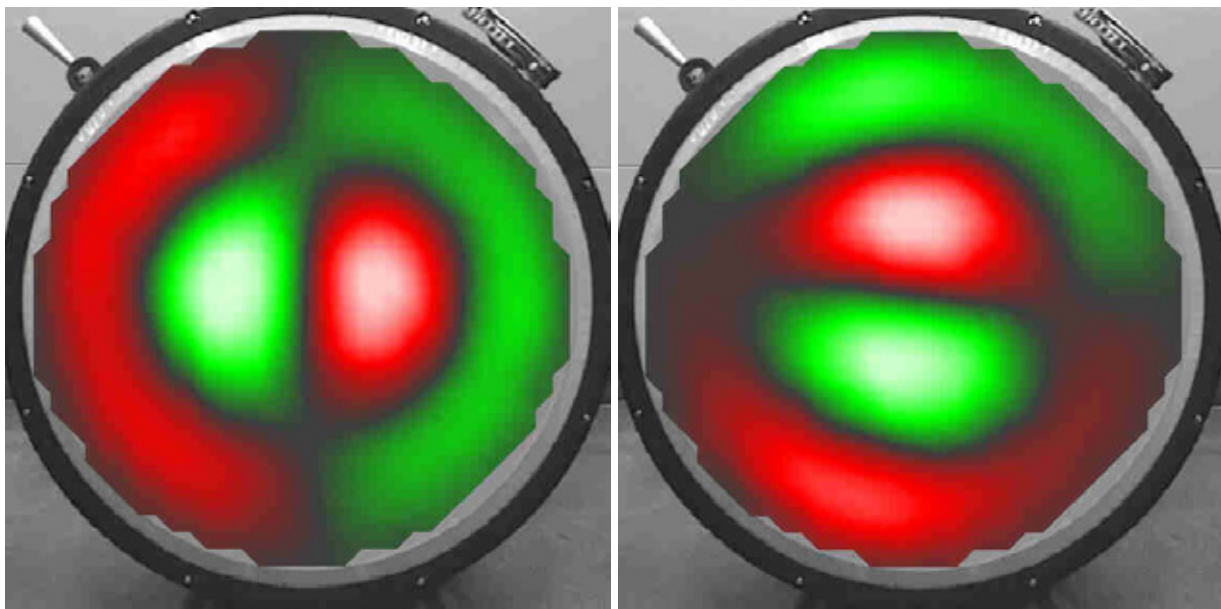


Abb. 70. Charakteristische Betriebsschwingungsformen der Pauke II in der Stimmung E (erste Messung); 12-Schwingung bei 181 Hz (links) bzw. 185 Hz (rechts).

8.2.3. Stimmung E, zweite Messung

Zwischen den einzelnen Messungen wurde die Pauke häufig umgestimmt. Um die Reproduzierbarkeit zu überprüfen, wurden Messungen immer wieder mit ähnlicher Stimmung durch-

geführt. Für die zweite Messung, die an einem anderen Tag stattfand, wurde das in Abb. 71 gezeigte Messgitter verwendet. Es umfasste 768 Messpunkte. Die Messbandbreite war 500 Hz, die Frequenzauflösung 1,25 Hz. Alle Messpunkte wurden als gültig eingestuft.

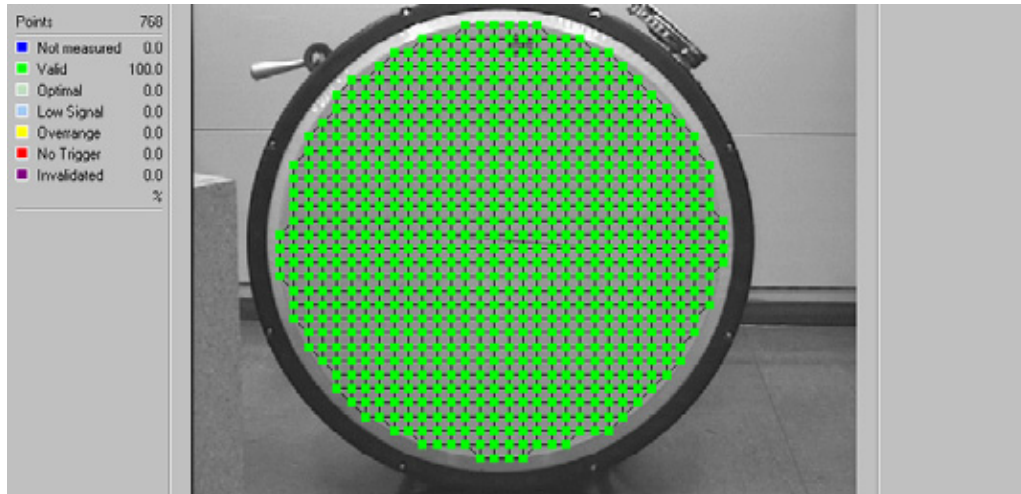


Abb. 71. Messgitter auf dem Fell der Pauke II bei Lautsprecheranregung; zweite Messung in der Stimmung E.

Die Resultate der beiden Messungen stimmen im wesentlichen überein und ergänzen einander. Die 01-Schwingung trat hier bei 104 Hz auf. Bei der 11-Mode, die den Hauptton hervorruft, zeigte sich kein Moden-Splitting. Sie hatte die Frequenz 82,5 Hz. Im untersuchten Bereich war praktisch keine Aufspaltung in Partialschwingungen zu beobachten. Offenbar war das Fell gleichmäßiger gespannt, als dies bei den vorher beschriebenen Experimenten der Fall war.

Die charakteristischen Betriebsschwingungsformen sind im Anhang A6 tabellarisch dargestellt. Als ein Beispiel ist die rotationssymmetrische 03-Schwingung mit drei Knotenkreisen herausgegriffen und in Abb. 72 dargestellt. Auch in der Grauton-Wiedergabe sind die Knoten als dunkle Linien zu erkennen. Die drei weitgehend kreisförmigen Knotenlinien (ein Kreis am Rand sowie zwei weitere) müssten auch in dieser Darstellung zu Tage treten.

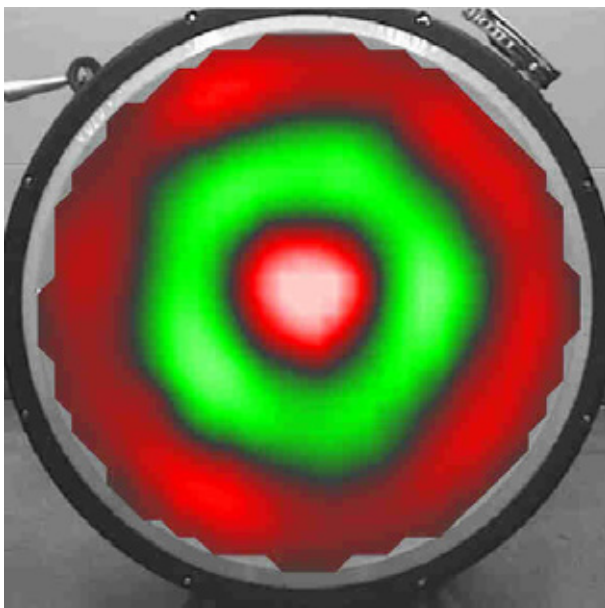


Abb. 72. 03-Schwingung der Pauke II bei 235 Hz in der Stimmung E, zweite Messung.

8.2.4. Zusammenfassung der Resultate für Luftschallanregung und tiefe Stimmung

Wenn das Fell der Pauke tief gestimmt ist, dann kann erwartet werden, dass eine große Zahl von Schwingungen in den hier untersuchten Frequenzbereich bis 500 Hz fällt. Auch auf die Gefahr hin, dass die tiefe Lage möglicherweise nicht repräsentativ für die Pauke ist, wäre es anzustreben, aus den Einzelergebnissen ein Gesamtbild zu erarbeiten. Eine tabellarische Zusammenstellung dieser Art findet sich im Anhang A7. Aus den drei bisher beschriebenen Messungen sind diejenigen Ergebnisse ausgewählt und in die Tabelle eingefügt, in denen sich das Schwingungsbild am klarsten darstellt. A7 ist demnach die Quintessenz aus A4 bis A6.

Abb. 73 ist in Graustufendarstellung eine verkleinerte Ausgabe der Tabelle in A7. Sie enthält 18 Schwingungsmuster. Helle Flächen charakterisieren Schwingungsbäuche, dunkle Linien Knoten. Da das Vorzeichen bei der Umsetzung der Farben in Graustufen verloren geht, kann nur noch der Betrag abgelesen werden. Die Zeilen der Tabelle entsprechen der Anzahl der Knotendurchmesser und reichen von $m = 0$ (Rotationssymmetrie) bis $m = 6$. Die Spalten umfassen $n = 1$ bis $n = 5$ und kennzeichnen die Anzahl der Knotenkreise. Die klangbildenden $m1$ -Schwingungen sind in der ersten Spalte zu finden.

Abb. 73 sowie in A7 lassen erkennen, dass im untersuchten Frequenzbereich bis 500 Hz achtzehn unterschiedliche Schwingungsmuster nachgewiesen werden konnten, die sich zweifellosfrei in das mn -Periodensystem einordnen ließen. Damit liegt nun eine Übersicht vor, die weit über die Erkenntnisse hinausreicht, die mit den anderen bisher angewandten Experimentalmethoden gewonnen wurden.

Tab. I: Intervalle der charakteristischen Frequenzen der tief gestimmten Pauke II bei Normierung auf die Frequenz f_{11} der 11-Schwingung für Luftschallanregung

Mode <i>mn</i>	Intervall <i>re f_{11}</i>
11	1 (Referenz)
(01	1,26 ... 1,34)
21	1,48 ... 1,54
31	1,94 ... 2,01
41	2,38 ... 2,49
51	2,84 ... 2,93
61	3,26 ... 3,37

In die tabellarischen Zusammenstellungen sind keine Frequenzen eingetragen. Sofern die Frequenzwerte der klangbildenden Schwingungen interessieren, können diese mit Hilfe von Tab. I abgeschätzt werden. Dort sind diejenigen Bereiche von Intervallen angegeben, welche sich bei den Messungen dieses Abschnitts ergeben haben. Referenz war hierbei die Frequenz (bzw. die Frequenzen) der 11-Schwingung, die den Hauptton hervorruft. Erkennbar fügt sich die 01-Schwingung nicht in ein harmonisches Raster ein. Die Intervalle der übrigen charakteristischen Frequenzen liegen jedoch nahe an der Reihe $f_{11} : f_{21} : f_{31} : \dots = 2 : 3 : 4 : \dots$ oder anders normiert $f_{11} : f_{21} : f_{31} : \dots = 1 : 1,5 : 2 : \dots$. Wird sie über Luftschall angeregt, bildet die untersuchte Pauke demnach charakteristische Betriebsschwingungsformen aus, deren Frequenzen in nahezu harmonischen Verhältnissen stehen. Die Bezeichnungen „Hauptton“, „Quinte“, „Oktave“ für die entsprechenden Teiltöne usw., wie sie der Paukenspieler verwendet, bestätigen sich hiermit aufs Neue.

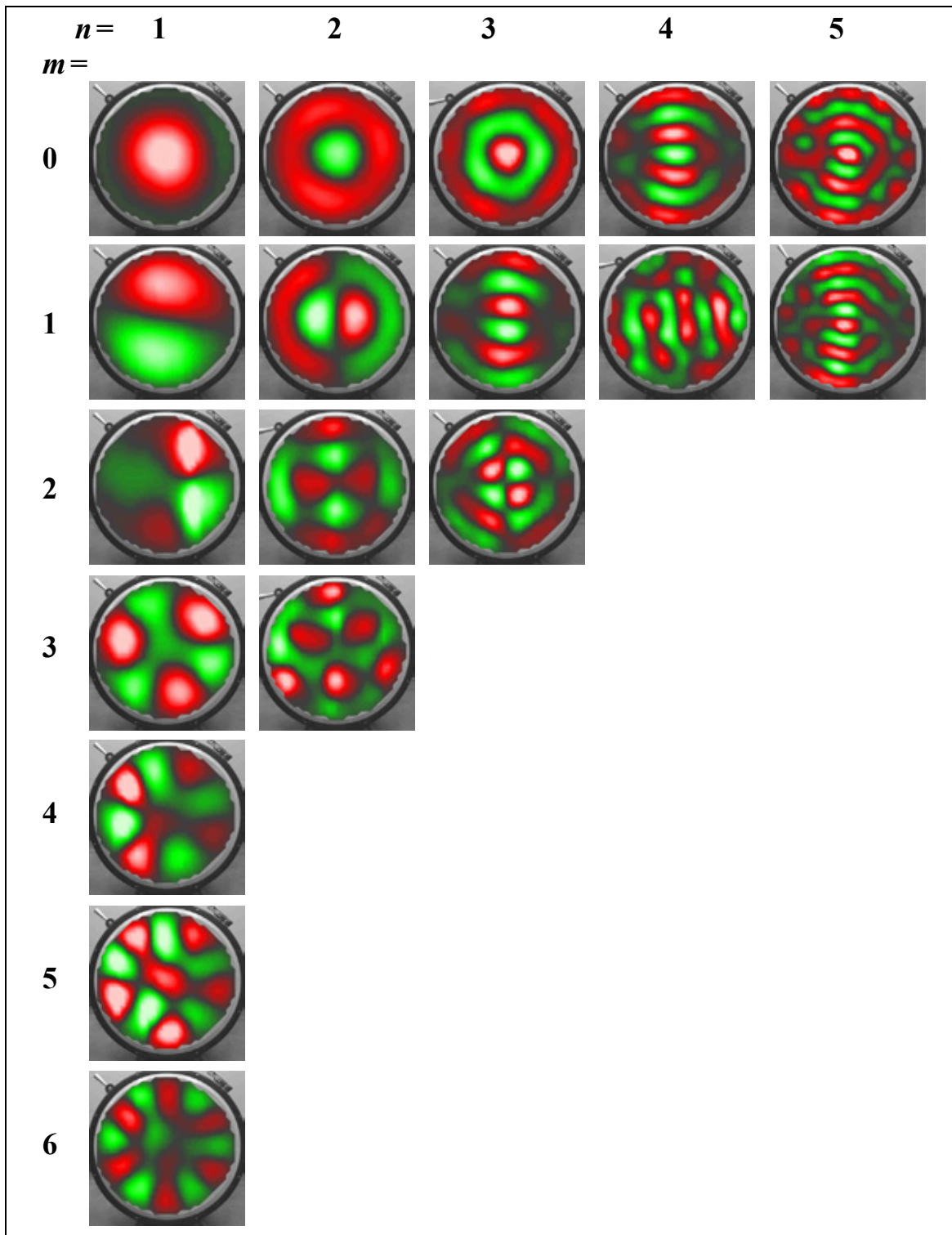


Abb. 73. Charakteristische Betriebsschwingungsformen der tief gestimmten Pauke II in der Stimmung D bzw. E bei Luftschallanregung; siehe auch Anhang A7. Knoten zeichnen sich als dunkle Linien ab.

8.3. Messungen an der normal gestimmten Pauke

Es werden Resultate weiterer Messungen an der Pauke II (Abb. 2) präsentiert, bei denen die Pauke in ihrem nominalen Stimmbereich betrieben wurde, für den sie primär ausgelegt ist.

Das bedeutet, dass die Hauptschwingung auf 100 Hz ... 110 Hz, d.h. „normal“ gestimmt war. Wenn nicht anders angegeben, wurde das Fell über Lautsprecher zum Schwingen gebracht.

8.3.1. Stimmung Gis

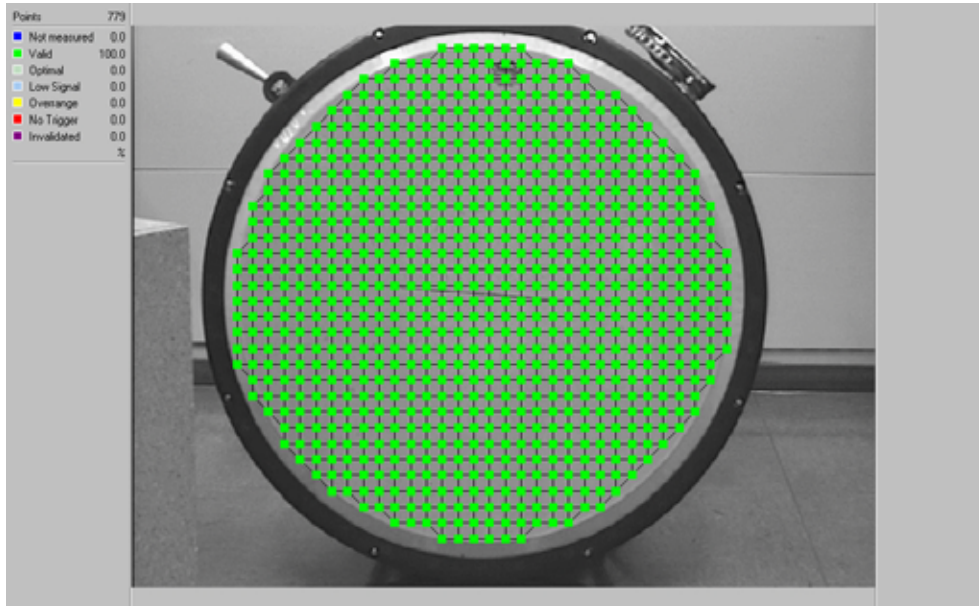


Abb. 74. Messgitter auf dem Fell der Pauke II bei Lautsprecheranregung in der Stimmung Gis.

Das Messgitter mit 779 Messpunkten ist in Abb. 74 wiedergegeben. Auch hier war die Messbandbreite 500 Hz, woraus mit 400 Frequenzlinie eine Frequenzauflösung von 1,25 Hz folgte. Im Generator hp 33120A wurde als Messsignal ein optimiertes Pseudo-Rauschen generiert. Sämtliche Messpunkte waren gültig (*valid*).

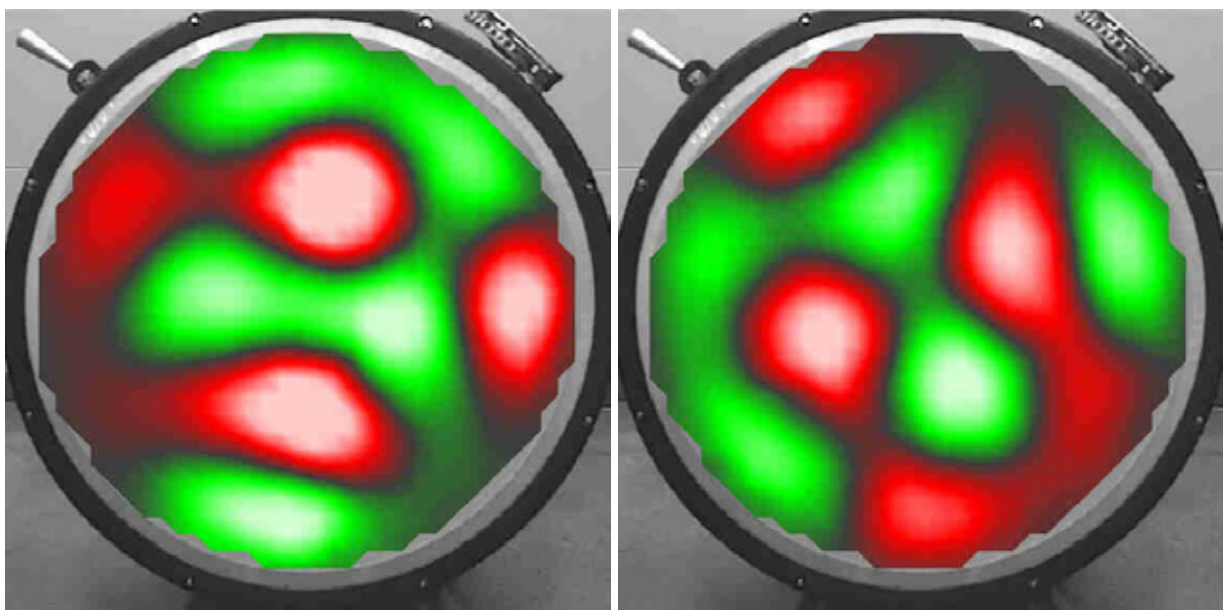


Abb. 75. Charakteristische Betriebsschwingungsformen der Pauke II in der Stimmung Gis; 22-Schwingung bei 275 Hz (links) bzw. 279 Hz (rechts).

Die 11-Schwingung, die den Hauptton erzeugt, tritt in zwei Varianten mit den Frequenzen 101 Hz und 104 Hz auf. Dieses Splitting von Moden wurde bei mehreren Schwingungen beobachtet. Offenbar war das Fell bei dieser Messung nicht gleichmäßig gespannt. Die rotations-symmetrische 01-Schwingung wurde bei 115 Hz gefunden.

Als Beispiel sind in Abb. 75 zwei Erscheinungsformen der 22-Schwingung nebeneinander gestellt. Zwar lässt sich in Graustufen das Vorzeichen der Bewegung nicht erkennen, jedoch zeichnen sich die Knoten als dunkle Linien ab. Die Mode tritt in zwei Spielarten auf. Bei einer der Partialschwingungen liegt der Knotendurchmesser dort, wo bei der anderen die Schwingungsbäuche liegen, und umgekehrt. Beide Formen sind gleichartig, unterscheiden sich jedoch um ca. 45° in ihrer Winkellage. Wie bereits mehrfach erwähnt, ist eine Aufspaltung dieser Art typisch für annähernd rotationssymmetrische Schwinger (Fleischer 1994b, Fleischer und Rotter 1994).

Die Ergebnisse sind farbig in ihrer Gesamtheit im Anhang zusammengestellt. Die Tabelle von A8 gibt die charakteristischen Betriebsschwingungsformen der Pauke II in der Stimmung Gis (äquivalent Gis2) wieder. Sie enthält vierzehn charakteristische Betriebsschwingungsformen, die für diese Stimmung identifiziert werden konnten. Sie sind nicht immer ganz eindeutig einzuordnen, was möglicherweise daran liegt, dass offenbar das Fell bei dieser Messung nicht gleichmäßig gespannt war.

8.3.2. Stimmung A, erste Messung

Diejenige Stimmung, welche der Pauke II ihren Namen gegeben hat, ist die Stimmung A \cong 110 Hz (äquivalent A2). Diesem Stimm-Zustand hat demnach für die betrachtete Pauke die größte Relevanz zu. Damit wurden mehrere Messungen an verschiedenen Tagen mit unterschiedlichen Einstellungen durchgeführt. Das Fell wurde zwischen den einzelnen Messungen immer wieder umgestimmt. Abb. 76 gibt das Gitter der ersten Messung mit 779 Messpunkten wieder. Die Bandbreite 500 Hz wurde beibehalten, ebenso wie 400 Frequenzlinien sowie die Frequenzauflösung 1,25 Hz. Die Messpunkte waren zu 100 % gültig (*valid*).

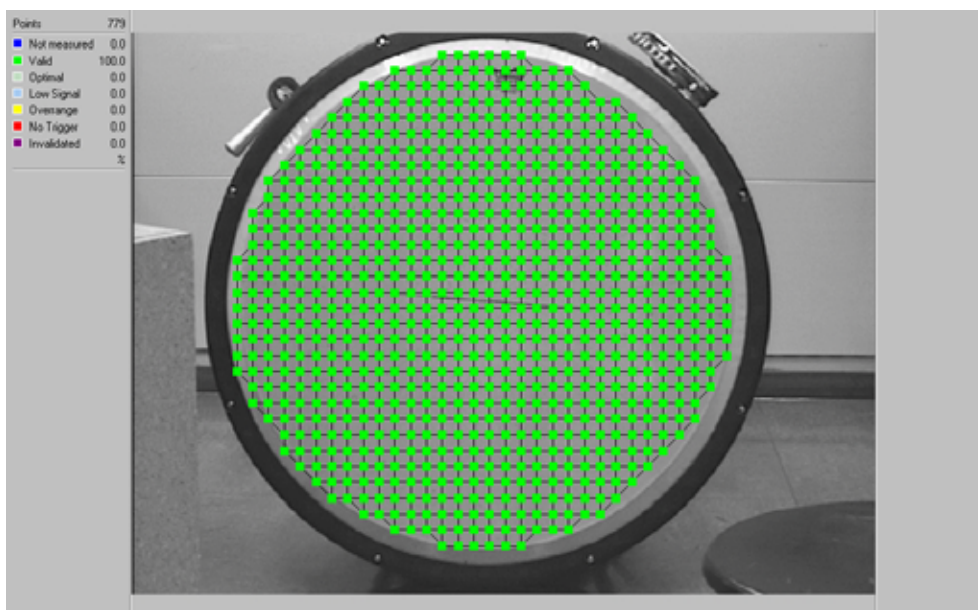


Abb.76. Messgitter auf dem Fell der Pauke II bei Lautsprecheranregung;
erste Messung in der Stimmung A.

Die Ergebnisse dieses Experiments sind im Anhang A9 dokumentiert. Die Zusammenstellung gibt charakteristische Betriebsschwingungsformen der Pauke II in der Stimmung A wieder. Definitionsgemäß tritt die 11-Schwingung, die Ursache für den Hauptton ist, bei der Frequenz 110 Hz auf. Die rotationsymmetrische 01-Schwingung wurde bei 116 Hz gefunden. Auch bei diesem Spannungszustand des Fells war bei einigen Schwingungen Moden-Splitting zu beobachten.

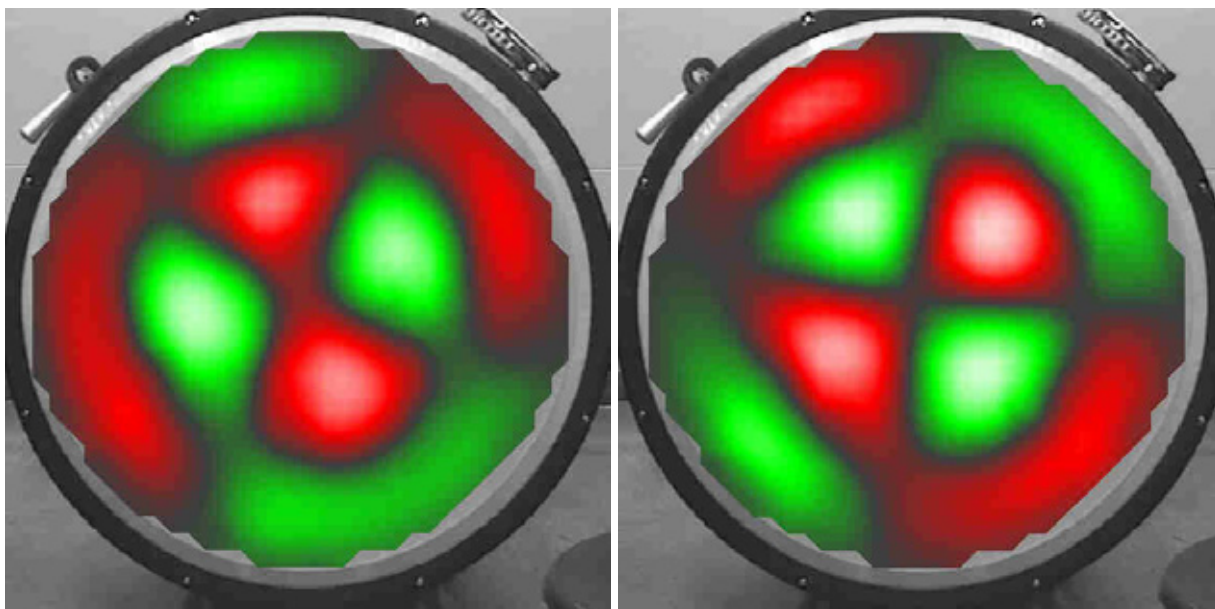


Abb. 77. Charakteristische Betriebsschwingungsformen der Pauke II in der Stimmung A (erste Messung); 22-Schwingung bei 299 Hz (links) bzw. 300 Hz (rechts).

Allerdings scheint bei diesem Experiment das Fell nicht ganz so ungleichmäßig gespannt gewesen zu sein als bei der vorherigen Messung. Als Beleg ist in Abb. 77 die 22-Schwingung herausgegriffen. Die Knoten zeichnen sich als dunkle Linien ab. Im Vergleich zu Abb. 75, die sich auf einen gleichartigen Schwingungstyp bezieht, ergibt ein wesentlich klareres Bild: Beide Erscheinungsformen der 22-Schwingung sind von gleicher Art, jedoch unterschiedlich in Hinsicht auf ihre Winkellage. Die zugehörigen Frequenzen differieren nur minimal, höchstwahrscheinlich um weniger als 1,25 Hz, was der Auflösungsgrenze bei dieser Messung entspricht.

8.3.3. Stimmung A, zweite Messung

Etwa ein Jahr später wurde bei der Stimmung A \cong 110 Hz im Nominalbereich der Pauke eine weitere Messung durchgeführt. Dabei kam eine neuere Version (6.00 an Stelle von 5.20) der Vibrometer-Software zum Einsatz. Abb. 78 ist das Messgitter zu entnehmen. Es umfasst 569 Messpunkte. Die Bandbreite 500 Hz wurde ebenso wie die 400 Frequenzlinien beibehalten, was wiederum zu der Frequenzauflösung 1,25 Hz führte. Die Messpunkte waren zu 100 % optimal.

Die Zusammenstellung im Anhang A10 gibt charakteristische Betriebsschwingungsformen der Pauke II in der Stimmung A wieder. Wiederum liegt die 11-Schwingung, die den Hauptton hervorruft, bei der Frequenz 110 Hz. Die rotationsymmetrische 01-Schwingung konnte nicht gefunden werden. Bei einigen Schwingungen war Moden-Splitting zu beobachten.

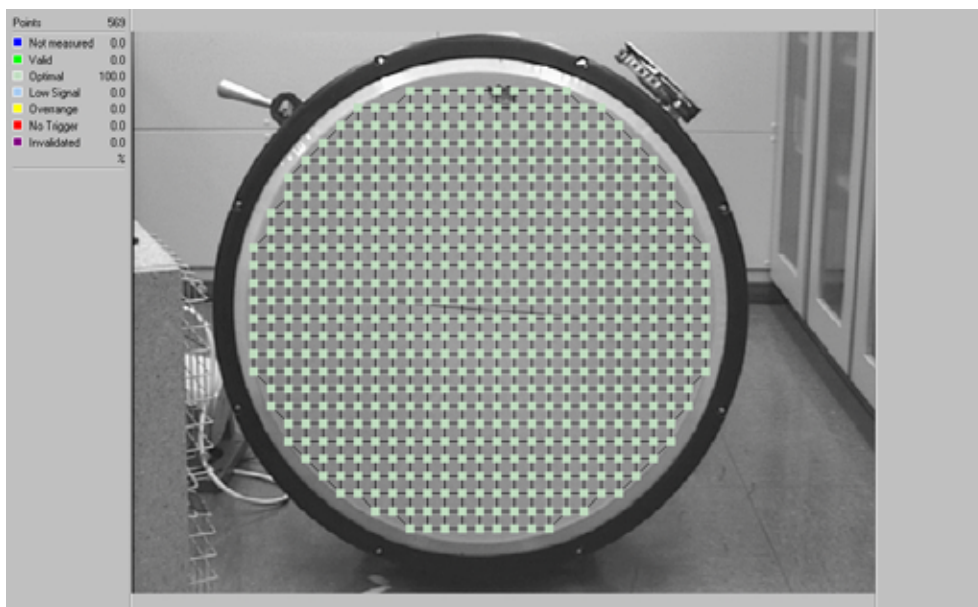


Abb. 78. Messgitter auf dem Fell der Pauke II bei Lautsprecheranregung; zweite Messung in der Stimmung A.

Exemplarisch ist in Abb. 79 die 41-Schwingung herausgegriffen. Es zeichnen sich $m = 4$ Kno-tendurchmesser als dunkle Linien ab. Die beiden Schwingungsbilder ähneln sich, sind jedoch gegeneinander verdreht. Es ist klar ersichtlich, dass es sich um zwei Erscheinungsformen der gleichen Schwingung handelt. Beispielsweise befindet sich im linken Bild bei dem etwas abstehenden Stimmhebel (circa 11-Uhr-Position) ein Schwingungsbauch. Bei der selben Winkellage befindet sich im rechten Bild ein Schwingungsknoten. Die Frequenzen dieser beiden Partialschwingungen unterscheiden sich um 4 Hz. Beim Hören werden die zwei Partiaaltöne miteinander verschmelzen. Der zugehörige Teilton dürfte demnach „schweben“, d.h. seine Amplitude wird mit der Schwebungsfrequenz 4 Hz schwanken.

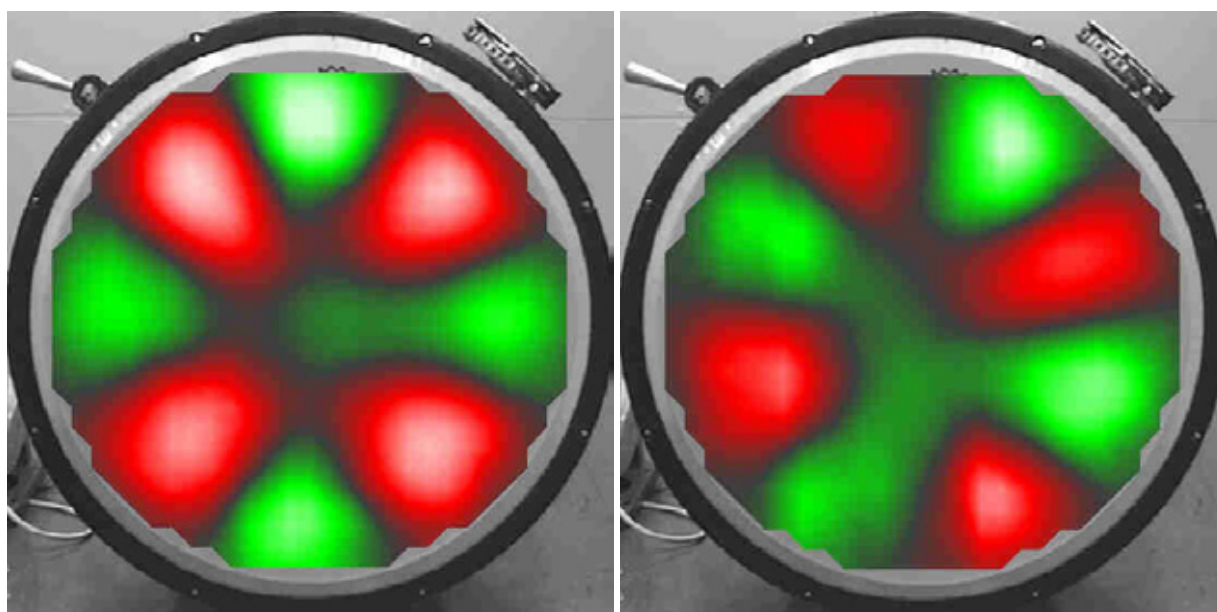


Abb. 79. Charakteristische Betriebsschwingungsformen der Pauke II in der Stimmung A (zweite Messung); 41-Schwingung bei 267 Hz (links) bzw. 271 Hz (rechts).

Die Tabelle im Anhang A10 umfasst in sechs Zeilen und drei Spalten dreizehn verschiedene Schwingungsbilder. In dieser Versuchsreihe war die 01-Schwingung nicht nachzuweisen. Vermutlich liegt sie so nahe bei der 11-Schwingung, dass sie nicht separiert werden konnte.

8.3.4. Stimmung A, dritte Messung

Etwa zur selben Zeit wie die erste Messung wurde mit der Version 5.20 der Vibrometer-Software bei der nominalen Stimmung $A \cong 110$ Hz eine weitere Messung durchgeführt. Abb. 80 ist das Messgitter zu entnehmen. Es umfasst nunmehr 3066 Messpunkte, was eine sehr hohe örtliche Auflösung bewirkt. Die Bandbreite war 500 Hz. Es wurden 400 Frequenzlinien gewählt, und somit war die Frequenzauflösung 1,25 Hz. Die Werte für jeden Messpunkt wurden viermal komplex gemittelt. Die Messergebnisse waren zu 97% gültig. Etwa 100 Punkte wurden bei der Auswertung „invalidated“. Die dort gemessenen Werte wurden bei der Visualisierung unterdrückt und aus den Messwerten der Umgebung interpoliert.

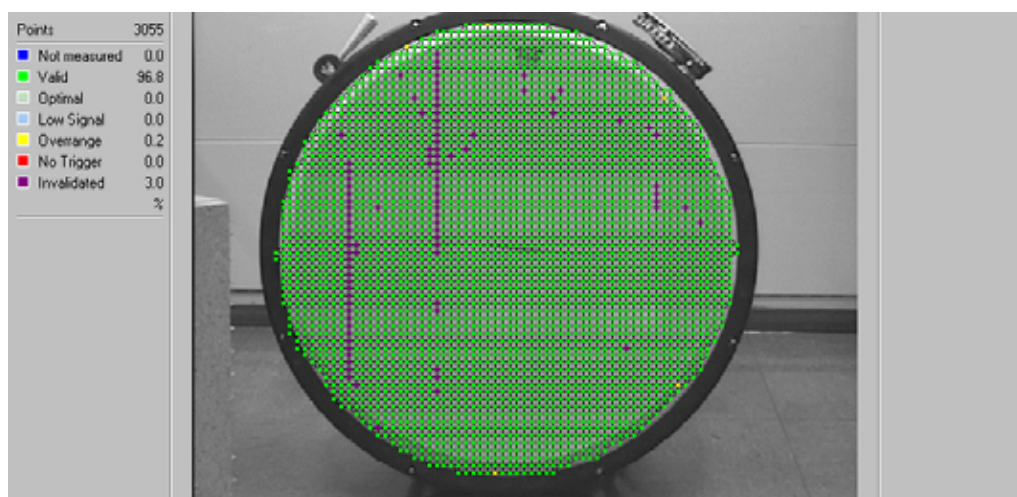


Abb. 80. Messgitter auf dem Fell der Pauke II bei Lautsprecheranregung; dritte Messung in der Stimmung A.

Die Frequenz der 11-Schwingung war 110 Hz. Die rotationssymmetrische 01-Schwingung konnte nachgewiesen werden. Moden-Splitting wurde nicht beobachtet. Sämtliche charakteristischen Betriebsschwingungsformen sind dem Anhang A11 zu entnehmen. Dort finden sich zwölf Schwingungsmuster, die bei dieser Messung für die Stimmung A identifiziert wurden. Die Tabelle umfasst lediglich vier Zeilen und vier Spalten.

Die Erwartungen, die an die große Anzahl von Messpunkten geknüpft waren, haben sich nicht erfüllt. Der Grund war die lange Dauer der Messung, die damit verknüpft war. Bei sonst gleichen Versuchsparametern dauerte der Messvorgang viermal so lang und zog sich über mehrere Stunden hin. Bekanntlich werden die frequenzbestimmenden Eigenschaften des Felles von den Umgebungsbedingungen (Luftfeuchte, Temperatur usw.) beeinflusst. Diese haben sich offenbar während des Messvorganges so stark geändert, dass am Ende der Messung die Eigenschaften des Felles merklich anders waren als zu Beginn. Die Auswertung von Messdaten, deren Erfassung sich über einen derart langen Zeitraum hinzog, erwies sich als schwierig, das Ergebnis – gemessen am hohen Zeitaufwand - als nicht zufriedenstellend.

8.3.5. Stimmung A, vierte Messung

Trotz dieser negativen Erfahrungen wurde noch ein weiterer Versuch gestartet. Etwa ein Jahr später, d.h. ungefähr zur selben Zeit wie die zweite Messung (Abschnitt 8.4.3.), wurde bei der Stimmung A $\cong 110$ Hz in einem weiteren Durchgang mit hoher Ortsauflösung gemessen. Wiederum kam die neue Version 6.00 der Vibrometer-Software zum Einsatz. Abb.81 ist das Messgitter zu entnehmen. Es umfasst 2739 Messpunkte. Die Bandbreite wurde auf 1000 Hz verdoppelt. Da die 400 Frequenzlinien beibehalten wurden, war die Frequenzauflösung nunmehr 2,5 Hz. Dies hatte zur Folge, dass jede Einzelmessung halb so lange dauerte wie beim dritten Durchgang (Abschnitt 7.3.4.). Auf eine Mittelung der Messwerte wurde nicht verzichtet. Jedoch wurde die Messzeit dadurch weiter reduziert, dass die Werte für jeden Messpunkt nur dreimal komplex gemittelt wurden. Die Messergebnisse waren zu 100 % optimal. Einige „Ausreißer“ wurden jedoch nachträglich „invalidated“, d.h. nicht dargestellt, sondern auf der Basis von Messwerten aus der Umgebung interpoliert.

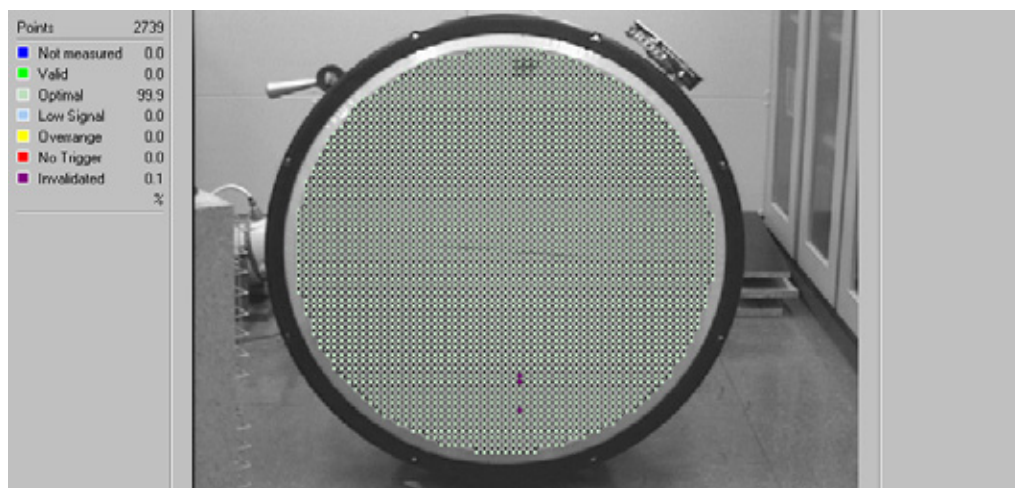


Abb. 81. Messgitter auf dem Fell der Pauke II bei Lautsprecheranregung; vierte Messung in der Stimmung A.

Die 11-Schwingung, die den Hauptton generiert, tritt bei der Frequenz 110 Hz auf. Ebenso wie bei der zweiten Messung war die rotationssymmetrische 01-Schwingung nicht aufzufinden. Moden-Splitting wurde nicht beobachtet.

Die Ergebnisse sind tabellarisch im Anhang A12 zusammen gestellt. Dort finden sich sämtliche charakteristischen Betriebsschwingungsformen, die bei dieser Messung identifiziert werden konnten. Die Tabelle weist vier Zeilen und fünf Spalten auf. Trotz geänderter Messparameter haben sich auch hier die Erwartungen, die mit der hohen Zahl von 2739 Messpunkten geknüpft waren, nicht erfüllt. Bei der Vielzahl von Einzelmessungen zog sich der Messvorgang derart in die Länge, dass die Eigenschaften des Felles zu Beginn merklich anders waren als zum Ende des Experiments. Im Verlauf der Messung hatten sich die Resonanzen des Felles verschoben. Somit erwies sich das Messobjekt als nicht zeitinvariant. Eine wesentliche Voraussetzung dafür, aus einer sequentiellen Abtastung des Felles auf sein Verhalten bei impulsartiger Belastung zu schließen, war damit nicht mehr erfüllt. Für weitere Messungen an Membranophonen bleibt festzuhalten, dass die Umgebungsbedingungen hinsichtlich Temperatur, Feuchtigkeit usw. möglichst gleich bleiben sollten. Oberste Prämisse bleibt, dass der Versuch nicht länger als unbedingt nötig dauern sollte.

8.3.6. Zusammenfassung der Resultate für Luftschallanregung und die Stimmung A

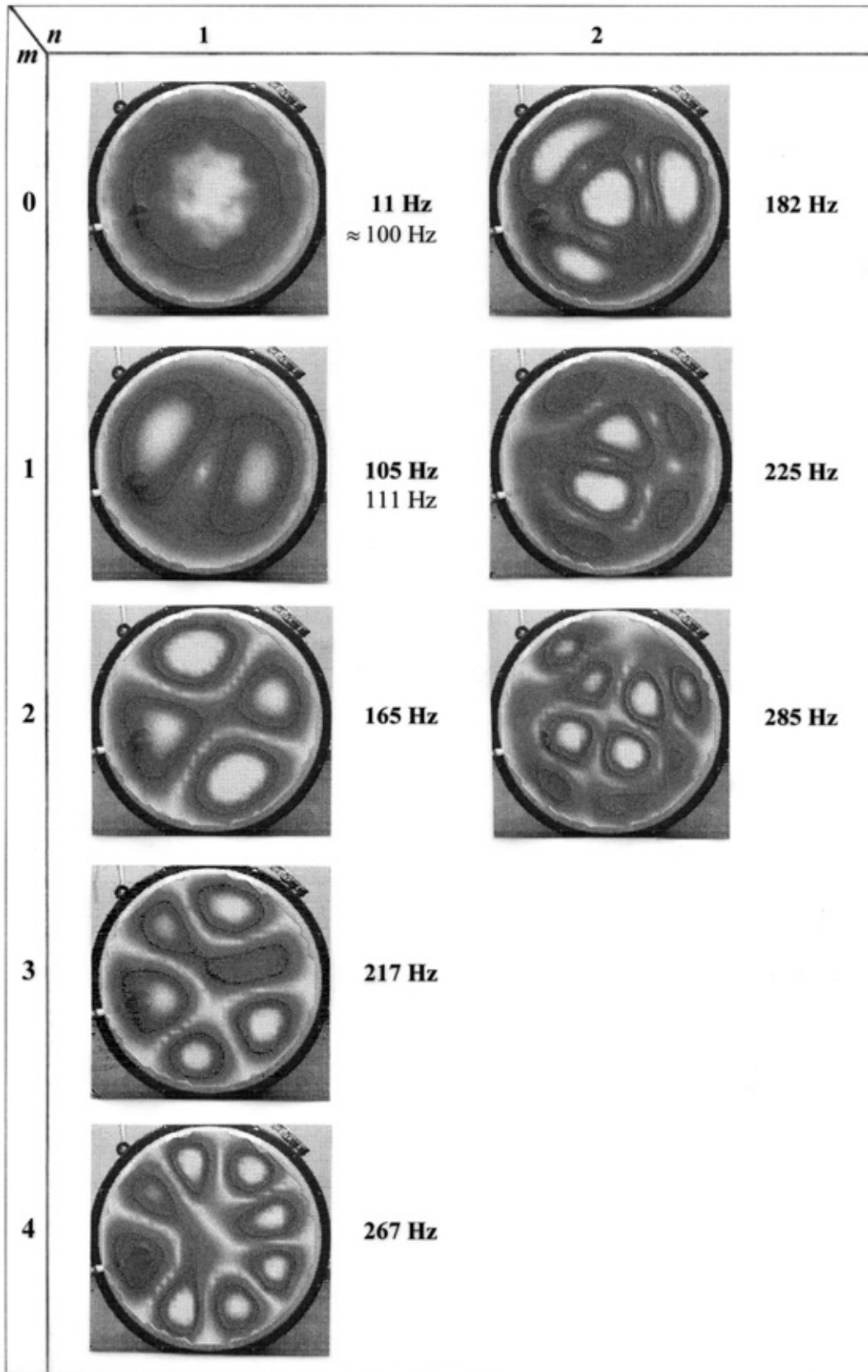


Abb. 82. Charakteristische Frequenzen und Betriebsschwingungsformen der Pauke II in der Stimmung A bei Shakeranregung. Schwingungsbäuche zeichnen sich als helle Flächen ab.

Bekanntlich wird die Pauke II auch A-Pauke genannt. Wenn das Fell so gestimmt ist, dass die Frequenz der 11-Schwingung bei etwa 110 Hz liegt, ist es gerechtfertigt, von „Nominalstimmung“ oder „normaler Stimmung“ zu sprechen. Da das Instrument bevorzugt in dieser Tonlage betrieben wird, ist zu erwarten, dass die Ergebnisse der Messungen bei dieser Tonlage repräsentativ für eine normal gestimmte Pauke sind. Hier erscheint es daher besonders lohnend, aus den verschiedenen Einzelergebnissen ein Gesamtbild zu erarbeiten.

Eine tabellarische Zusammenstellung der Ergebnisse aus dem Abschnitt 8.3. findet sich im Anhang A13. Bei den zu Grunde liegenden Experimenten war das Fell über Luftschall zum Schwingen gebracht worden. Ausgewählt wurden diejenigen Schwingungsbilder, in denen sich die charakteristischen Merkmale am klarsten darstellen, und in das übliche mn -Periodensystem eingeordnet. In sechs Zeilen und drei Spalten enthält A13 siebzehn unterschiedliche Betriebsschwingungsformen. Die Rot-Grün-Darstellung kennzeichnet unterschiedliches Vorzeichen und unterstützt damit die Anschauung ganz wesentlich.

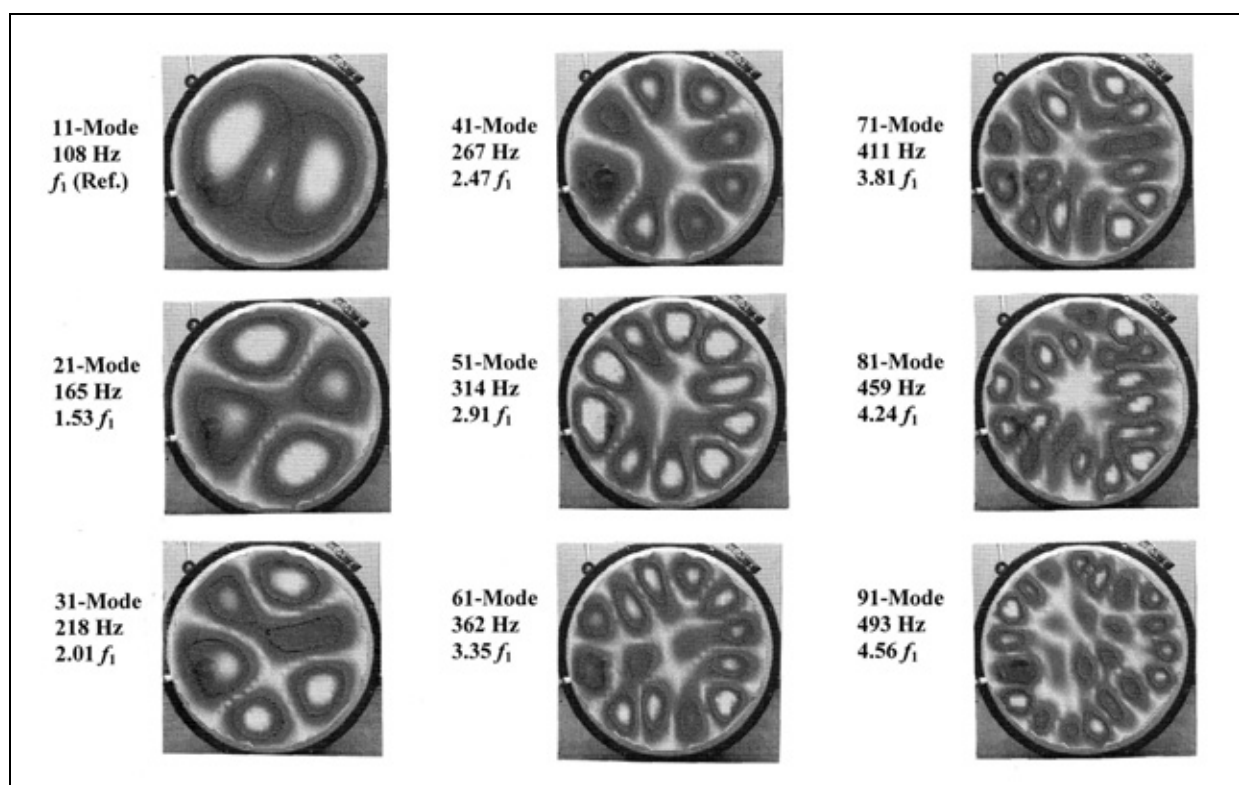
Obwohl die Darstellung in Graustufen weit weniger anschaulich ist, ist sie im Textteil aus drucktechnischen Gründen nicht zu ersetzen. Um ständiges Umblättern zu vermeiden, sind auf der vorherigen und der folgenden Seite Schwarz-Weiß-Bilder eingefügt. Sie gehen auf eine Messung zurück, die vergleichbar mit den in diesem Abschnitt beschriebenen ist. Andersartig war lediglich die Anregung. Während bisher stets ein Lautsprecher das Fell über Luftschall zum Schwingen gebracht hatte, gehen die Resultate von Abb. 82 und Tab. II auf Anregung mit einem Schwingerreger zurück. Wesentlicher als die unterschiedliche Anregung ist, dass Abb. 82 und Tab. II der Betrag der Schwinggeschwindigkeit angezeigt und ursprünglich in Farben kodiert ist. Schwingungsknoten und -bäuche zeichnen sich hell ab. Die Interpretation orientiert sich am einfachsten an den hellen Flächen, die auf Bäuche hindeuten.

Abb. 82 enthält acht Schwingungsmuster mit Frequenzen bis etwa 300 Hz. Die hellen Linien, die sich zwischen den hellen Flächen hindurchziehen, repräsentieren Schwingungsknoten. Die Tabelle umfasst fünf Zeilen. Diese entsprechen der Anzahl der Knotendurchmesser und reichen von $m = 0$ (Rotationssymmetrie) bis $m = 4$. Die zwei Spalten für $n = 1$ und $n = 2$ stehen für den einen Knotenkreis am Rand bzw. für einen zusätzlichen zweiten Knotenkreis. Bei den Schwingungsbildern sind die charakteristischen Frequenzen vermerkt. Die fett gedruckten Ziffern beziehen sich auf das abgebildete Schwingungsmuster.

Die zwei Frequenzen bei der 11-Form deuten auf Moden-Splitting hin, wie es beispielsweise in Abb. 67 visualisiert ist. Da dieser Effekt nur bei antimetrischen Moden ($n \geq 1$) auftreten kann, muss das Erscheinen einer rotationssymmetrischen Form bei zwei unterschiedlichen Frequenzen eine andere Ursache haben. Bei etwa 100 Hz ist die 01-Form zu erwarten. Für eine ähnliche rotationssymmetrische Form, die bei 11 Hz beobachtet wurde, haben Moosraier und Fleischer (2000) eine Deutung geliefert. Diese tritt nur auf, wenn der Kessel eine Öffnung aufweist. Danach handelt es sich dabei um eine Helmholtz-Resonanz, wie sie auch beim Korpus der Geige oder der Gitarre in Erscheinung tritt; vgl. Fleischer (1998). Diese Schwingung ist für den Paukenklang ohne Bedeutung. Gespräche mit Paukenspielern belegen jedoch, dass sie für die Spielbarkeit des Felles eine bedeutende Rolle spielt. Diese Schwingung beeinflusst den „Rebound“ und damit das wechselweise Zusammenwirken von Fell und Schlegel.

Klangbildende $m1$ -Schwingungen sind in Tab. II zusammen gestellt. Zusätzlich zu den Frequenzen sind auch Intervalle angegeben. Als Referenz dient die Frequenz f_1 (anderenorts auch als f_{11} bezeichnet), die sich als Mittel der beiden Partialfrequenzen der 11-Schwingung ergibt. Es ist dies die Frequenz des Tons, zu dem die beiden Partialtöne verschmelzen werden und dessen Amplitude mit der Schwebungsfrequenz 4 Hz moduliert ist. Die Intervalle der charakteristischen Frequenzen liegen nahe an der Reihe $1 : 1,5 : 2,0 : 2,5 \dots$. Auch bei mittlerer Stimmung bildet die untersuchte Pauke charakteristische Betriebsschwingungsformen aus, deren Frequenzen in nahezu harmonischen Verhältnissen stehen. Somit bestätigen auch diese

Tab. II: Charakteristische Frequenzen der Pauke II in Stimmung A und deren Intervalle bei Normierung auf die Frequenz f_1 der 11-Schwingung. In den Betriebsschwingungsformen zeichnen sich insbesondere Schwingungsbäuche als helle Flächen ab



Messungen, dass die Bezeichnungen „Hauptton“, „Quinte“, Oktave“, „Duodezime“ usw. für die entsprechenden Teiltöne gerechtfertigt sind.

Die siebzehn unterschiedlichen Schwingungsmuster, die im Frequenzbereich bis 500 Hz insgesamt nachgewiesen wurden und die der Anhang A13 enthält, bestätigen die bisherigen Erkenntnisse. Sie festigen das Bild, das mit den übrigen, bereits besprochenen Untersuchungen entstanden ist.

8.4. Messungen an der hoch gestimmten Pauke

Abschließend werden Ergebnisse von zwei Messungen präsentiert, die sich auf die große Kolberg-Pauke II in Stimmung d (äquivalent D3) beziehen. Sie fanden an zwei aufeinander folgenden Tagen statt. Beide Male war das Fell mittels Lautsprecherbeschallung zum Schwingen gebracht worden.

8.4.1. Stimmung d, erste Messung

In Abb. 83 ist dem Bild der Pauke das Messgitter mit 779 Messpunkten überlagert. Die Frequenzbandbreite war 500 Hz. Es wurden 400 Frequenzlinien gewählt, was eine Auflösung von 1,25 Hz ergab. In Anpassung an diese Parameter wurde im Generator hp 33120A als Messsignal ein optimiertes Pseudo-Rauschen erzeugt. 100% aller Messpunkte waren gültig (*valid*).

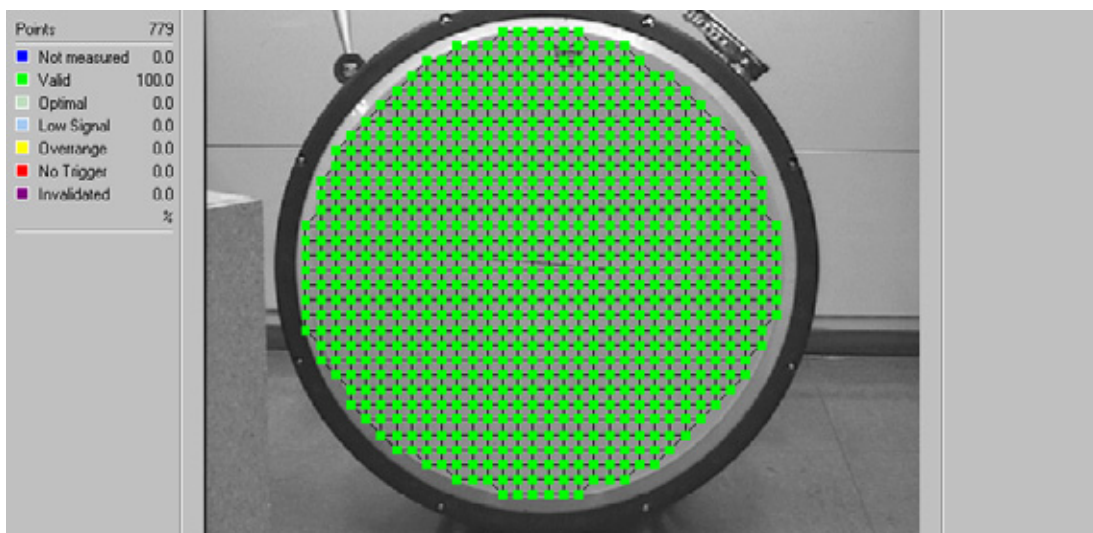


Abb. 83. Messgitter auf dem Fell der Pauke II bei Lautsprecheranregung;
erste Messung in der Stimmung d.

Im Anhang werden die Resultate, wie auch die anderen Ergebnisse mit Ausnahme von A3, als *Instant Values* in Form von *Colour Maps* dargestellt. A14 gibt tabellarisch die charakteristischen Betriebsschwingungsformen der Pauke II in hoher Stimmung wieder. Diejenige, welche ursächlich für den Hauptton ist, hatte die Frequenz 145 Hz. Die rotationssymmetrische 01-Schwingung trat bei 122 Hz auf.

8.4.2. Stimmung d, zweite Messung

Am darauf folgenden Tag wurde die Messung bei hohen Lage wiederholt, ohne dass das Fell nachgestimmt worden war. Abb. 84 ist das Messgitter zu entnehmen. Die Versuchsparameter (799 Messpunkte, Bandbreite 500 Hz, 400 Frequenzlinien, Frequenzauflösung 1,25 Hz) wurden beibehalten. Die Messwerte waren zu 100 % gültig.

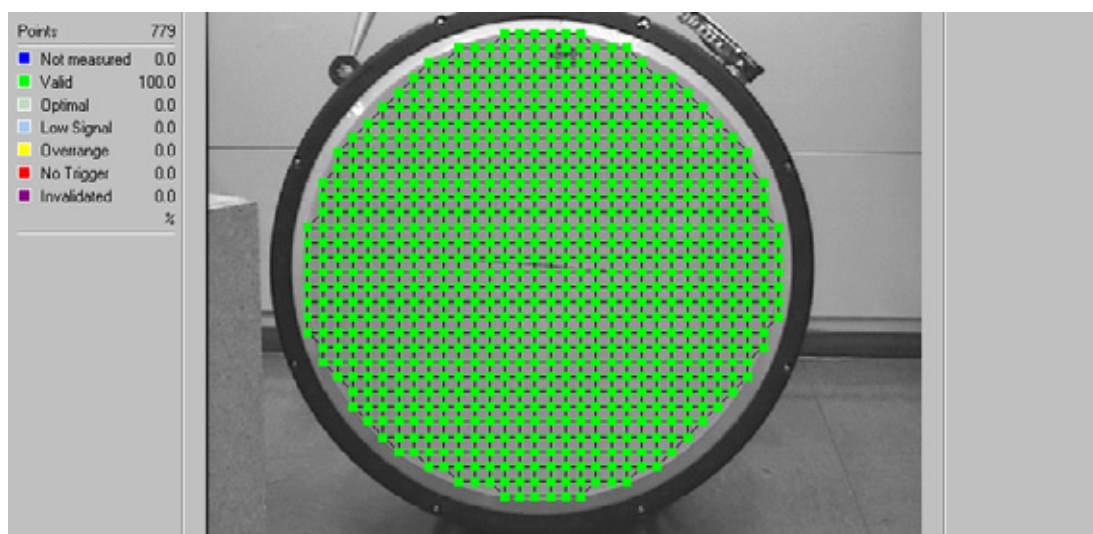


Abb. 84. Messgitter auf dem Fell der Pauke II bei Lautsprecheranregung;
zweite Messung in der Stimmung d.

Die Frequenz der 11-Schwingung hatte sich im Verlauf von 24 Stunden um 1,5 Hz auf 147 Hz erhöht. Von den Ergebnissen ist exemplarisch die 32-Schwingung herausgegriffen und in Abb. 85 dargestellt. Die $m = 3$ Knotendurchmesser und $n = 2$ Knotenkreise sind als dunkle Linien zu erkennen. Offensichtlich handelt es sich um zwei Erscheinungsformen der gleichen Schwingung. Die Schwingungsbilder ähneln sich, sind jedoch hinsichtlich der Winkellage verschoben. Die Frequenzen dieser beiden Partialschwingungen unterscheiden sich so geringfügig, dass der Unterschied gerade eben aufgelöst werden kann. Er beträgt 1,25 Hz, was der Schwebungsfrequenz des entsprechenden Teiltons entspricht.

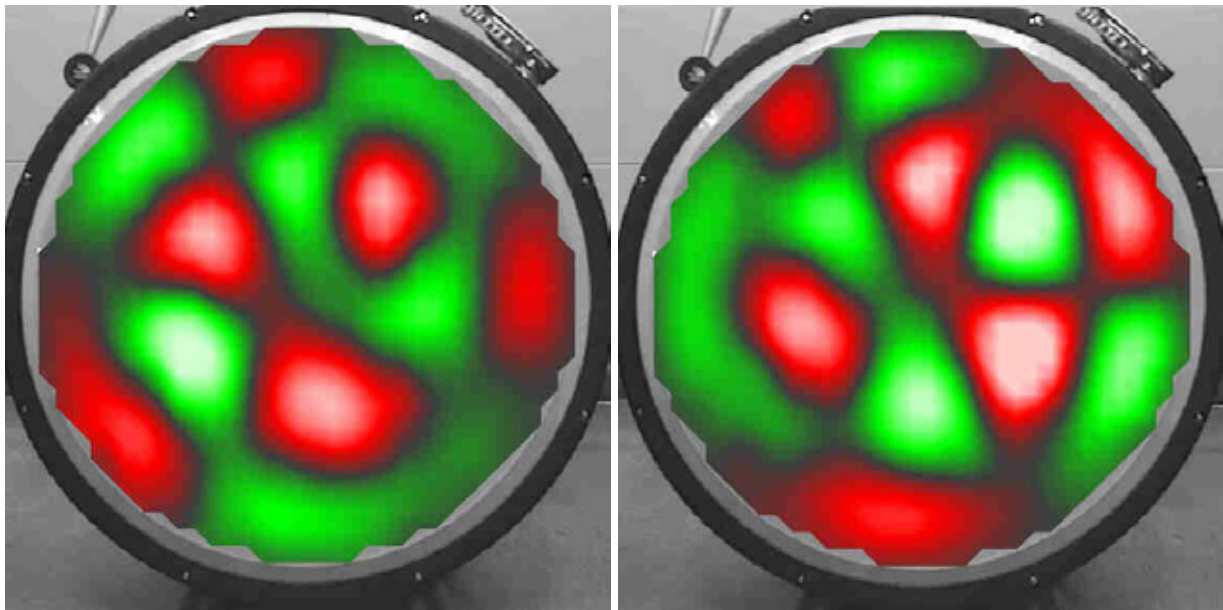


Abb. 85. Charakteristische Betriebsschwingungsformen der Pauke II in der Stimmung d (zweite Messung); 32-Schwingung bei 486 Hz (links) bzw. 488 Hz (rechts).

Im Anhang A15 sind die charakteristischen Betriebsschwingungsformen der Pauke II, die das Experiment für die Stimmung d ergeben hat, tabellarisch dargestellt. Wiederum hat die rotationssymmetrische 01-Schwingung eine kleinere Frequenz als die 11-Schwingung, welche den Hauptton hervorruft. Die Tabelle umfasst sechs Zeilen sowie drei Spalten und stimmt im Wesentlichen mit derjenigen von A14 überein.

8.4.3. Zusammenfassung der Resultate für Luftschallanregung und hohe Stimmung

Je höher das Fell der Pauke gestimmt ist, desto weniger Schwingungen fallen in den Messfrequenzbereich 500 Hz. Eine Zusammenfassung für die Stimmung d findet sich im Anhang A16. Aus zwei Messungen sind diejenigen Ergebnisse ausgewählt und in die Tabelle eingefügt, in denen das Schwingungsbild sich am klarsten darstellt. A16 ist somit die Quintessenz aus A14 und A15 ist. Im untersuchten Bereich bis 500 Hz wurden zwölf unterschiedliche Schwingungsmuster identifiziert und in das mn -Periodensystem eingeordnet. Mit A16 liegt nun eine Übersicht vor, die als repräsentativ für die hohen Lagen der untersuchten Pauke gelten kann. Die Ergebnisse sind kompatibel mit denjenigen, die mit den anderen behandelten Untersuchungsmethoden gewonnen worden und die im vorliegenden Bericht zusammen gestellt sind.

Sofern die absoluten Frequenzwerte der klangbildenden Schwingungen sowie deren Intervalle von Interesse sein sollten, lassen sich diese mittels Tab. III abschätzen. Dort sind diejenigen Intervalle angegeben, welche sich bei den Messungen in der hohen Lage ergeben haben. Referenz war hierbei die Frequenz der 11-Schwingung, die mit derjenigen des Haupttons übereinstimmt. Wiederum fügt sich die 01-Schwingung nicht in das harmonische Raster ein. Sie liegt beim 0,84-fachen der Frequenz des Haupttons und ist damit die Teilschwingung mit der tiefsten Frequenz. Die Intervalle der übrigen charakteristischen Frequenzen liegen nahe an der Reihe $f_{11} : f_{21} : f_{31} : \dots = 1 : 1,5 : 2,0 : \dots$. Dies bestätigt die Ergebnisse der früheren Untersuchungen.

Tab. I: Intervalle der charakteristischen Frequenzen der tief gestimmten Pauke II bei Normierung auf die Frequenz f_{11} der 11-Schwingung für Luftschallanregung

Mode <i>mn</i>	Intervall <i>re f₁₁</i>
(01	0,84)
11	1 (Referenz)
21	1,51 ... 1,52
31	2,00 ... 2,02
41	2,46 ... 2,49
51	2,93 ... 2,97

8.5. Zusammenfassende Bemerkung

Das Fell der großen Kolberg-Pauke II wurde berührungslos zum Schwingen gebracht. Mit einem Laser-Doppler-Vibrometer wurden ebenfalls ohne Berührung die Betriebsschwingungsformen bestimmt. Experimente wurden in der tiefen Tonlage (musikalische Noten D und E), der nominalen Lage (Gis und A) sowie in der hohen Lage (d) durchgeführt. Die Messungen haben weitgehende Übereinstimmung ergeben.

Die Pauke wird dadurch gestimmt, dass man die Spannung des Felles verändert. Die Erhöhung der Spannung bewirkt, dass die Frequenzen der Teilschwingungen ansteigen. Dass sich dadurch die Schwingungsmuster ändern würden, konnte nicht beobachtet werden. Die Frequenzen der klangbildenden $m1$ -Schwingungen steigen so an, dass sich ihre Intervalle praktisch nicht ändern. Die Frequenzen liegen stets nahe an den harmonischen Verhältnissen $1 : 1,5 : 2,0 : 2,5 \dots$. Die Messungen bestätigen damit, dass die bei Musikern üblichen Bezeichnungen „Hauptton“, „Quinte“, „Oktave“, „Duodezime“ usw. für die Teiltöne, die diese Teilschwingungen generieren, ihre Bezeichnungen zu Recht tragen. Dies gilt für alle Stimmungen des Felles im Bereich der Oktav $D \cong 73$ Hz bis $d \cong 147$ Hz.

Abb. 86 belegt, dass dies nicht nur auf die mechanischen Schwingungen des Felles zutrifft, wie sie hier untersucht werden. Die Beobachtungen gelten auch für die Teiltöne, die diese Schwingungen hervorrufen. In Abb. 86 sind die Ergebnisse von FFT-Analysen wiedergegeben. Das Schallsignal der Pauke wurde in Hinsicht auf die Frequenzen der ersten vier Teiltöne untersucht. Die Fellspannung wurde so verändert, dass der Hauptton den vom Hersteller genannten Bereich einer Oktav überstrich. Als Hilfslinien sind drei Geraden eingezeichnet. Die untere entspricht dem Hauptton mit der Frequenz f_1 bzw. f_{11} , die mittlere der exakten Quint (eineinhalbfache Frequenz) und die obere der exakten Oktav (doppelte Frequenz) des Haupttons. Die Quadrate sind die gemessenen Frequenzen für den zweiten klangbildenden Ton, die

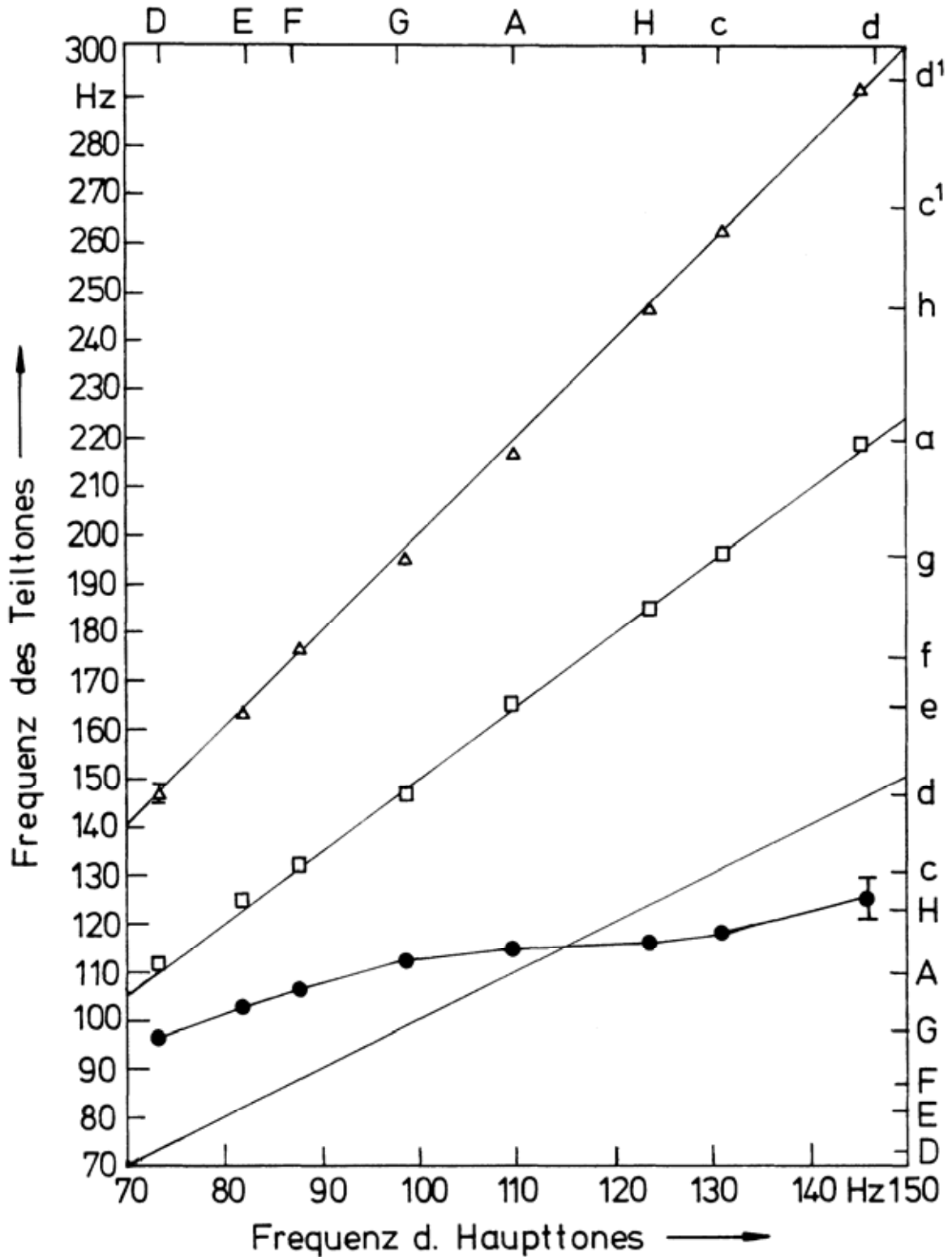


Abb. 86. Frequenzen der Teiltöne der großen Kolberg-Pauke (Pauke II) für unterschiedliche Stimmungen des Felles. An der Abszisse sind die Frequenz des Haupttons, an der Ordinate die Frequenzen der übrigen Teiltöne aufgetragen. Die Geraden stehen für den Hauptton, das Einhalbfache (Quint) bzw. das Doppelte (Oktav) der Frequenz des Haupttons. Die Symbole stellen Messwerte dar. Die ausgefüllten Kreise repräsentieren den 01-Ton.

Dreiecke diejenigen für den dritten klangbildenden Ton. Im ganzen untersuchten Bereich liegen die Messwerte nahe bei den Hilfslinien. Die Frequenz des zweiten Teiltons, der „Quinte“, ist fast genau das Eineinhalbfache, die des dritten Teiltons, der „Oktave“, fast genau das Doppelte der Frequenz des Haupttons.

Eine markante Ausnahme macht der 01-Ton, dessen Frequenz durch die ausgefüllten Kreise markiert ist. Seine Position im Gefüge der Teiltöne hängt davon ab, wie das Fell gespannt ist. Ungefähr bis zur nominalen Stimmung A \cong 110 Hz dieser Pauke ist seine Frequenz größer als die des Haupttons. Wird die Pauke höher gestimmt, fällt seine Frequenz dagegen unter diejenige des Haupttons. Dies stimmt mit sämtlichen übrigen Beobachtungen überein und deutet darauf hin, dass die Spannung des Felles nicht für diesen Teilton nicht allein frequenzbestimmend ist.

9. ABSCHLIESSENDE DISKUSSION UND AUSBLICK

Auf den ersten Blick scheint es sich bei einer Pauke um eine ganz einfache Struktur zu handeln: Ein Fell ist über einen Kessel gespannt. Mit einem Schlegel schlägt der Spieler das Fell an, worauf ein Paukenklang ertönt. Kompliziert erscheinen lediglich die Vorrichtungen, die dazu angebracht sind, die Spannung des Felles so einzustellen, dass der Paukenklang die gewünschte Tonhöhe hervorruft.

Aus der Sicht der Schwingungslehre ist das Fell der Pauke als Membran zu modellieren, deren Schwingungen mit geringem mathematischen Aufwand behandelt werden können. Die mathematische Behandlung ergibt in Umfangsrichtung trigonometrische Funktionen und in radialer Richtung Besselfunktionen, welche die Eigenmoden beschreiben. Im vorliegenden Bericht wurde vor allem überprüft, inwieweit dies auch bei einem realen Fell zutrifft, das über den Kessel eines realen Instruments gespannt ist. Oberste Prämisse war, das Fell nicht unzulässig durch Kontakt zu belasten.

Diverse experimentelle Verfahren kamen zum Einsatz. „Klangfiguren“, die mit der klassischen Chladni-Methode erzeugt worden waren, haben die Theorie in Bezug auf die Schwingungsmuster bestätigt. Als Unterscheidungskriterien legten sie die Anzahl m der Knotendurchmesser sowie die Anzahl n der Knotenkreise nahe. In der Theorie repräsentiert m die Ordnung der Besselfunktion und n die Nummer der Nullstelle. Qualitativ, d.h. hinsichtlich der Lage der Knotenlinien, stimmen die gefundenen Klangfiguren mit den Eigenformen der *in vacuo*-Membran überein.

In Umfangsrichtung teilt sich das Fell offensichtlich in m schwingende Bereiche von großem Ebenmaß auf. Dies war Voraussetzung dafür, aus Schallmessungen auf die Winkelabhängigkeit der Schwingung zu schließen. Das akustische Fernfeld wurde in der Ebene des Felles als Funktion des Umfangswinkels untersucht. Es wurde mit einer Eigenfrequenz angeregt und das Horizontalrichtdiagramm gemessen. In den Minima spiegeln sich die Knotendurchmesser – in der Theorie die Nullstellen von m Perioden der Cosinusfunktion - wider. Eine andersartige Messung, ausgeführt im akustischen Nahfeld, ergänzte das erste Experiment. Die Schallschnelle wurde gemessen, um Aufschluss über den radialen Verlauf der Schwingungsamplitude zu erhalten. Mit der Kenntnis der Anzahl der Knotendurchmesser wurde die gemessene Schallgröße in die Strahlerebene zurück projiziert und lieferte die Schwinggeschwindigkeit des Felles. Die Kombination der beiden Verfahren gibt Aufschluss über die Schwingungsformen des Felles samt den zugehörigen Frequenzen und liefert – allerdings um den Preis eines erheblich höheren Aufwands – ein ziemlich detailliertes Bild von der Fellschwingung. Die Besselfunktionen, wie sie die Theorie als Lösungen vorgibt, beschreiben die experimentelle Realität sehr weitgehend.

Im nächsten Kapitel wurde untersucht, wie das Fell punktuell auf eine Anregung reagiert. Von den unterschiedlichen Messgrößen hat nach Meinung des Autors die mechanische Admittanz den größten Anschauungswert. Sie verknüpft die anregende Kraft mit der Schwinggeschwindigkeit und kennzeichnet damit die „Schwingfreudigkeit“ des Felles am betrachteten Punkt. Die Schwingfreudigkeit ist ausgesprochen frequenzselektiv und hängt stark vom Messort ab. Obwohl die Messungen mit stationären Anregungssignalen durchgeführt worden sind, lassen sich ihre Ergebnisse auf den Spielbetrieb übertragen. Sie geben Aufschluss darüber, welche Schwingung an einem Anschlagort in welchem Ausmaß hervorgerufen werden kann. Insofern ist diese Messung für den Spielbetrieb aufschlussreich. Der Ort, an dem der Spieler den Schlegel setzt, ist maßgebend dafür, welche Spektralkomponenten im akustischen Signal enthalten sind und welche nicht. Die Wahl des richtigen Anschlag-

orts ist das wirkungsvollste Mittel, aus der Vielzahl möglicher Schwingungsmuster diejenigen ausschließen, deren Frequenzen nicht in das gewünschte Klangspektrum passen.

Um die Eigenformen mit den Eigenfrequenzen des Paukenfelles zu verknüpfen, wurde Modalanalyse in unterschiedlichen Ausprägungen durchgeführt. Verschiedenartige Bewegungsaufnehmer wurden erprobt, unter anderem Laser-Wegaufnehmer und unterschiedliche Laser-Geschwindigkeitsaufnehmer. Angeregt wurde entweder impulsartig mit einem Krafthammer oder stationär mit Rauschsignalen über Schwingerreger. Die Methoden *Fixed Response* und *Fixed Excitation* sowie die unterschiedlichen Kombinationen von Anregung und Bewegungsmessung erweisen sich im Grundsatz als praktikabel. Sehr gute Resultate in relativ kurzer Zeit ergab Shakeranregung (*Fixed Excitation*) und Geschwindigkeitsmessung mit dem Laser-Doppler-Vibrometer. Die Eigenformen können mit erträglichem Zeitaufwand ermittelt und verlässlich den Eigenfrequenzen zugeordnet werden. Die bereits bekannten Schwingungsmuster bestätigen sich. Die zugehörigen Frequenzen können nun verlässlich und zweifelsfrei bestimmt werden.

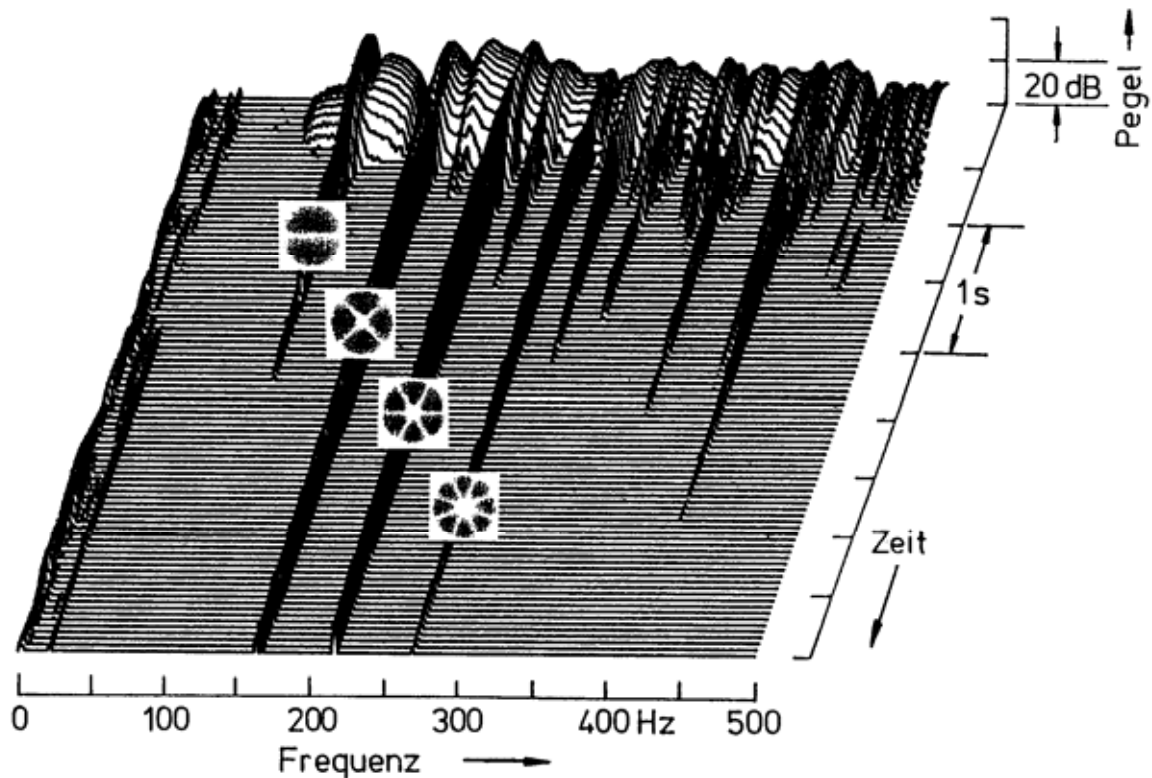


Abb. 87. Schallpegel eines Paukenschlags (große Kolberg-Pauke II in der Stimmung A) als Funktion der Frequenz und der Zeit.

Damit ist es nun möglich, die Teiltöne den entsprechenden Schwingungen zuzuordnen. Abb. 87 zeigt das „Wasserfalldiagramm“ des Paukenklanges A zur Zeit des Anschlags und etwas mehr als vier Sekunden danach. Man erkennt mehrere Teiltöne, die unterschiedlich schnell abklingen. Durch Vergleich der Frequenzen im Schallsignal mit den Eigenfrequenzen lassen sich den Teiltönen die Fellschwingungen zuordnen. Man erkennt perkussive Anteile von kurzer Dauer, die den Schlag kennzeichnen und lang anhaltende Komponenten, die den Klang formen. Die eingeblendeten Schwingungsmuster zeigen, dass es antimetrische Schwingungsformen mit m Knotendurchmessern und $n = 1$ Knotenkreis am Rand sind, die „klangbildend“ wirken. Diesen $m1$ -Schwingungen die größte Aufmerksamkeit zukommen zu lassen, ist demnach berechtigt.

Wenn Reihenuntersuchungen durchgeführt werden sollen, ist die Laser Vibrometrie mit dem Scanning Vibrometer die Methode der Wahl. Eine große Zahl von Schwingungsmustern, die auf diese Weise zusammengetragen wurden, ist im vorliegenden Bericht zusammengetragen. Sie legen u.a. Moden-Splitting zutage. Antimetrische Moden können sich in Partialschwingungen aufteilen, die von derselben Form sind, sich jedoch in der Winkellage und in Hinsicht auf die Frequenz unterscheiden. Dieser Effekt bewirkt, dass bei nicht ganz gleichförmig gestimmten Pauken Schwebungen zu hören sind. Im Anhang finden sich in *mn*-Periodensystemen zahlreiche Betriebsschwingungsformen, die an unterschiedlich gestimmten Pauken vorwiegend bei Anregung über Luftschall gemessen wurden. Bei den untersuchten Instrumenten zeigt sich, dass die Formen der Schwingung so gut wie nicht von der Fellspannung beeinflusst werden. Ebenso bleiben in den Tonbereichen, innerhalb derer nach Herstellerangaben die Pauke genutzt werden kann, die Frequenzintervalle der wesentlichen Teilschwingungen (und damit auch der Teiltöne) weitgehend gleich. Eine markante Ausnahme ist der 01-Ton, der von der ersten rotationssymmetrischen Mode herrührt. Seine Frequenz hängt weit weniger von der Fellspannung ab als die Frequenzen der anderen Moden und Töne. Je höher die Pauke gestimmt wird, desto größer wird die 01-Frequenz. Während bei der großen Kolberg-Pauke die Frequenzen der klangbildenden Teiltöne im Bereich einer Oktave, d.h. um 100 % verschoben werden können, erhöht sich die 01-Frequenz lediglich um etwa 20 %. Neben der Spannkraft des Felles wirkt offenbar noch ein weiterer Einfluss auf die Frequenz der 01-Schwingung.

Für die Frequenzen, die zu den verschiedenen Schwingungsformen gehören, hat die Theorie der *in-vacuo*-Membran ein Besselspektrum geliefert. Dieses wäre von Natur aus unharmonisch und nicht dazu geeignet, einen tonalen Klang hervorzurufen. Nun zeichnet aber gerade die Pauke sich gegenüber anderen Membranophonen wie z.B. Trommeln dadurch aus, dass ihrem Klang eine Tonhöhe zugeordnet werden kann. Der Spieler schlägt das Fell etwa eine Handbreit vom Rand entfernt an. Dort weisen zahlreiche Schwingungen mit unharmonischen Frequenzen einen Knotenkreis auf. All diese Schwingungen regt er nicht an. Aus der Gesamtmenge der möglichen Schwingungen wählt er dadurch eine Teilmenge aus.

Neben der Möglichkeit, durch geeignete Wahl des Anschlagorts bestimmte Schwingungsformen gar nicht erst anzuregen, wird bei der Pauke noch ein weiteres Prinzip genutzt. Die unharmonischen Frequenzintervalle, die ein Besselspektrums erwarten lässt, werden dadurch „harmonisiert“, dass die Membran mit der umgebenden Luft interagiert. Die detaillierte Behandlung ist sehr aufwendig (Moaasrainer 1998, Moosrainer und Fleischer 1998). Jedoch sind zwei wesentliche Einflüsse zu erkennen.

Zum einen bewegt das Fell beim Schwingen Luft mit, was wie eine Erhöhung der Massenbelegung einer Membran wirkt. Die daraus resultierenden Zusatzmassen hängen von der Frequenzlage ab und sind für jede Schwingungsform anders. In der Tendenz verringern sie allesamt die Eigenfrequenzen, die man an einer Membran im luftleeren Raum messen könnte, jedoch für jede Schwingung in unterschiedlichem Maße.

Zum anderen hat die Luft, die im Kessel eingeschlossen ist, einen erheblichen Einfluss. Während eine antimetrische Bewegung des Fells Luft hin- und herschaukelt, kann eine symmetrische Schwingung Luft komprimieren. Die eingeschlossene Luft wirkt dann, ähnlich wie bei einer Fahrradluftpumpe, deren Auslassöffnung mit dem Daumen verschlossen wird, wie eine Feder. Alle bisherigen Erkenntnisse deuten darauf hin, dass dieser Effekt vor allem die 01-Schwingung beeinflusst. Von ihrem Platz in der Abfolge der Frequenzen, wie sie die Theorie der *in-vacuo*-Membran vorgibt, wird die 01-Frequenz nach oben verschoben. Der tiefste Ton ist dann der Hauptton, der von der 11-Schwingung herrührt. Da die Steifigkeit der Luft im Kessel von der Frequenz abhängt, wird diese Verschiebung umso geringer, je höher die Pauke gestimmt ist. Sobald die Pauke über ihren nominalen Wert hinaus gestimmt wird, der bei der großen Kolberg-Pauke die Note A2 (Haupttonfrequenz 110 Hz) entspricht, ist wieder der 01-Ton derjenige mit der tiefsten Frequenz.

Mit dem aktuellen Band der „Beiträge“ liegt nun eine umfangreiche Materialsammlung zur Schwingung von Paukenfellen vor. Wenn der Paukenspieler mit dem Schlegel das Fell anschlägt, ruft er alle Schwingungsmuster hervor, die keinen Knoten an der Anschlagstelle haben. In welchen Formen das Fell daraufhin schwingt, kann nun als bekannt angesehen werden. Von Interesse wäre, im Weiteren die Interaktion des Felles mit seiner Umgebung zu analysieren. Möglicherweise bringt das Fell nicht nur die Luft, sondern auch den Kessel oder das Gestell der Pauke zum Mitschwingen. Was über all diese Mechanismen *en detail* natürlich letztlich *en gros* interessiert, ist das Schallsignal. Dieses objektiv zu analysieren, stellt eine reizvolle Aufgabe dar. Es in Hinsicht auf die Hörwahrnehmung zu untersuchen, wird noch ergiebiger sein. Interessante Aufgaben warten auf den Experimentator.

Der Autor dankt Herrn Bernhard Kolberg dafür, dass er dem Institut über lange Jahre hinweg zwei Orchesterpauken aus seiner Fabrikation zur Verfügung gestellt hat. Frau Dipl.-Phys. Sieglinde Iosif hat dankenswerterweise das Manuskript durchgesehen und Hinweise gegeben. Dank gebührt auch Frau Dipl.-Ing. Karin Danneberg für Mithilfe bei Schwingungsmessungen und bei der Modalanalyse.

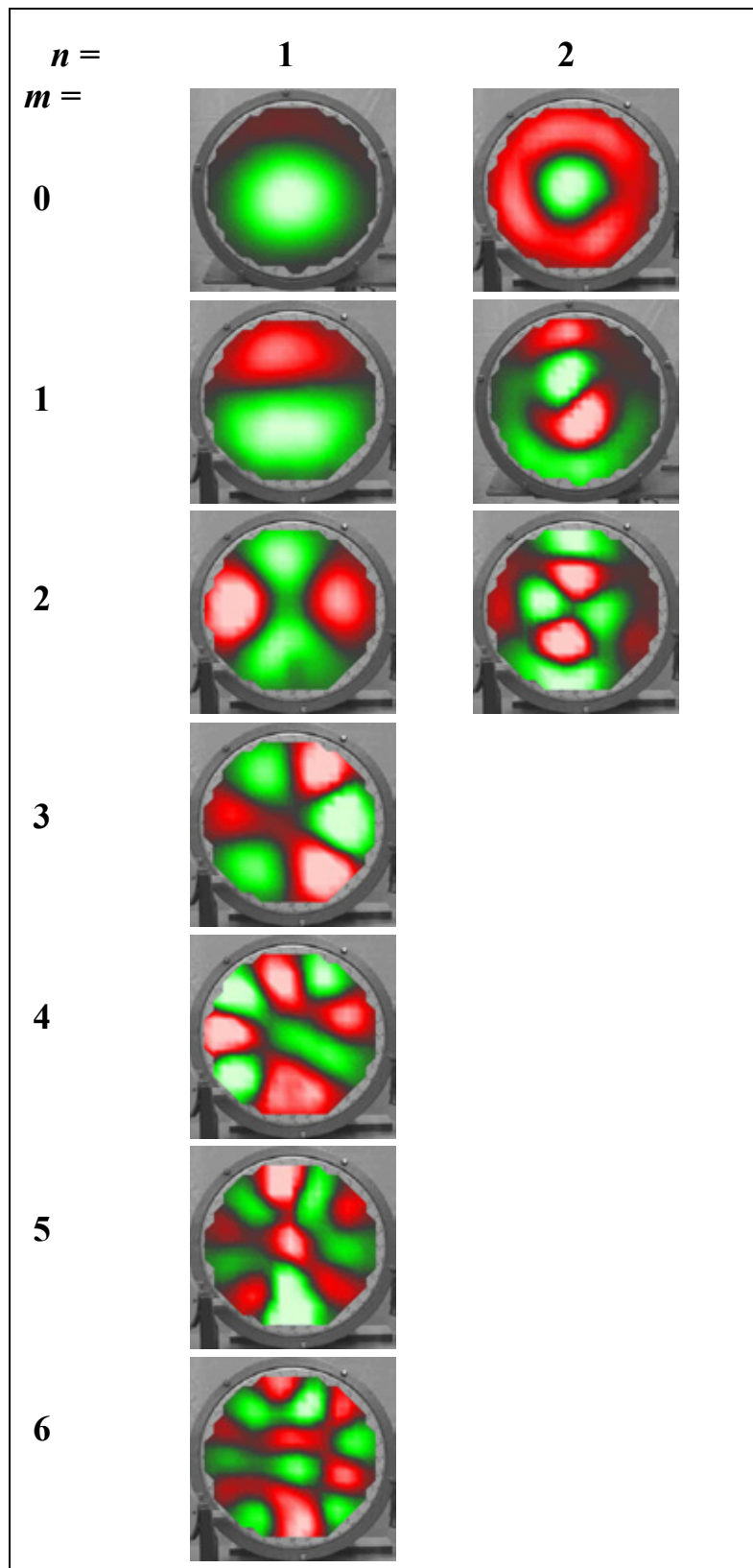
LITERATUR

- Breitung, A., *Schwingungsformen eines Paukenfelles und -kessels. Studienarbeit am Institut für Mechanik, Fachbereich Luft- und Raumfahrttechnik, UniBw München, Neubiberg 1992.*
- Breitung, A., *Grundlegende Untersuchungen zur Modalanalyse. Diplomarbeit am Institut für Mechanik, Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik, UniBw München, Neubiberg 1993.*
- Chladni, E.F.F., *Die Akustik. Breitkopf und Härtel, Leipzig 1802.*
- Christian, R.S., Davis, R.E., Tubis, A., Anderson, C.A., Mills, R.I. und Rossing, T.D., *Effect of air loading on timpani membrane vibrations. J. Acoust. Soc. Amer. 76 (1984), 1336-1345.*
- De, S., *Vibration of a kettledrum, J. Acoust. Soc. Amer. 51 (1972a), 1768-1770.*
- De, S., *Vibration of a loaded kettledrum. Journal of Sound and Vibration 20 (1972b), 79-92.*
- De, S., *Experimental study of the vibration characteristics of a loaded kettledrum, Acustica 40 (1978), 206-210.*
- Euler, L., *De motu vibratorio tympanorum. Novi commentarii academiae scientiarum Petropolitanae 10 (1764), 1766, 243-260.*
- Fastl, H. und Fleischer, H., *Über die Ausgeprägtheit der Tonhöhe von Paukenklängen. In: Fortschritte der Akustik (DAGA '92). DPG-GmbH, Bad Honnef 1992, 237 - 240.*
- Fleischer, H., *Fourier-Akustik. Fortschrittsbericht Reihe 11 Nr. 101. VDI-Verlag, Düsseldorf 1988a.*
- Fleischer, H., *Die Pauke. Mechanischer Schwinger und akustischer Strahler. Forschungsbericht 01/88 aus dem Institut für Mechanik, Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik, UniBw München, Neubiberg 1988b.*
- Fleischer, H., *Experimentelle Ermittlung der Schwingung und des Schallfeldes von Kreisstrahlern. Acustica 67 (1989), 165-176.*
- Fleischer, H., *Schwingung und Schallfeld eines Paukenfelles. In: Fortschritte der Akustik (DAGA '90). DPG-GmbH, Bad Honnef 1990, 549-552.*
- Fleischer, H., *Akustische Untersuchungen an Orchesterpauken. Forschungsbericht 02/91 aus dem Institut für Mechanik, Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik, UniBw München, Neubiberg 1991.*
- Fleischer, H., *Schallquellen und Schallfelder. In: Psychoakustik. Gehörbezogene Lärmbewertung. Österreichisches Bundesministerium für Umwelt, Jugend und Familie, Wien 1993, 45 - 60.*
- Fleischer, H., *Zur Tonhöhe von Paukenklängen. Forschungsbericht 02/94 aus dem Institut für Mechanik, Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik, UniBw München, Neubiberg 1994a.*
- Fleischer, H., *Spinning Modes. Forschungs- und Seminarberichte aus dem Gebiet Technische Mechanik und Flächentragwerke 1/94. Hrsg. F.A. Emmerling und A.H. Heinen, UniBw München, Neubiberg 1994b.*

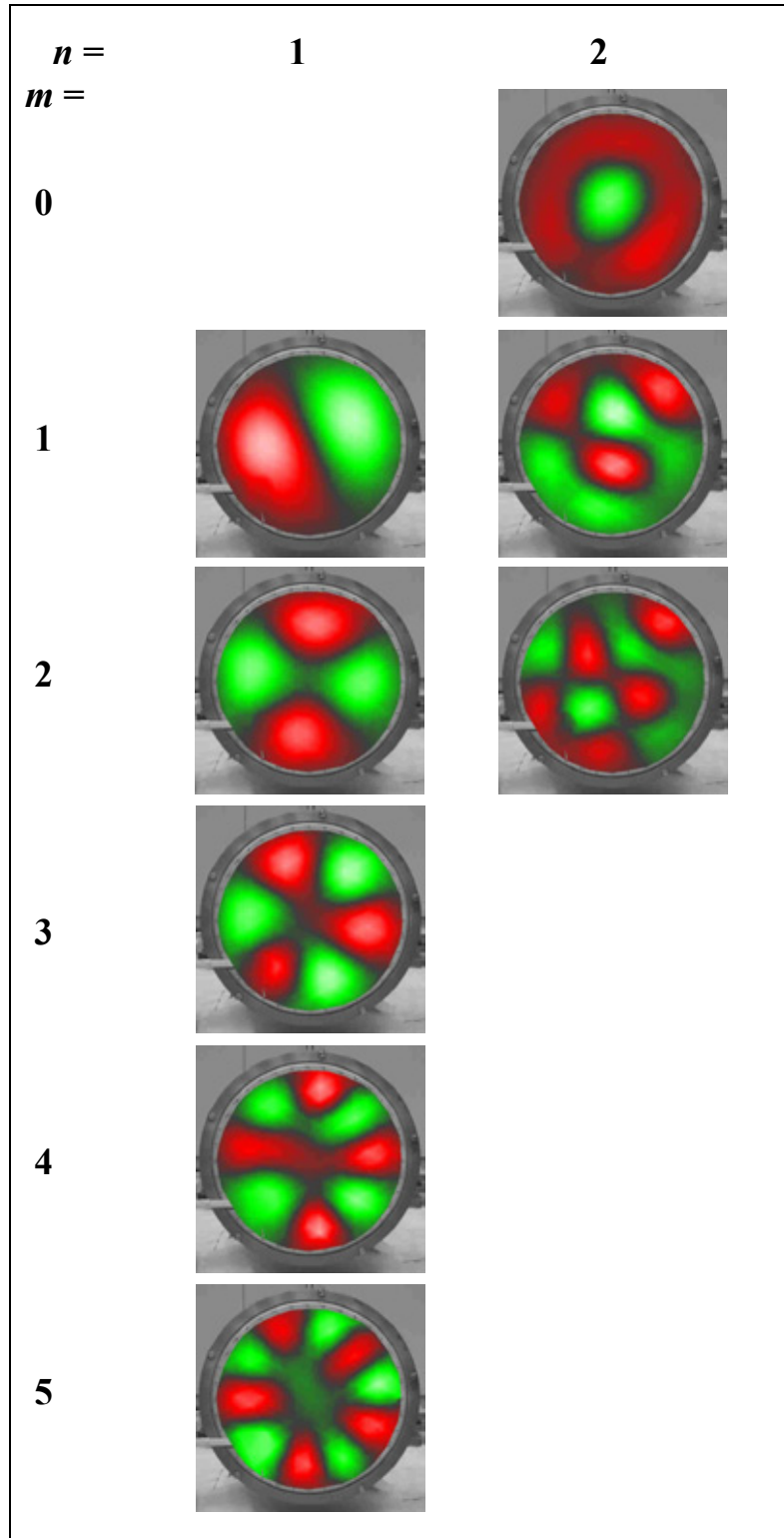
- Fleischer, H., *Schwingungen akustischer Gitarren. Beiträge zur Vibro- und Psychoakustik 1/98*. Hrsg. H. Fleischer und H. Fastl, Universität der Bundeswehr München und Technische Universität München, Neubiberg 1998.
- Fleischer, H., *Schwingungs- und Schalluntersuchungen an der indischen Tabla. Beiträge zur Vibro- und Psychoakustik 1/03*. Hrsg. H. Fleischer und H. Fastl, Universität der Bundeswehr München und Technische Universität München, Neubiberg 2003.
- Fleischer, H., *Vibration and sound of the Indian tabla*. In: *Proceedings of the Joint Congress CFA/DAGA 04, Société Française d'Acoustique, Paris 2004*, 1073 – 1074.
- Fleischer, H. und Fastl, H., *Untersuchungen an Konzertpauken*. In: *Fortschritte der Akustik (DAGA '91)*. DPG-GmbH, Bad Honnef 1991, 885 - 888.
- Fleischer, H. und Rotter, R., *Das Phänomen der Spinning Modes*. In: *Fortschritte der Akustik (DAGA '94)*. DPG-GmbH, Bad Honnef 1994, 737 - 740.
- Fletcher, N.H. und Rossing, T.D., *The physics of musical instruments*. 2. Aufl. Springer Verlag, New York 1998.
- Gottlieb, H.P.W. und Aebischer, H.A., *Eigenfrequency shifts of a baffled circular membrane in a fluid medium*. *Acustica* 61 (1986), 223-232.
- Gottlieb, H.P.W. und Aebischer, H.A., *Eigenfrequencies of a baffled circular membrane with exterior fluid and attached cavity*. *Acustica* 65 (1987), 2-10.
- Helmholtz, H.F.F. von, *Die Lehre von den Tonempfindungen (1862)*. Neuausgabe Georg Olms, Hildesheim 1968.
- Hornborstel, E.M. und Sachs, C., *Systematik der Musikinstrumente*. *Zeitschrift für Ethnologie* 46 (1914).
- Jelinek, P., *persönliche Kommunikation bei der Vorbereitung einer Studienarbeit*, Neubiberg 2005.
- Lax, M., *The effect of radiation on the vibrations of a circular diaphragm*. *J. Acoust. Soc. Amer.* 16 (1944), 5 - 13.
- Moosrainer, M., *Fluid-Struktur-Kopplung am Beispiel der Pauke*. In: *Fortschritte der Akustik (DAGA '98)*. DEGA, Oldenburg 1998, 674 - 675.
- Moosrainer, M. und Fleischer, H., *Interaction of a membrane with an enclosed and surrounding fluid - FEM/BEM coupling*. In: *Designing for Silence - Euro-Noise 98*, DEGA, Oldenburg 1998, 145 - 150.
- Moosrainer, M. und Fleischer, H., *Application of BEM and FEM to musical instruments*. In: *Estorff, O. v. (Hrsg.), Boundary Elements in Acoustics - Advances and Applications*, WIT Press, Southampton/Boston 2000, 377 - 410.
- Morse, P.M., *Vibration and sound*. 2. Aufl. McGraw-Hill, New York 1948.
- Rajalingham, C., Bhat, R.B. und Xistris, G.D., *Vibration of a circular membrane backed by cylindrical cavity*. *Int. J. Mech. Sci.* 40 (1998), No. 8, 723 - 734.
- Raman, C.V., *The Indian musical drums*. *Proceedings of the Indian Academy of Science A1* (1934), 179-188.
- Riccati, G., *Delle vibrationi del tamburo*. *Saggi scientifici e letterari dell'Accademia di Padova I* (1786), 419-446.
- Richardson, M.H., *Is it a mode shape, or an operation deflection shape?* *Sound and Vibration*. Jan. 1997, 54-61.

- Rieländer, M.M. (Hrsg.), Reallexikon der Akustik. Verlag E. Bochinsky, Frankfurt 1982.*
- Rossing, T.D., Die Physik der Pauke. Spektrum der Wissenschaft, Januar 1983, 55-65.*
- Rossing, T.D., Acoustics of drums. Physics today, März 1992, 40-47.*
- Schad, C.R., Wörterbuch der Glockenkunde. Hallwag, Bern und Stuttgart, 1996.*
- Tubis, A. und Davis, R.E., Kettle-shape dependence of timpani normal modes. In: Proceedings of the 12th ICA, Toronto 1986, K2-7.*
- Wagner, K.W., Einführung in die Lehre von den Schwingungen und Wellen. Dietrich'sche Verlagsbuchhandlung, Wiesbaden 1947.*
- Zimmermann, P., Zur Theorie der schwingenden Membran bei Leonhard Euler und Giordano Riccati: Erfindung, Nacherfindung, Fama. Intern. Zs. f. Naturwiss., Technik u. Med. 4 (1996), 145 – 158 und 214 - 230.*
- Ziegenhals, G., Klang und Tonhöhe von Pauken. Bericht aus dem Institut für Musikinstrumentenbau, Zwota 1987.*

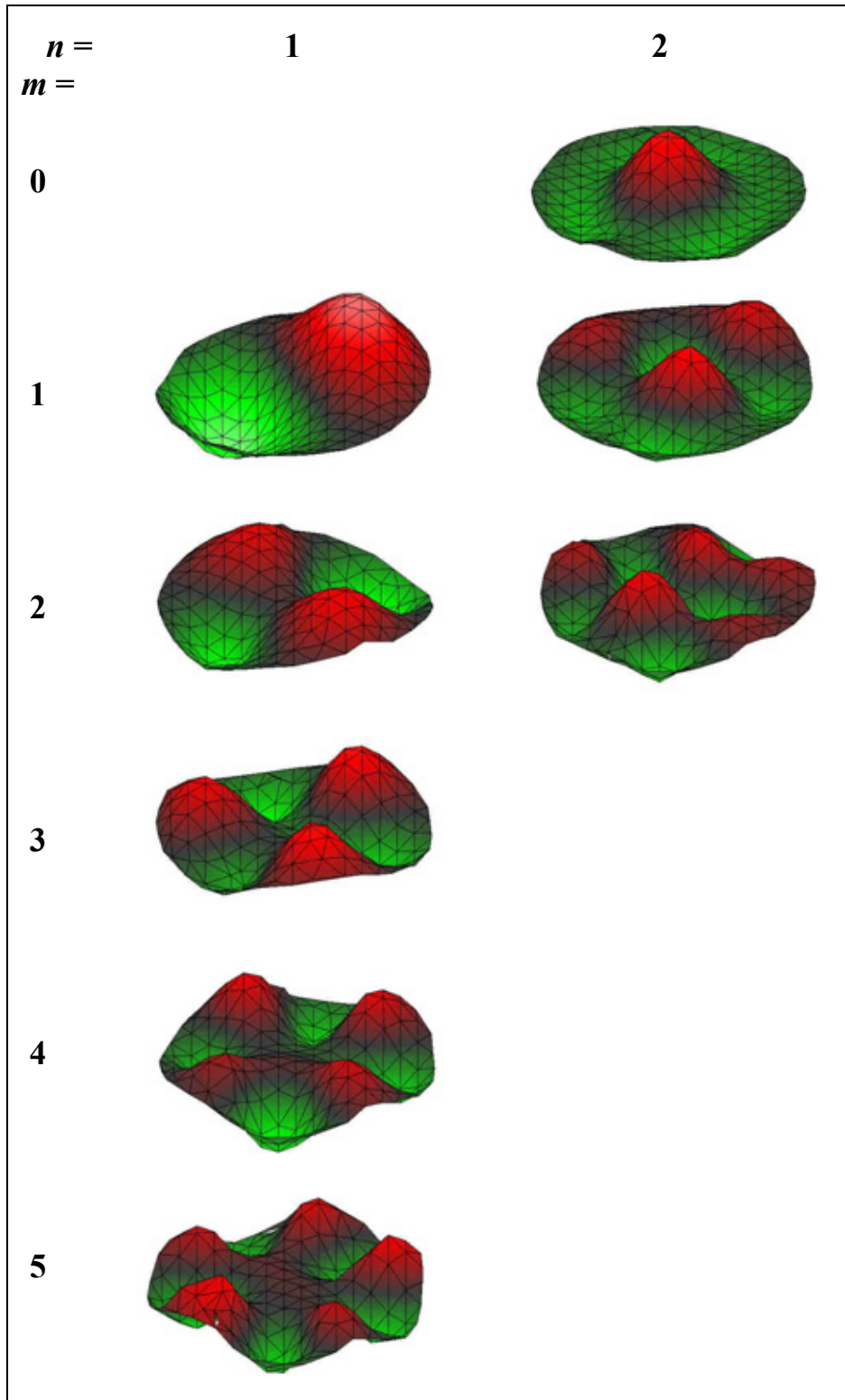
ANHANG



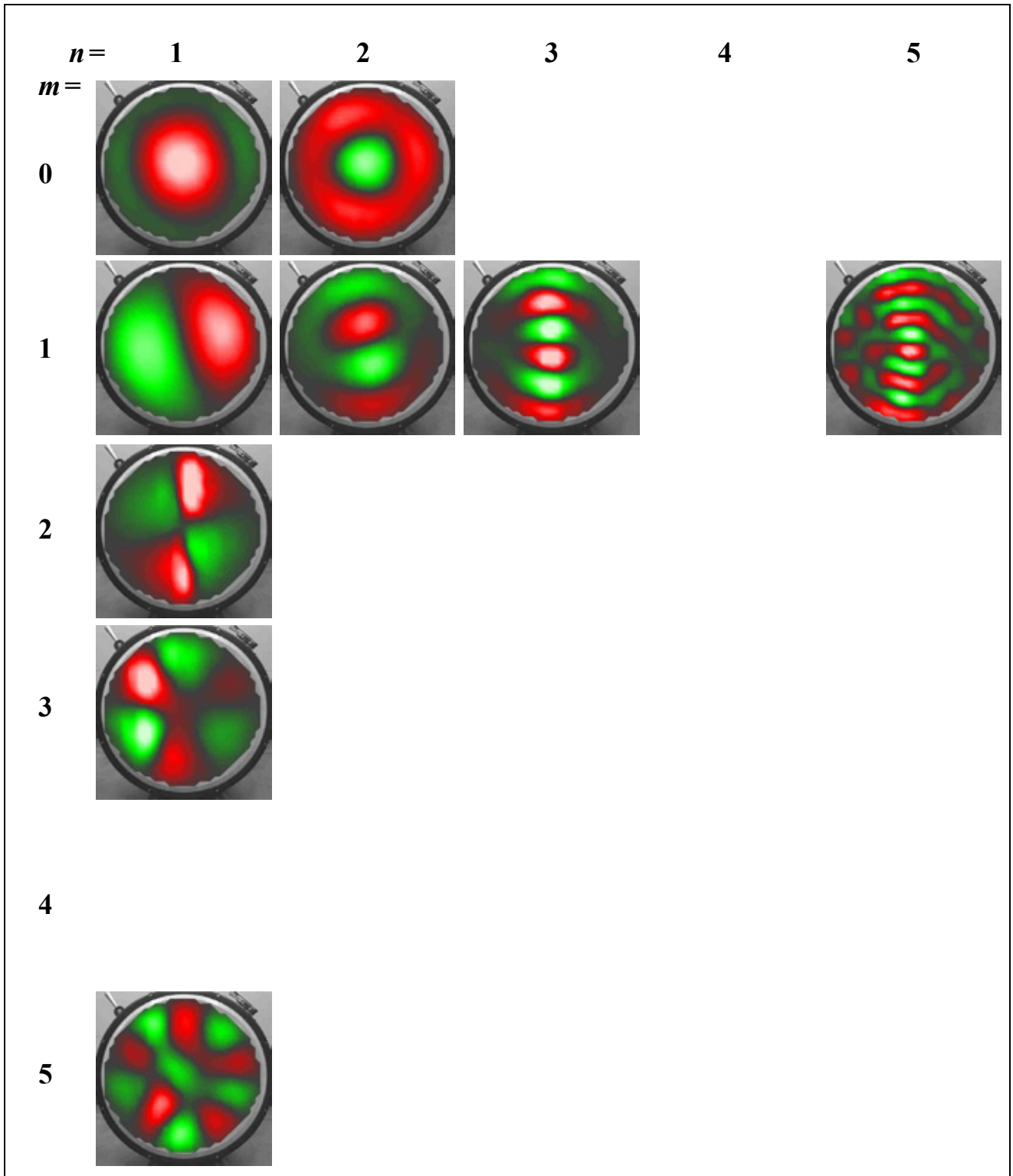
Anhang A1. Charakteristische Betriebsschwingungsformen der kleinen Pauke III bei Luftschall- und Shakeranregung (vgl. 7.2 und 7.3). Rot steht für positives, grün für negatives Vorzeichen.



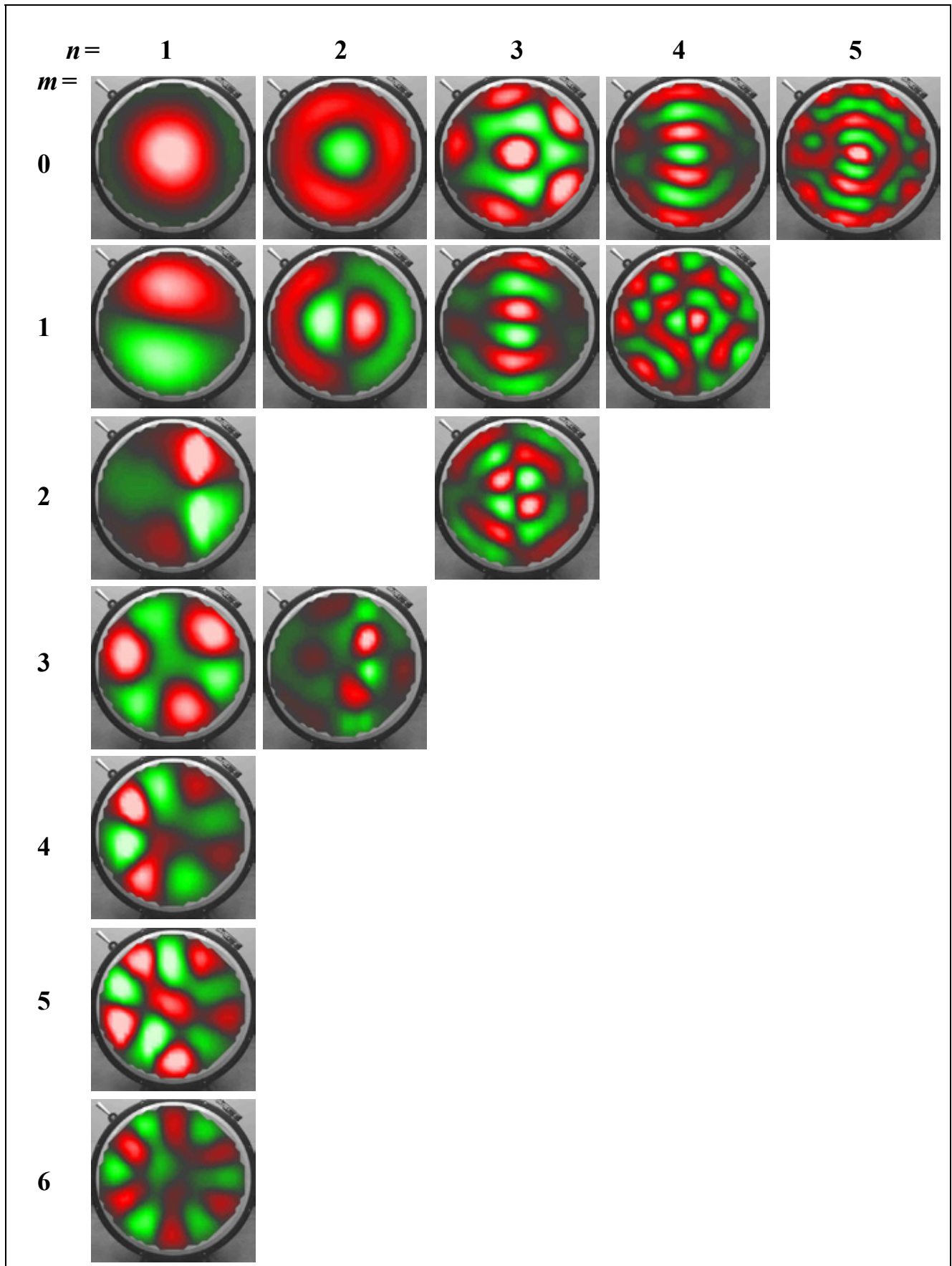
Anhang A2. Charakteristische Betriebsschwingungsformen der kleinen Pauke III bei Shakeranregung (vgl. 7.4.2).



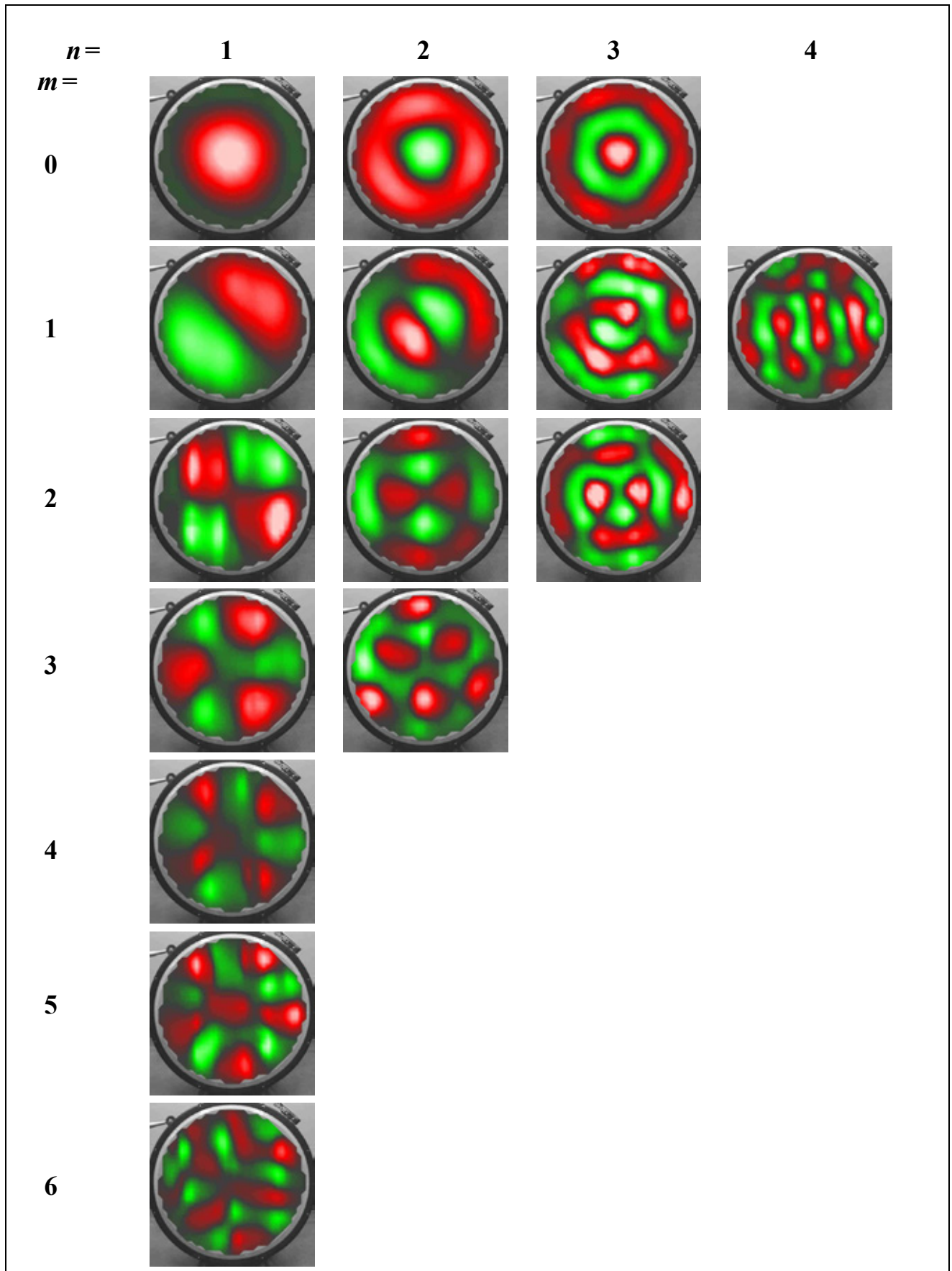
Anhang A3. Charakteristische Betriebsschwingungsformen der kleinen Pauke III bei Shakeranregung (vgl. 7.4.2). Rot steht für positives, grün für negatives Vorzeichen.



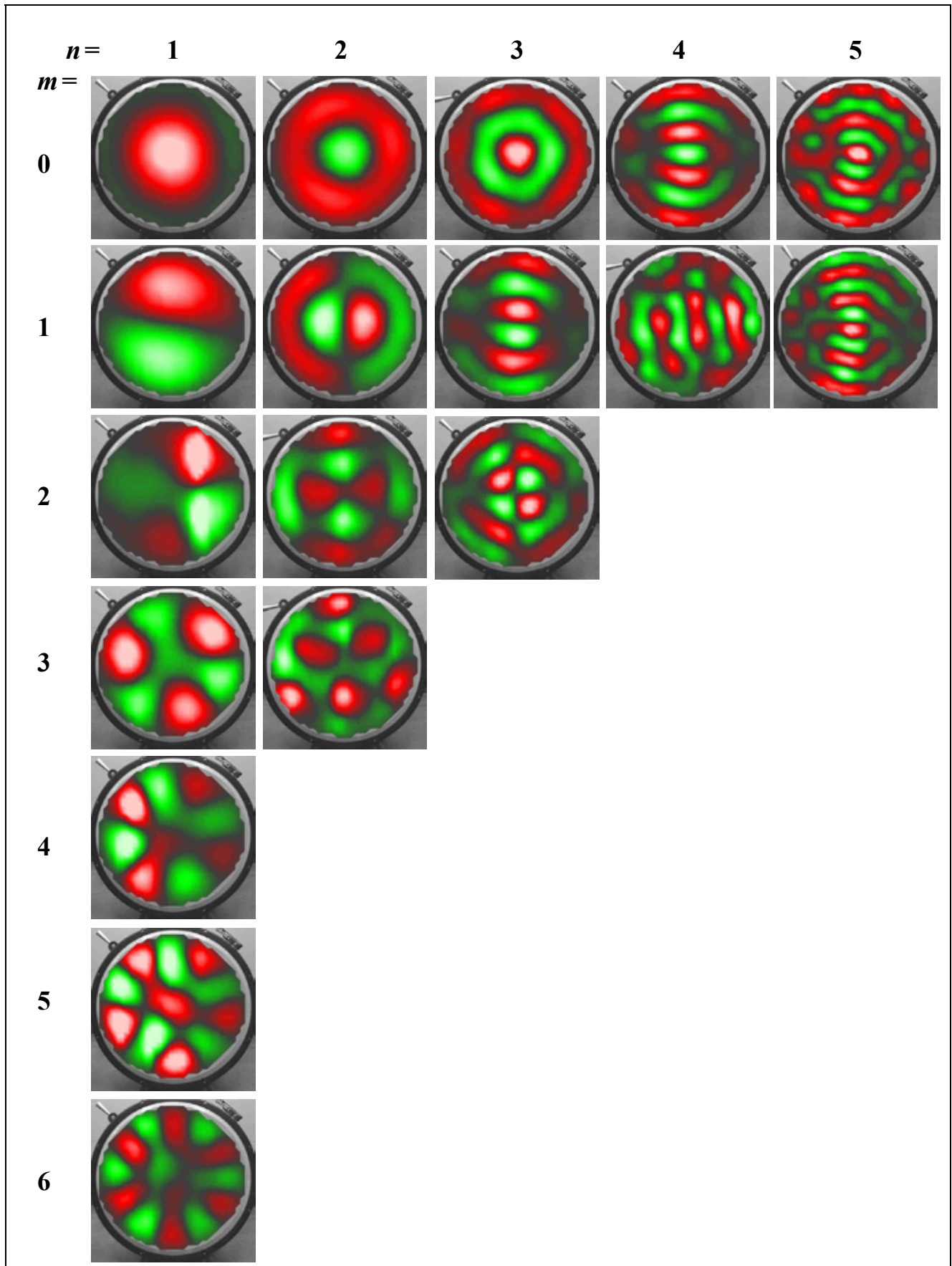
Anhang A4. Charakteristische Betriebsschwingungsformen der großen Kolberg-Pauke (Pauke II) in der tiefen Stimmung D bei Luftschallanregung (vgl. 8.2.1).



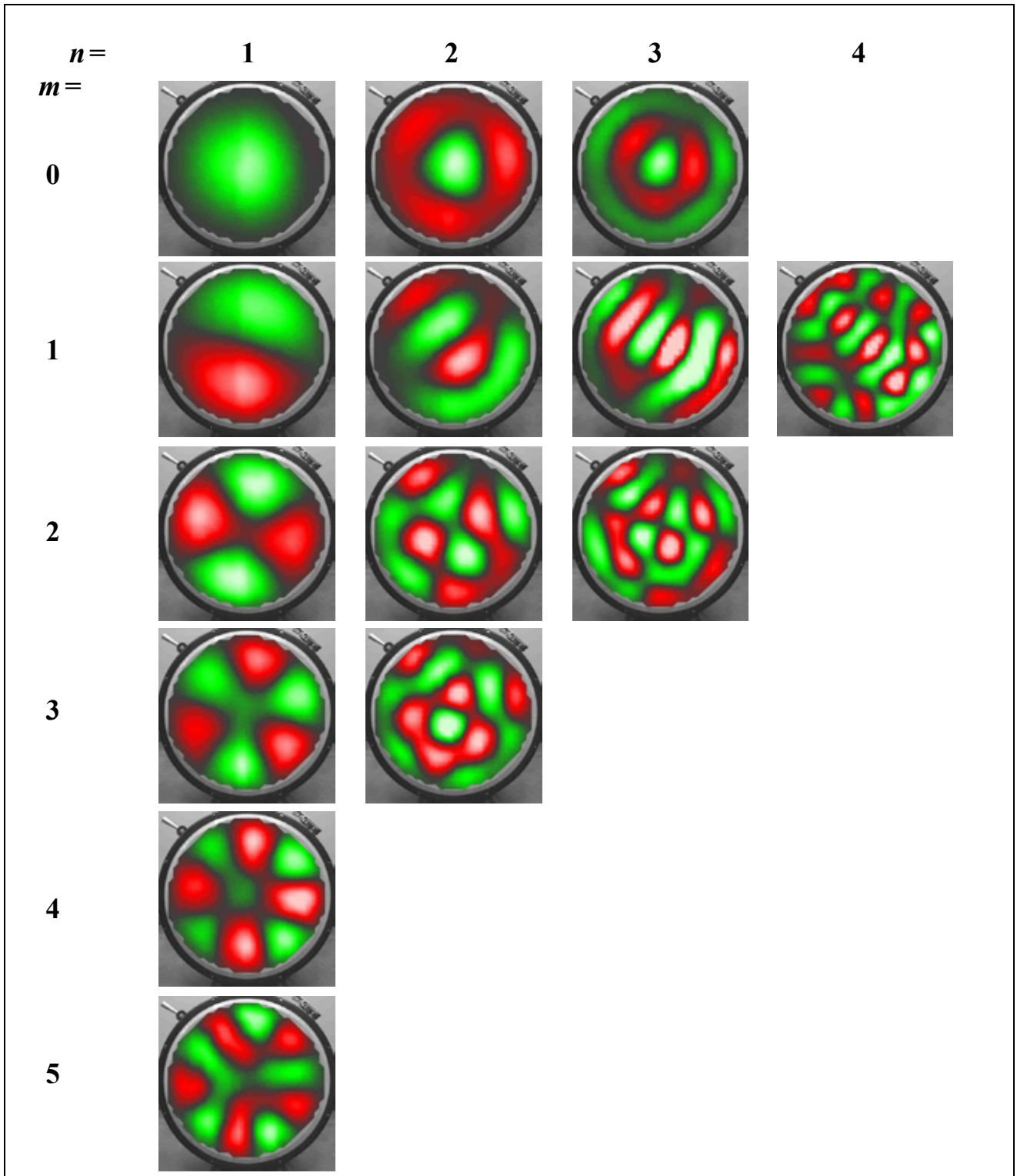
Anhang A5. Charakteristische Betriebsschwingungsformen der großen Kolberg-Pauke (Pauke II) in der tiefen Stimmung E bei Luftschallanregung; erste Messung (vgl. 8.2.2).



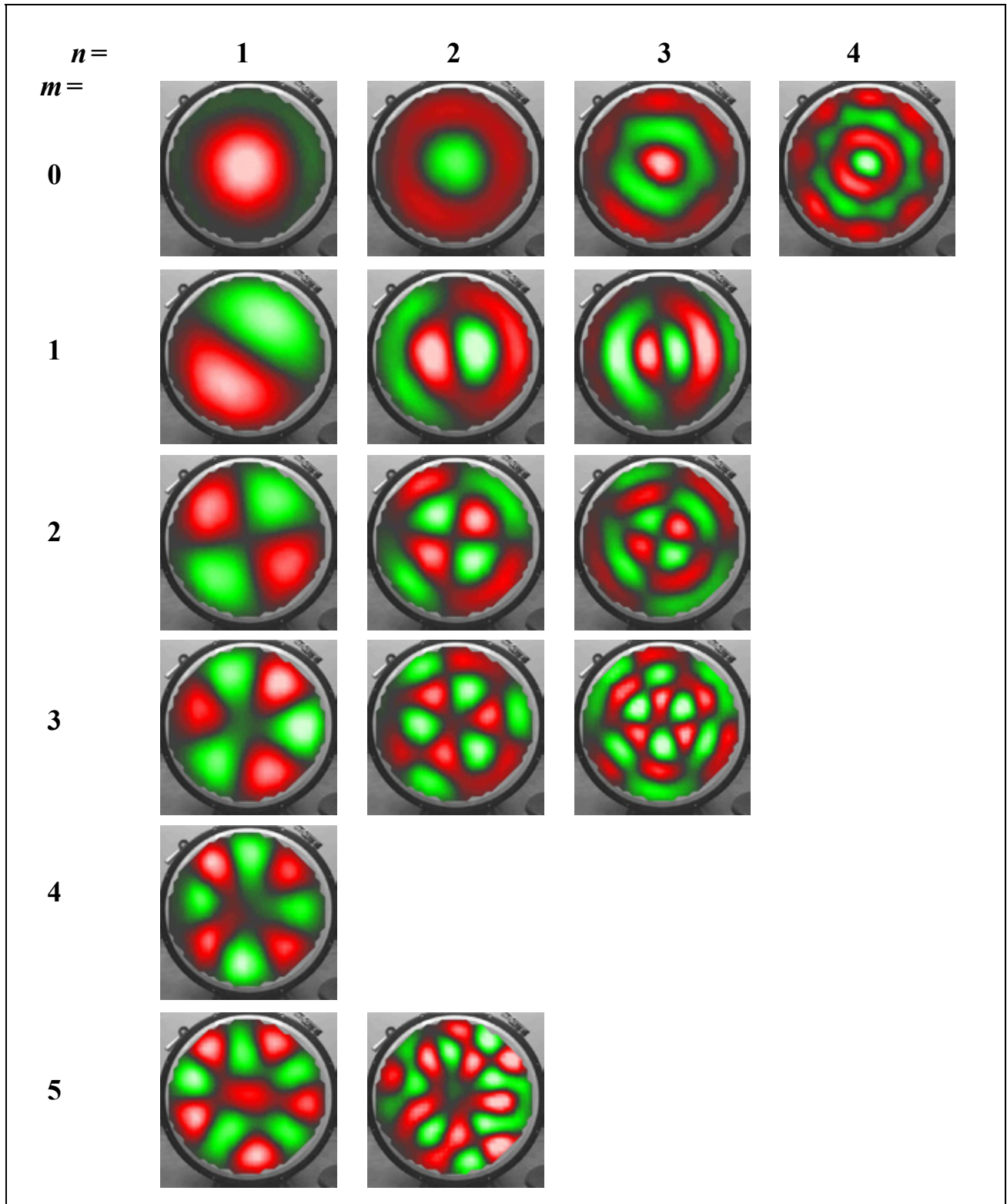
Anhang A6. Charakteristische Betriebsschwingungsformen der großen Kolberg-Pauke (Pauke II) in der tiefen Stimmung E bei Luftschallanregung; zweite Messung (vgl. 8.2.3).



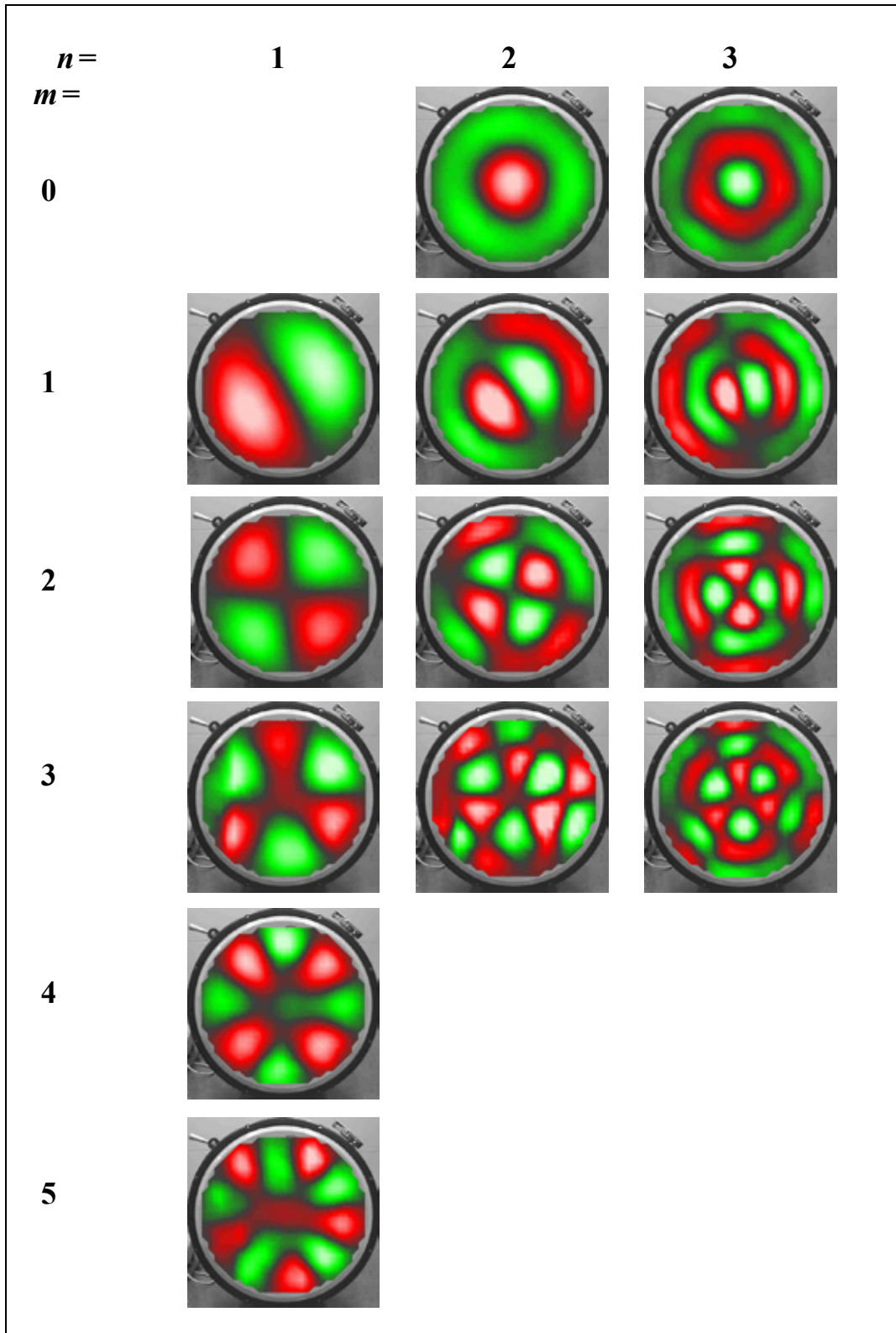
Anhang A7. Charakteristische Betriebsschwingungsformen der tief gestimmten großen Kolberg-Pauke bei Luftschallanregung; Übersicht (vgl. 8.2.4).



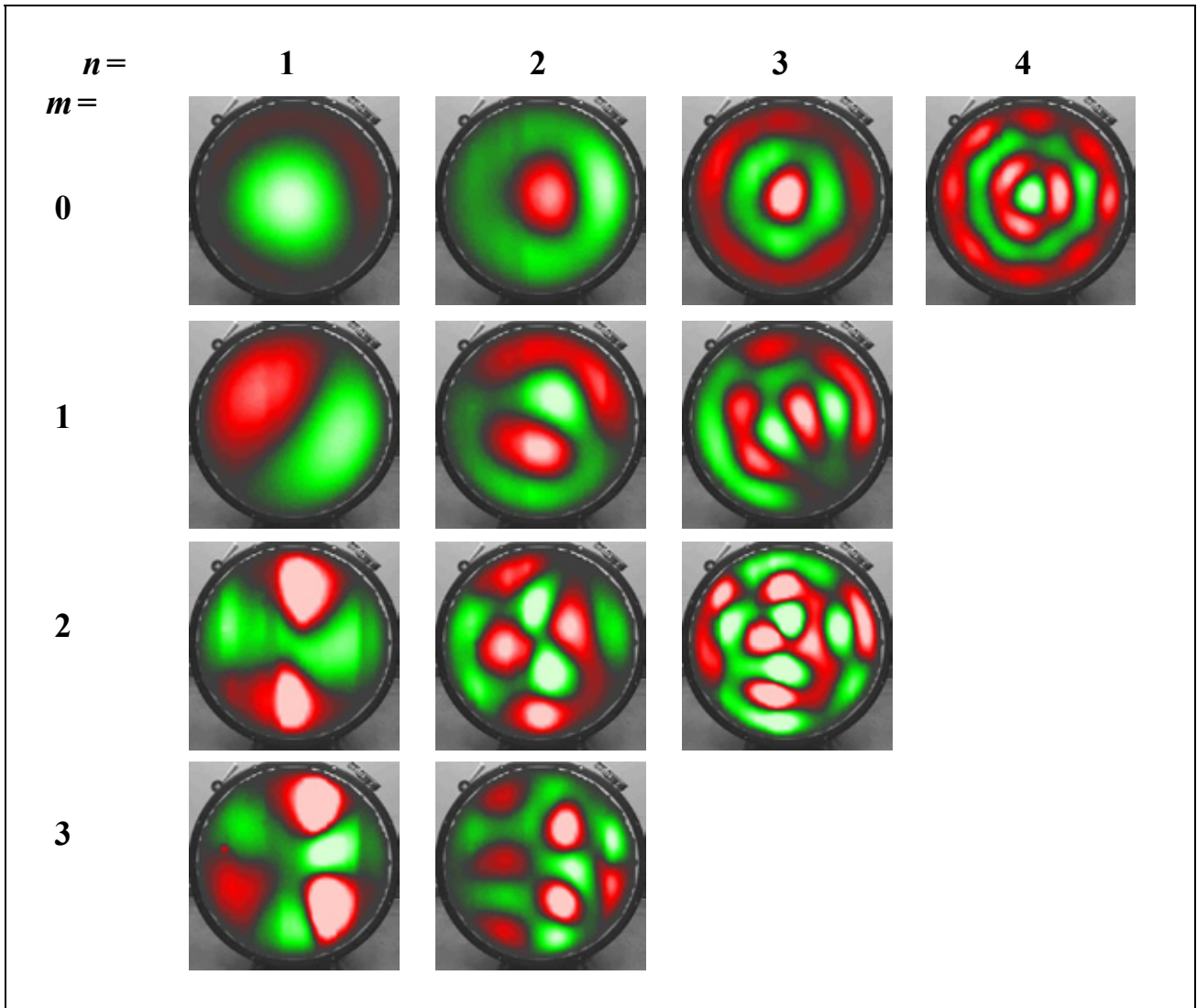
Anhang A8. Charakteristische Betriebsschwingungsformen der großen Kolberg-Pauke (Pauke II) in der normalen Stimmung Gis bei Luftschallanregung (vgl. 8.3.1).



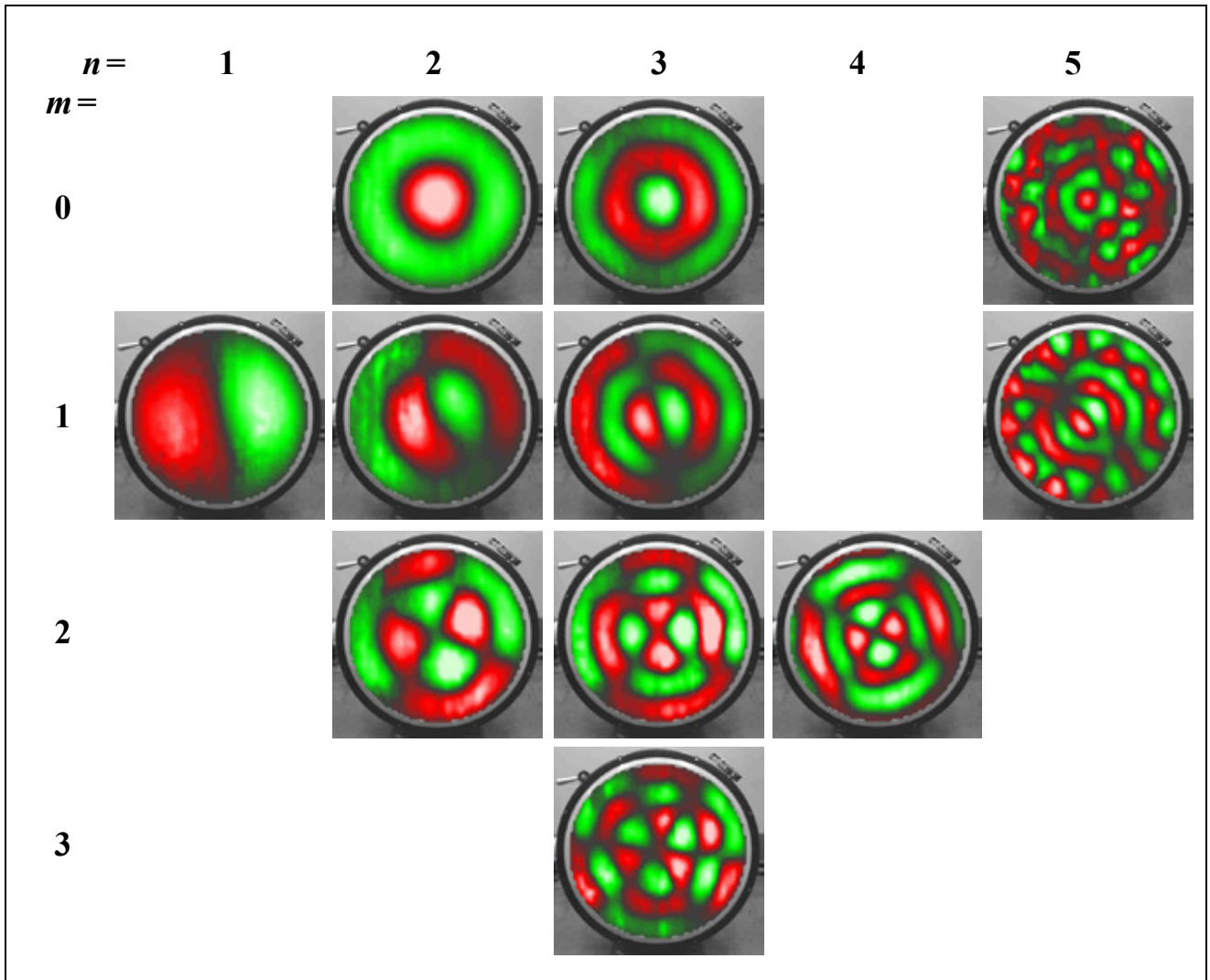
Anhang A9. Charakteristische Betriebsschwingungsformen der großen Kolberg-Pauke (Pauke II) in der normalen Stimmung A bei Luftschallanregung; erste Messung (vgl. 8.3.2).



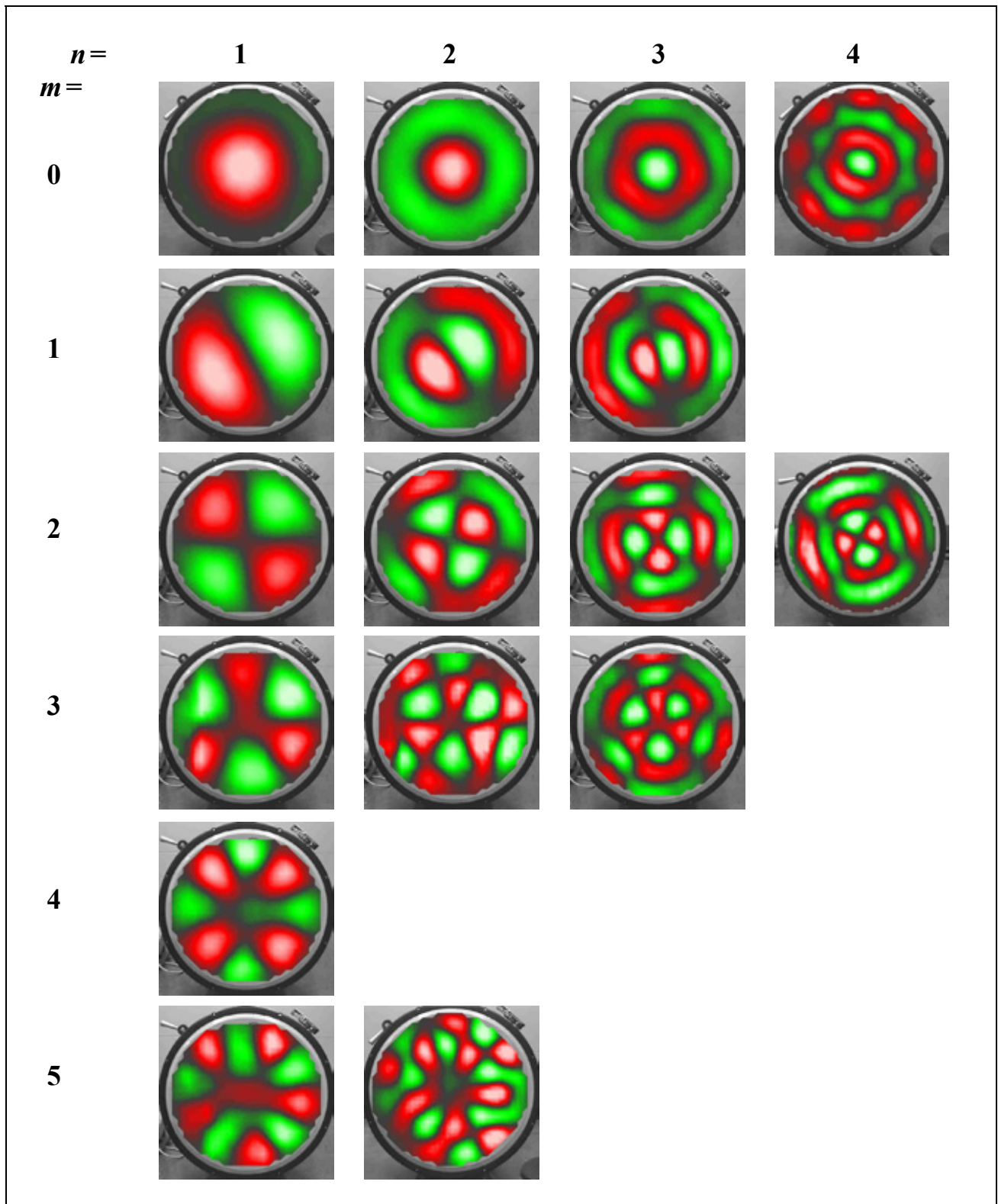
Anhang A10. Charakteristische Betriebsschwingungsformen der großen Kolberg-Pauke (Pauke II) in der normalen Stimmung A bei Luftschallanregung; zweite Messung (vgl. 8.3.3).



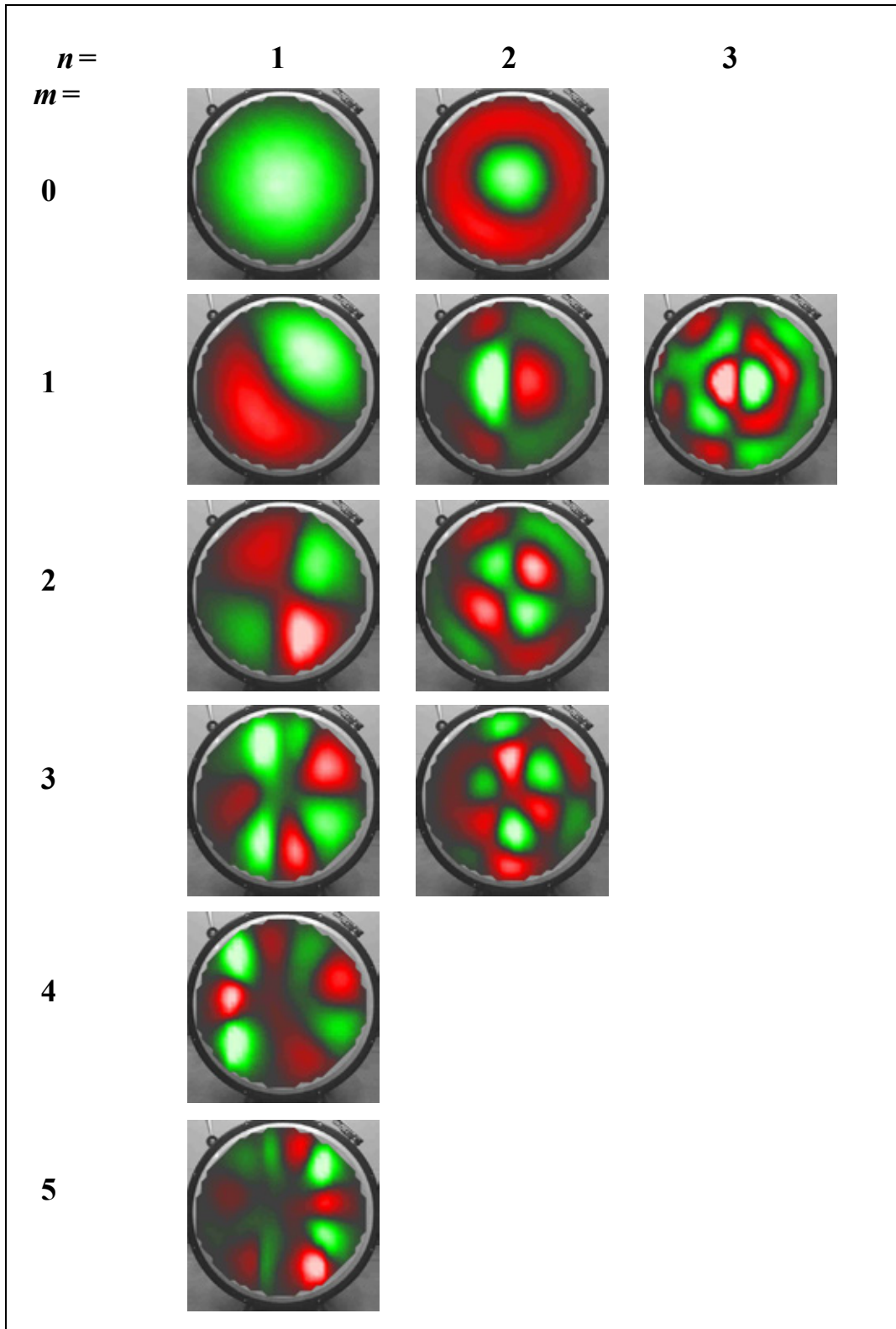
Anhang A11. Charakteristische Betriebschwingungsformen der großen Kolberg-Pauke (Pauke II) in der normalen Stimmung A bei Luftschallanregung; dritte Messung (vgl. 8.3.4).



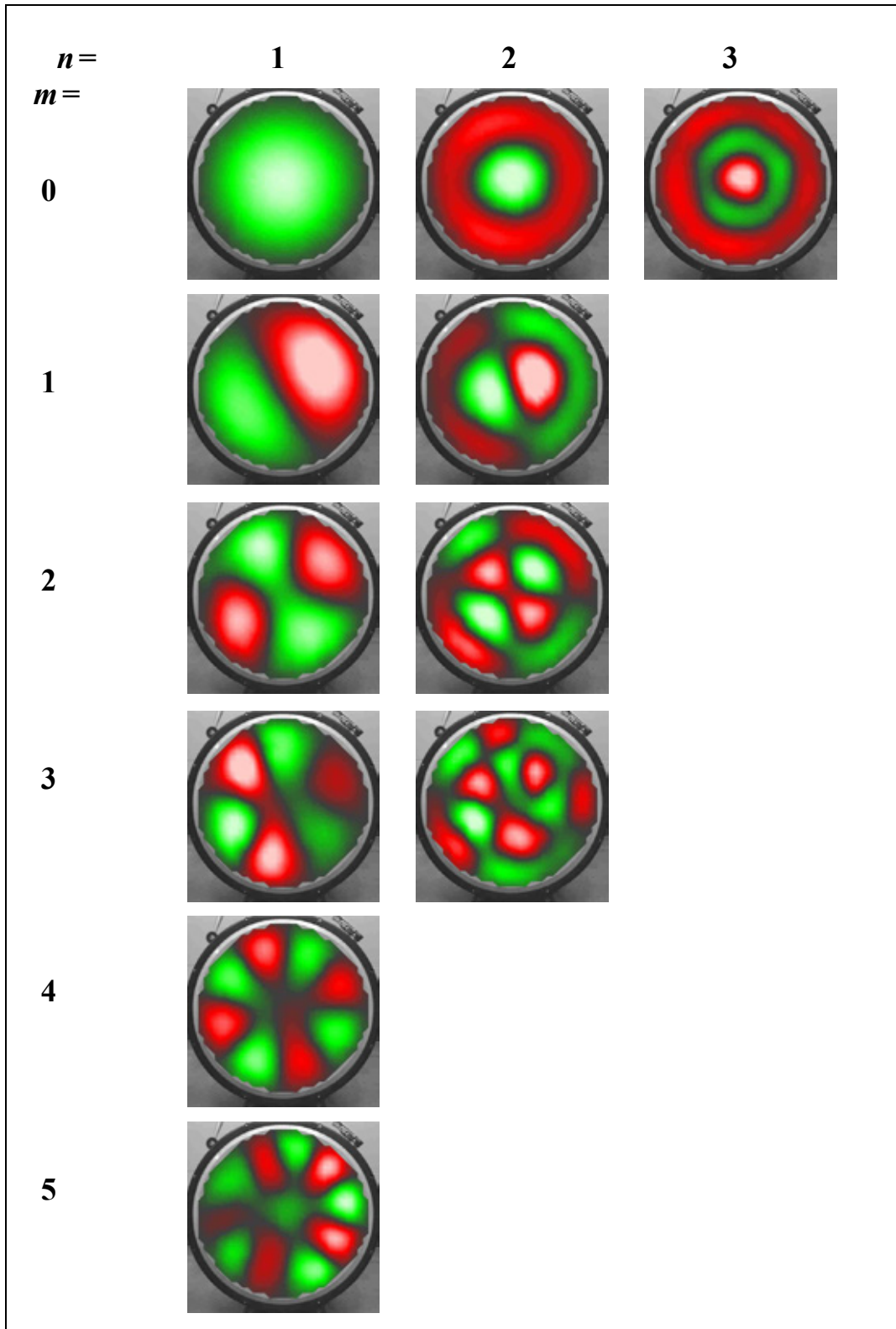
Anhang A12. Charakteristische Betriebschwingungsformen der großen Kolberg-Pauke (Pauke II) in der normalen Stimmung A bei Luftschallanregung; vierte Messung (vgl. 8.3.5).



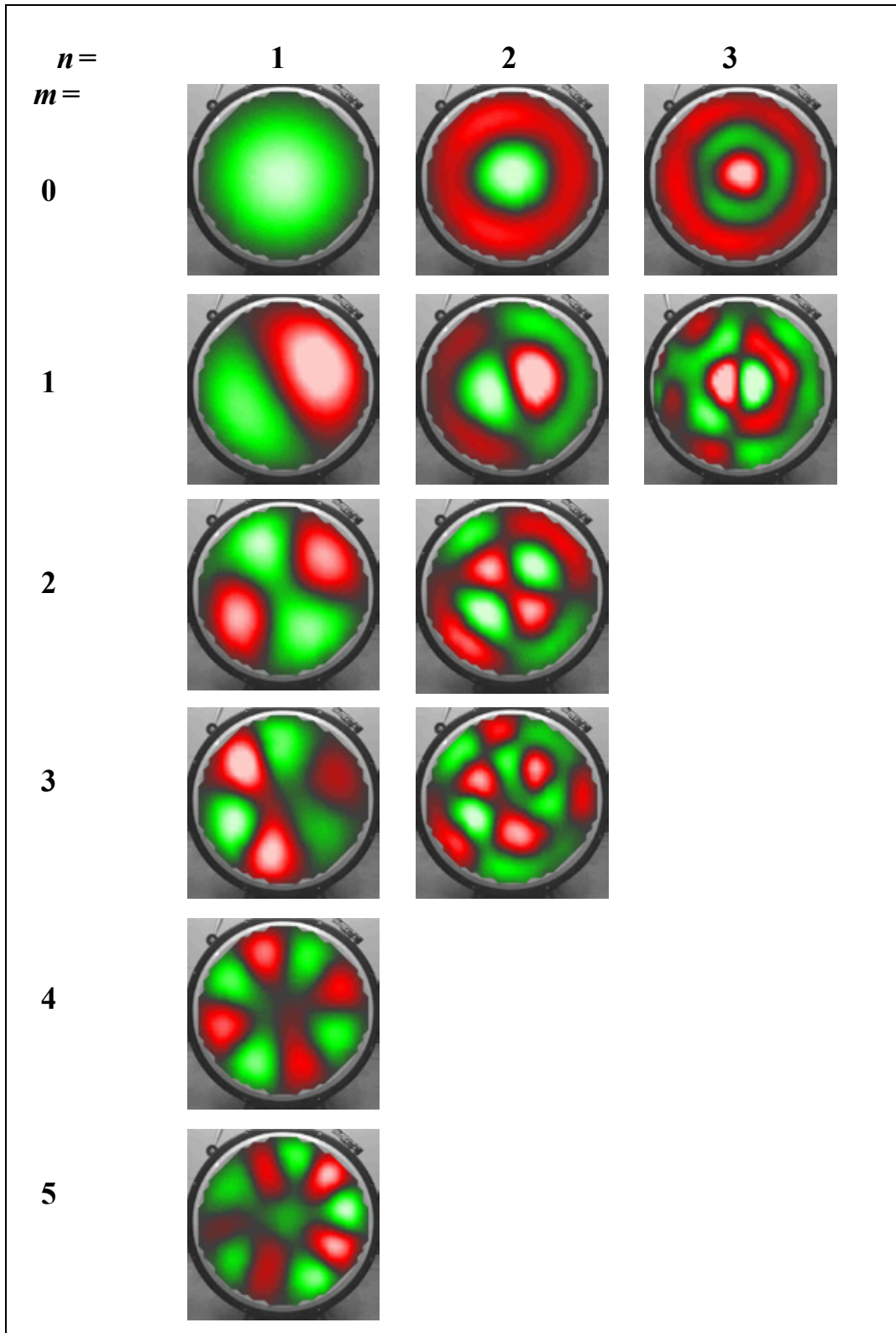
Anhang A13. Charakteristische Betriebsschwingungsformen der normal gestimmten großen Kolberg-Pauke bei Luftschallanregung; Übersicht (vgl. 8.3.6).



Anhang A14. Charakteristische Betriebschwingungsformen der großen Kolberg-Pauke (Pauke II) in der hohen Stimmung d bei Luftschallanregung; erste Messung (vgl. 8.4.1).



Anhang A15. Charakteristische Betriebschwingungsformen der großen Kolberg-Pauke (Pauke II) in der hohen Stimmung d bei Luftschallanregung; zweite Messung (vgl. 8.4.2).



Anhang A16. Charakteristische Betriebsschwingungsformen der hoch gestimmten großen Kolberg-Pauke bei Luftschallanregung; Übersicht (vgl. 8.4.3).

In der Reihe
Beiträge zur Vibro- und Psychoakustik
sind bisher erschienen:

- Heft 1/96 Fleischer, H. und Zwicker, T., DEAD SPOTS. Zum Schwingungsverhalten elektrischer Gitarren und Baßgitarren
- Heft 1/97 Fleischer, H., Glockenschwingungen
- Heft 1/98 Fleischer, H., Schwingungen akustischer Gitarren
- Heft 1/99 Valenzuela, M.N., Zur Rolle des Gehörs bei akustischen Untersuchungen an Musikinstrumenten
- Heft 2/99 Fleischer, H., Dead Spots of Electric Basses. I. Structural Vibrations (in Englisch)
- Heft 1/00 Fleischer, H., Dead Spots of Electric Basses. II. Diagnosis (in Englisch)
- Heft 2/00 Varsányi, A., Zur Akustik des javanischen *gong ageng*
- Heft 3/00 Krump, G., Der akustische Nachton. Beschreibung und Funktionsschema
- Heft 1/01 Fleischer, H., Schwingungsuntersuchungen an Gongs
- Heft 2/01 Fleischer, H., Schwingungsuntersuchungen an elektrischen Gitarren
- Heft 1/02 Fleischer, H., Nichtlinearität bei Gongs: Analyse des Schallsignals
- Heft 2/02 Fleischer, H., Gehörbezogene Analyse von Gongklängen
- Heft 1/03 Fleischer, H., Schwingungs- und Schalluntersuchungen an der indischen Tabla
- Heft 1/04 Fleischer, H., Schwingung und Schall eines Hackbretts

ISSN 1430-936X

Beiträge zur Vibro- und Psychoakustik