

**BEITRÄGE
ZUR
VIBRO- UND PSYCHOAKUSTIK**

Herausgeber: Helmut Fleischer und Hugo Fastl

Helmut Fleischer

GLOCKENSCHWINGUNGEN

GLOCKENSCHWINGUNGEN

von

Helmut Fleischer

Institut für Mechanik
Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik
Universität der Bundeswehr München
D-85577 Neubiberg

Heft 1/97 der Reihe

Beiträge zur Vibro- und Psychoakustik

Herausgeber: Helmut Fleischer und Hugo Fastl

ISSN 1430-936X

Herausgeber:

Prof. Dr.-Ing. habil. Helmut Fleischer
Institut für Mechanik
Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik
Universität der Bundeswehr München

Prof. Dr.-Ing. habil. Hugo Fastl
Lehrstuhl für Mensch-Maschine-Kommunikation
Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik
Technische Universität München

Postanschrift:

LRT 4 UniBw, D-85577 Neubiberg

Fleischer, Helmut:
Glockenschwingungen
Beiträge zur Vibro- und Psychoakustik 1/97
Neubiberg 1997
ISSN 1430-936X

Postanschrift des Verfassers:

Prof. Dr.-Ing. Helmut Fleischer
LRT 4 UniBwM
85577 Neubiberg
Helmut.Fleischer@UniBw.de

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist unzulässig und strafbar. Insbesondere gilt dies für die Übersetzung, den Nachdruck sowie die Speicherung auf Mikrofilm, mit vergleichbaren Verfahren oder in Datenverarbeitungsanlagen.



Herstellung von Glocken und Kanonenrohren;
entnommen aus Bill, O., Vom Glockenguß zum Glockenspiel. Carl Schenck AG, Darmstadt.

GLOCKENSCHWINGUNGEN

Zusammenfassung

Physikalische Messungen sowie Computerberechnungen werden mit dem Ziel durchgeführt, festzustellen, wie abendländische Glocken schwingen. Experimentelle Ergebnisse unter Einschluss von Schallspektren, Richtdiagrammen, Schwingungsmustern und neuartigen Admittanzdiagrammen sind in großer Zahl zusammengestellt. Numerische Ergebnisse, die mit verschiedenen FEM-Programmen ermittelt wurden, bestätigen und vervollständigen die experimentellen Befunde und geben somit tiefere Einsicht in das Schwingungsverhalten von Kirchen- und Glockenspielglocken. Mittels Computersimulation wird die Gestalt einer Glocke modifiziert und optimiert. Die Bedeutung des Moden-Splitting für den Glockenklang wird hervorgehoben. Es schließt sich eine psychoakustische Untersuchung an, in der Versuchspersonen die Tonhöhe der Klänge von Glockenspielglocken einzustellen hatten. Subjektive Beurteilungen, wie man sie auf diesem Wege erhält, erweisen sich als nützlich für die adäquate Interpretation der vibroakustischen Daten. Beispielsweise deutet vieles darauf hin, dass der erste und vor allem der zweite Teilton von größter Bedeutung für die Tonhöhe von hoch abgestimmten Glockenspielglocken sind.

VIBRATIONS OF BELLS

Summary

Physical measurements as well as computations are performed with the aim of ascertaining how occidental bells vibrate. A great number of experimental results are compiled including sound spectra, directional characteristics, modal patterns, and novel admittance diagrams. Numerical results obtained by computations using different FEM programs confirm and complete the experimental findings, thus giving better insight into the vibrational behaviour of church and carillon bells. By means of computer simulation the shape of a bell is modified and optimized. The relevance of mode splitting on bell sounds is emphasized. A psychoacoustic investigation is added in which subjects had to match the pitch of carillon bell sounds. Subjective judgments obtained in this way prove as useful for the adequate interpretation of the vibroacoustic data. For instance, there is much evidence that the first and especially the second partial tone are most relevant for the pitch of highly tuned carillon bells.

INHALT

VORWORT

1.	EINLEITUNG.....	1
1.1.	Allgemeine Literatur zur Glockenkunde.....	1
1.2.	Zur Geschichte der Berechnung von Glockenschwingungen.....	1
1.3.	Zur Geschichte der Messung von Glockenschwingungen.....	3
1.4.	Zur Geschichte von Untersuchungen der Wahrnehmung von Glockenklängen.....	5
2.	MESSUNG VON GLOCKENSCHWINGUNGEN.....	7
2.1.	Das akustische Spektrum.....	9
2.2.	Anregung mit den Eigenfrequenzen.....	11
2.2.1.	Longitudinale Verteilung der Schwingungsamplitude.....	12
2.2.2.	Latitudinale Verteilung der Schwingungsamplitude.....	14
2.2.3.	Zusammenstellung gemessener Schwingungsformen.....	16
2.3.	Experimentelle Modalanalyse.....	18
2.3.1.	Analyse der Kirchenglocke.....	20
2.3.2.	Analyse von Glockenspielglocken.....	22
2.3.3.	Zusammenstellung einiger Ergebnisse der Modalanalyse.....	24
3.	BERECHNUNG VON GLOCKENSCHWINGUNGEN.....	27
3.1.	Einfache Modelle.....	27
3.2.	Computerverfahren.....	28
3.3.	FEM-Berechnungen von existierenden Glocken.....	29
3.3.1.	Berechnungen mit dem Programm ANSYS.....	29
3.3.2.	Berechnungen mit dem Programm ADINA.....	31
3.3.3.	Berechnungen mit dem Programm NASTRAN.....	33
3.3.4.	Zusammenstellung errechneter Schwingungsformen.....	38
3.4.	Simulation auf dem Computer.....	40
3.4.1.	Modifikation von Glocken.....	40
3.4.2.	Optimierung von Glockenformen.....	44
4.	MODEN-SPLITTING.....	48
4.1.	Moden-Splitting in FEM-Rechnungen.....	48
4.2.	Experimentelle Befunde zum Moden-Splitting.....	51
4.3.	Auswirkungen des Moden-Splitting.....	53
5.	MESSUNG DER ADMITTANZ VON GLOCKEN.....	58
5.1.	Vorüberlegungen zur Dämpfung von Glockenschwingungen.....	58
5.2.	Anregbarkeit von Teilschwingungen.....	59
5.3.	Admittanz an unterschiedlichen Orten auf dem Schlagring einer Kirchenglocke.....	63
5.4.	Admittanz an unterschiedlichen Orten auf dem Rand einer Schlagzeug-Kuhglocke.....	67
5.5.	Admittanz an unterschiedlichen Orten auf der Flanke einer Kirchenglocke.....	73
6.	TONHÖHE DER GLOCKEN EINES GLOCKENSPIELES.....	77
6.1.	Die untersuchten Glocken.....	78
6.2.	Konzeption und Durchführung der Hörversuche.....	81
6.3.	Ergebnisse der Hörversuche.....	83
6.4.	Diskussion der Hörversuche.....	89
7.	ABSCHLIESSENDE DISKUSSION.....	93
	LITERATUR.....	98
	Anhang aus dem Jahr 2015: Periodensystem von Schwingungsformen/Teiltönen.....	102

VORWORT

In seiner Monographie "Glockenschwingungen" behandelt Helmut Fleischer geradezu ein Musterbeispiel für die Thematik einer noch jungen Schriftenreihe, nämlich die Zusammenhänge zwischen Vibroakustik und Psychoakustik. Für abendländische Glocken spannt er erstmalig in ein und derselben Darstellung den Bogen von detaillierten Schwingungsanalysen zu den wahrgenommenen Schlagtonhöhen von Glocken.

In einem geschichtlichen Überblick zeigt der Autor auf, dass so berühmte Gelehrte wie Euler, Chladni, von Helmholtz und Lord Rayleigh sich schon früh in wissenschaftlichen Untersuchungen für den Gegenstand der vorliegenden Monographie begeisterten.

Anhand von Messungen akustischer Spektren einer Kirchenglocke belegt Helmut Fleischer exemplarisch, dass die traditionellen Bezeichnungen Suboktave, Prime und Oberoktave für den ersten, zweiten und fünften Teilton eines Glockenklanges durchaus ihre Berechtigung haben, da die zugehörigen Frequenzen nahezu im Verhältnis 1:2:4 stehen. Gemessene Richtdiagramme und Modalanalysen "veranschaulichen" im wahrsten Sinne des Wortes die Bewegungsformen von Glocken in ihren einzelnen Moden auf eine Art und Weise, die auch didaktisch hervorragend aufbereitet ist.

Bei den Berechnungen von Glockenschwingungen werden zunächst einfache Modelle wie die (gedachte) Zerlegung einer Glocke in einzelne Kreisringe dargestellt. Für detaillierte Aussagen erweisen sich jedoch numerische Methoden wie Finite-Elemente-Berechnungen als unabdingbar. Hier wendet Helmut Fleischer eine für seine Arbeiten typische Vorgehensweise an: Zunächst prüft er durch FEM-Berechnungen die Leistungsfähigkeit verschiedener Programme wie ANSYS oder NASTRAN, die normalerweise in Forschungslabors von Automobilfirmen profanere Anwendungen finden, im Hinblick auf seine Anwendungen bei Glocken. Erst nachdem der Nachweis der Anwendbarkeit erbracht ist, man sich wissenschaftlich gesehen also auf "festem Grund" befindet, führt Helmut Fleischer zahlreiche Computersimulationen zur Modifikation und Optimierung von Glockenformen im Planungsstadium durch. Darüber hinaus findet der Praktiker handfeste Hinweise, wie durch Materialabtragung an bestimmten Stellen einzelne Teiltöne beeinflusst und somit Glocken "gestimmt" werden können.

Da reale Glocken praktisch nie exakt rotationssymmetrisch sind und häufig Verzerrungen an der Oberfläche tragen, werden einzelne Teiltöne "aufgespalten" (Moden-Splitting). Die resultierenden Spektralkomponenten unterscheiden sich in der Frequenz; je nach Richtung können sie sich überlagern, was zu Amplitudenschwankungen (Schwebungen) im Abklingen führt.

Die von Helmut Fleischer für die Optimierung von Glocken neu eingeführten Admittanzmessungen geben Hinweise darauf, wieviel Energie der Klöppel je nach Anschlagstelle bei gewissen Moden in die Glocke einbringen kann. Daraus resultiert eine unterschiedliche Gewichtung einzelner Teiltöne, mit der das Klangbild wesentlich beeinflusst werden kann.

Im psychoakustischen Teil seiner Monographie untersucht Helmut Fleischer die Tonhöhen von Glocken eines Glockenspiels durch Vergleich mit Sinustönen. Bei diesen relativ hoch abgestimmten Glocken erweisen sich als besonders wichtig für die Tonhöhenwahrnehmung der erste, zweite und

auch der fünfte Teilton, die weitgehend im Oktavverhältnis zueinander stehen, musikalisch gesehen also zur gleichen Tonbezeichnung führen. Zur Abschätzung der Bedeutung der einzelnen Teiltöne hinsichtlich der wahrgenommenen Tonhöhe bewährt sich das vom Autor vorgeschlagene "Frequenzfenster" von 400 ... 2000 Hz: Je "mittiger" ein Teilton in diesem Fenster liegt, desto größer ist seine Bedeutung für die wahrgenommene Tonhöhe der Glocke.

Mit seiner Monographie "Glockenschwingungen" ist es Helmut Fleischer gelungen, bei aller wissenschaftlichen Strenge eine packende Darstellung über ein faszinierendes Kulturgut vorzulegen. Es bleibt zu hoffen, dass seine Erkenntnisse nicht nur Eingang in die Wissenschaft finden werden; genauso wichtig ist es, dass sie auch von Praktikern genutzt werden. Wie schön wäre es, wenn die Glocken in Glockenspielen aufgrund der Vorschläge von Helmut Fleischer so genau gestimmt würden, dass die intendierten Melodien von einem Zuhörer nicht nur assoziiert, sondern tatsächlich auch gehört würden! Auch in diesem Sinne ist Helmut Fleischers eindrucksvolle Monographie eine weite Verbreitung zu wünschen.

München, im Januar 1997

Hugo Fastl

1. EINLEITUNG

Glocken sind seit mehreren Jahrtausenden in Gebrauch und werden für die unterschiedlichsten Zwecke genutzt. Jedermann ist von Kindheit an vertraut mit der liturgischen Bedeutung von Glocken. Ihr Läuten kann aber auch Warnsignal sein, die Uhrzeit mitteilen, Trauer oder Freude ausdrücken. Glocken werden darüber hinaus auch geläutet, um in Nacht und Nebel Verirrten den Heimweg zu weisen [1]. Der Zusammenklang von Glocken kann Rhythmus [2] und Musik [3] ergeben. Nicht zuletzt stellen Glocken Kunstwerke dar, die integraler Bestandteil unseres abendländischen Kulturerbes sind. Dabei spielt nicht nur ihr Klang die große Rolle; auch ihr optisches Erscheinungsbild [4] kann begeistern. In vielfacher Hinsicht stellen Glocken meisterliche Werke einer alten Handwerkskunst dar.

Im vorliegenden Bericht soll ihre Behandlung zunächst von allen subjektiven Empfinden gelöst werden. So sollen sie ganz nüchtern als schwingungsfähige Gebilde betrachtet werden. Als Idiophone [5] erzeugen Glocken mit ihrer Schwingung nicht nur ein Schallsignal, sondern sie strahlen es auch direkt ab. Sowohl mechanische als auch akustische Messdaten lassen sich demnach dazu nutzen, Aufschluss über ihre Schwingungen zu erlangen [6 und 7]. Erst in einem abschließenden Kapitel wird in einer psychoakustischen Studie untersucht, welche Tonhöhenempfindung Glocken hervorrufen, und in welcher Weise objektive und subjektive Attribute des Glockenklanges zusammenhängen.

1.1. Allgemeine Literatur zur Glockenkunde

Einige der Bücher, in denen verschiedene Aspekte von Glocken behandelt werden, sind im Literaturverzeichnis zusammengestellt [8 bis 13]. Auf Originalartikel, denen im vorliegenden Zusammenhang besonderes Interesse zuzumessen ist, wird im Folgenden einzeln eingegangen. Eine Auswahl davon findet sich in einer Sammlung [14], in der einige Arbeiten, die vor dem Jahr 1984 erschienen sind, nachgedruckt und teilweise ins Englische übersetzt sind.

1.2. Zur Geschichte der Berechnung von Glockenschwingungen

Von grundlegender Bedeutung für das Verständnis der Vorgänge, die bei der Erzeugung des Glockenklanges wirksam sind, ist die Kenntnis der Schwingungsmoden, d.h. der Schwingungsformen und der zugehörigen Schwingungsfrequenzen. Diese Zusammenhänge aufzudecken und zu beschreiben ist eine Aufgabe der Vibroakustik. Den Sachverhalt aus der Sicht dieser Wissenschaftsdisziplin beschreibt Tyzzer [15] folgendermaßen: "Eine Glocke ist eine metallische Struktur, die für die Erzeugung von Schall von einer angenehmen Qualität ausgelegt ist. Die Qualität hängt von den relativen Amplituden und Frequenzen der Reihe von Tönen ab, die ihrerseits von ihrer Gestalt und Dicke abhängen." Der englische Originaltext ist in Fig. 1 wiedergegeben.

Die Aufgabenstellung ist damit umrissen. Die größte Bedeutung kommt den Frequenzen der Teiltöne zu, die im Glockenklang enthalten sind. Da die Amplituden in starkem Maße vom jeweiligen

Beobachtungsort abhängen, stellen die Teiltonfrequenzen die "Invariablen" des Glockenklanges dar. Versuche, die Schwingungsvorgänge wissenschaftlich zu behandeln und insbesondere die Frequenzen der Teiltöne zu berechnen, lassen sich bis in das 18. Jahrhundert zurückverfolgen. Im Jahr 1766 präsentierte Euler der St. Petersburger Akademie der Wissenschaften seine Arbeit "Versuch über den Klang von Glocken" [16].

CHARACTERISTICS OF BELL VIBRATIONS.

BY

FRANKLIN G. TYZZER,

Riverbank Laboratories,
Geneva, Ill.

A bell is a metallic structure designed for the production of sound of a pleasing quality. The quality depends upon the relative amplitudes and frequencies of the series of tones of the bell, which in turn depend on its shape and thickness. Most bells are essentially a cylinder with one end closed by a flat plate and with a flared out portion at the other end. The closed end is called the crown and the open end, where the thickness is considerably increased, is called the sound bow.

Considering the bell as a modified cylinder or as a curved shell, it is to be expected that its flexural vibrations would be characterized by nodal lines, which are equidistant meridians and by parallel circles of latitude. The crown is of course a node for all vibrations. For this class of vibrations, the nodal meridians cannot be less

Fig. 1. Beschreibung des vibroakustischen Sachverhalts in der Einleitung der Arbeit von Tyzzer [15].

Vollzieht man das Vorgehen Eulers nach, erstaunen zunächst die modernen Werkzeuge der Infinitesimalrechnung und die neuzeitliche mathematische Schreibweise, die er bereits anwandte. Darüber hinaus wird ein Faktum klar, das jeder Art solcher Berechnungen zugrunde liegt: Es wird nie das reale Gebilde selbst - hier: die Glocke - berechnet. Vielmehr wird immer zunächst ein mechanisches Modell geschaffen, dem zwangsläufig eine Reihe von vereinfachenden Annahmen zugrunde liegen. So wird beispielsweise das Material als isotrop, homogen und linear-elastisch angenommen, Rotationssymmetrie vorausgesetzt usw. Dieses Modell wird anschließend mit mathematischen Mitteln behandelt. In einigen Fällen gelingt es dem Autor, eine analytische Lösung zu finden und anzugeben. Hat er dieses Glück nicht, dann bleibt heutzutage der Ausweg, ein Modell der Art zu schaffen, wie es mit Computern numerisch behandelt werden kann. Ob das jeweils gewählte Modell gut genug ist, um das reale Objekt hinreichend genau zu beschreiben, kann erst ein Vergleich mit den Ergebnissen von Messungen zeigen. Rechnung und Experiment schließen sich somit nicht aus, sondern ergänzen sich vielmehr gegenseitig.

Das von Euler [16] gewählte Modell basiert darauf, die Glocke in einzelne Kreisringbalken zu zerlegen. Da der Zusammenhalt der einzelnen Kreisringe untereinander nicht berücksichtigt wird, ist bei diesem Vorgehen keine gute Annäherung an die tatsächlichen Verhältnisse zu erwarten. Trotz-

dem wurde das Kreisring-Modell noch im Jahre 1950 dazu genutzt, Frequenzberechnungen an Glocken durchzuführen [17]. Es mündet in die Frequenzformel

$$f_m = \frac{m(m^2 - 1)}{m^2 + 1} \frac{1}{4\pi\sqrt{3}} \frac{d}{r^2} \sqrt{\frac{E}{\rho(1 - \nu^2)}}$$

die ursprünglich von Hoppe [18] angegeben wurde, meist aber Lord Rayleigh [19] zugeschrieben wird. Sie liefert Aufschluss darüber, in welcher Weise die Eigenfrequenzen f_m eines Kreisringbalkens von

der Anzahl $2m$ seiner latitudinalen Knoten,

den Geometriedaten (d ist die Dicke und r der Radius der Mittellinie des Kreisringes) sowie

den Werkstoffkennwerten (E ist der Elastizitätsmodul, ρ die Dichte und ν die Querkontraktionszahl)

abhängen. Hierbei ist schon berücksichtigt, dass die Querkontraktion der Kreisringbalken behindert ist, sobald sie sich im Verbund befinden.

Wenn einen diese Formel auch nicht in die Lage versetzt, das Frequenzspektrum einer Glocke zu errechnen, so vermittelt sie doch einen Begriff davon, in welchem Sinne und in welchem Maße sich beispielsweise eine Änderung der Dicke auswirkt. Dies ist von Interesse, wenn eine Glocke durch Abdrehen der Innenkontur nachgestimmt werden soll. Ebenso lässt sie erwarten, dass eine lineare Vergrößerung die Frequenzen um den Kehrwert des Vergrößerungsfaktors herabsetzen wird. Ist eine Glocke das doppelt so große - und damit achtmal so schwere - Abbild einer anderen Glocke, so werden danach ihre Teiltöne eine Oktave tiefer liegen als diejenigen der kleineren Glocke.

Weitere Stufen der Modellierung sind denkbar. Sie könnten darin bestehen, die Glocke als (dünnwandige) Schale zu modellieren. Wenn überhaupt vorhanden, dann finden sich entsprechende Frequenzformeln mit großer Wahrscheinlichkeit in [20]. Einige Formeln und Berechnungen sind in [21 und 22] zusammengestellt und miteinander verglichen.

Insgesamt können diese einfachen Modelle nicht befriedigen. Jedoch wächst mit jedem Schritt der besseren Approximation auch der Aufwand, den die mathematische Behandlung erfordert. Die am weitesten gehende Annäherung besteht darin, die Glocke als dickwandige gekrümmte Rotationschale zu modellieren, wozu Love [23 und 24] um die Wende zu unserem Jahrhundert die Grundlagen gelegt hat. Unseligerweise existieren für solche realitätsnahen Modelle keine geschlossenen Lösungen mehr. Einen Ausweg aus dieser Situation eröffnen numerische Verfahren, über die im dritten Kapitel berichtet wird.

1.3. Zur Geschichte der Messung von Glockenschwingungen

Neben der theoretischen Behandlung stellen Experimente einen weiteren Weg dar, die Mechanismen bei der Entstehung des Glockenklanges zu verstehen. Den ersten wesentlichen Beitrag hierzu hat der große Experimentator Chladni [25] geliefert, der Glocken im Wasserbad durch Anstreichen mit einem Violinbogen in stationäre Schwingungen versetzt und auf diese Weise latitudinale Knotenlinien sichtbar gemacht hat. Die einschlägigen Teile der Seiten 25 und 26 sowie die beiden Tebilder 2 und 3 seiner ersten Tafel sind in Fig. 2 zusammengestellt.

Bei dem Grundtone einer Glocke oder runden Scheibe, welcher der einzige ist, von dem man Gebrauch zu machen pflegt, theilt sie sich wenn man fig. 2. bey p, a, m oder f streicht oder anschlägt, in vier Theile, durch deren Schwingungen die natürliche Gestalt des klingenden Körpers in den zwei Linien gt und rq durchschnitten wird. An jeder beliebigen Stelle einer von beyden Linien kann man die Glocke oder Scheibe berühren, oder auf andere Art dämpfen, ohne daß die schwingende Bewegung dadurch gehindert wird; es wird vielmehr der Klang dadurch reiner und bestimmter, weil eine solche Berührung oder Dämpfung das öfters sehr unangenehme Mittlingen höherer Töne verhindert. *) Auf einer Scheibe wird die Abtheilung derselben durch Austreuung des Sandes sichtbar, so daß sie, wie fig. 2, erscheint; an Glocken, Trinkgläsern, porcellanenen Spühnapfen oder andern Gefäßen, läßt sie sich auf eine in die Augen fallende Art darstellen, wenn die Glocke oder das Gefäß fig. 3. zum Theil mit Wasser an-

26



gefüllt, **) und an einer von den Stellen p, a, m oder f gelinde mit dem Violinbogen gestrichen wird, das Wasser wird sodann von den vier erzitternden Theilen gq, qt, tr und rg nach der Mitte des Gefäßes getrieben, und diese Bewegung zeigt sich ungefähr so, wie sie fig. 3. vorgestellt ist. Noch besser wird sich der Versuch ausnehmen, wenn man die Glocke oder das klingende Gefäß in ein anderes weit geräumigeres Gefäß setzt, und in beyde bis zu gleicher Höhe Wasser gießt; es werden alsdenn von den vier schwingenden Theilen Wasserstrahlen nach außen und nach innen geworfen; es versteht sich dabey von selbst, daß man das innere Gefäß auf den Boden des äußern entweder ankünnen oder vermittelst eines in das innere Gefäß gehaltenen Stabes anstemmen müsse, damit es bey dem Streichen sich nicht verrücke.

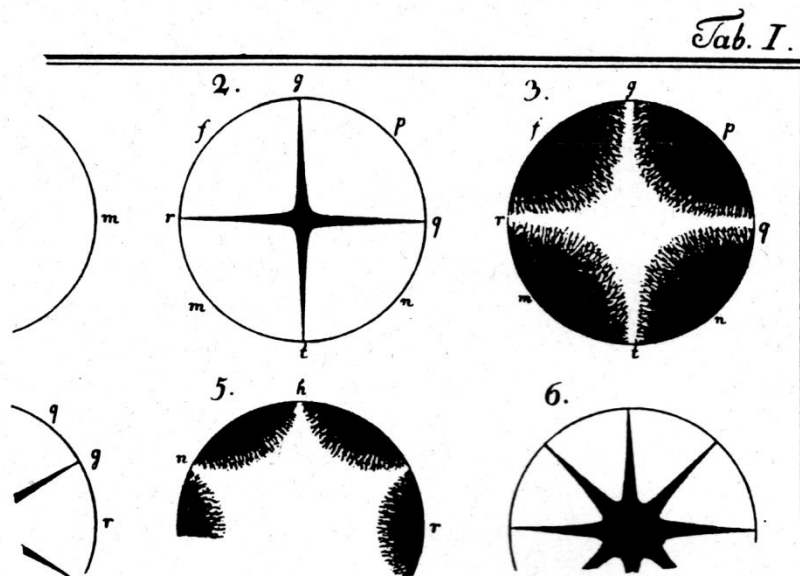


Fig. 2. Teile der Seiten 25 und 26 sowie die fig. 2 und 3 aus [25], in denen Chladni auf seine Experimente zu Glockenschwingungen eingeht.

Auch der herausragende Universalgelehrte v. Helmholtz [26] untersuchte kleine Glocken unter Anderem experimentell, ebenso wie es auch Lord Rayleigh tat [19 und 27]. Seitdem sind zahlreiche neue Messverfahren, wie z.B. optische Methoden und Verfahren zum elektrischen Messen nicht-elektrischer Größen, entwickelt und verfeinert worden. Eine Reihe von Autoren haben sie in der Folge dazu genutzt, aussagekräftige Experimente durchzuführen und das Bild von den Schwingungsvorgängen im Glockenkörper nach und nach zu vervollständigen. Zusammenfassungen solcher Arbeiten finden sich in Übersichtswerken [14, 28, 29 und 30]. Einige der Ergebnisse neuerer Arbeiten, die am Institut für Mechanik entstanden sind, sind in [6, 7, 31 und 32] zusammengestellt. Sie sollen in den folgenden Kapiteln näher erläutert und durch neuere Ergebnisse vervollständigt werden.

1.4. Zur Geschichte von Untersuchungen der Wahrnehmung von Glockenklängen

Viele Autoren, wie z.B. Chladni [25], Helmholtz [26] und Rayleigh [19 und 27], wiesen im Zusammenhang mit ihren physikalischen Untersuchungen darauf hin, dass Kontinuumschwinger wie die Glocke eine ganze Reihe von Teiltönen erzeugen können, die von den entsprechenden Teilschwingungen des Glockenkörpers herrühren. Der Anschlag hat freie Schwingungen zur Folge. Die Frequenzen der Teiltöne, die dadurch hervorgerufen werden, weisen in aller Regel keine einfachen Zahlenverhältnisse auf; die Spektren sind unharmonisch. Glocken stehen damit im Gegensatz zu Klangerzeugern, denen mittels eines Luftstromes oder eines Bogens periodisch Energie zugeführt wird. Dies bewirkt erzwungene Schwingungen. Es entstehen Klänge, deren Spektren harmonisch sind.

Bereits Chladni [25] wusste von der Koexistenz mehrerer Teiltöne. Ausgedrückt in der Sprache der Psychoakustik stellt der Klang einer Glocke einen annähernd harmonischen Klang mit zusätzlichen Teiltönen dar. Die einzelnen Teiltöne dieses Klanges nehmen unterschiedlich rasch ab. Trotz der Vielfalt von Teiltönen wird einem Glockenklang spontan meist eine dominierende Tonhöhe zugemessen. Diese wird vielfach als Schlagtonhöhe bezeichnet. Mehrere frühe Arbeiten zur Wahrnehmung des Schlagtones sind in [14] zusammengestellt.

Auf Seite 25 schreibt Chladni [25], dass der Grundton einer Glocke "der einzige ist, von dem man Gebrauch zu machen pflegt."; siehe auch Fig. 2. Rayleigh [27] bezieht die weiteren Teiltöne mit ein und formuliert auf Seite 6 die Schlagtonproblematik durch die Frage "Welcher der verschiedenen koexistierenden Töne charakterisiert die Tonhöhe der Glocke als Ganzes?" Damit impliziert er, dass die Spektraltonhöhe eines der physikalisch vorhandenen Teiltöne den Schlagton bestimmt.

Schouten [33] hat diese Vorstellung erweitert und darauf hingewiesen, dass der Schlagton auch eine Tonhöhe haben kann, die im physikalischen Spektrum keine Entsprechung findet. Er bezeichnete sie als "Residualtonhöhe". Die Erkennung der Periode des Gesamtklanges wie auch Nichtlinearitäten im Innenohr werden als Ursache vermutet. Den umfangreichen neueren Arbeiten von Terhardt [34 bis 36] zur Tonhöhenwahrnehmung zufolge erscheint es wesentlich wahrscheinlicher, dass die Bildung einer zusätzlichen Tonhöhe, die sich nicht unmittelbar im physikalischen Spektrum widerspiegelt und deshalb als "virtuelle Tonhöhe" bezeichnet wird, mit Gestalterkennung zusammenhängt. Somit würde der Schlagton keine Leistung des Gehörs, sondern vielmehr eine Leistung des Gehirns darstellen. Von mehreren Autoren [31, 37 bis 40] ist die Schlagtonhöhe mit den Methoden der Psychoakustik untersucht worden. Daraus wurden Berechnungsmethoden für die Schlagtonhöhe gewonnen, die auf die Eigenschaften des Gehörs Bezug nehmen [39]. Daneben gibt es auch Ver-

suche, die Schlagtonhöhe direkt aus den mathematischen Verhältnissen zu berechnen, in denen die Frequenzen der Teiltöne zueinander stehen [41, 42 und 43]. Offenkundig ist die Entwicklung auf diesem Gebiet bis zum heutigen Tage noch keineswegs abgeschlossen.

2. MESSUNG VON GLOCKENSCHWINGUNGEN

Unterschiedlichste Messverfahren sind dazu genutzt worden, die Schwingungen von Glocken möglichst nicht nur qualitativ, sondern auch quantitativ zu erfassen. Wie bei jeder Messung besteht prinzipiell die Gefahr, durch den Messvorgang das Messobjekt zu beeinflussen und somit zu verändern. Bereits Chladni berichtet auf Seite 26 von [25]: "Durch Eingießen des Wassers werden die Töne der Glocken und Gefäße tiefer", was eine Folge der zusätzlich mitbewegten Masse des umgebenden Fluids ist. Eingriffe dieser Art müssen möglichst gering gehalten werden.

Dies dürfte ein Grund dafür sein, warum in [28 und 44] die holographische Interferometrie genutzt wurde, Glockenschwingungen zu untersuchen. Hierbei handelt es sich um ein Ganzfeld-Verfahren. Im Gegensatz dazu muss bei anderen Verfahren die Oberfläche der Glocke punktwise abgetastet werden. Dies gilt für die Untersuchungen von Tyzzer [15], bei denen der mechanische Tonabnehmer eines Phonographen dazu verwendet worden ist, die Schwingung eines Punktes der Oberfläche hörbar und damit - zumindest qualitativ - messbar zu machen. Ebenso muss die Oberfläche "abgescannt" werden, wenn ein kapazitiver Aufnehmer [45 und 46] oder ein Piezoaufnehmer [47] verwendet wird.

Für die eigenen mechanischen Schwingungsuntersuchungen [6, 48 und 49] wurden stets piezoelektrische Beschleunigungsaufnehmer der Firma Brüel & Kjaer verwendet. Bevorzugt kam der Typ 4344 mit einer Masse von 2,5 g zum Einsatz. Wann immer es möglich war, wurde davon Gebrauch gemacht, daß die Glocke ein Idiophon ist. In manchen Fällen muss die Glocke bei der Messung nicht berührt werden. Vielmehr können unter bestimmten Voraussetzungen akustische Messungen dazu dienen, Aufschluss über mechanische Schwingungsmuster zu erlangen. Als Messobjekt für die im Folgenden beschriebenen Versuche dient die 37 kg-Kirchenglocke, die in Fig. 3 zu erkennen ist. Sie ist eine Dauerleihgabe der Glockengießerei Perner in Passau, für deren Überlassung Herrn Dipl.-Kfm. und Glockengießermeister Rudolf Perner herzlich gedankt sei.

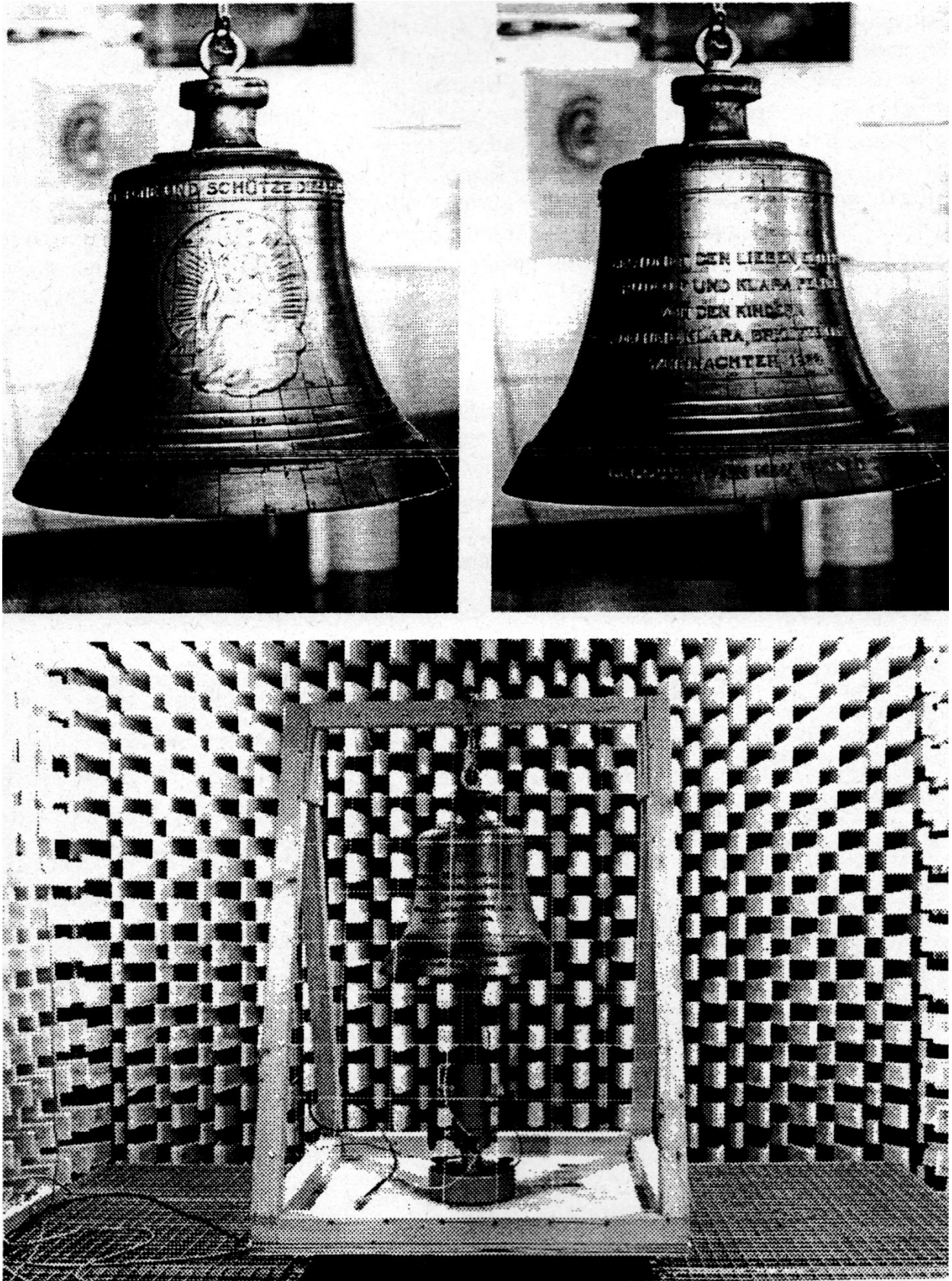


Fig. 3. Oben: Kirchenglocke von zwei Seiten her betrachtet; das untere Bild zeigt dieselbe Glocke bei einer Messung im reflexionsarmen Raum.

2.1. Das akustische Spektrum

Wie jedem schwingungsfähigen Gebilde sind auch der Glocke bestimmte Schwingungsfrequenzen, die sog. Eigenfrequenzen, "zu eigen". Zu jeder Eigenfrequenz gehört eine bestimmte Eigenform. In dieser charakteristischen Form, die auch als Mode bezeichnet wird, bewegt sich die Glocke, wenn sie mit dieser Frequenz angeregt wird. Umgekehrt schwingt sie mit eben dieser Frequenz, wenn sie zur entsprechenden Eigenform verformt und sich selbst überlassen wird. Ein Impuls, wie ihn der Klöppel auf die Glocke überträgt, deformiert die Glocke für kurze Zeit und ruft damit eine Vielzahl von Schwingungsformen hervor. Aus der Sicht der Schwingungslehre beinhaltet er ein Kontinuum von Anregungsfrequenzen. Aus den angebotenen Frequenzen filtert die Glocke diejenigen heraus, die ihr zu eigen sind. Mit anderen Worten: Auf die breitbandige Anregung mit dem Klöppel antwortet sie mit ihren Eigenfrequenzen.

Die Frequenzen der mechanischen Schwingung finden sich als Frequenzen der Teiltöne im Schallspektrum wieder. Die für den Glockenklang erheblichen Eigenfrequenzen können somit sehr einfach auf akustischem Wege gemessen werden. Man schlägt die Glocke an - wobei, wie sich später zeigen wird, die Stelle des Anschlages durchaus eine Rolle spielt - und wandelt ihren Klang mit einem Messmikrofon in ein elektrisches Signal um. Dieses wird in einem FFT-Analysator in seine Sinuskomponenten zerlegt. Die Frequenzen und die Amplituden (dargestellt im logarithmischen Maßstab, d.h. als Pegel) des Klanges der Perner-Glocke sind in den Fig. 4 und 5 abgebildet.

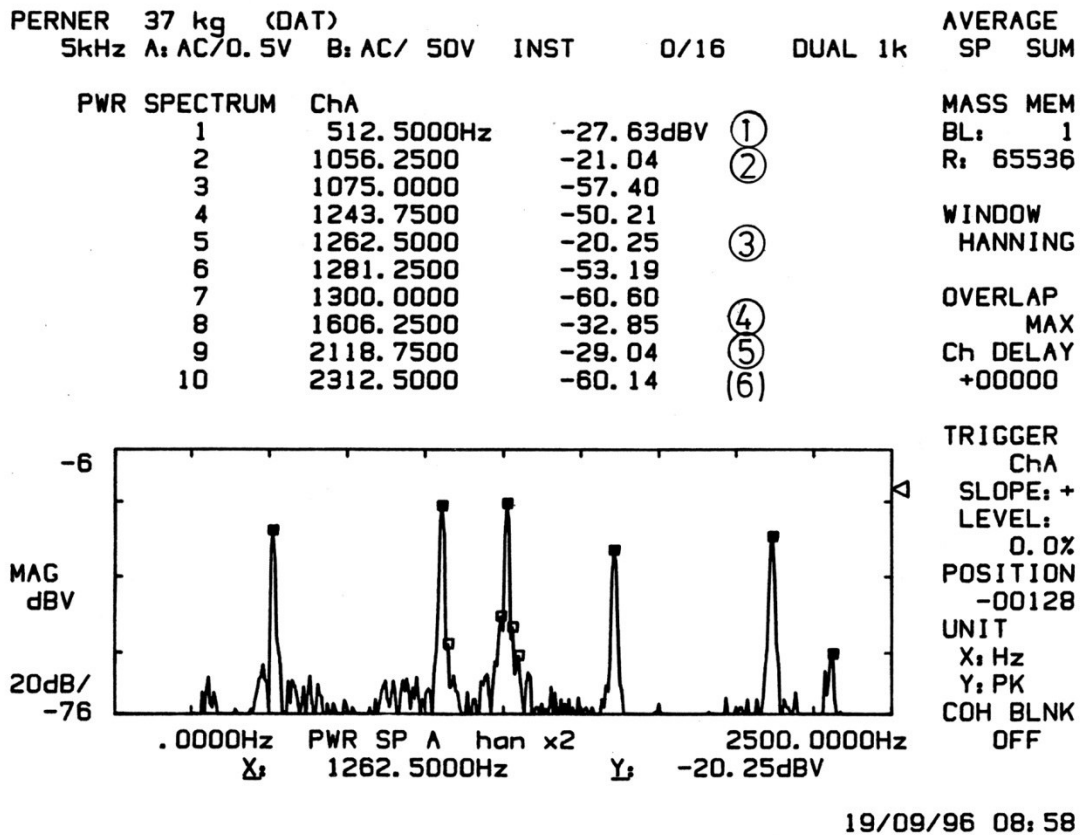


Fig. 4. Spektralanalyse des Klanges der in Fig. 3 abgebildeten Kirchenglocke;
Original-Ausdruck des FFT-Analysators Ono Sokki CF 350.

In Fig. 4 ist das Pegel-Frequenz-Spektrum des Klanges abgebildet, der beim Anschlagen der Perner-Kirchenglocke am Schlagring mittels eines Hammers entsteht. Darüber ist eine Liste von zehn Spektralkomponenten ausgedruckt. Fünf davon sind mit eingekreisten Zahlen, eine mit einer eingeklammerten Nummer versehen. Diese beziehen sich auf die schwarz ausgefüllten Markierungen im Spektrum.

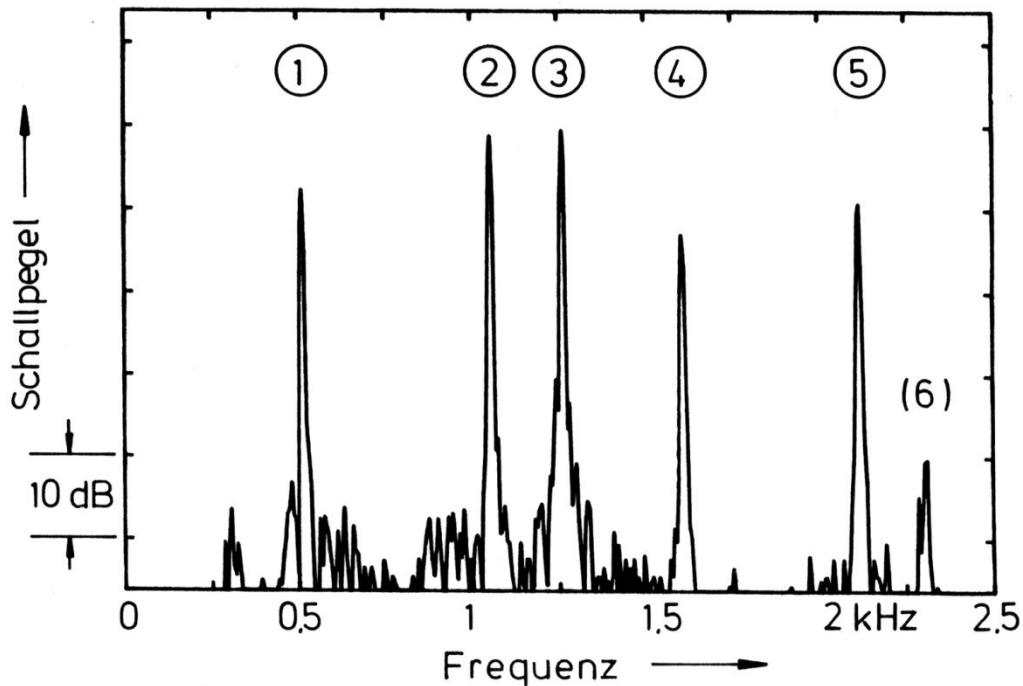


Fig. 5. Schallpegel-Frequenz-Spektrum des Klanges der in Fig. 3 abgebildeten Kirchenglocke.

Das Schallpegel-Frequenz-Spektrum ist noch einmal vergrößert in Fig. 5 dargestellt. Die Frequenzachse ist linear geteilt und umfasst den Bereich zwischen 0 Hz und 2,5 kHz, was etwa der Note Dis_6 entspricht. Fünf Spektrallinien, die mit denselben Nummern wie in Fig. 4 bezeichnet sind, prägen sich besonders deutlich aus. Jede davon entspricht zunächst einem Teilton, der in der Glockenliteratur auch als Lauttöner bezeichnet wird. Die dafür gebräuchlichen Bezeichnungen

- o Suboktave für den ersten Teilton (hier: 0,51 kHz),
- o Prime für den zweiten Teilton (1,06 kHz),
- o Terz für den dritten Teilton (1,26 kHz),
- o Quinte für den vierten Teilton (1,61 kHz) und
- o Oberoktave für den fünften Teilton (2,12 kHz)

implizieren bereits bestimmte Intervalle der zugehörigen Frequenzen, weshalb auf ihre Verwendung hier verzichtet wird.

Daneben ist bei 2,31 kHz noch ein sechster Teilton zu erkennen. Dessen Pegel ist um etwa 30 dB kleiner als der des fünften Teiltons. Er stellt damit einen "Leisetöner" dar, der mit großer Wahrscheinlichkeit maskiert [50 und 51] und deshalb unhörbar sein wird. Für die Bewertung der Zahlenwerte der Frequenzen ist zu beachten, dass bei der zugrunde liegenden Messung die Auflösung lediglich $2500/400 \text{ Hz} = 6,25 \text{ Hz}$ beträgt. Da andere Messbandbreiten leicht veränderte Frequenzen

ergeben können, sind die Messergebnisse auf 10 Hz gerundet angegeben. Zudem wird sich im vierten Kapitel zeigen, dass Moden-Splitting auftritt. Wie noch ausführlich erläutert wird, bedeutet dies, dass sich jeder Teilton in zwei eng benachbarte Partialtöne aufspaltet. Die gemessenen Frequenzen können demnach, abhängig vom Ort des Anschlages und der Messung, in einem gewissem Rahmen unterschiedliche Werte annehmen.

2.2. Anregung mit den Eigenfrequenzen

Jedem Ton ist eine Eigenform zugeordnet. Wird die Glocke angeschlagen, so erklingen die Teiltöne gemeinsam. Ebenso wie der Gesamtklang eine zeitliche Überlagerung der Teiltöne ist, stellt die Gesamtschwingung der Glocke eine räumliche Überlagerung sämtlicher angeregter Teilschwingungen dar. Diese Teilschwingungen, die durch das Anschlagen gleichzeitig und in unterschiedlichem Maße hervorgerufen werden, lassen sich auch einzeln "züchten". Dazu regt man die Glocke monofrequent an, d.h. sinusförmig mit der Frequenz der zu untersuchenden Teilschwingung, und misst, wie sie sich schwingend verformt. Da die Teilschwingungen auf der Frequenzachse weit voneinander getrennt sind, können sie als entkoppelt betrachtet werden. Zwar werden prinzipiell auch ande-

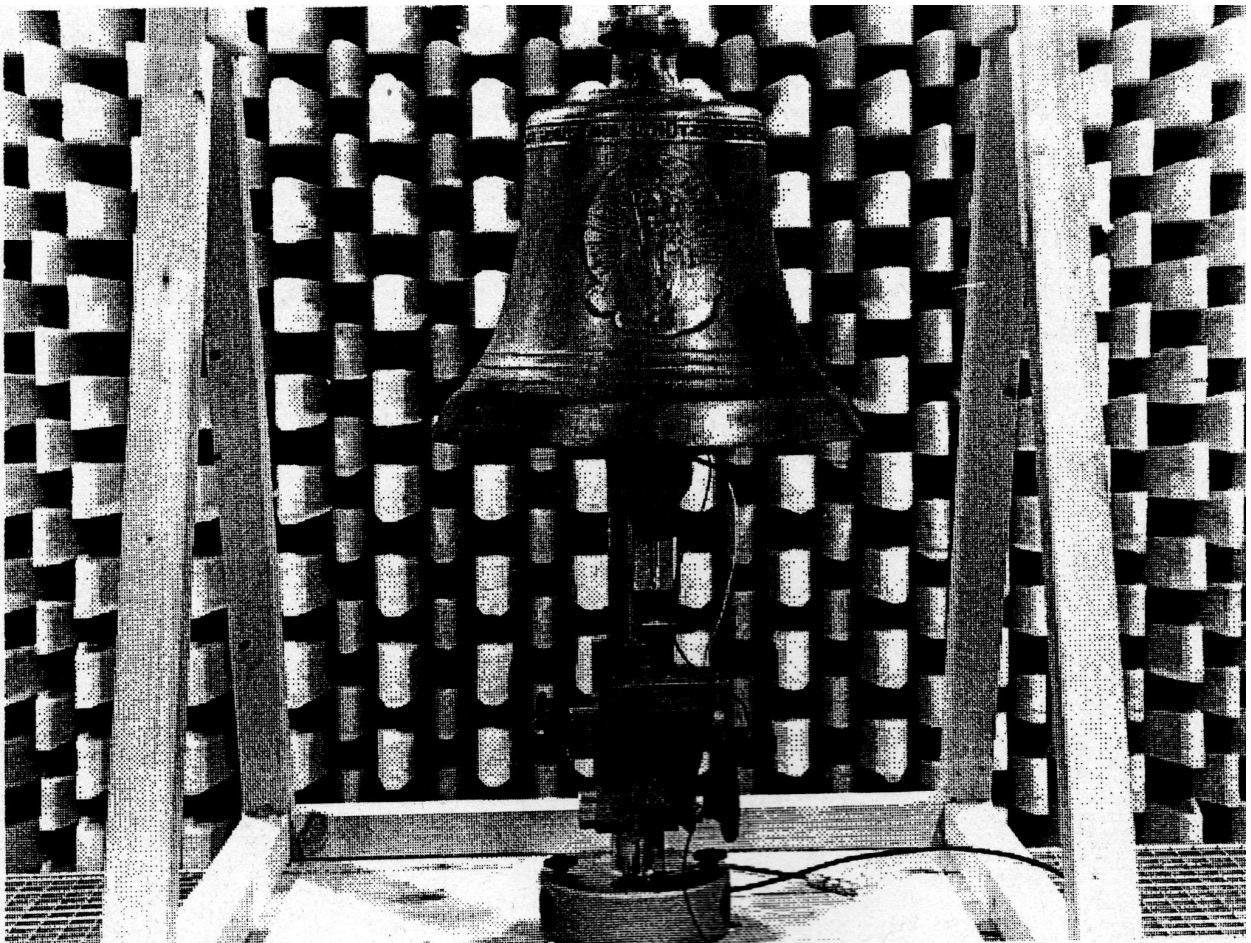


Fig. 6. Vorrichtung zur Anregung der Kirchenglocke mit ihren Eigenfrequenzen.

re als die zu untersuchende Teilschwingung angeregt. Diese wird jedoch bei weitem dominieren, da die übrigen Teilschwingungen mit wesentlich geringeren Amplituden auftreten.

Die Anregung lässt sich durch einen elektrodynamischen Schwingerreger bewerkstelligen. In den eigenen Versuchen wurde dazu der Mini-Shaker Typ 4810 von Brüel & Kjaer verwendet. In Fig. 6 ist die Glocke in einem hölzernen Glockenstuhl hängend abgebildet. Von unten ragt ein schweres Stativ in die Mündung. Dieses trägt in einer Verstelleinrichtung den Schwingerreger, dessen Spitze von innen gegen den Schlagring drückt. Als Antwort der Glocke wurde ihre Bewegung mit Hilfe eines piezoelektrischen Beschleunigungsaufnehmers - vorzugsweise Typ 4344 von Brüel & Kjaer - abgenommen, der an der jeweiligen Messstelle mit Bienenwachs auf die Oberfläche geklebt wird.

Der Schalldruck, der in den Fig. 4 und 5 untersucht wurde, ist ein Skalar; er ist richtungsunabhängig. Unter der Voraussetzung, dass das Mikrofon omnidirektional wirkt, spielt bei der Messung demnach die Richtung keine Rolle. Im Gegensatz dazu stellt die Bewegung, ausgedrückt als Schwingweg, -geschwindigkeit oder -beschleunigung, eine vektorielle Größe dar. Die Glocke kann sich auf sehr unterschiedliche Arten schwingend verformen; möglich sind beispielsweise Biegung, Torsion und Dehnung. Da der Aufnehmer nur in einer Richtung messen kann, ist eine Auswahl zu treffen. Im Vordergrund steht die Funktion der Glocke als Schallerzeuger. Folglich interessiert man sich für diejenige Komponente der Bewegung, die zur Abstrahlung von Schall führen wird. Dies ist die wandnormale Bewegung, also diejenige aus der Mantelfläche der Glocke heraus. Im betrachteten Zusammenhang kommt von den verschiedenen Schwingungsarten demnach nur den Biegeschwingungen Bedeutung zu.

2.2.1. Longitudinale Verteilung der Schwingungsamplitude

Lässt man den Aufnehmer längs der Mantellinie wandern und trägt die Ergebnisse entsprechend auf, so erhält man ein Bild von der Bewegungsverteilung in longitudinaler Richtung des Glockenkörpers. Beispiele sind in Fig. 7 und 8 zusammengestellt; die Amplituden sind stark überhöht. Man stellt dabei fest, dass der obere Teil der Glocke - die Platte - sich kaum bewegt. Dagegen beobachtet man teilweise große Bewegungsamplituden auf der Flanke.

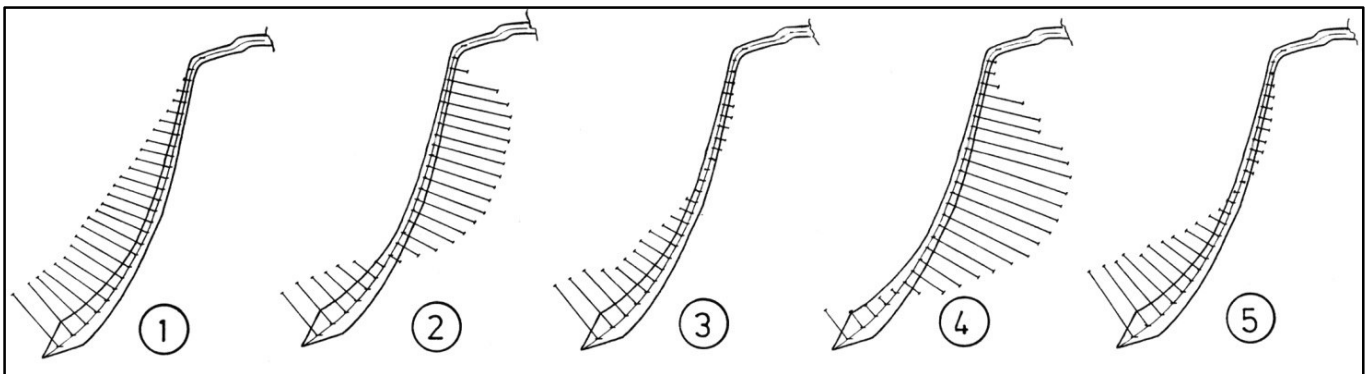


Fig. 7. Schwingungsamplitude der Mantellinie der in Fig. 3 abgebildeten Glocke bei Anregung mit der Frequenz des jeweils vermerkten Teiltones.

Wird der Schwingerreger mit der Frequenz eines der ersten fünf Teiltöne betrieben, so erhält man die in Fig. 7 dargestellten Ergebnisse. Bei Anregung mit der Frequenz des ersten Teiltöne findet man - abgesehen von der Platte - keinen Punkt, der sich in Ruhe befindet. Bei den übrigen Teiltönen 2 bis 5 ergibt die Messung jedoch jeweils ein Punkt auf der Mantellinie, an dem sich die Glocke in Ruhe befindet. Die Glocke verformt sich dergestalt, dass der Teil oberhalb dieser Stelle in Gegenphase zu dem Teil unterhalb schwingt. Dieser charakteristische Punkt liegt bei den Teiltönen 2 und 4 mehr im unteren, bei den Teiltönen 3 und 5 dagegen mehr im oberen Teil der Mantellinie.

Die in Ruhe befindlichen Stellen der Mantellinie kennzeichnen Knotenkreise der Glockenschwingung. Ihre Anzahl wird durch das Formelzeichen n gekennzeichnet. Während für den ersten Teilton $n = 0$ ist, gilt für die vier anderen $n = 1$. Liegt der Knotenpunkt mehr im unteren Teil, wird dies durch die Abkürzung "u" charakterisiert, während der Zusatz "o" darauf hinweist, dass der Knoten mehr im oberen Teil lokalisiert ist.

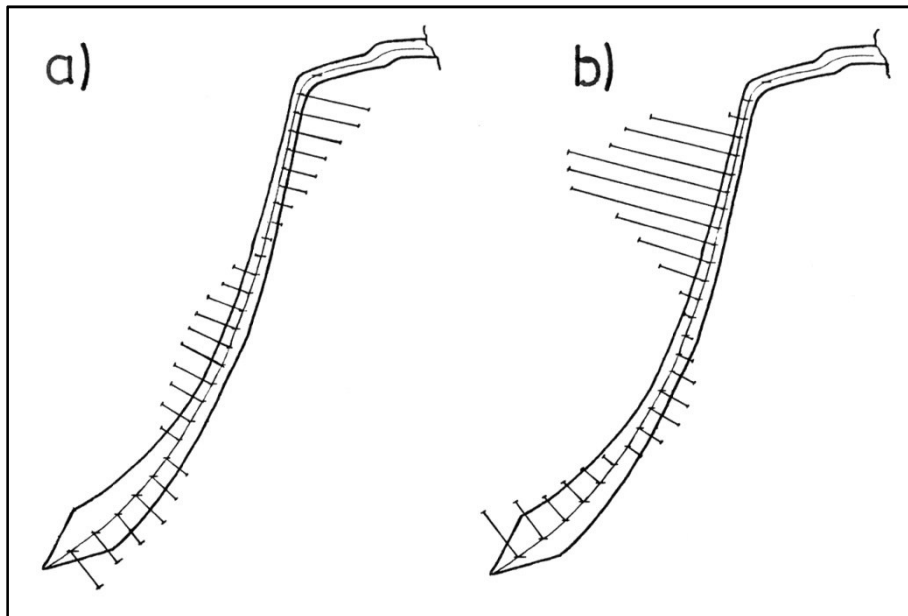


Fig. 8. Schwingungsamplitude der Mantellinie der in Fig. 3 abgebildeten Glocke bei Anregung mit der Frequenz
a) 2,31 kHz bzw. b) 2,72 kHz.

In Fig. 8 sind weitere Versuchsergebnisse angegeben. In beiden Fällen sind $n = 2$ Knotenkreise zu beobachten. Aus Teildiagramm a) ist zu schließen, dass sich der obere Teil der Glocke bewegt. Wie später gezeigt werden wird, schwingt die an einer Kette aufgehängte Glocke hierbei wie ein rohrförmiger Balken, ohne dass sich ihre Querschnittskontur ändert. In [46] wird diese Schwingungsform, die oberhalb des fünften Teiltöne auftritt, ebenfalls erwähnt. Ein Blick in das akustische Spektrum von Fig. 5 zeigt, dass der zugehörige Teilton (6) einen so geringen Pegel hat, dass er für die Hörempfindung keine Rolle spielen wird. Die Schwingung in Teildiagramm b) setzt die Systematik der in Fig. 7 zusammengestellten Formen mit einen weiteren Knotenkreis fort.

2.2.2. Latitudinale Verteilung der Schwingungsamplitude

Die Fig. 7 und 8 machen deutlich, dass es neben der Anzahl und der Lage von Knotenkreisen noch weitere Unterscheidungskriterien zwischen den Schwingungsformen geben muss. Auch wenn die Struktur vollkommen rotationssymmetrisch wäre, so ist es die Anregung keineswegs. Der Klöppel schlägt an einem Punkt gegen den Rand der Glocke und verformt sie dadurch asymmetrisch. Das Analoge gilt für die Anregung durch den Schwingerreger. In latitudinaler Richtung, d.h. längs des Umfanges der Glocke, ist die Bewegungsamplitude demzufolge nicht gleichförmig. Es zeigt sich, dass sie bei den einzelnen Schwingungsformen jeweils entsprechend einer Cosinusfunktion mit m vollen Perioden, d.h. mit $2m$ Halbwellen und $2m$ dazwischen liegenden Knoten, verläuft. Dabei muss m eine ganze Zahl sein; $m = 0$ schließt den Sonderfall einer rotationssymmetrischen Verformung ein.

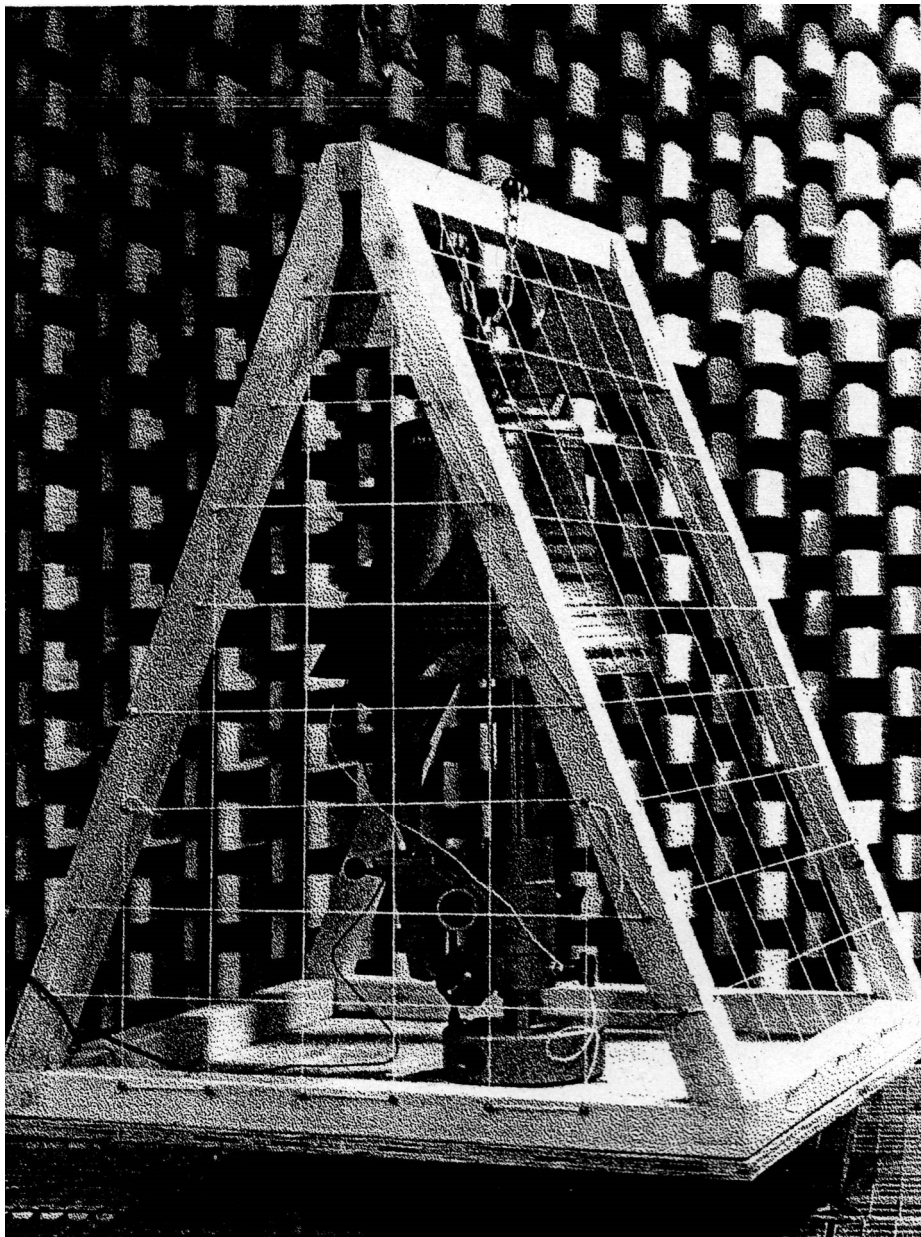


Fig. 9. Glocke auf einem Drehtisch im reflexionsarmen Raum.

Der Verlauf der Bewegungsamplitude in Umfangsrichtung könnte auf dieselbe Weise gemessen werden, wie dies im vorhergehenden Abschnitt beschrieben ist. Im Folgenden wird jedoch eine andere Messmethode präsentiert, mit der es möglich ist, die latitudinalen Knotenlinien zu identifizieren. Wie bereits erwähnt, gehört die Glocke zur Instrumentenfamilie der Idiophone [5]. Ein und derselbe Körper erzeugt den Schall und strahlt ihn auch ab. Da dieser Körper rotations-

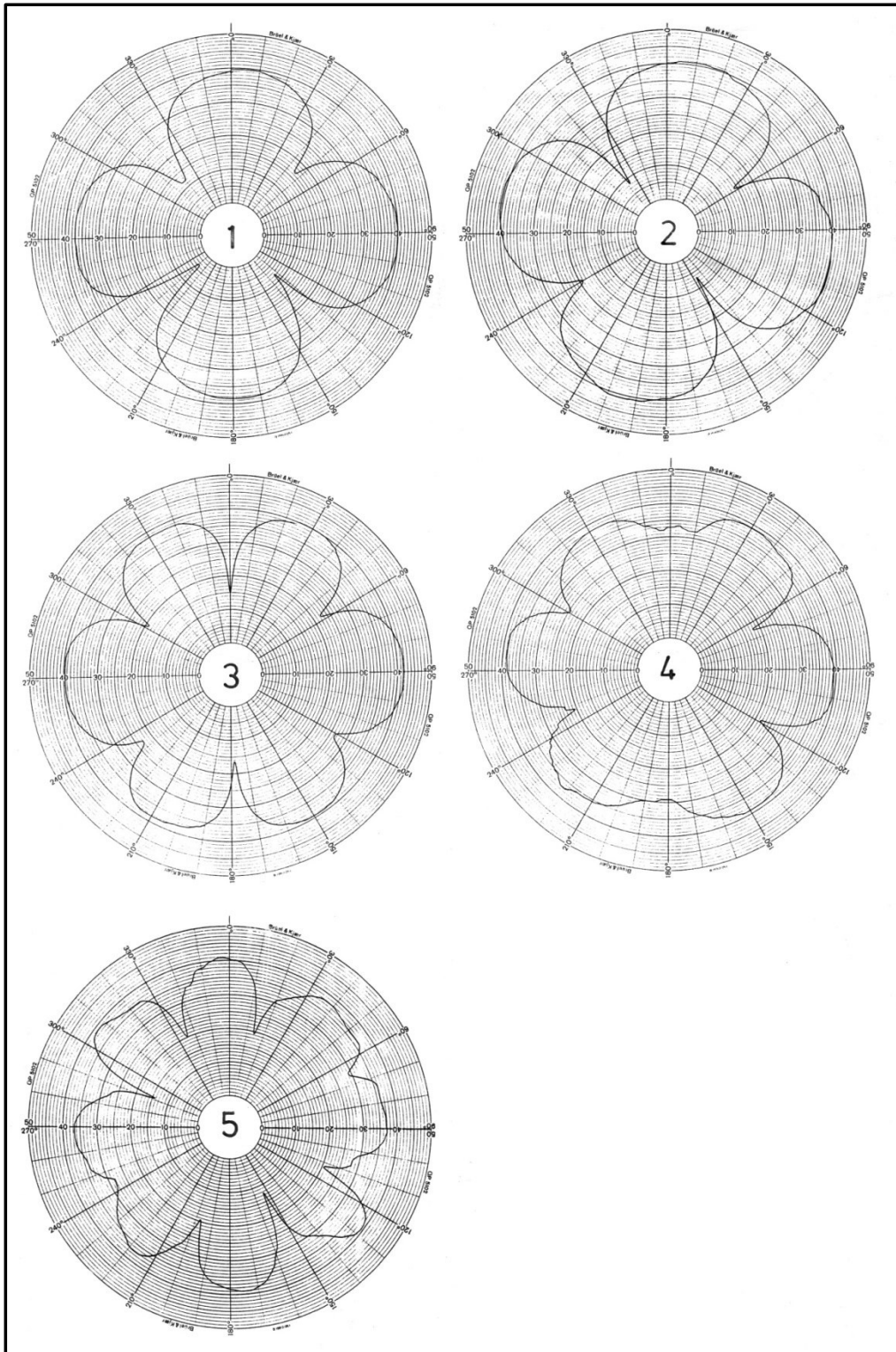


Fig. 10. Horizontal-Richtdiagramme der in Fig. 3 abgebildeten Glocke bei Anregung mit den Frequenzen der angegebenen Teiltöne.

symmetrisch geformt ist, müssen sich latitudinale Knotenlinien im Schallfeld abbilden. Eine Möglichkeit, die Anzahl der Knoten auf dem Umfang zu bestimmen, besteht somit darin, die akustische Richtcharakteristik der Glocke zu messen. Dies muss in möglichst reflexionsfreier Umgebung geschehen. Wiederum wird die Glocke mittels eines Schwingerreger mit der gewünschten Frequenz zum Schwingen gebracht; siehe hierzu Fig. 9. Mit Brüel & Kjaer-Standardausrüstung wird gemessen, welchen Pegel der abgestrahlte Schall in Abhängigkeit vom Winkel hat. Zeichnet man den Schallpegel in einem Polardiagramm als Funktion des Winkels auf, erhält man für jeden Teilton ein Richtdiagramm. Latitudinale Knotenlinien, die auf dem Umfang der Glocke äquidistant verteilt sind, müssen sich hierin als Minima des Schalldrucks widerspiegeln.

Solche Richtdiagramme sind für die Lauttöner in Fig. 10 zusammengestellt. Keines davon ist punktsymmetrisch; vielmehr weisen alle eine weitgehend regelmäßige Winkelabhängigkeit auf. Für die ersten beiden Schwingungsformen (obere Reihe) ergibt die Messung jeweils vier Schallpegel-Minima, was auf $2m = 4$ Knotenlinien längs der Mantellinie bzw. auf $m = 2$ durchgehende Knotenmeridiane schließen lässt. Beim dritten und vierten Teilton (mittlere Reihe) schwingt die Glocke offenbar mit $m = 3$ durchgehenden Knotenmeridianen. Die fünfte Schwingungsform ist in Umfangsrichtung durch acht Schallpegel-Minima, d.h. durch $m = 4$ durchgehende Knotenmeridiane gekennzeichnet.

2.2.3. Zusammenstellung gemessener Schwingungsformen

Fig. 11 fasst die für die ersten fünf Teiltöne vorliegenden Erkenntnisse zusammen. In der oberen Reihe sieht man einen horizontalen, in der unteren Reihe einen vertikalen Schnitt durch die Glocke.

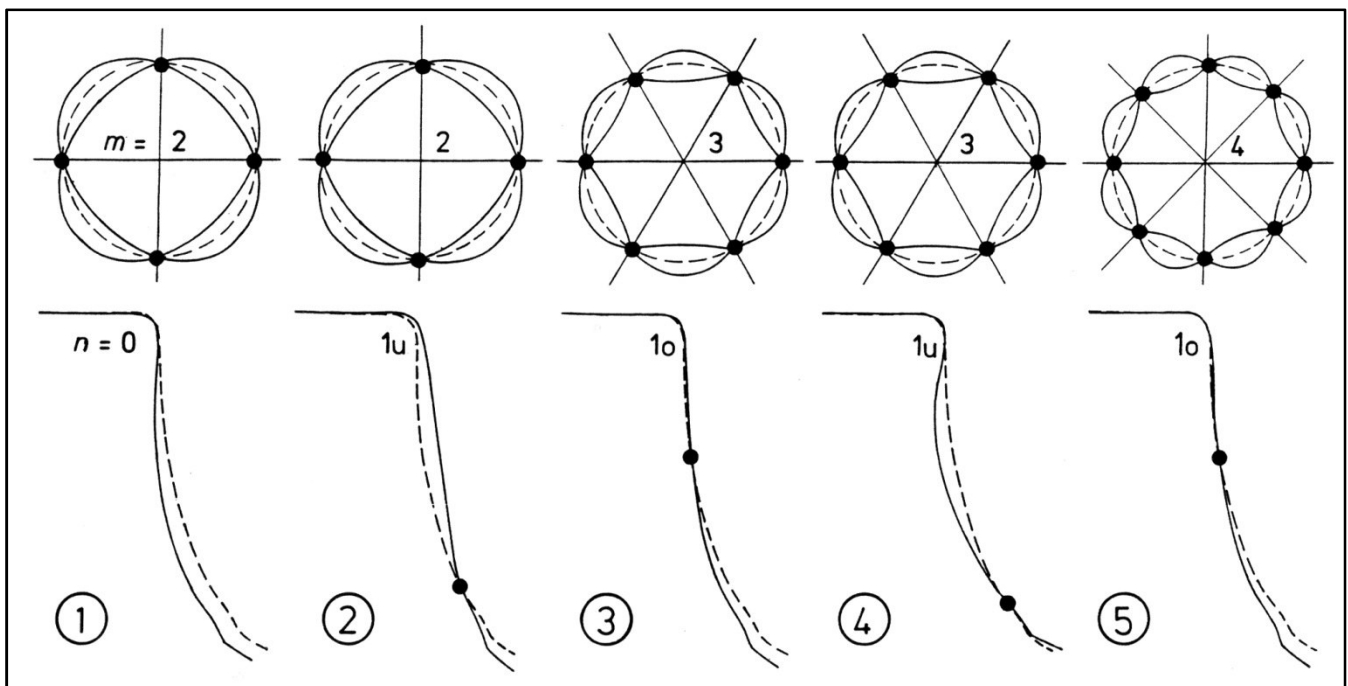


Fig. 11. Horizontalschnitte (oben) bzw. Vertikalschnitte (unten) der in Fig. 3 abgebildeten Glocke bei Anregung mit den Frequenzen der angegebenen Teiltöne.

Die Mittellinie der unverformten Struktur ist gestrichelt gezeichnet. Die verformte Struktur ist durchgezogen, wobei die Auslenkungen stark überhöht sind. Die schwarzen Punkte markieren die Knoten, die für die Identifikation grundlegend sind. Die zum ersten Teilton gehörige Schwingung ist durch $n = 0$ Knotenkreise und $m = 2$ durchgehende Knotenmeridiane gekennzeichnet, was mit $(2|0)$ abgekürzt wird. Für die zweite Teilschwingung ergibt die Messung $(2|1u)$, also einen Knotenkreis unten und ebenfalls zwei Knotenmeridiane, usw. Es sei darauf hingewiesen, dass gegenüber [7] die Bezeichnungen m und n vertauscht worden sind. Damit ändert sich die Reihenfolge der Ziffern in der Kurzbezeichnung $(m|n)$ in der Weise, daß sie nunmehr mit [28 und 61] übereinstimmt. Die Schwingungsformen, welche die ersten fünf Teiltöne hervorrufen, liegen damit fest.

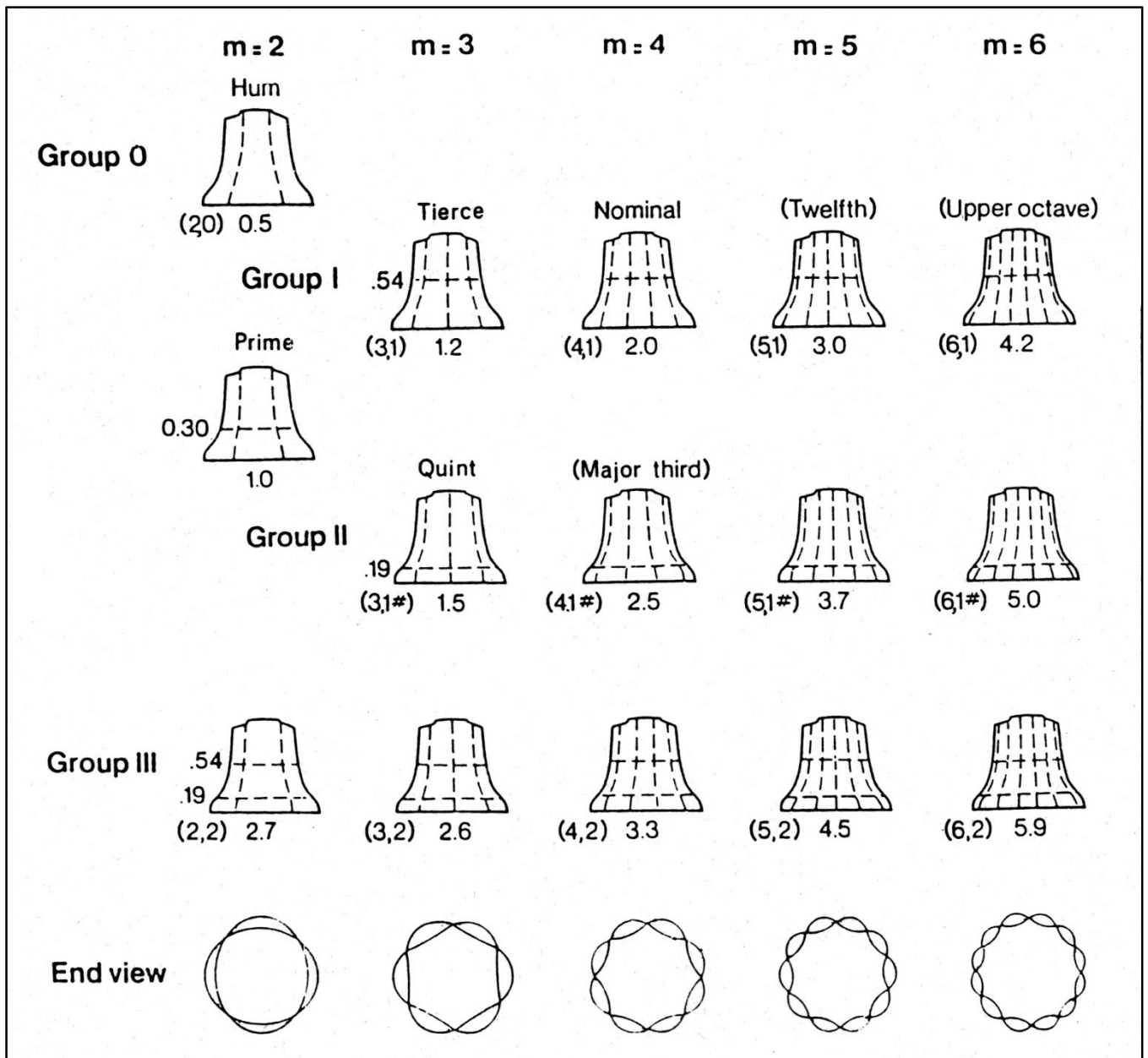


Fig. 12. Periodensystem der relevanten Glockenschwingungen nach [28]. Zusätzlich angegeben sind die englischen Bezeichnungen der Teiltöne sowie die zu erwartenden Frequenzintervalle bei Normierung auf die Frequenz des zweiten Teiltönes (Primfrequenz).

Der Vollständigkeit halber sei noch einmal auf Fig. 8 eingegangen. Das Teildiagramm a) bezieht sich auf eine "Balkenschwingung", die durch $(1|2)$ beschrieben werden könnte. Das Teildiagramm b) gehört höchstwahrscheinlich zu einer $(2|2)$ -Schwingung. Beide Moden finden sich in einer Liste von nicht weniger als 134 Schwingungsformen, die in [46] experimentell ermittelt und identifiziert wurden. Wie bereits erwähnt, stellen sie mögliche Schwingungsformen der untersuchten Glocke dar. Für deren Klangbild ist die $(1|2)$ -Mode jedoch ohne Belang. Bei der betrachteten Glocke ist auch die $(2|2)$ -Mode von untergeordneter Bedeutung, da der zugehörige Teilton eine sehr hohe Frequenz hat.

Als "klangbildend" erweisen sich reine Biegeschwingsformen (dehnungslose Moden, im Englischen: *inextensional modes*) mit mindestens $m = 2$ Knotenmeridianen. Diese sind von Rossing und Perrin [28] zu einem Periodensystem zusammengestellt worden, das in Fig. 12 wiedergegeben ist. Anstelle der hier verwendeten Kennzeichnung "u" bzw. "o" für die Lage des Knotenkreises wird dort das Symbol # verwendet, wenn der Knotenkreis im unteren Teil der Flanke liegt. Die in Fig. 12 angegebenen Frequenzintervalle erhält man, wenn man die Frequenzen der zugehörigen Teiltöne auf die Frequenz des zur $(2|1u)$ -Form gehörigen zweiten Teiltones bezieht. Reale Glocken weichen mehr oder weniger von diesen Intervallen ab. Aus der Nähe der Frequenzverhältnisse zu musikalisch reinen Intervallen erklären sich die üblichen Bezeichnungen der Teiltöne (Prime, Suboktave, Terz usw.).

2.3. Experimentelle Modalanalyse

Bei den oben beschriebenen Messungen ist die Glocke monofrequent angeregt worden. Die Eigenformen sind einzeln "gezüchtet" und abgetastet worden, was einiges an Vorwissen und auch viel Zeit erfordert. Alternativ dazu gibt es eine moderne Vorgehensweise, mit der sich eine Vielzahl von Eigenschwingungen gleichzeitig erfassen lassen. Es ist dies die Modalanalyse. Sie ist rechnergestützt und erfordert einen relativ großen apparativen Aufwand, liefert aber auch eine Fülle von Information über die schwingende Struktur sowie anschauliche Schwingungsbilder [52], die in der Animation besonders eindrucksvoll wirken.



Fig. 13. Anregung der Perner-Glocke mit einem Impulshammer. Die auf diese Weise erzielten Ergebnisse der Modalanalyse finden sich in [48].

Die Glocke wird mit einem Messgitter von etwa 400 Gitterpunkten überzogen. Bei den im Folgenden beschriebenen Experimenten ist ein piezoelektrischer Beschleunigungsaufnehmer (z.B. Brüel & Kjaer 4344 oder 2626) an einem Gitterpunkt nahe dem Schlagring befestigt und verbleibt während der gesamten Messung an dieser Stelle. Wie Fig. 13 zeigt, wird die Glocke an sämtlichen Punkten senkrecht zu ihrer Mantelfläche mit einem speziellen Hammer angeschlagen, in den ein piezoelektrischer Kraftaufnehmer (z.B. PCB 208A) eingebaut ist. Dieser Aufnehmer erfasst die am Anregungspunkt auf die Glocke übertragene Kraft, während gleichzeitig der Beschleunigungsaufnehmer am Beobachtungspunkt die Bewegung der Glocke misst.



Fig. 14. Versuchsanordnung und Geräte für die Durchführung der Modalanalyse [48].

In einem zweikanaligen FFT-Analysator (z.B. Ono Sokki CF 930; erkennbar in der Mitte von Fig. 14) wird für jede Kombination Anregungspunkt-Messpunkt eine Übertragungsfunktion bestimmt und über IEC-Bus in einen Personal Computer (rechts in Fig. 14) transferiert. Auf der Basis sämtlicher Übertragungsfunktionen wird die Modalanalyse durchgeführt, was im vorliegenden Fall mit dem Programmpaket SMS STARMODAL bewerkstelligt wurde. Als wesentliche Ergebnisse liegen die Eigenfrequenzen mit den zugehörigen Eigenformen vor. Letztere können am Bildschirm in der Animation dargestellt werden.

2.3.1. Analyse der Kirchenglocke

Einige Ergebnisse von Untersuchungen [48] an der Perner-Kirchenglocke sind in Fig. 15 als räumliche Momentaufnahmen zusammengestellt. Die Auslenkungen sind stark überhöht und allesamt so normiert, dass sie den gleichen Maximalwert aufweisen. Die Ziffern beziehen sich auf die Teiltöne, die in Fig. 5 zu erkennen sind.

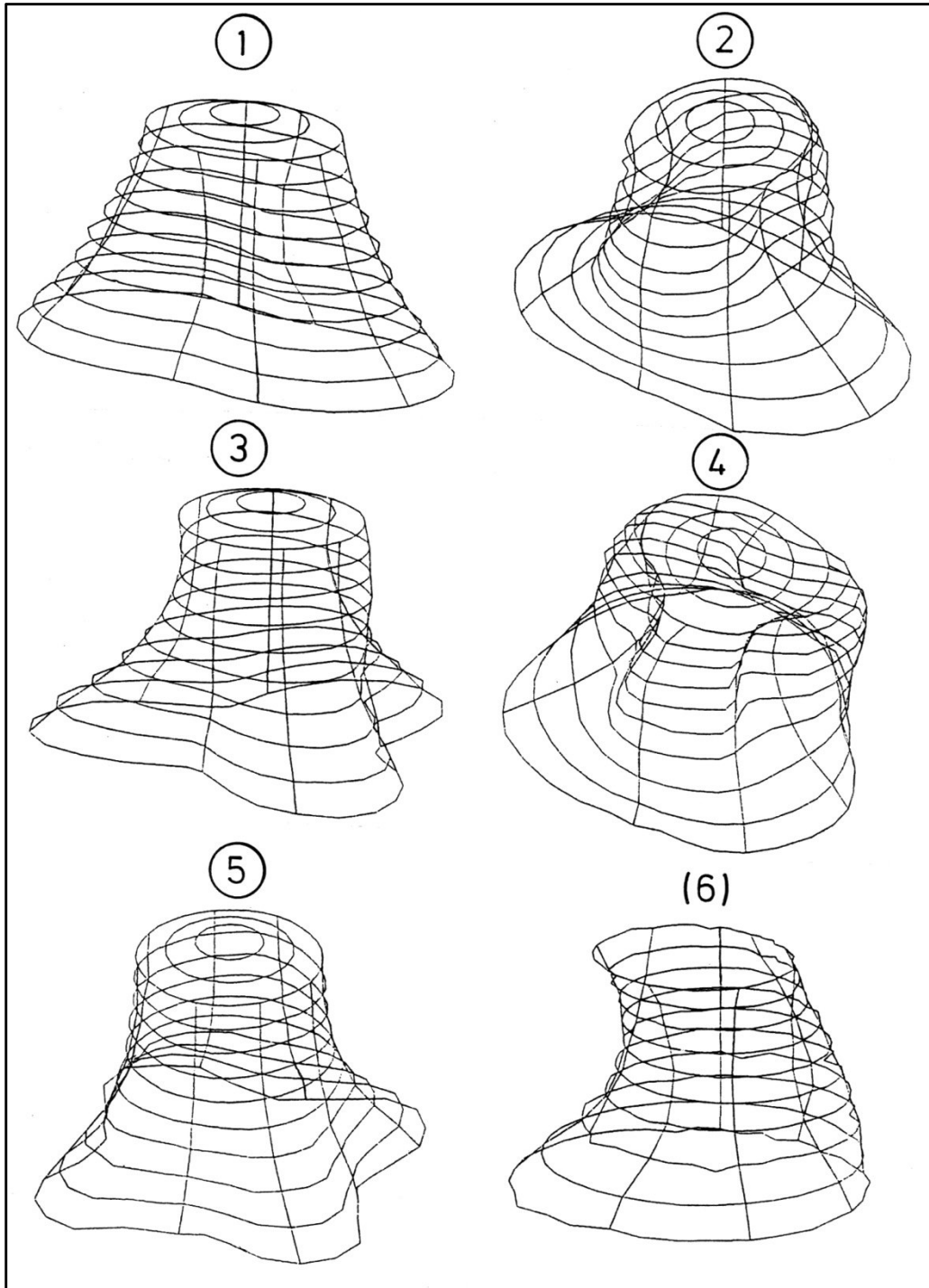


Fig. 15. Modalanalyse der in Fig. 3 abgebildeten Kirchenglocke; dargestellt sind die ersten sechs Schwingungsformen.

Die ersten fünf Schwingungsbilder gehören zu den Lauttönern in Bereich der Frequenzen bis 2,5 kHz. Die Resultate spiegeln den Sachverhalt wider, der schon von Fig. 11 her bekannt ist. Damit bestätigen sie die Erwartung, dass sich bei impulsartiger Anregung dieselben Schwingungsformen ergeben wie bei monofrequenter stationärer Anregung. Ob die Darstellungsart der Fig. 11 oder diejenige von Fig. 15 anschaulicher ist, bleibt dem eigenen Urteil überlassen. In diesem Zusammen-

hang sei noch einmal auf die Möglichkeit hingewiesen, die Ergebnisse der Modalanalyse zu animieren und unter beliebigen Blickwinkeln zu betrachten.

Die sechste Schwingungsform gehört zur Balkenschwingung der Glocke; siehe hierzu Fig. 8a). Während die mechanische Schwingung dieser Mode problemlos gemessen werden kann, ist gemäß Fig. 5 der zugehörige Teilton im Schallsignal zwar nachweisbar, hat aber einen so geringen Pegel, dass er für die Hörempfindung mit großer Wahrscheinlichkeit keine Bedeutung hat.

2.3.2. Analyse von Glockenspielglocken

An Glocken, die in Glockenspielen oder Carillons verwendet werden, werden etwas andere Anforderungen gestellt als an Läuteglocken. So verstößt es beispielsweise nicht gegen die Berufsehre, eine Glockenspielglocke auf der Drehbank nachzustimmen. Auch unterscheiden sich die Rippen. Möglicherweise könnten deshalb andersartige Schwingungsformen auftreten, oder die Zuordnung von Schwingungsform zu Teilton könnte anders als bei Läuteglocken sein.

GLOCKE 3 (14 KG 262 MM)

Teilton Nr.	Frequenz Hz	Pegel dB
1	1037.5	-25.27
2	1900.0	-22.33
3	2412.5	-24.41
4	3350.0	-50.53
5	3975.0	-41.46
6	4312.5	-50.54
7	4600.0	-56.90

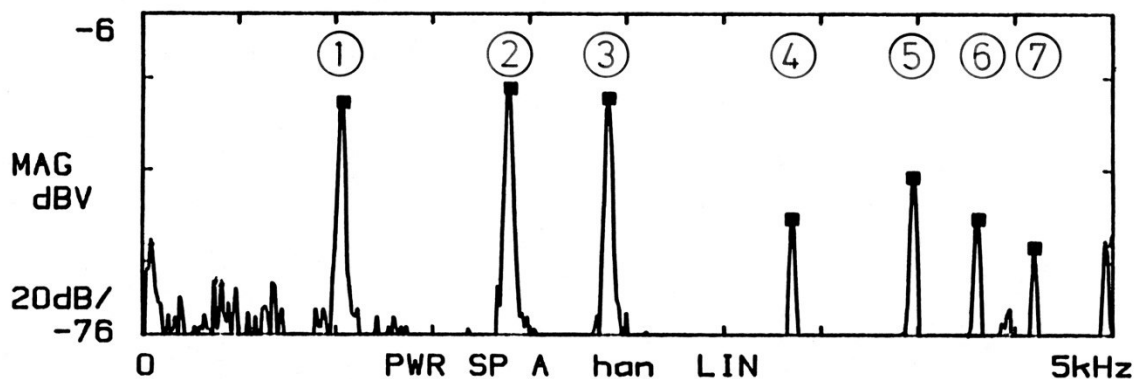


Fig. 16. Schallpegel-Frequenz-Spektrum des Klanges der Glockenspielglocke Nr. 3 nach [49].

Beispielhaft wird im Folgenden eine Versuchsglocke behandelt, deren Masse 14 kg und deren Durchmesser 26 cm ist [49]. Das Schallpegel-Frequenz-Spektrum ist in Fig. 16 wiedergegeben. Man erkennt im Bereich bis 5 kHz eine ganze Reihe von Komponenten. Die ersten sieben Teiltöne sind markiert; die zugehörigen Frequenzen sind darüber angegeben.



Fig. 17. Modalanalyse einer Glockenspielglocke; der Impulshammer sowie die Zuleitungskabel des Kraftaufnehmers und des Beschleunigungsaufnehmers sind zu erkennen.

Wie Fig. 17 zeigt, wurde diese Glocke umgekehrt auf einen Steintisch gestellt und einer Modalanalyse unterzogen. Einige Resultate können Fig. 18 entnommen werden. Im linken Teil ist die unverformte Struktur abgebildet. Daneben erkennt man zwei Schwingungsformen, die keine Entsprechung im Schallpegelspektrum haben. Die Form a) tritt bei 3,7 kHz auf und liegt damit zwischen den Frequenzen des vierten und des fünften Teiltones. Bei der Kirchenglocke (siehe z.B. Fig. 5) wurde die entsprechende Mode als Balkenschwingung bezeichnet und zwischen dem fünften und dem sechsten Teilton lokalisiert. Da sie sich im Schallsignal der Kirchenglocke nur schwach und in demjenigen der Glockenspielglocke praktisch überhaupt nicht widerspiegelt, ist dieser Unterschied in der Einordnung aus der Sicht der Akustik unerheblich.

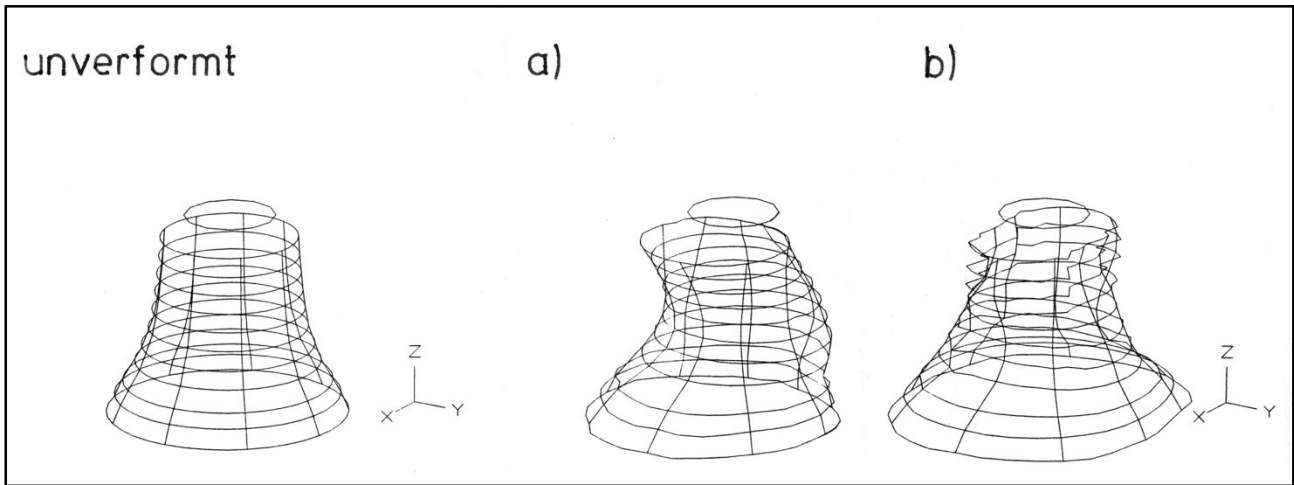


Fig. 18. Modalanalyse der Glockenspielglocke Nr. 3 nach [49]; dargestellt sind neben der unverformten Struktur zwei Schwingungsformen, die keine Entsprechung im Schallsignal haben.

Bei der Mode in Fig. 18b) handelt es sich um eine axialsymmetrische Dehnschwingung, die dadurch gekennzeichnet ist, dass der Umfang der Glocke größer und kleiner wird. Da die Glockenwandung relativ dick ist, wird hierfür viel Energie benötigt. Es ist daher zu erwarten, dass die entsprechende Mode nur in äußerst geringem Maße angeregt wird. Bei ihrer Frequenz 4 kHz ist demzufolge auch kein resultierender Teilton erkennbar. Dies trifft auch auf die anderen Glocken zu, bei denen diese Dehnschwingung mechanisch, aber nicht akustisch nachgewiesen werden konnte. Auch wenn es mit entsprechendem Aufwand möglich wäre, den zugehörigen Teilton aufzufinden, so wird er doch mit größter Wahrscheinlichkeit von den benachbarten Teiltönen maskiert werden [50 und 51]. Obwohl physikalisch vorhanden, sind demnach solche Teilschwingungen für das Hören ohne Bedeutung.

2.3.3. Zusammenstellung einiger Ergebnisse der Modalanalyse

In Fig. 19 sind Schwingungsformen von Glockenspielglocken zusammengestellt, die sich als Teiltöne im Glockenklang wiederfinden. Sie sind nach Art des Periodensystems von Fig. 12 angeordnet, wobei die Einordnung der sechsten Schwingungsform nicht ganz eindeutig ist. Bei der untersuchten Glocke handelt es sich um ein Versuchsmuster. Die zugehörigen Frequenzintervalle weichen von den üblichen Werten ab; sie sind nicht gesondert angegeben.

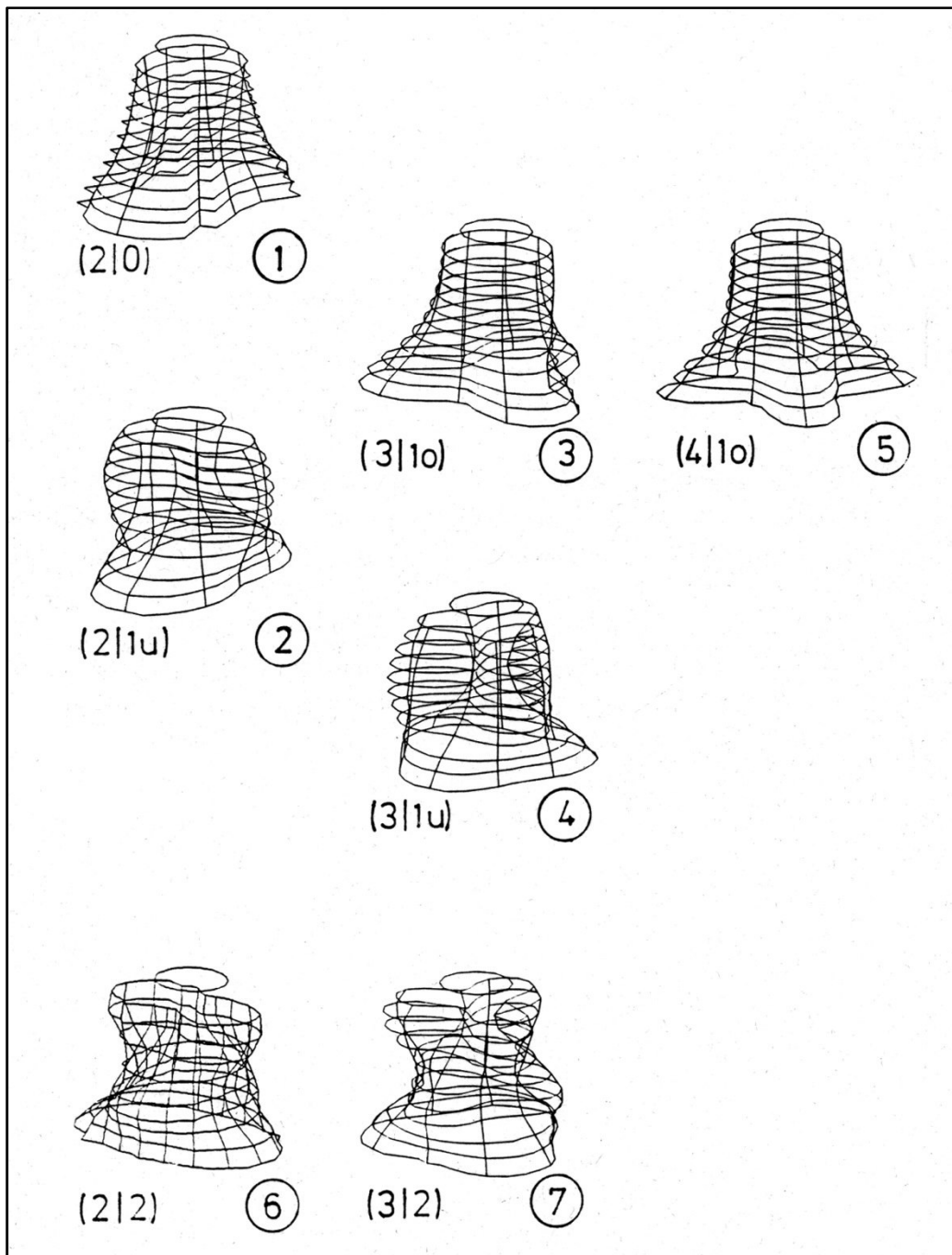


Fig. 19. Modalanalyse der Glockenspielglocke Nr. 3 nach [49]; angegeben sind neben den Schwingungsbildern die Nummern der zugehörigen Teiltöne sowie die Kurzbezeichnungen der Moden.

Die obere Reihe ($n = 0$, d.h. kein Knotenkreis) enthält als einzigen Eintrag die erste Schwingungsform. In der zweiten Reihe ($n = 1$ mit dem Zusatz o, d.h. ein Knotenkreis im oberen Teil der Flanke) treten mit $m = 3$ bzw. $m = 4$ Knotenmeridianen die dritte bzw. fünfte Teilschwingung auf. In der dritten Reihe ($n = 1u$ und somit ein Knotenkreis, der relativ weit unten liegt) findet sich die zweite Teilschwingung mit zwei Knotenmeridianen. In die vierte Reihe ist die vierte Teilschwingung mit drei Knotenmeridianen und einem weit unten liegenden Knotenkreis einzuordnen. Die sechste Teilschwingung hat $m = 2$ Knotenmeridiane sowie $n = 2$ Knotenkreise. Da diese Form nicht

eindeutig dargestellt werden konnte, ist das Analyseergebnis einer anderen Glocke (Glocke 7 in [49]) übernommen und in die Zusammenstellung eingefügt worden. Die siebte Teilschwingung weist unverkennbar drei Knotenmeridiane und zwei Knotenkreise auf.

Eine stetige Zunahme der Anzahl der Knoten mit steigender Frequenz ist nicht in der Regelmäßigkeit zu erkennen, wie dies beispielsweise von der Saite her bekannt ist. Charakteristisch in Fig. 19 ist vielmehr das "Springen" zwischen den einzelnen Reihen. Unterschiede zum Periodensystem von Fig. 12, das für Kirchenglocken gilt, zeigen sich unter anderem darin, in welcher Reihenfolge die entsprechenden Teiltöne im Spektrum auftreten. Abweichungen finden sich beispielsweise in der untersten Reihe. Darüber hinaus konnte die $(4|1u)$ -Form, die nach Fig. 12 bei einer Kirchenglocke den sechsten Teilton erzeugen sollte, im untersuchten Frequenzgebiet bei keiner der Glockenspielglocken gefunden werden.

Im Prinzipalbereich, der hier auf die ersten fünf Teiltöne beschränkt bleiben soll, haben die eigenen Experimente [31 und 49] mit verschiedenen Glockenspielglocken zwar teilweise deutliche Unterschiede in den Frequenzintervallen, jedoch jeweils gleichartige Schwingungsformen ergeben. Auch waren die Zuordnung der Teiltöne zu den Schwingungsformen jeweils dieselbe. Die eigenen Untersuchungen zeigten darüber hinaus eine enge Verwandtschaft der betrachteten Glockenspielglocken mit Kirchenglocken. So waren die Schwingungsformen, die für Glockenspielglocken gefunden wurden, stets vom selben Typ wie diejenigen der Fig. 11 und 15. In dieser Hinsicht waren keine Abweichungen zwischen Kirchen- und Glockenspielglocken zu erkennen. Es erscheint jedoch nicht ausgeschlossen, dass dies bei andersartigen Rippen nicht mehr zutrifft.

3. BERECHNUNG VON GLOCKENSCHWINGUNGEN

Wie für viele andere Bereiche des Lebens gilt auch für Glocken: "Es gibt nicht Praktischeres als eine richtige Theorie". Im geschichtlichen Rückblick wurde im Zusammenhang mit Schwingungsberechnungen bereits auf eine wesentliche Tatsache hingewiesen: Es wird nicht die Glocke selbst berechnet; vielmehr wird ein Modell derselben kreiert und mit den Hilfsmitteln der Mathematik behandelt. Das Ziel dieser Bemühungen ist es, die Schwingungsformen und vor allem die Schwingungsfrequenzen berechnen zu können. Vorteilhafterweise sollte dies mittels einer Formel möglich sein, aus welcher der Zusammenhang mit den Geometriedaten und den Materialeigenschaften der Glocke direkt ersichtlich wird. Verschiedene Stufen der Modellierung sind dabei erkennbar.

3.1. Einfache Modelle

Insgesamt lässt sich feststellen, dass keine Rechenvorschrift bekannt ist, mit der sich die Eigenfrequenzen von Glocken beliebiger Gestalt hinreichend genau berechnen lassen. Aus verschiedenen Gründen wird daher bereits seit langem versucht, Näherungen zu finden, mit denen wenigstens Teilaspekte behandelt werden können.

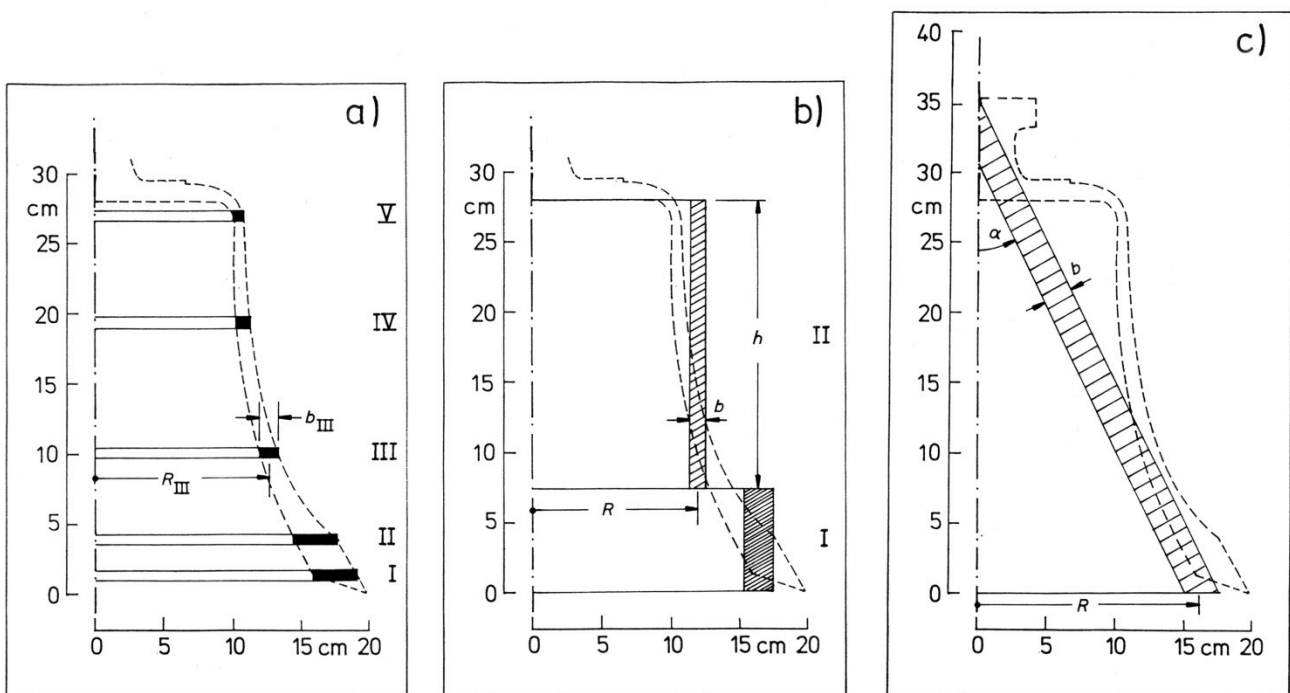


Fig. 20. Verschiedene mechanische Modelle, mit denen versucht werden kann, Glockenschwingungen zu berechnen. Die Glocke wird angenähert durch a) Kreisringe bzw. b) Kreiszyylinder sowie c) einen Kreiskegel.

Einige gebräuchliche Modelle sind in Fig. 20 zusammengestellt und am Beispiel der in Fig. 3 abgebildeten Glocke veranschaulicht. Die erste, "klassische" Näherung besteht in einer Zerlegung in Kreisträger, wie sie Fig. 20a) entnommen werden kann. Jeder dieser Kreisträger schwingt in seiner Ebene [16 bis 19]. Die Formel für die Eigenfrequenzen ist in Abschnitt 1.2 angegeben; sie findet sich in ähnlicher Form in [53 und 54]. Der Zusammenhalt der einzelnen Ringe ist lediglich insofern erfasst, als die Behinderung der Querkontraktion der Ringe berücksichtigt ist. Wie bei Balkenschwingungen üblich, beeinflusst die Höhe des Kreisträgers die Frequenz nicht. Fig. 20a) lässt am Beispiel der Perner-Kirchenglocke erkennen, dass es eine Vielzahl von Möglichkeiten gibt, einzelne Kreisträger in die Geometrie der jeweils betrachteten Glocke einzupassen.

Die nächste Stufe der Modellierung besteht darin, die Glocke durch (dünnwandige) Zylinder zu ersetzen. Dies ist in Fig. 20b) dargestellt. Der eine Zylinder reicht von der Schulter der Glocke bis zum ersten Knotenkreis (Zylinder II), der andere vom Knotenkreis bis zum freien Ende (Zylinder I). Somit geht in die Berechnung der Frequenz nun auch die Höhe mit ein. Ein Großteil der bekannten Lösungen für Zylinderschwingungen ist in [20] zusammengestellt. Eine geschlossene Näherungsformel liegt danach lediglich für beidseitig gelenkig gelagerte Zylinder vor. Aus diesem Grunde kann allenfalls der Zylinder II weiterbehandelt werden, was in [22] ohne überzeugenden Erfolg versucht worden ist.

Eine noch bessere Annäherung ist zu erwarten, wenn die Glocke als (dünnwandige) Kegelschale modelliert wird; eine mögliche Approximation zeigt Fig. 20c). Frequenzformeln für einige Lagerungsfälle finden sich in [20]. Eine geeignete Näherungsformel ist in [55] angegeben.

In [22] sind die Frequenzformeln für diese drei Modelle zusammengestellt. Einige versuchsweise Berechnungen sind durchgeführt und am Beispiel der Kirchenglocke von Fig. 3 miteinander verglichen. Erstaunlich gute Ergebnisse hat dabei die Kreiskegelformel nach [55] geliefert. Gleichwohl ist die Annäherung noch nicht befriedigend. Der Vorrat an geeigneten einfachen Modellen ist erschöpft, ohne dass die "Glockenformel" gefunden wäre.

Die theoretischen Grundlagen zur Formulierung weitergehender Modelle existieren; siehe z.B. [23 und 24]. Da hierfür jedoch keine analytischen Lösungen bekannt sind, lassen sich auch keine Frequenzformeln angeben. Somit besteht begründeter Anlass, nach anderen Möglichkeiten der Modellierung und Berechnung zu suchen. Dabei wird in Kauf zu nehmen sein, dass ein allgemein gültiger Zusammenhang zwischen den Kenngrößen der Glocke und denen der Schwingung nicht angegeben werden kann.

3.2. Computermodelle

Einen Ausweg bieten numerische Verfahren, d.h. die Anwendung von Computern. Die verfügbaren Rechner sind immer besser und Programme, die sich teilweise auf den unterschiedlichsten Anwendungsgebieten einsetzen lassen, immer leistungsfähiger geworden. Numerische Rechenverfahren werden demnach immer attraktiver.

Als sehr effizientes und vielseitig anwendbares Werkzeug hat sich in den letzten Jahren die Methode der Finiten Elemente (FEM) erwiesen. Aus High-Tech-Bereichen wie Fahrzeugbau, Luftfahrt- und Raumfahrttechnik ist sie heutzutage nicht mehr wegzudenken. Auf dem Markt sind eine ganze Reihe von Programmpaketen, mit denen sich aussagekräftige Berechnungen teilweise schon auf entsprechend ausgestatteten Personal Computern ausführen lassen. Es soll nicht verschwiegen

werden, dass die gekonnte Anwendung dieser Programme ein gerüttelt Maß an solidem Hintergrundwissen sowie großes Geschick im Umgang mit Rechnern erfordert. Darüber hinaus ist als Nachteil zu bewerten, dass jeder Programmablauf eine Lösung lediglich für einen Einzelfall liefert. Ein direkter Zusammenhang mit den Werkstoff- und insbesondere den Geometriedaten ist nicht erkennbar. Hierin heben sich einfache Modelle, die analytisch behandelt werden können und Formeln liefern, trotz ihrer zweifelsfrei vorhandenen Unzulänglichkeiten von Computerberechnungen ab.

Bei der vorliegenden Aufgabenstellung schließen sich Experiment und Rechnung keineswegs aus. Vielmehr ergänzen sie sich gegenseitig, was beispielsweise in [46] eindrucksvoll gezeigt worden ist. Zum einen muss die Güte der Modellbildung durch Vergleich mit Messergebnissen überprüft und solange verbessert werden, bis die Annäherung als ausreichend beurteilt wird. Zum anderen dürfen die numerischen Schwierigkeiten nicht unterschätzt werden, mit denen bei Computerverfahren immer gerechnet werden muss. Auch in dieser Hinsicht erlaubt der Vergleich von Rechnung und Experiment, die Qualität der Modellierung und das reibungslose Zusammenspiel der Programm-Module zu beurteilen.

FEM-Programmsysteme bestehen regelmäßig aus einem ganzen Paket solcher Module. Im Pre-Processing wird die tatsächliche Struktur in endlich große Elemente aufgelöst. Da diese Elemente - z.B. Quader - von einfacher Gestalt sind, bedarf es einer großen Anzahl, um eine komplizierte Struktur ausreichend nachzubilden. Im eigentlichen Rechengang werden die mechanischen Grundgesetze auf jedes dieser Elemente angewandt, Teillösungen gesucht und die freien Konstanten sämtlicher Lösungen einander angepasst. Das Post-Processing dient dazu, als Ergebnisse die gewünschten Größen auszugeben, Eigenformen und -frequenzen einander zuzuordnen und möglichst anschaulich darzustellen.

3.3. FEM-Berechnungen von existierenden Glocken

Am Institut für Mechanik wurde eine große Zahl von FEM-Berechnungen an Glocken durchgeführt. Zunächst wurde das Programmpaket ANSYS angewandt; für Berechnungen und Optimierungen wurden Kreisschalenelemente verwendet. In späteren Arbeiten wurde ADINA erprobt; die Glocke wurde als Halb- und als Vollmodell nachgebildet. Derzeit wird vor allem NASTRAN angewandt; damit wurden zur Modellierung probeweise unterschiedliche Elemente wie Platten-, Volumen- und Kreiselemente verwendet. Um die Leistungsfähigkeit des Verfahrens und die Qualität der Modellierung zu erproben, wurde stets zunächst die in Fig. 3 abgebildete Kirchenglocke als Objekt benutzt.

3.3.1. Berechnungen mit dem Programm ANSYS

Im Jahr 1987 wurden mit ANSYS Version 4.2 unter Verwendung von 92 axialsymmetrischen konischen finiten Schalenelementen die Eigenfrequenzen und die Eigenformen der Perner-Glocke berechnet [56]. Bei dieser Art der Finitisierung muss nur die Rippe diskretisiert werden, aus der die Glocke dann durch gedachte Rotation entsteht. Es wurde nach Schwingungsformen mit höchstens einem Knotenkreis gesucht. Folglich wurden bei dieser Analyse lediglich Lauttöner erfasst. Bei den ersten vier Teiltönen ist die Abweichung der errechneten von den gemessenen Eigenfrequenzen nie größer als 2,7%; bei den nächsten drei Teiltönen weichen Experiment und Rechnung um nicht mehr als 10,9% voneinander ab.

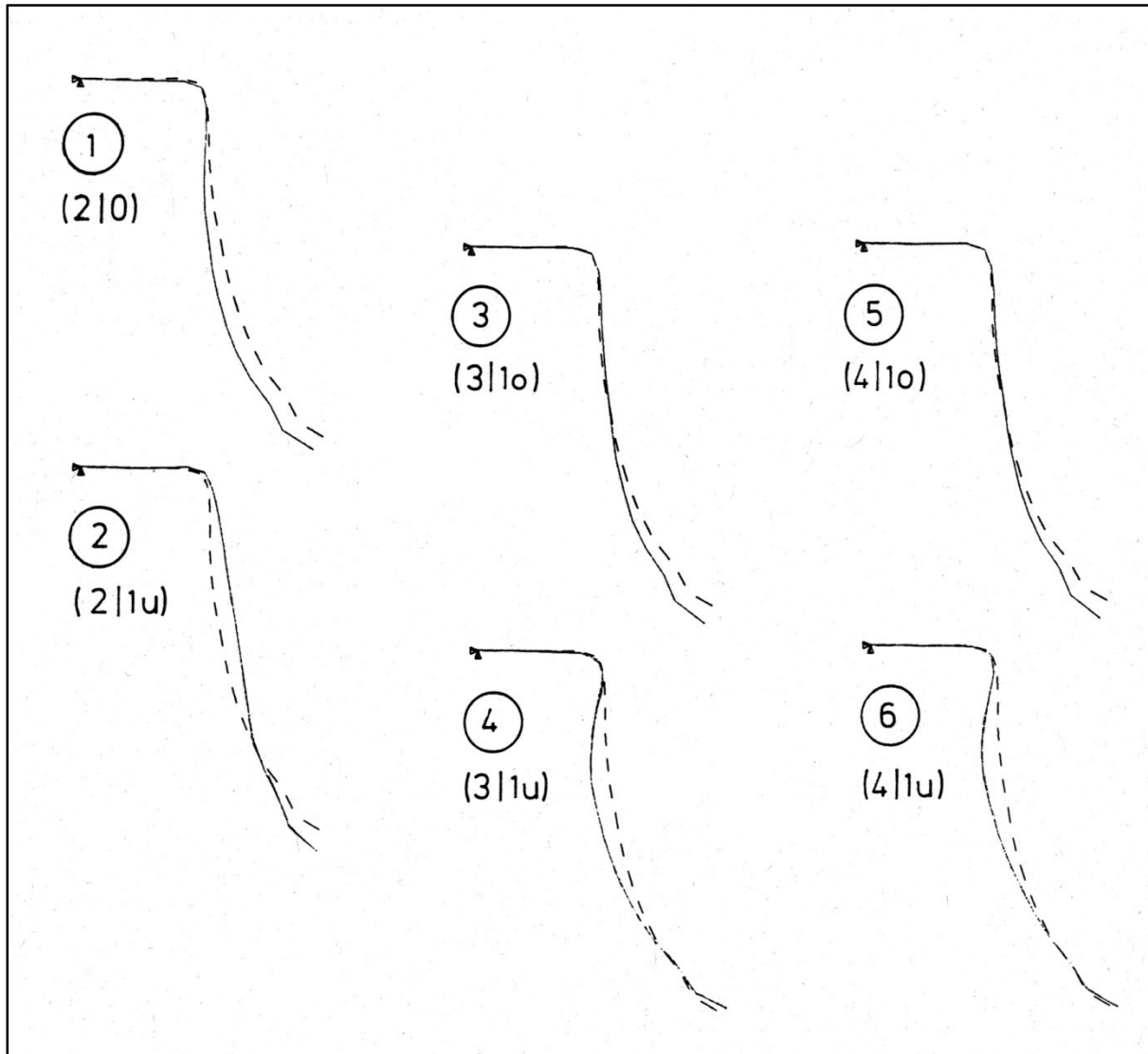


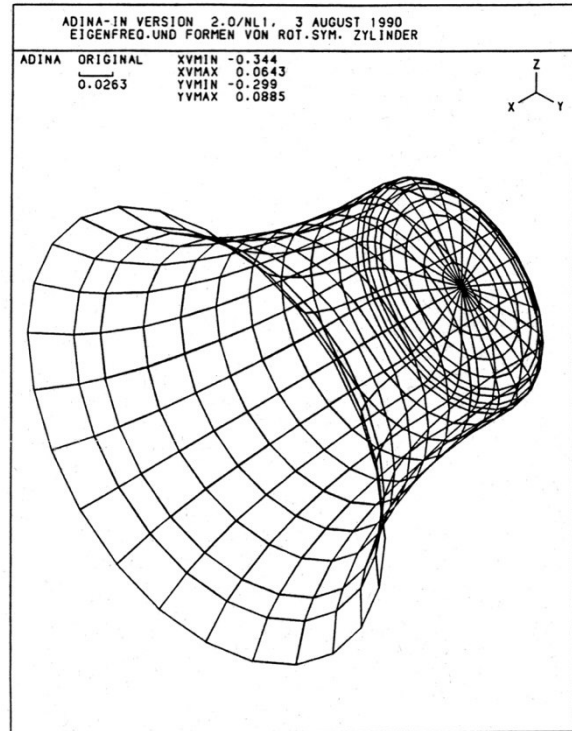
Fig. 21. Longitudinale Schwingungsmuster der in Fig. 3 abgebildeten Kirchenglocke, nach [56] errechnet mit dem FEM-Programm ANSYS. Angegeben sind neben den Schwingungsbildern die Nummern der zugehörigen Teiltöne sowie die Kurzbezeichnungen der Moden.

Fig. 21 zeigt Ergebnisse, die in Anlehnung an das Periodensystem von Fig. 12 angeordnet sind. Die unverformte Kontur ist gestrichelt, die verformte durchgezogen gezeichnet. Der Vergleich mit Fig. 12 ergibt Übereinstimmung. Vergleichend mit Fig. 19 erkennt man, dass die Zuordnung der Teiltöne zu den Schwingungsformen bei Glockenspielglocken und Kirchenglocken zumindest innerhalb des Prinzipalbereichs - worunter hier die ersten fünf Teiltöne verstanden werden - dieselbe ist. Die Diskrepanz beim sechsten Teilton rührt offenkundig daher, dass die FEM-Analyse auf Schwingungsformen mit nicht mehr als einem Knotenkreis beschränkt blieb.

3.3.2. Berechnungen mit dem Programm ADINA

Eine Reihe weiterer Untersuchungen wurde im Jahre 1990 mit ADINA Version 2.0 durchgeführt [57]. Die Glocke wurde auf mehrere Arten modelliert. Zunächst wurde sie in ein Netz mit 20×24

Fig. 22. "Drahtmodell" der in Fig. 3 abgebildeten Kirchenglocke für die FEM-Berechnung mit dem Programm ADINA nach [57].



Knoten diskretisiert (Vollmodell). In Fig. 22 ist das dadurch entstehende Abbild der Glocke zu erkennen. Im Gegensatz zu der im vorhergehenden Abschnitt beschriebenen Diskretisierung nach [56] wurde hierbei die Glocke nicht in Kreisschalenelemente, sondern in finite Quader unterteilt. Demnach muss nicht nur die Rippe nachgebildet werden; vielmehr ist der gesamte Glockenkörper zu diskretisieren, was die Anzahl der Elemente naturgemäß deutlich erhöht.

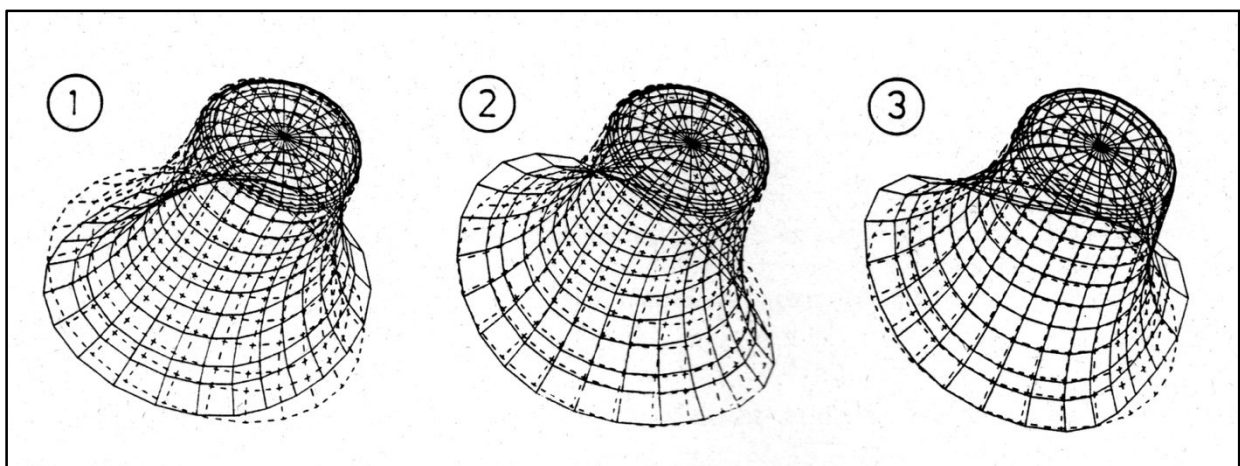


Fig. 23. Die ersten drei Teilschwingungen der in Fig. 3 abgebildeten Kirchenglocke, nach [57] errechnet mit dem FEM-Programm ADINA; die Nummern der zugehörigen Teiltöne sind angegeben.

Einige Ergebnisse dieser Berechnungen sind in Fig. 23 zusammengestellt. Man erkennt die ersten drei Teilschwingungen. Die zugehörigen errechneten Frequenzen weichen um maximal 1,2% von den gemessenen Frequenzen ab. Die Schwingungsmuster stimmen mit all den bisher bekannten überein.

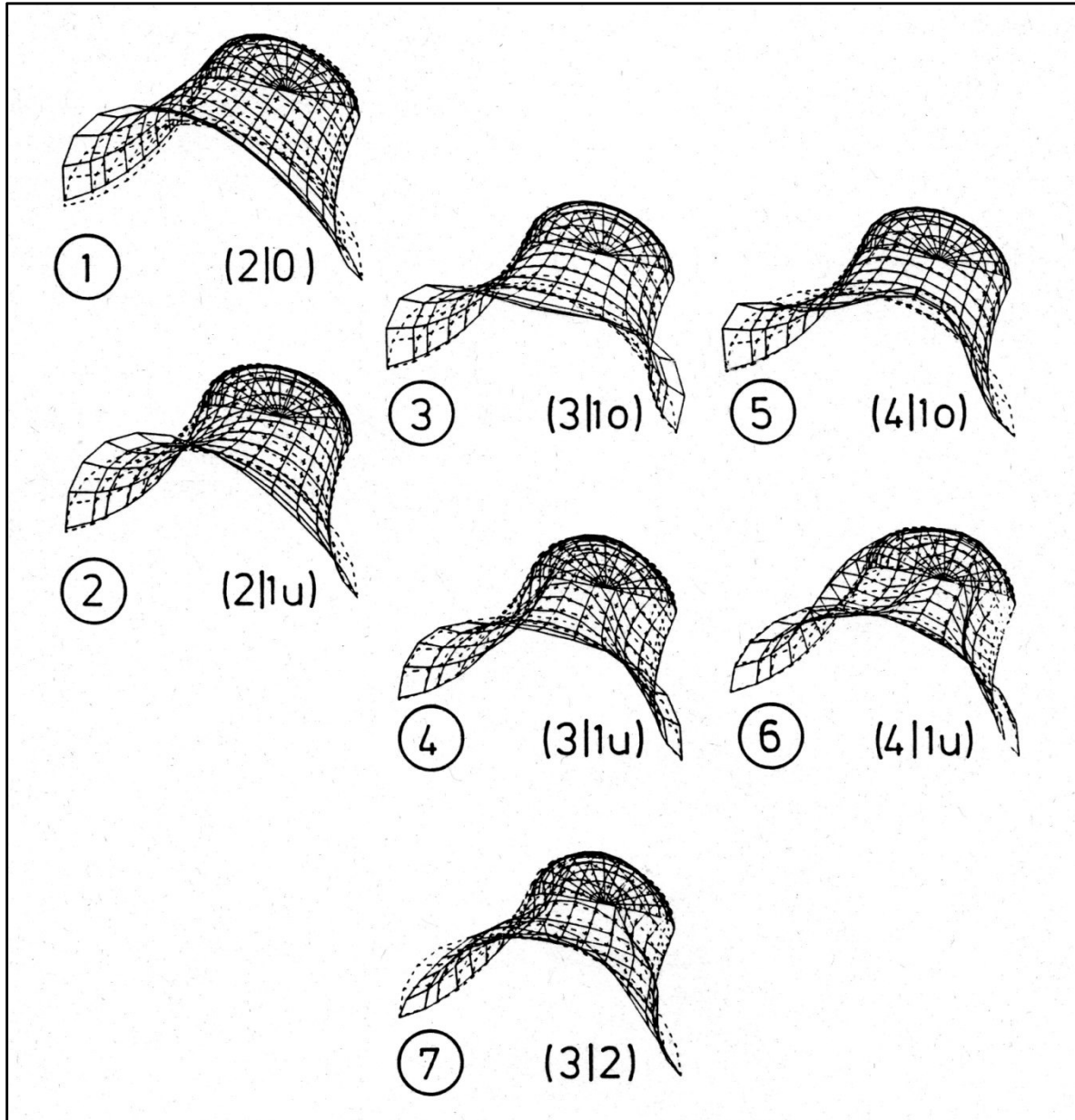


Fig. 24. Schwingungsformen der in Fig. 3 abgebildeten Kirchenglocke, nach [57] errechnet mit dem FEM-Programm ANSYS; angegeben sind neben den Schwingungsbildern des Halbmodelles die Nummern der zugehörigen Teiltöne sowie die Kurzbezeichnungen der Moden.

Eine Möglichkeit, die Anzahl der Elemente - und damit auch die Rechenzeit - zu verringern, besteht darin, die Symmetrie der Glocke zu nutzen. In [57] wurde deshalb auch ein Halbmodell erprobt, bei dem nur eine Hälfte der Glocke nachgebildet ist. Diese Modellierung liefert sehr brauchbare Resultate. Sie ergibt sämtliche Schwingungsarten, also auch Torsions- und Längsschwingungen, die für die Schallabstrahlung keinerlei Bedeutung haben. Daneben werden auch Biegeschwingungen er-

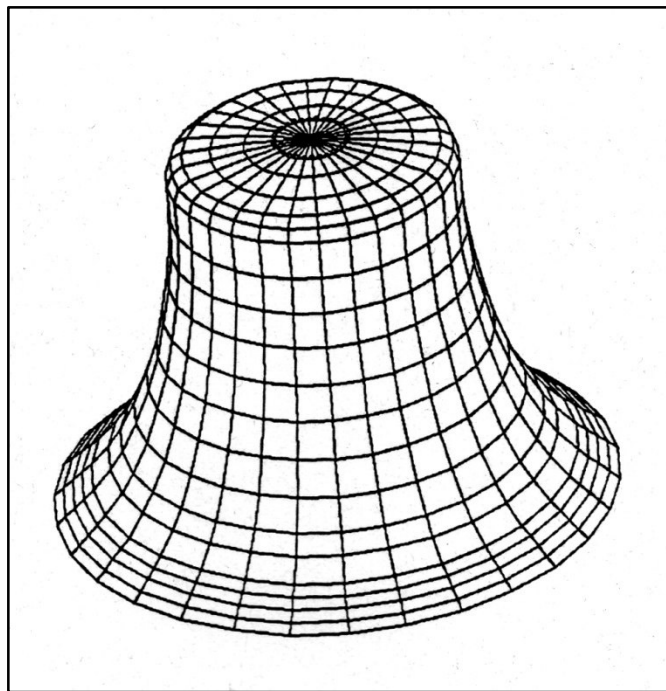
rechnet, bei denen sich die Glocke ähnlich einem rohrförmigem Balken bewegt; hierbei ist ebenfalls mit keiner wesentlichen Abgabe von Schallenergie zu rechnen.

Fig. 24 zeigt errechnete Schwingungsformen der Kirchenglocke, die für das Schallsignal wichtig sein können. Sie sind auf dieselbe Weise angeordnet wie im Periodensystem von Fig. 12. Im Prinzipalbereich, d.h. für die ersten fünf Teiltöne, ergibt sich Übereinstimmung mit den gemessenen Schwingungsformen. Die errechneten Frequenzen weichen im allgemeinen nur geringfügig von den gemessenen Frequenzen ab. Lediglich in wenigen Ausnahmefällen erreicht die Abweichung 5%. Eine Diskrepanz bezüglich der Aufeinanderfolge der Teiltöne ergibt sich erst ab dem sechsten bzw. siebten Teilton. Die Frequenzen der (4|1u)-Mode, der (3|2)-Mode sowie auch der (2|2)-Mode liegen bei der untersuchten Glocke sehr dicht beieinander; siehe hierzu auch Fig. 12. Aus diesem Grunde reichen bereits kleine Fehler in der Frequenzberechnung aus, um die Nummerierung der Teilschwingungen im Periodensystem zu verändern. Da dieser Effekt erst oberhalb des fünften Teiltones auftritt, scheint er für das Klangbild der hier betrachteten Glocke ohnehin keine große Bedeutung zu haben und wurde deshalb nicht weiter verfolgt.

3.3.3. Berechnungen mit dem Programm NASTRAN

Im Jahre 1993 wurden weitere Berechnungen mit dem Programm MSC NASTRAN [58] durchgeführt, in denen systematisch unterschiedliche Vorgehensweisen bezüglich der Elemente, Eigen-

Fig. 25. "Drahtmodell" der in Fig. 3 abgebildeten Kirchenglocke für die FEM-Berechnung mit dem Programm NASTRAN nach [58].



wertlöser usw. erprobt wurden. Als optimal erwies sich dabei die Diskretisierung mittels 600 Plattenelementen vom Typ Quad-4. Fig. 25 zeigt das entsprechende Modell; es ähnelt demjenigen von Fig. 22. Die errechneten Frequenzen lagen innerhalb eines Toleranzbandes der Breite 7,2% um die gemessenen Werte.

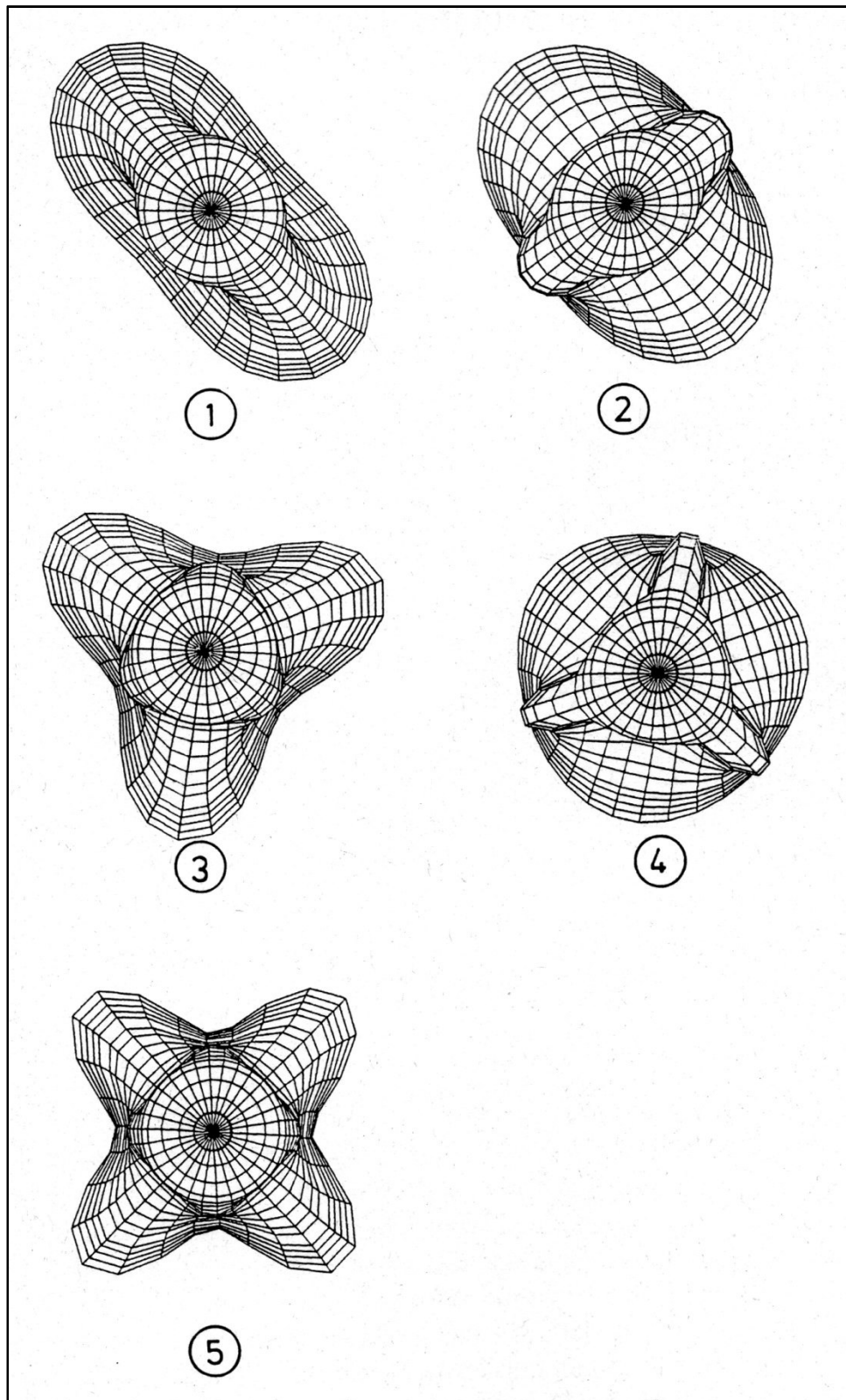


Fig. 26. Schwingungsformen der in Fig. 3 abgebildeten Kirchenglocke, nach [58] errechnet mit dem FEM-Programm NASTRAN; dargestellt sind die ersten fünf Moden.

In Fig. 26 sind die Ergebnisse so angeordnet, dass der direkte Vergleich mit den Resultaten der experimentellen Modalanalyse von Fig. 15 möglich ist. Die Glocke ist von oben her betrachtet; die Auslenkungen sind sehr stark überhöht. Deutlich erkennt man die zwei (obere Reihe), drei (mittlere

Reihe) bzw. vier (unteres Bild) Knotenmeridiane. Nebeneinander angeordnete Schwingungsbilder unterscheiden sich bezüglich der Knotenkreise. So ist in der oberen Reihe deren Anzahl 0 bzw. 1. In der mittleren Reihe liegt ein Knotenkreis weiter oben bzw. weiter unten auf der Flanke. Sehr gut ist zu ersehen, wie sich dieser Unterschied auf die Schwingungsform auswirkt.

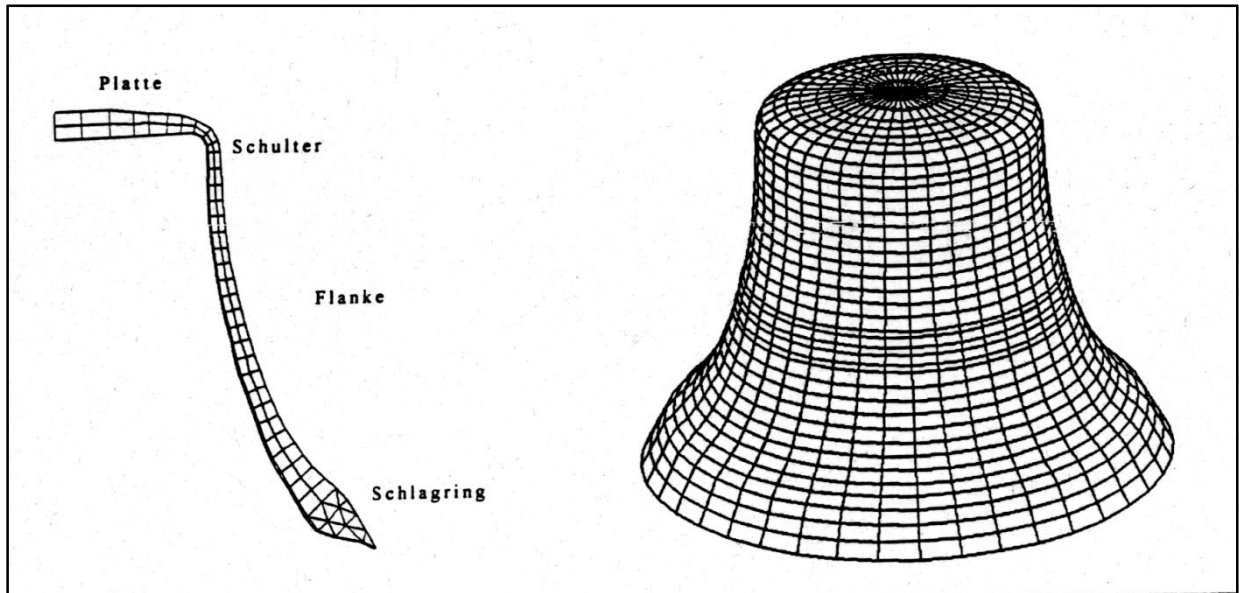


Fig. 27. Modell der in Fig. 3 abgebildeten Kirchenglocke für die FEM-Berechnung mit dem Programm NASTRAN nach [59].

Weiterführende Berechnungen aus dem Jahre 1994 mit NASTRAN sind in [59] beschrieben. Es wurden Volumenelemente verwendet. Dem linken Teil von Fig. 27 ist die Diskretisierung der Rippe in 80 Elemente zu entnehmen. Rechts daneben ist die Außenansicht des Glockenmodelles dargestellt, das in Umfangsrichtung in 40 Elemente unterteilt ist. Insgesamt wird die Glocke somit durch 3200 Volumenelemente nachgebildet. Mit dieser Modellierung lassen sich die Eigenfrequenzen bis auf etwa 1% genau berechnen. Lediglich beim vierten Teilton beträgt die Abweichung 5,2%. Nachdem dies bei sämtlichen Berechnungen zu beobachten war, ist zu vermuten, dass die eingegebenen Geometriedaten der Struktur nicht vollständig mit denjenigen der realen Glocke übereinstimmen. Fig. 28 zeigt eine Zusammenstellung der ersten fünf errechneten Schwingungsformen. Die bisherigen experimentellen und numerischen Ergebnisse werden bestätigt.

Für die Modellierung wurden in den bisher durchgeführten Berechnungen unterschiedliche Elementtypen verwendet. In [60] wird ein Vergleich zwischen Kreisring-, Platten- und Volumenelementen versucht. Es gelingt mit allen untersuchten Diskretisierungen, die Frequenzen der Perner-Kirchenglocke in brauchbarer Näherung zu errechnen.

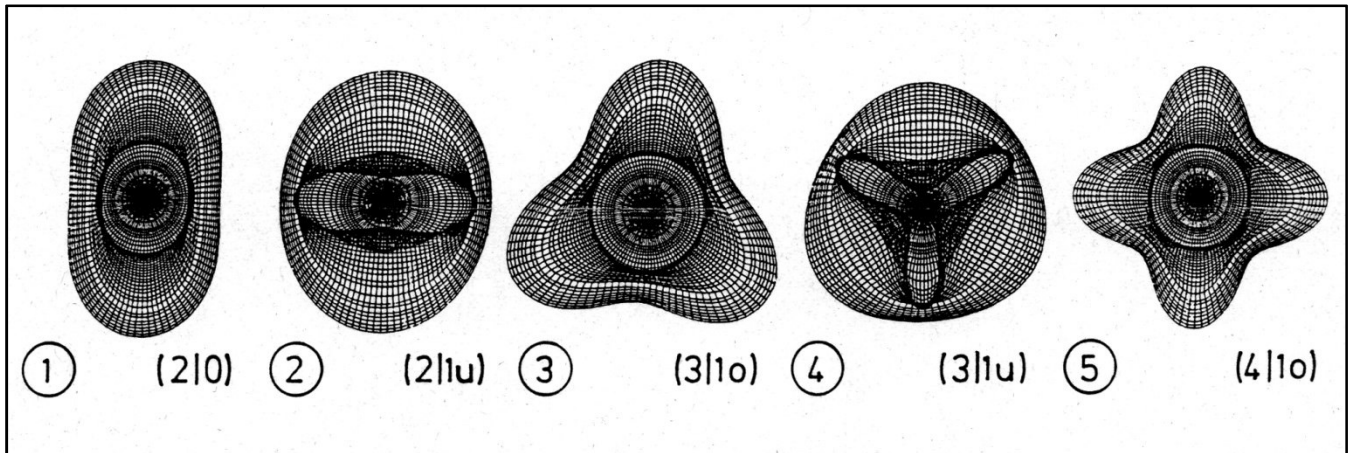


Fig. 28. Schwingungsformen der in Fig. 3 abgebildeten Kirchenglocke, nach [59] errechnet mit dem FEM-Programm NASTRAN; dargestellt sind die ersten fünf Moden.

Fig. 29 zeigt Ergebnisse der Schwingungsberechnung für diese Glocke in derselben Zusammensetzung wie Fig. 15, so dass wiederum ein direkter Vergleich zwischen Experiment und Rechnung möglich ist. Versuchsweise wurden in der Studie [60] auch Glockenspielglocken berechnet. Glockenspielglocken haben in aller Regel eine dickere Wandung als Kirchenglocken. Dies dürfte den Grund dafür darstellen, dass die Modellierung von Glockenspielglocken beträchtliche Schwierigkeiten verursachte. Die FEM-Berechnung in [60] lieferte für Glockenspielglocken weniger gute Ergebnisse als für die Kirchenglocke.

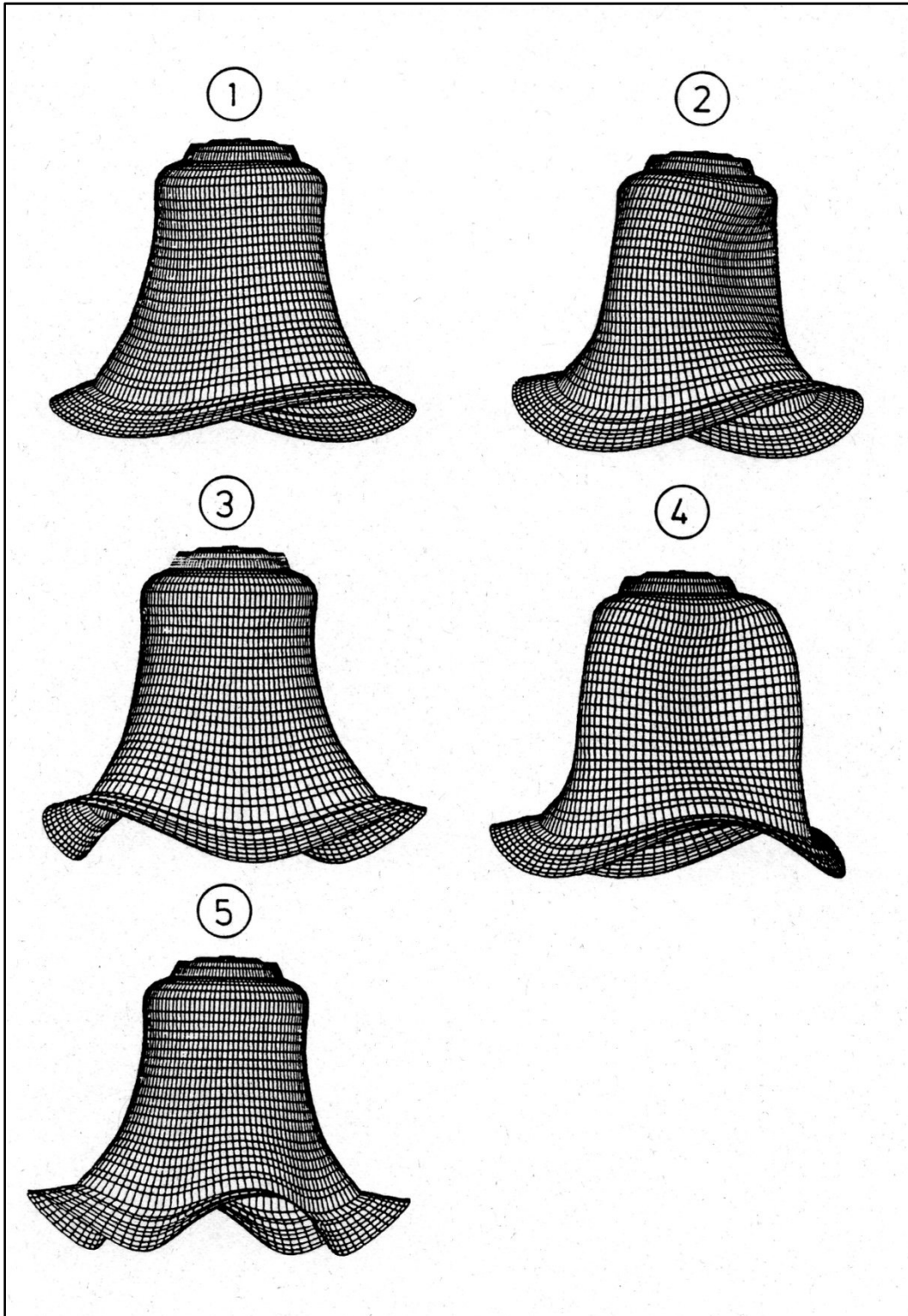


Fig. 29. Schwingungsformen der in Fig. 3 abgebildeten Kirchenglocke, nach [60] errechnet mit dem FEM-Programm NASTRAN; dargestellt sind die ersten fünf Moden.

3.3.4. Zusammenstellung errechneter Schwingungsformen

Eine eindrucksvolle Anwendung der Ergebnisse von Computerberechnungen ist in [61] gegeben. Mittels des Programmes ASKA-HS ist eine ausführliche Schwingungsanalyse durchgeführt worden. Als Objekt wurde die Gloriosa in Erfurt gewählt, die als eine der berühmtesten Glocken der Welt gilt. Sie ist in Fig. 30 abgebildet. Ihre Masse beträgt mehr als 11 000 kg, ihr Alter demnächst ein halbes Jahrtausend.

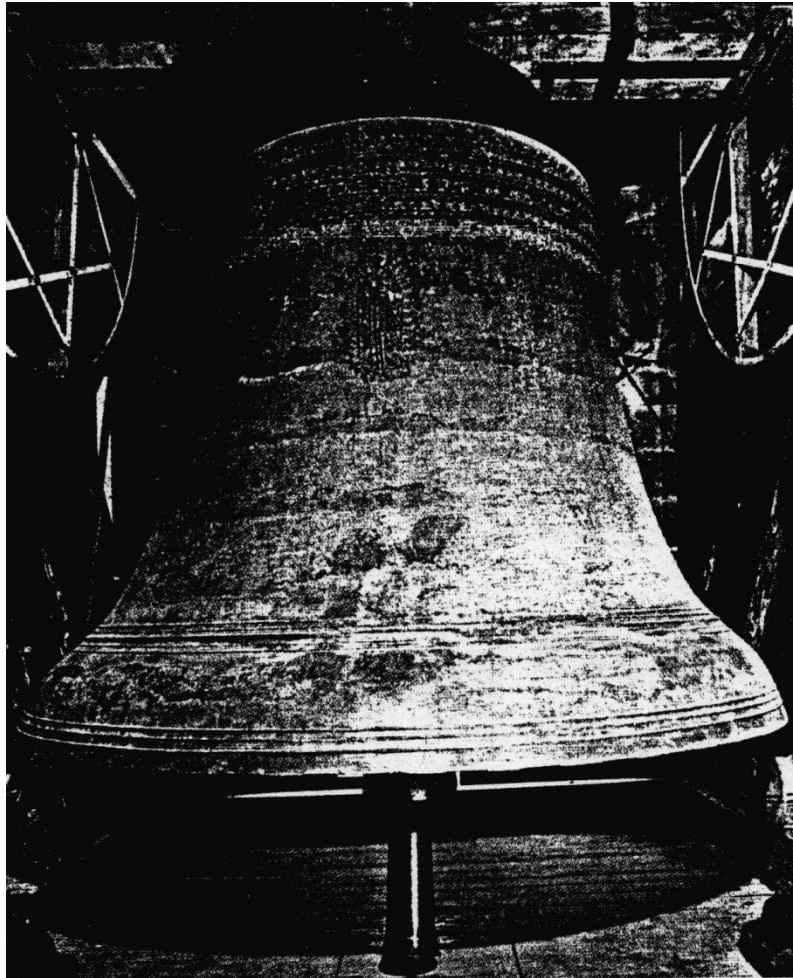


Fig. 30. Die Gloriosa im Dom zu Erfurt aus dem Jahre 1497 (Photographie von E. Henning).

Da diese Glocke sehr tief gestimmt ist, interessieren auch noch weitere als die hier üblicherweise betrachteten Teiltöne und Schwingungsformen. Zur Modellierung haben die Autoren Schad und Frik 74 Kreisringelemente verwendet. Die Ergebnisse haben sie als Chladnische Klangfiguren [25] dargestellt. Wie Fig. 31 zeigt, strukturieren sie die Resultate analog zum Periodensystem nach [28] (siehe Fig. 12) nach Maßgabe der Zahlen der Knotenmeridiane und der Knotenkreise.

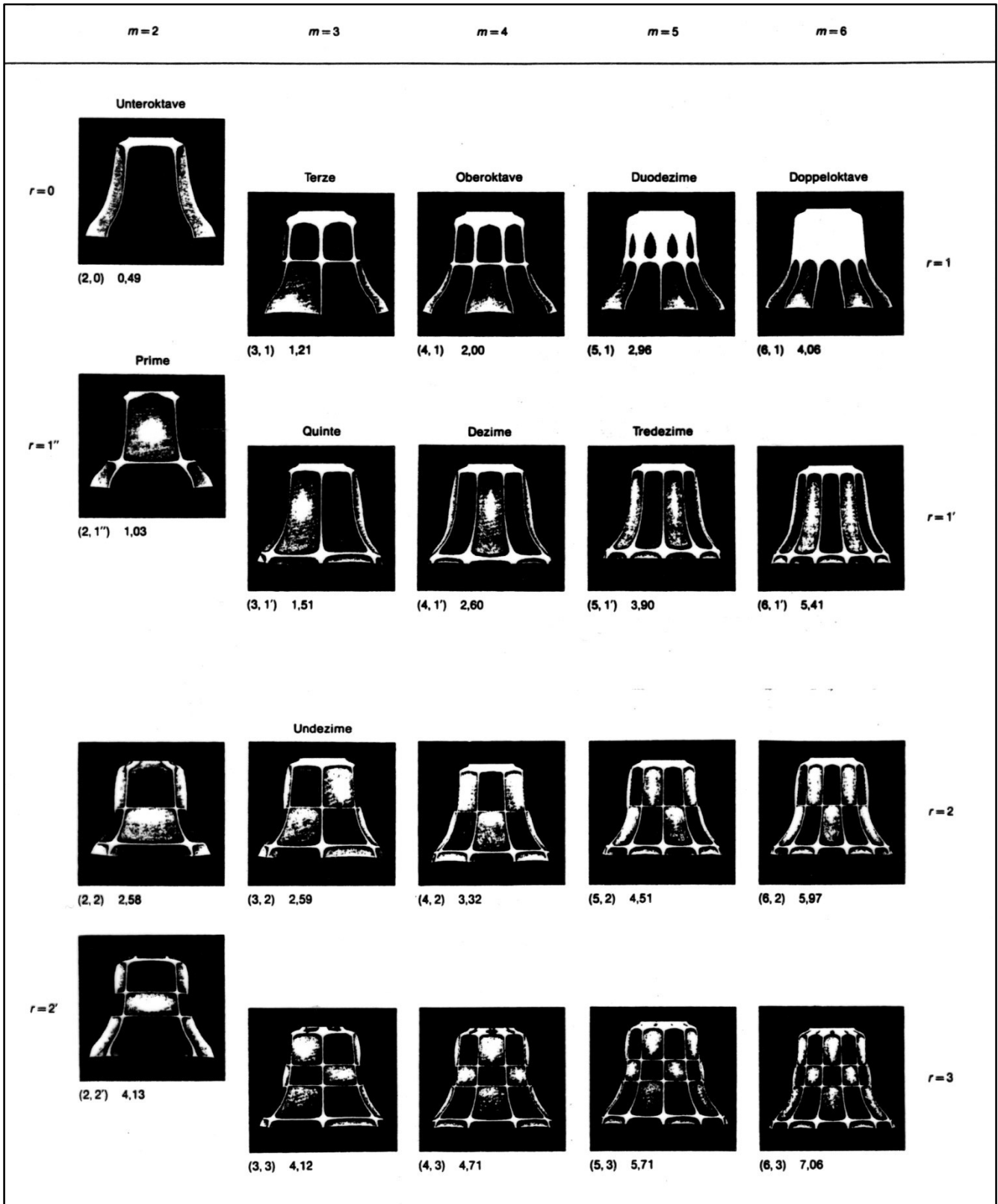


Fig. 31. Periodensystem der relevanten Glockenschwingungen nach [61] basierend auf FEM-Berechnungen. Zusätzlich angegeben sind die Frequenzintervalle bei Normierung auf die halbe Frequenz des fünften Teiltones.

Mit 20 Einträgen ist dieses Periodensystem sehr umfassend. Anders als in Fig. 12 ist als Referenzwert für die Frequenzverhältnisse die halbe Frequenz der Oberoktave gewählt. Ein Vergleich mit

Fig. 12 und den eigenen Ergebnissen zeigt Abweichungen hinsichtlich der Frequenzintervalle, was angesichts der unterschiedlichen Rippen nicht weiter verwundert. In Bezug auf die Aufeinanderfolge der Teiltöne und -schwingungsformen besteht Übereinstimmung bis zum fünften Teilton. Danach ist zu beobachten, dass die Frequenzen mancher Teiltöne sehr dicht beieinander liegen. Fig. 31 zufolge ist dies bei der Gloriosa z.B. für die Teiltöne 6 bis 8 der Fall. Diese Töne - und somit auch die Schwingungsformen - sind demnach schwer voneinander zu separieren. Minimale Frequenzunterschiede können zudem bewirken, dass die Nummerierung der Schwingungsformen, wenn sie entsprechend der ansteigenden Frequenz der zugehörigen Teiltöne geordnet werden, sich ändern kann.

Zusammenfassend lässt sich aussagen, dass allen eigenen Untersuchungen und übereinstimmenden Resultaten anderer Autoren zufolge den ersten fünf Teiltönen folgende Schwingungsformen zugeordnet sind:

- o erster Teilton (Suboktave) zwei Knotenmeridiane, auf der Flanke kein Knotenkreis,
- o zweiter Teilton (Prime) zwei Knotenmeridiane, auf der Flanke ein Knotenkreis,
- o dritter Teilton (Terz) drei Knotenmeridiane, auf dem oberen Teil der Flanke ein Knotenkreis,
- o vierter Teilton (Quinte) drei Knotenmeridiane, auf dem unteren Teil der Flanke ein Knotenkreis und
- o fünfter Teilton (Oberoktave) vier Knotenmeridiane, auf dem oberen Teil der Flanke ein Knotenkreis.

Eigene Hörversuche mit der Perner-Kirchenglocke [63] sowie mit den Glocken eines Glockenspiels [64], die in Kapitel 6 beschrieben sind, unterstreichen die Bedeutung der Teiltöne im Prinzipalbereich. Hinsichtlich der Tonhöhe spielen diese fünf Teiltöne mit Abstand die wichtigste Rolle [31 und 32].

3.4. Simulation auf dem Computer

Nachdem die Qualität eines FEM-Modelles durch Vergleich der errechneten Frequenzen mit den experimentell ermittelten Werten gesichert ist, lassen sich mit dem Computer numerische Experimente durchführen. Parameter der Glocke können verändert werden, ohne dass dies in der Realität tatsächlich ausgeführt werden muss. Diese Möglichkeit kann beispielsweise genutzt werden, wenn bestehende Glocken zielgerichtet nachgestimmt werden sollen. Sie kann auch dazu dienen, völlig neuartige Rippen zu entwerfen.

3.4.1. Modifikation von Glocken

In [62] sind FEM-Berechnungen beschrieben, in denen der Zusammenhang zwischen verschiedenen Rippen und den zugehörigen Spektren sowie auch der Einfluss von Änderungen der Rippe betrachtet wird. Eigene Untersuchungen dieser Art wurden in [59] durchgeführt. Einige typische Ergebnisse sind im vorliegenden Abschnitt zusammengestellt.

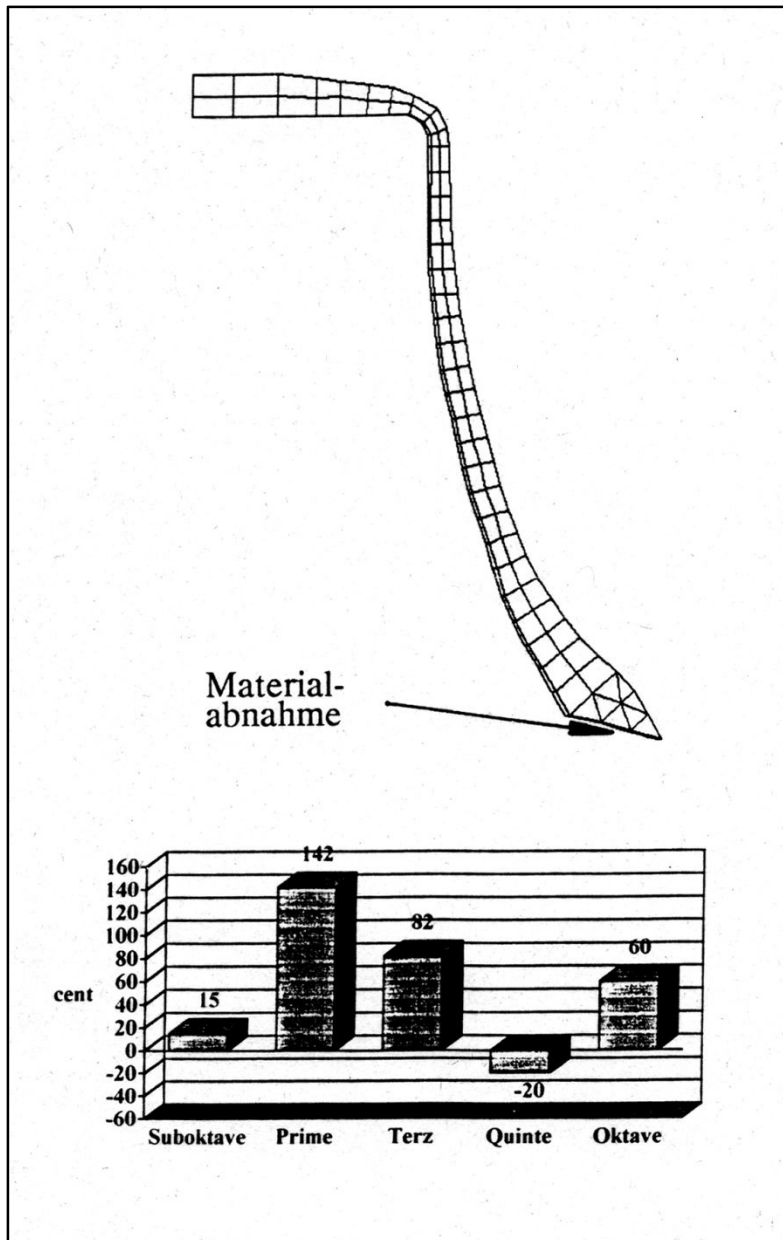


Fig. 32. Simulierte Abnahme von Material an der Mündung der Glocke und daraus resultierende Verschiebung der Teiltonfrequenzen, errechnet mit FEM nach [59].

Um eine Glocke höher zu stimmen, trägt man Material an ihrem unteren Rand - der "Schärfe" - ab. In [59] wurde diese Maßnahme dadurch nachgebildet, dass entsprechende Elemente eines 80*40-Glockenmodelles weggelassen wurden. Fig. 32 zeigt die Diskretisierung der verbleibenden Rippe. Es wurde eine NASTRAN-Rechnung für die auf diese Weise verkürzte Rippe durchgeführt. Deren Resultate sind mit denjenigen verglichen, die sich für die Original-Rippe (siehe Fig. 27) der in Fig. 3 abgebildeten Glocke ergeben. Die relativen Änderungen, welche die Frequenzen der ersten fünf Teiltöne durch diese Modifikation erfahren, sind unten in Fig. 32 in der Einheit cent (100 cent = 1 Halbton = 5,9% Frequenzzuwachs) angegeben. Man erkennt, dass diese Maßnahme die "Innenharmonie" der Glocke verändert. So werden die Teiltöne in unterschiedlichem Maße und teilweise sogar in unterschiedlichem Sinne verschoben. Am geringsten ist die Beeinflussung des ersten Teiltones. Am stärksten wird mit mehr als einem Halbton der zweite Teilton angehoben.

Soll eine Glocke tiefer gestimmt werden, so ist der Kreisringformel in Abschnitt 1.2 zufolge die Wandung dünner zu machen. Dazu trägt man von innen her Material ab. Häufig ist dabei erwünscht, selektiv einen Teilton abzusenken und die anderen möglichst unverändert zu belassen. Fig. 33 gibt einige Resultate der Suche nach Stellen wieder, an denen im Wesentlichen nur ein Teilton beeinflusst wird. Die erwartete Tendenz der Absenkung dominiert in Fig. 33. Das Teildiagramm a) zeigt, dass eine Nachbearbeitung an der Innenseite der Schulter vor allem die Frequenz des zweiten Teiltones absenken wird. Bei Materialabnahme in der Mitte (Teildiagramm b)) bzw. nahe dem Schlagring (Teildiagramm c)) ist vor allem eine Verringerung der Frequenz des vierten bzw. des fünften Teiltones zu erwarten.

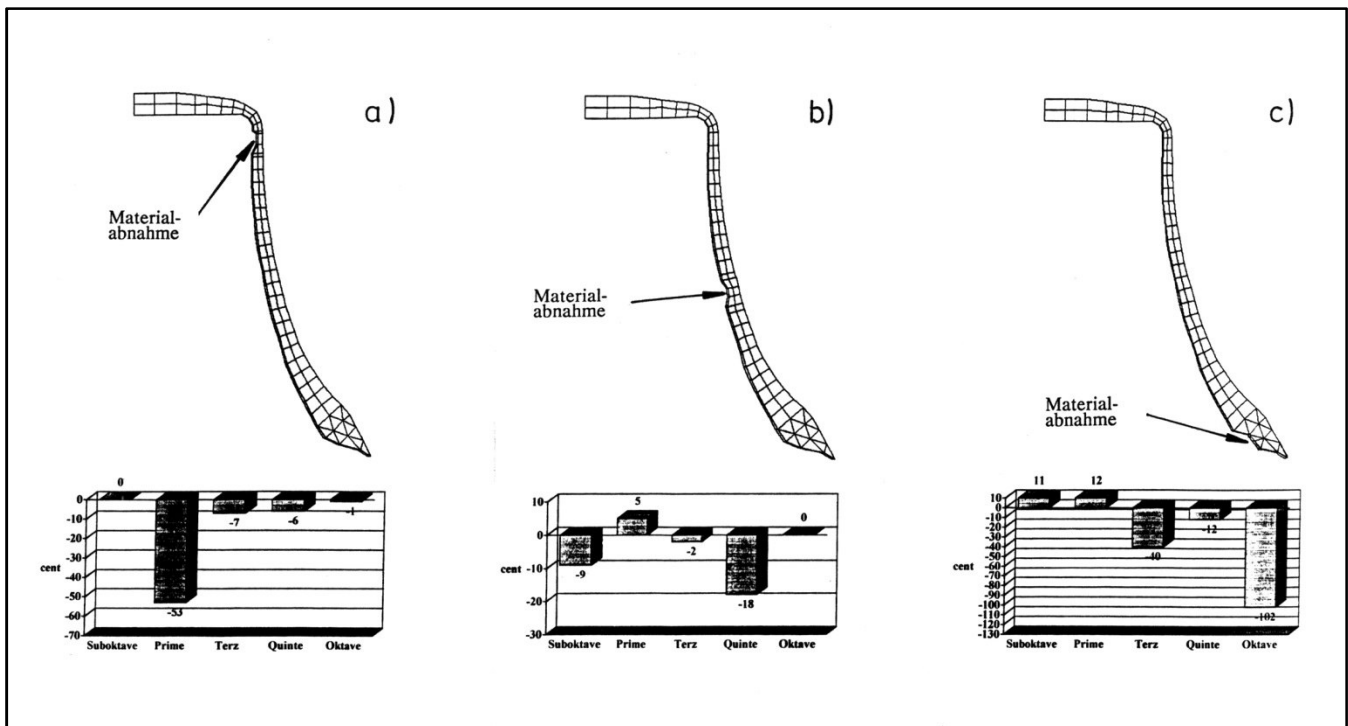


Fig. 33. Simulierte Abnahme von Material an den markierten Stellen und daraus resultierende Verschiebung der Teiltonfrequenzen, insbesondere mit Absenkung der Frequenz des
a) zweiten Teiltones, b) vierten Teiltones und c) fünften Teiltones, errechnet mit FEM nach [59].

Der Grad der Absenkung erweist sich als unterschiedlich. Zudem werden in sämtlichen betrachteten Fällen die anderen Teiltöne in gewissem Maße mit beeinflusst, was die Innenharmonie verändert. Offenbar ist das Nachstimmen ein delikates Unterfangen. Da nicht ein reales Unikat, sondern lediglich ein numerisches Modell, verändert wird, bietet die Computer-Simulation das geeignete Hilfsmittel, um Modifikationen zu erproben. Mittels einer detaillierten Untersuchung am Bildschirm, in der sich Stelle, Form und Ausmaß der Nachbearbeitung variieren lassen, kann die Zielsicherheit beim Nachstimmen wesentlich erhöht werden.

Bisher ist stets die Nachbearbeitung auf einer Drehbank, d.h. die axialsymmetrische Abnahme von Material simuliert worden. Diese hat eine Verringerung der Wanddicke auf dem gesamten Umfang, also eine Änderung der Rippe, zur Folge. In manchen Fällen ist die Aufgabe gestellt, eine Ver-

dickung zu berücksichtigen, die sich auf einen kleinen Bereich des Umfangswinkels beschränkt. Dies ist nur dann möglich, wenn die Glocke auch in Umfangsrichtung diskretisiert wird. Dagegen schließt die Verwendung von Kreisringelementen [56, 61 und 62], bei denen Rotationssymmetrie vorausgesetzt wird, a priori aus, irgendwelche Änderungen in Umfangsrichtung zu erfassen.



Fig. 34. Seitenansicht der Kirchenglocke, in der die als Verzierung aufgebrachte Madonna zu erkennen ist.

Solche Abweichungen von der rotationssymmetrischen Geometrie können durch zusätzlich aufgebrachte Verzierungen bewirkt werden. So trägt die in Fig. 3 sowie Fig. 34 abgebildete Glocke eine aufgesetzte Madonna. Dadurch erfährt der Glockenmantel an der entsprechenden Stelle eine Verdickung. Dem wurde in der FEM-Rechnung durch ein entsprechend großes Feld Rechnung getra-

gen, in dem die Wand um 1,5 mm dicker als auf dem übrigen Mantel ist. In Fig. 35 ist dieser Bereich dunkel hervorgehoben.

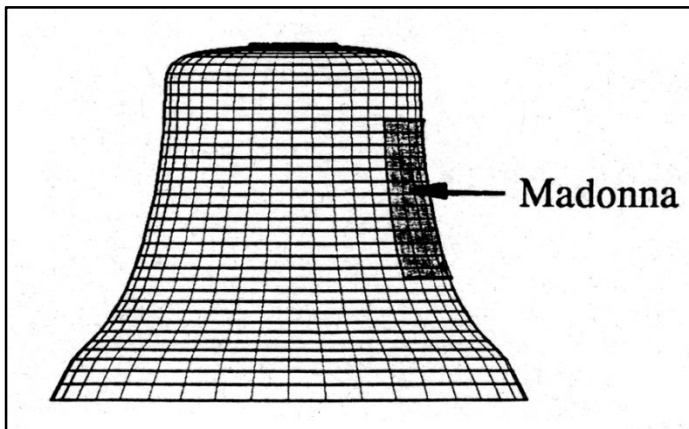


Fig. 35. Berücksichtigung von Verzierungen, hier einem Madonnenbild, an der Außenseite der Glocke nach [59].

Die Computeranalyse ergibt, dass die dadurch hervorgerufene Asymmetrie zu einem deutlichen "Moden-Splitting" führt. Dieser Effekt wird im folgenden Kapitel ausführlich beschrieben. Für jeden Teilton errechnen sich zwei Partialfrequenzen. Diese unterscheiden sich im berechneten Beispiel - abhängig vom jeweiligen Teilton - um 0,1 Hz bis etwa 5 Hz. Dies ist die Größenordnung, die bei dieser Glocke auch tatsächlich gemessen werden kann.

Die Computer-Simulation eröffnet die Möglichkeiten von numerischen Experimenten. So kann eine Abhängigkeit der Materialeigenschaften vom Ort simuliert werden. Es lässt sich errechnen, in welchem Sinne und in welchem Ausmaß dadurch das Teiltonspektrum einer Glocke beeinflusst werden kann. Dies könnte Hinweise darauf liefern, in welchem Maße Inhomogenitäten, wie sie sich beim Gussvorgang ausbilden, das Klangspektrum beeinflussen können. Bei der Modellierung mittels Kreisringelementen sind naturgemäß nur Variationen in longitudinaler Richtung zu erfassen. Werden Platten- oder Volumenelemente verwendet, lassen sich auch die Auswirkungen berechnen, welche eine Störung der Rotationssymmetrie mit sich bringt. Gezielte, systematische Untersuchungen können auf diese Weise dazu beitragen, Zusammenhänge zwischen Beobachtungsbefunden und ihren Ursachen aufzudecken.

3.4.2. Optimierung von Glockenformen

Von primärem Interesse ist dabei zunächst der Zusammenhang zwischen einer gegebenen Rippe und dem Klang; gesucht ist demnach das Teiltonspektrum. FEM-Berechnungen lassen sich jedoch auch dazu nutzen, das inverse Problem zu lösen. Dieses besteht darin, Rippen zu finden, zu denen ein gewünschtes Klangspektrum gehört. Beispielsweise können die Frequenzen der Teiltöne im Prinzipalbereich vorgegeben werden. In der Studie [56] waren dies die Frequenzen der ersten sechs Teiltöne. Zur Lösung dieser Optimierungsaufgabe ist eine große Zahl von FEM-Berechnungen durchzuführen. Nach einer ausgeklügelten Strategie werden einzelne Parameter der Rippengeometrie variiert, mit denen dann ein neuer Rechenlauf durchgeführt wird. Dieser Prozess wird solange wiederholt, bis eine Glockenform gefunden ist, der das vorgegebene Spektrum innerhalb zugelassener Grenzen zu eigen ist.

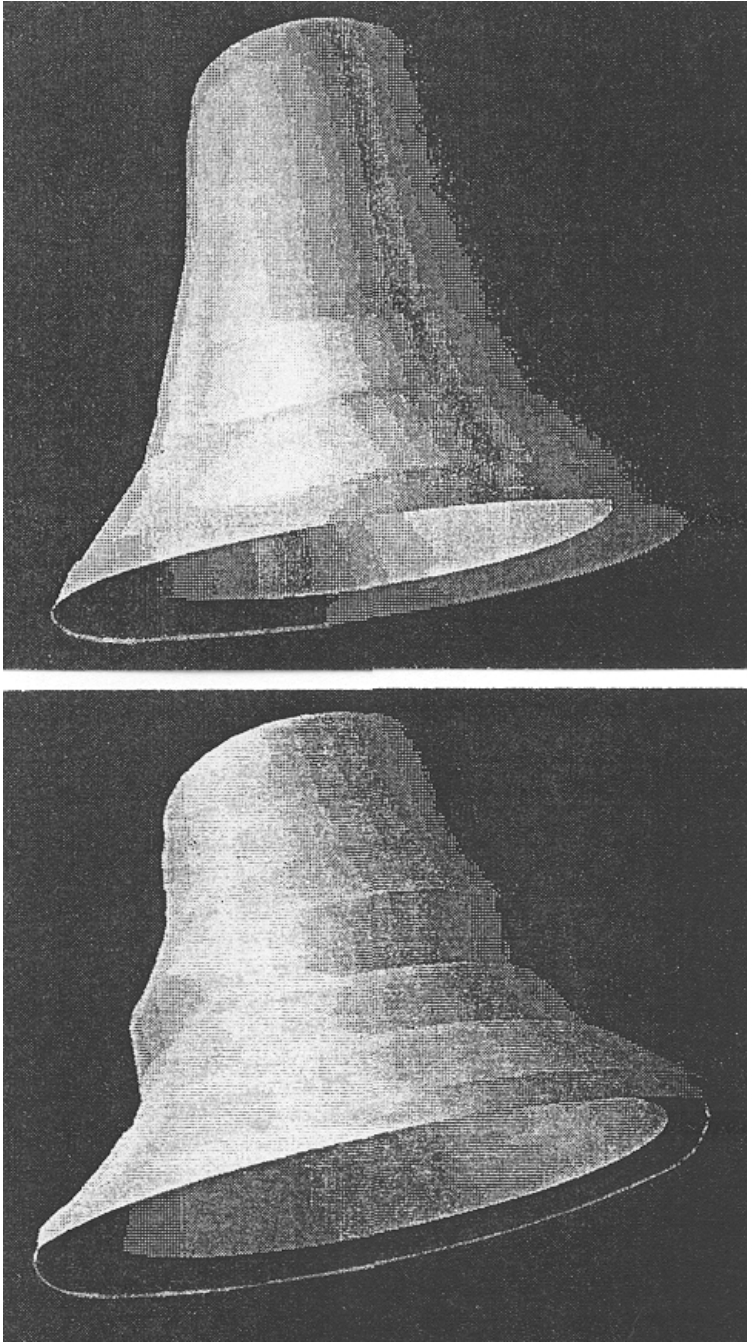


Fig. 36. Ergebnis einer Optimierung der Form einer
oben: Kleine-Terz-Glocke bzw.
unten: Große-Terz-Glocke nach [56].

Fig. 36 zeigt die Resultate zweier solcher Optimierungen, die erfolgreich am Institut für Mechanik durchgeführt worden sind [56]. Sie wurden mit dem FEM-Programm ANSYS gewonnen. Die Glocke wurde relativ grob in acht rotationssymmetrische Segmente finitisiert.

Die obere Glockenform a) ergibt sich, wenn die ersten sechs Teiltonfrequenzen der Perner-Kirchenglocke vorgegeben werden. Das Ergebnis der Optimierung entspricht ziemlich genau der in Fig. 3 abgebildeten Glocke. Demnach stellt die Perner-Rippe offenbar bereits ein Optimum dergestalt dar, dass sie im untersuchten Parameterraum die leichteste aller Glocken ist, deren Teiltöne im Prinzipalbereich die gemessenen Frequenzen besitzen.

In diesem Spektrum haben die Frequenzen des dritten und des zweiten Teiltones ziemlich genau das Verhältnis 6:5, was einer Moll-Terz oder kleinen Terz entspricht. Insbesondere für die Verwendung

in Glockenspielen ist stattdessen oft eine Dur-Terz oder große Terz erwünscht, die durch das Frequenzverhältnis 5:4 gekennzeichnet ist. Abweichend von der vorhandenen Kleine-Terz-Glocke müsste bei einer Große-Terz-Glocke der dritte Teilton eine 1,25mal so große Frequenz wie der zweite Teilton haben.



Fig. 37. Prototyp eines Glockenspielles mit Große-Terz-Glocken nach [67].

Eine Optimierung in diesem Sinne liefert die untere Glockenform b) in Fig. 36. Diese hat wenig mit der üblichen "gotischen Rippe" gemein. Kennzeichnend für diese neuartige Glocke sind die weite Öffnung und die auffällige Ausbauchung. Ein Vergleich mit Fig. 37 erweist, dass dieselben Charakteristika auch den Glockenspielglocken zu eigen sind, wie sie von Lehr et al. [65 bis 67] auf vergleichbare Weise errechnet und auch tatsächlich gegossen wurden. Offenbar handelt es sich bei dieser bauchigen Form um *eine* erfolversprechende Möglichkeit, Große-Terz-Glocken herzustellen. Ob dies tatsächlich *die einzige* Möglichkeit ist, bleibt offen.

Abschließend lässt sich festhalten, dass die Berechnung von Glocken nach der Methode der Finiten Elemente möglich und aussichtsreich ist. Mit entsprechendem Aufwand können vorhandene Glocken als Computermodelle soweit nachgebildet werden, dass sich die Frequenzen der Teiltöne des Prinzipalbereichs mit hoher Genauigkeit berechnen lassen. Die jüngsten Untersuchungen haben bei

einer Kirchenglocke zu guten Ergebnissen geführt, wenn für die Diskretisierung etwa 500 Plattenelemente bzw. etwa 3000 Volumenelemente verwendet werden. Im Zuge numerischer Experimente lassen sich am Computermodell einerseits kleinere Modifikationen (Abschnitt 3.3.1) durchführen. Damit kann das Nachstimmen von Glocken systematisiert werden. Dies kann mit dem Ziel geschehen, allgemeine Stimm-Funktionen zu ermitteln [68] bzw. im jeweiligen Einzelfall die Auswirkung eines Eingriffs vorweg zu erproben. Andererseits lassen sich auf diesem Wege auch vollständig neue Glockenformen (Abschnitt 3.3.2) ermitteln. Die Computer-Simulation stellt somit ein Werkzeug dar, auf dessen Gebrauch auch Handwerkskünstler wie Glockengießer auf lange Sicht nicht verzichten sollten.

4. MODEN-SPLITTING

Experimente und Berechnungen haben ergeben, dass diejenigen Eigenformen, die für den Glockenklang von Bedeutung sind, mindestens zwei Knotenmeridiane haben. Bereits für einfache Modelle wie den Kreisring besagen theoretische Überlegungen, dass diese antimetrischen Eigenformen in jeweils zwei Partial-Schwingungsmustern vorkommen. Für $m = 2, 3, 4$ usw. ist in Umfangsrichtung sowohl ein Sinus- wie auch ein Cosinusverlauf als Lösung möglich. Demzufolge ist mit jeweils zwei Partial-Schwingungsmustern zu rechnen. Dieser Effekt ist auf antimetrische Eigenformen beschränkt; bei axialsymmetrischen Eigenschwingungen ($m = 0$) tritt er prinzipiell nicht auf.

4.1. Moden-Splitting in FEM-Rechnungen

Ebenso wie die analytische Betrachtung ergibt auch die numerische Rechnung für jeden Teilton zwei Partial-Schwingungsformen. Fig. 38 zeigt beispielhaft Ergebnisse einer FEM-Berechnung der ersten drei Schwingungsformen nach [57]. Offenkundig tritt jede Teilschwingung in zwei Partialformen auf, deren Frequenzen in diesem Fall identisch sind. Man erkennt einen Winkelversatz dergestalt, dass die eine Form dort ihre Knotenmeridiane hat, wo die andere ihre Schwingungsbäuche ausbildet. Erwartungsgemäß unterscheiden sich die beiden Partial-Schwingungsmuster somit lediglich in der Winkellage.

Bei diesen Berechnungen modelliert das Rechenetz eine Struktur, deren Geometrie und Material vollkommen rotationssymmetrisch sind. Daraus folgt, dass die beiden Partialfrequenzen zusammenfallen. Die absolute Lage der zugehörigen Partial-Schwingungsformen bleibt zunächst unbestimmt. Reale Strukturen wie die Glocke weisen jedoch immer leichte Abweichungen von der Rotationssymmetrie auf. Dies kann eine Folge des Herstellungsprozesses sein oder darin begründet liegen, dass die Glocke auf ihrer Außenwand Applikationen - die "Glockenzier" [4] - trägt. Bei den eigenen FEM-Berechnungen lässt sich das Rechenmodell in diesem Sinne modifizieren. In Abschnitt 3.3.1. war bereits darauf hingewiesen worden, dass auf diese Weise der Einfluss einer zusätzlichen Verzierung berücksichtigt werden kann. Im Folgenden soll zuerst der Einfluss einer Störung auf die Lage der Partialformen verdeutlicht werden. Zu diesem Zweck ist auf das Glockenmodell in Fig. 39 eine zusätzliche Punktmasse aufgebracht, deren Position durch einen Pfeil markiert ist [58].

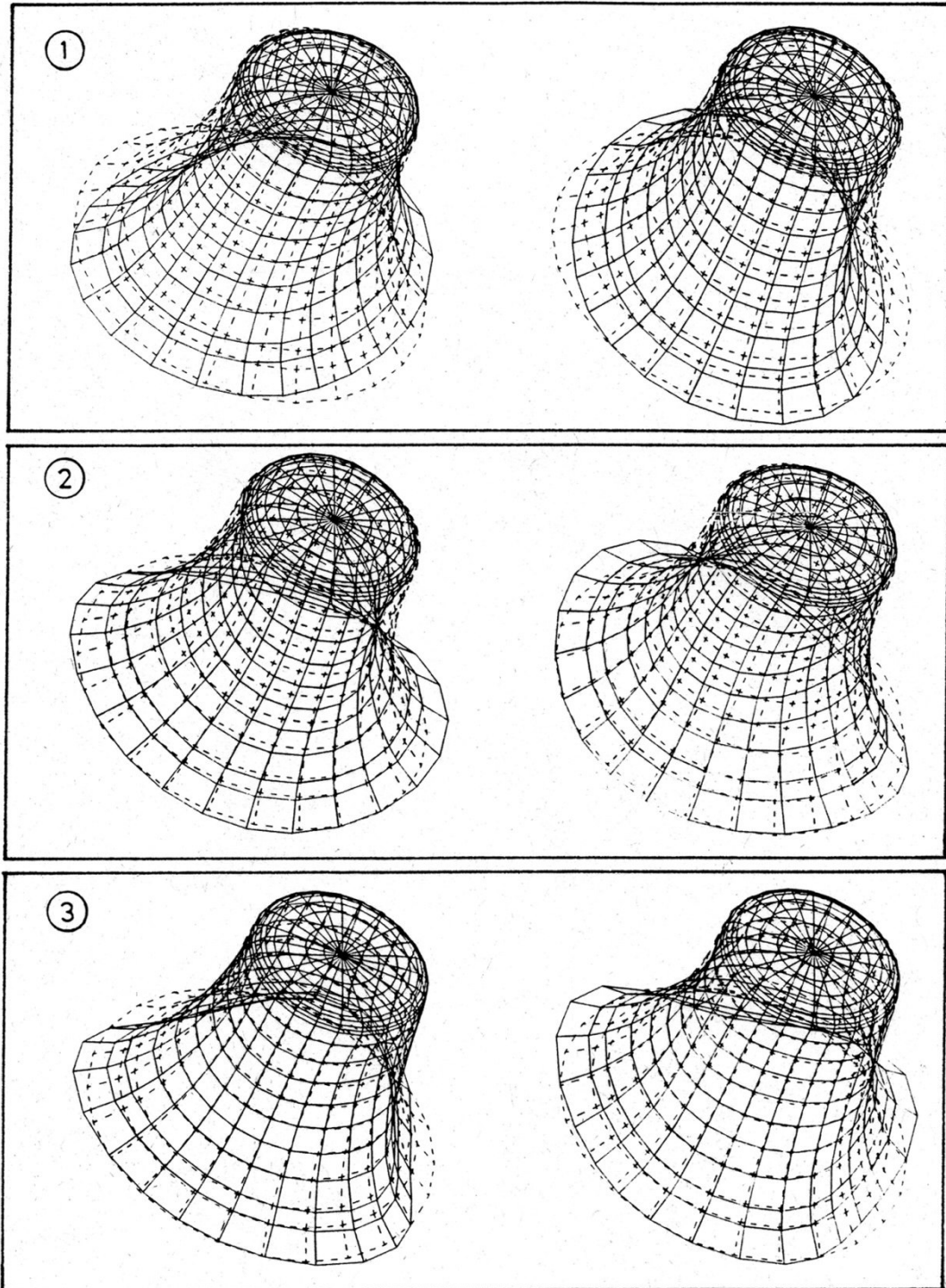


Fig. 38. FEM-Berechnung der ersten drei Teilschwingungen der in Fig. 3 abgebildeten Glocke mit Aufspaltung in jeweils zwei Partial-Schwingungsformen nach [57].

Die Berechnung ergibt, dass der ursprünglich doppelte Eigenwert in zwei leicht voneinander verschiedene Eigenwerte zerfällt. Dies besagt, dass zu jeder der beiden Partialformen eine etwas andere Partialfrequenz gehört. Wie sich die punktförmige Zusatzmasse auf die Lage der Partialschwingungen auswirkt, kann Fig. 39 entnommen werden. Man erkennt, dass beim ersten und

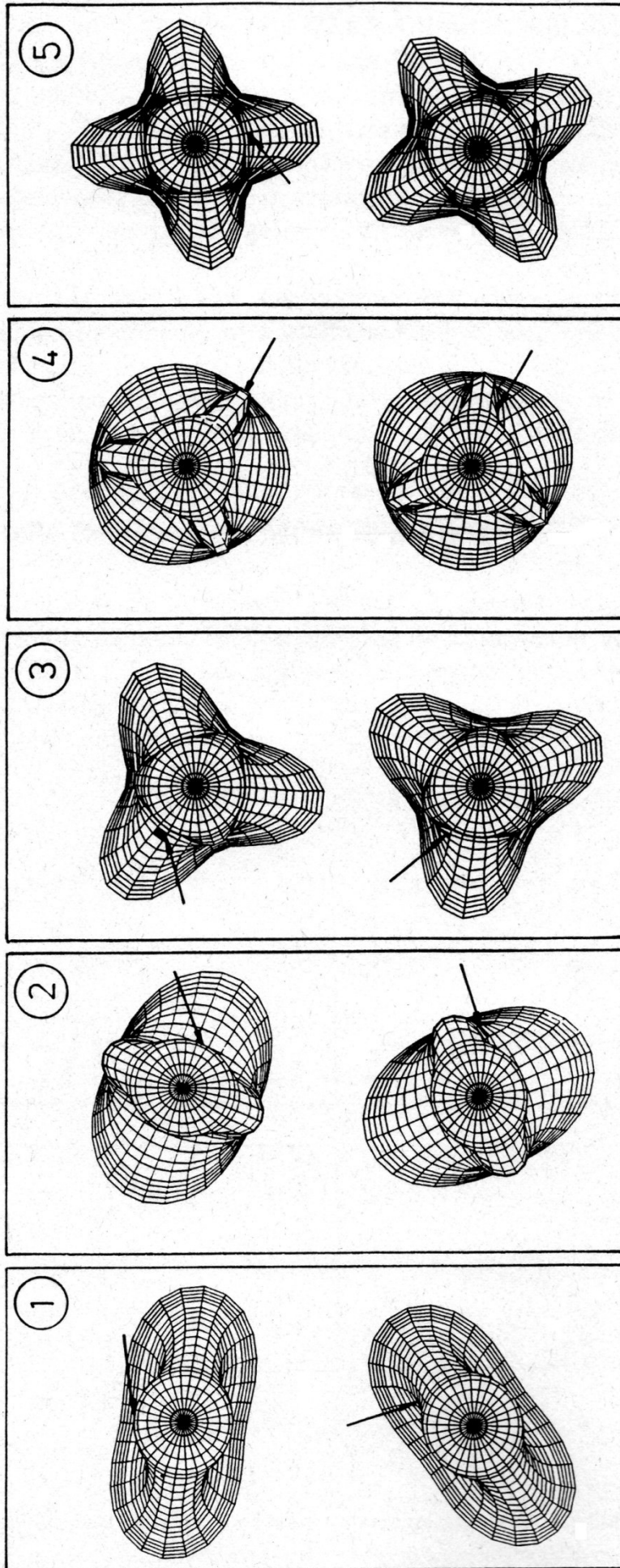


Fig. 39. FEM-Berechnung der ersten fünf Teilschwingungen der in Fig. 3 abgebildeten Glocke mit Aufsplung in jeweils zwei Partial-Schwingungsformen nach [58]; der Pfeil kennzeichnet die Lage einer Zusatzmasse.

zweiten Teilton ($m = 2$) die Partial-Schwingungsmuster um 45^0 gegeneinander verdreht sind. Beim dritten und vierten Teilton ($m = 3$) beträgt der Winkelversatz 30^0 und beim fünften Teilton ($m = 4$) schließlich $22,5^0$. Allgemein lässt sich daraus entnehmen, dass die beiden Partial-Schwingungsformen um den Winkel $360^0/(4m)$ gegeneinander verdreht sind. Eine der Partialschwingungen stellt sich so ein, dass sich ein Knotenmeridian bei der Zusatzmasse ausbildet. Die zugehörige Frequenz wird von der Störung nicht beeinflusst. Die andere Partialschwingung bildet einen Schwingungsbauch an derjenigen Stelle aus, an welcher die Störung aufgebracht ist. Infolge der zusätzlichen Masse, die mitbewegt werden muss, ist die zugehörige Partialfrequenz etwas geringer, als sie es ohne die Zusatzmasse wäre.

Die Aufspaltung der Eigenwerte lässt sich ebenso beobachten, wenn eine lokale Verdickung der Glockenwandung nachgebildet wird; siehe hierzu Fig. 35. Zwei gegeneinander im Winkel verdrehte, sonst aber identische Partial-Schwingungsformen bilden sich aus, deren Frequenzen sich leicht voneinander unterscheiden. Da in diesem Falle der Zuwachs an Steifigkeit dominiert, sind die Partialfrequenzen etwas größer, als sie es ohne die Störung wären.

4.2. Experimentelle Befunde zum Moden-Splitting

Folgt man den Hinweisen, die sich sowohl aus der Theorie als auch aus der Computer-Simulation ergeben, so findet man das Moden-Splitting im Experiment bestätigt; siehe hierzu beispielsweise [6, 46, 70 und 71]. Dieses äußert sich im Schallsignal beispielsweise darin, dass jeder Teilton sich in zwei leicht voneinander verschiedene Partialtöne aufspaltet, die auch als "Zwillingstöne" [38] bezeichnet werden.

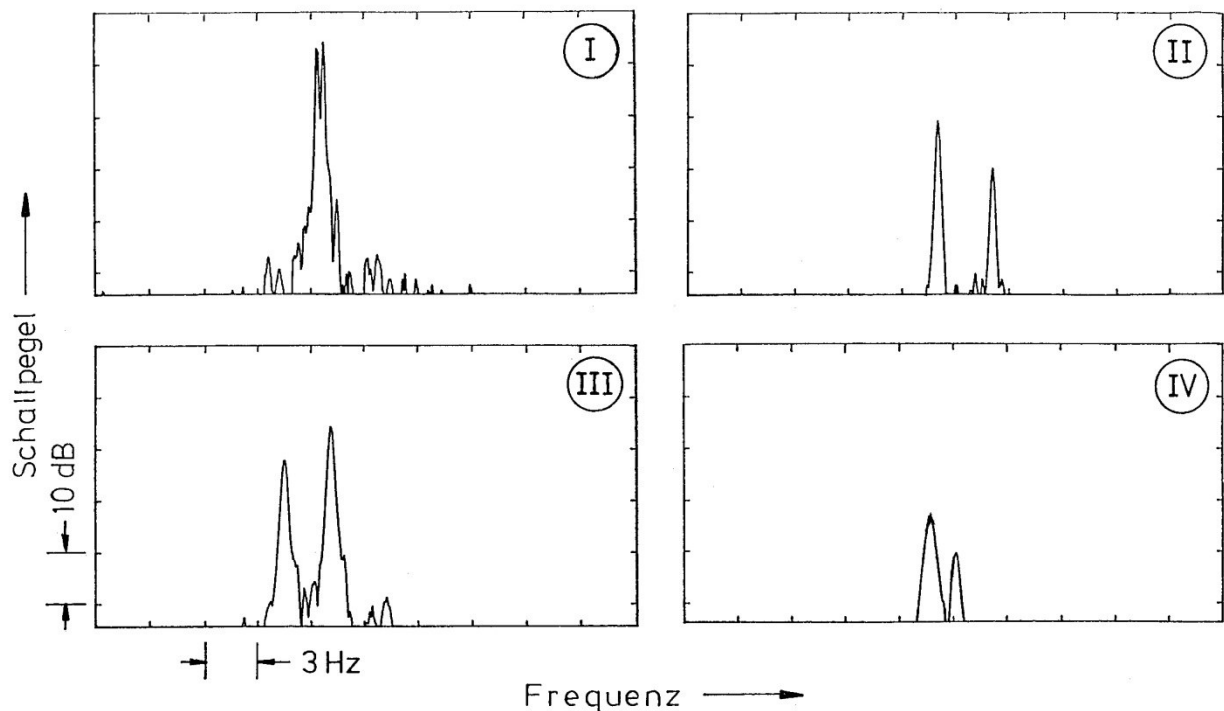


Fig. 40. Schallpegel als Funktion der Frequenz; man erkennt die Aufspaltung der Frequenzen der ersten vier Teiltöne der in Fig. 3 abgebildeten Glocke.

Die Frequenzen der Teiltöne, die ein Glockenklang enthält, wurden bisher stets mit Hilfe der Schnellen Fourier-Transformation (FFT) bestimmt. Bei der FFT ist die Frequenzauflösung mit der darstellbaren Frequenzbandbreite verknüpft. Eine Erhöhung der Auflösung kann nur dadurch erkaufte werden, dass die Bandbreite verringert wird. Wenn man auf diese Weise auf die einzelnen Teiltöne der Glocke "hinzoomt", dann erkennt man den Sachverhalt, der aus Fig. 40 deutlich wird: Jedem Teilton ist nicht eine, sondern sind immer zwei Spektrallinien mit leicht unterschiedlichen Frequenzen zugeordnet. Bei den ersten vier Teiltönen der Glocke, die in Fig. 3 abgebildet ist, liegen die Partialfrequenzen um 0,4 Hz bis etwas mehr als 3 Hz auseinander. Beispielsweise beim zweiten Teilton entspricht dies einem sechzehntel Halbton und damit der Frequenzauflösung, mit der ein Glockenprüfer die Teiltöne einer Glocke üblicherweise analysiert.

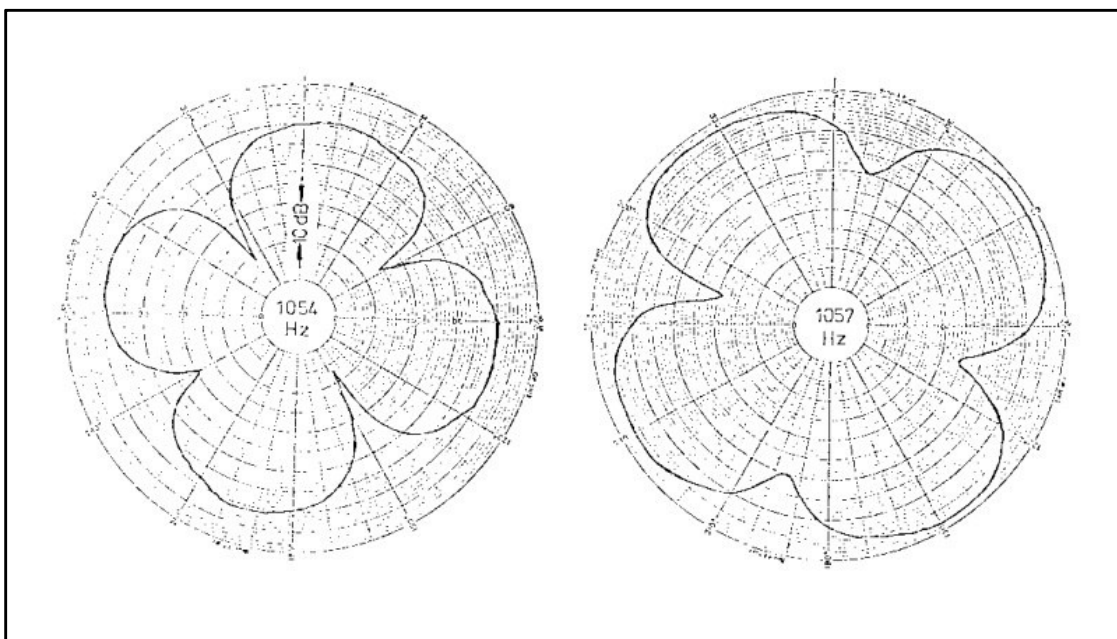


Fig. 41. Horizontal-Richtdiagramme der in Fig. 3 abgebildeten Glocke bei Anregung mit den beiden Partialfrequenzen des zweiten Teiltones.

Mit dieser Aufspaltung geht einher, dass jeweils zwei im Winkel gegeneinander versetzte Partial-Schwingungsmuster existieren, in denen die Glocke bei entsprechender Anregung mit leicht unterschiedlichen Frequenzen schwingen kann. Als Beispiel zeigt Fig. 41 Schallpegel-Richtdiagramme, wie sie von den beiden Partialschwingungen des zweiten Teiltones herrühren. Sie wurden mit monofrequenter Anregung gemessen. Wie die Fig. 38 und 39 für Schwingungsformen mit zwei Knotenmeridianen erwarten lassen, sind die Abstrahlungsmuster um 45° gegeneinander verdreht. Beim Anschlag mit dem Klöppel können prinzipiell beide Schwingungsmuster hervorgerufen werden, wobei die Amplituden vom Ort des Anschlages abhängen. In der Folge der Überlagerung entsteht eine komplizierte Schwingungsverteilung mit zeitlich-örtlichen Schwebungserscheinungen, die als "Spinning Modes" bezeichnet werden. Zur Sichtbarmachung der Vorgänge, die dabei ablaufen, steht ein Computerprogramm zur Verfügung [70 und 71].

Für das bei realen Glocken beobachtete Moden-Splitting können mehrere Gründe vorliegen. Es kann darin begründet sein, dass die Geometrie der Glocke von der Rotationssymmetrie abweicht. In anderen Kulturkreisen - wie etwa in Asien [72] - erhalten Glocken gezielt einen ovalen Querschnitt, was dazu führt, dass je nach Ort des Anschlages Klänge mit deutlich unterschiedlichen Tonhöhen entstehen. Eine Schlagzeugglocke ähnlicher Art wird in Kapitel 5 untersucht. Europäische Glocken, wie sie zum Läuten und in Carillons Verwendung finden, werden heutzutage rotationssymmetrisch geformt. Angesichts der archaischen Art, in der die Gussform hergestellt wird, verwundern Abweichungen von der Rotationssymmetrie jedoch nicht weiter. Gegen Exzentrizitäten, wie sie beim Formen, Gießen und eventuellen Nachbearbeiten entstehen können, scheinen Glocken in gewissem Maße resistent zu sein [45]. Gestört wird diese Symmetrie auch durch Verzierungen, die auf die Außenseite der Glocke aufgebracht werden. Diese führen zu Moden-Splitting, jedoch in geringerem Ausmaß, als es erwartet werden könnte (siehe Abschnitt 3.4.1). Gehorchen die Verzierungen bestimmten Vorgaben [73 und 74], bleibt das Moden-Splitting innerhalb erstaunlich enger Grenzen.

Ein weiterer Grund für das beobachtete Moden-Splitting könnte darin liegen, dass das Material der Glocke nicht homogen ist. Die hier betrachteten Glocken sind gegossen. Ungleichmäßigkeiten, die auf den Gussvorgang zurückzuführen sind, könnten die Ursache für Unsymmetrien darstellen, die äußerlich nicht erkennbar sind. In [74] wird einschränkend konstatiert: "Our revised conclusion is then that a well cast bell can have even heavy ornaments without noticeable warble provided these have a symmetry group ...". Damit soll angedeutet werden, dass Moden-Splitting auf eine bestimmte Art von Verzierungen zurückgeht oder aber auf einen nicht kunstgerechten Guss hindeutet. Nach den eigenen Erfahrungen tritt Moden-Splitting auch dann auf, wenn keine Hinweise auf Gussfehler vorliegen. Diesen Erfahrungen und den Messdaten von [46] zufolge stellt Moden-Splitting den Normalfall dar. Es kann geradezu als Wesensmerkmal einer jeden Kirchen- und Glockenspielglocken betrachtet werden.

4.3. Auswirkungen des Moden-Splitting

Moden-Splitting kann zwar nicht bei axialsymmetrischen Schwingungen, jedoch bei allen "klangbildenden" Schwingungsarten einer Glocke auftreten. Das bedeutet, dass es bei denjenigen Schwingungen zu erwarten ist, die sich in allen bisherigen Untersuchungen als wesentlich für den Klang einer Glocke erwiesen haben. Prinzipiell ist mit der Aufspaltung eines jeden Teiltones in zwei Partialtöne zu rechnen. Damit verbunden ist die Ausbildung zweier, im Winkel gegeneinander versetzter Schwingungs- und Abstrahlmuster. Im vorliegenden Abschnitt wird exemplarisch untersucht, wie sich dieser Effekt auf das Schallsignal an einem festgehaltenen Beobachtungspunkt auswirkt.

Fig. 42 zeigt ein Beispiel. Die Glocke wird stets an derselben Stelle angeschlagen. Im reflexionsarmen Raum wird mit Brüel & Kjaer-Standardausrüstung das Abklingen des Schallpegels aufgezeichnet, der in die verschiedenen Raumrichtungen abgestrahlt wird. Mittels eines Bandpasses wird der erste Teilton aus dem Glockenklang herausgefiltert. Durch das Anschlagen werden offenbar beide Partialerschwingungen des ersten Teiltones angeregt, deren Schwingungsformen $m = 2$ Knotenmeridiane aufweisen. Alle $180^\circ/m = 90^\circ$ treten gleichartige Zustände auf. Fig. 42 lässt Raumrichtungen (z.B. 45° und 135°) erkennen, in denen eine der Partialerschwingungen soweit dominiert, dass der Pegel mit einer Nachhallzeit von über einer halben Minute kontinuierlich abfällt. Unter den dazwischen liegenden Raumrichtungen 0° , 90° und 180° sind beide Partialtöne etwa in gleichem Maße im Schallsignal enthalten. Infolgedessen treten Schwebungen mit einer Periodendauer auf, die dem Kehrwert der Frequenzdifferenz entspricht; im Beispiel sind dies etwa 2,5 Sekunden.

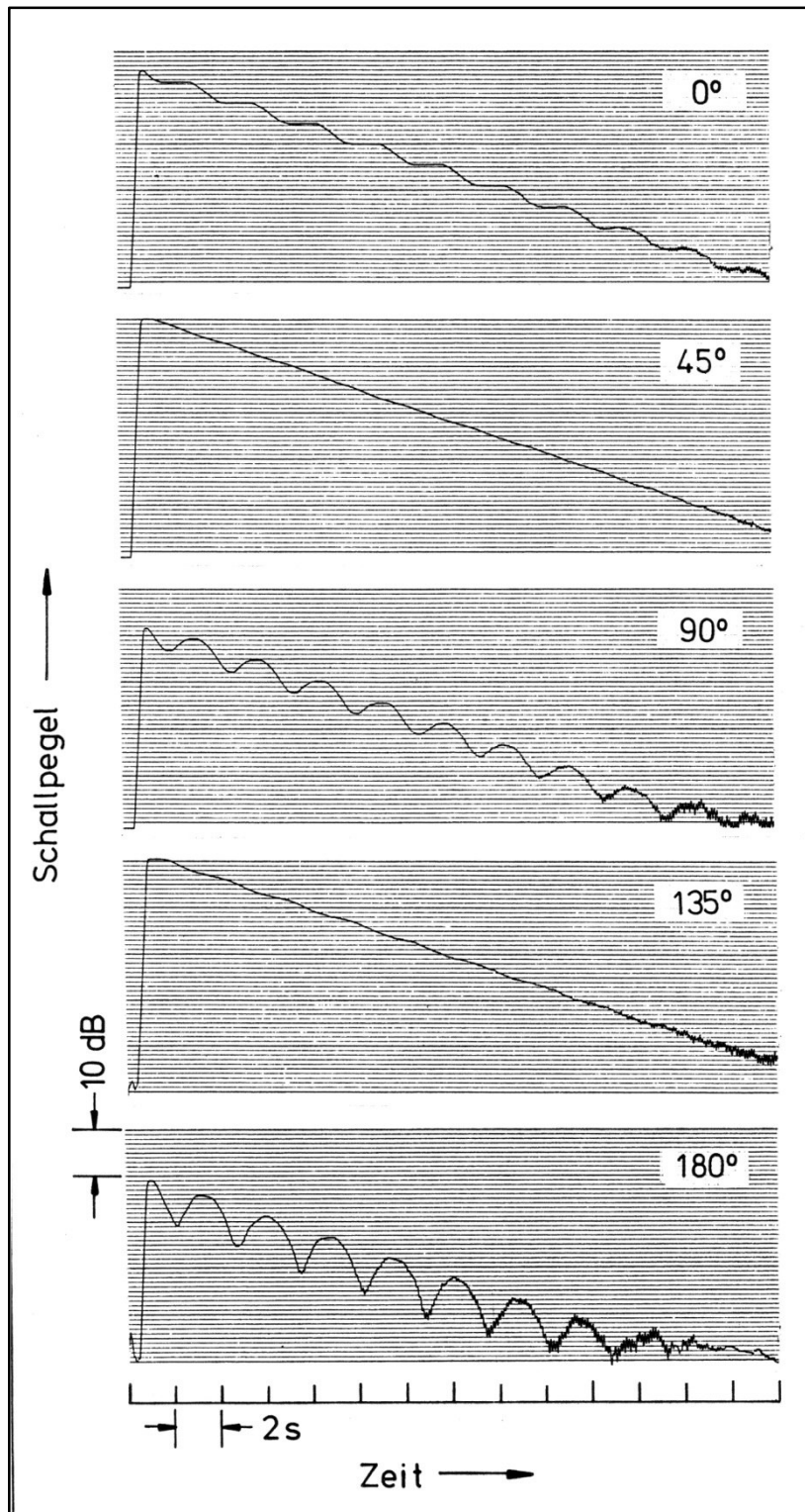


Fig. 42. Schallpegel des ersten Teiltones nach dem Anschlagen der in Fig. 3 abgebildeten Glocke in Abhängigkeit von der Zeit für unterschiedliche Messwinkel.

In Fig. 43 sind Ergebnisse dargestellt, die auf eine andere Art als die im vorherigen Bild entstanden sind. Man erhält sie, wenn man die Glocke stationär mit einer Frequenz anregt, die das arithmetische Mittel der beiden Partialfrequenzen des ersten Teiltones ist. Dazu wird an stets derselben Stelle die Spitze eines elektrodynamischen Schwingerregers in Kontakt mit der Glocke gebracht. Nachdem die Glocke in Vibration versetzt worden ist, wird der Schwingerreger abgenommen. Die Glocke schwingt daraufhin aus. Das Abklingen des Schallsignals wird unter verschiedenen Messwinkeln aufgezeichnet. Deutliche Unterschiede sind zu erkennen. In Fig. 43 zeigen sich Messwinkel, unter denen starke Schwebungen auftreten sowie auch andere, unter denen das Schallsignal kontinuierlich und glatt abfällt.

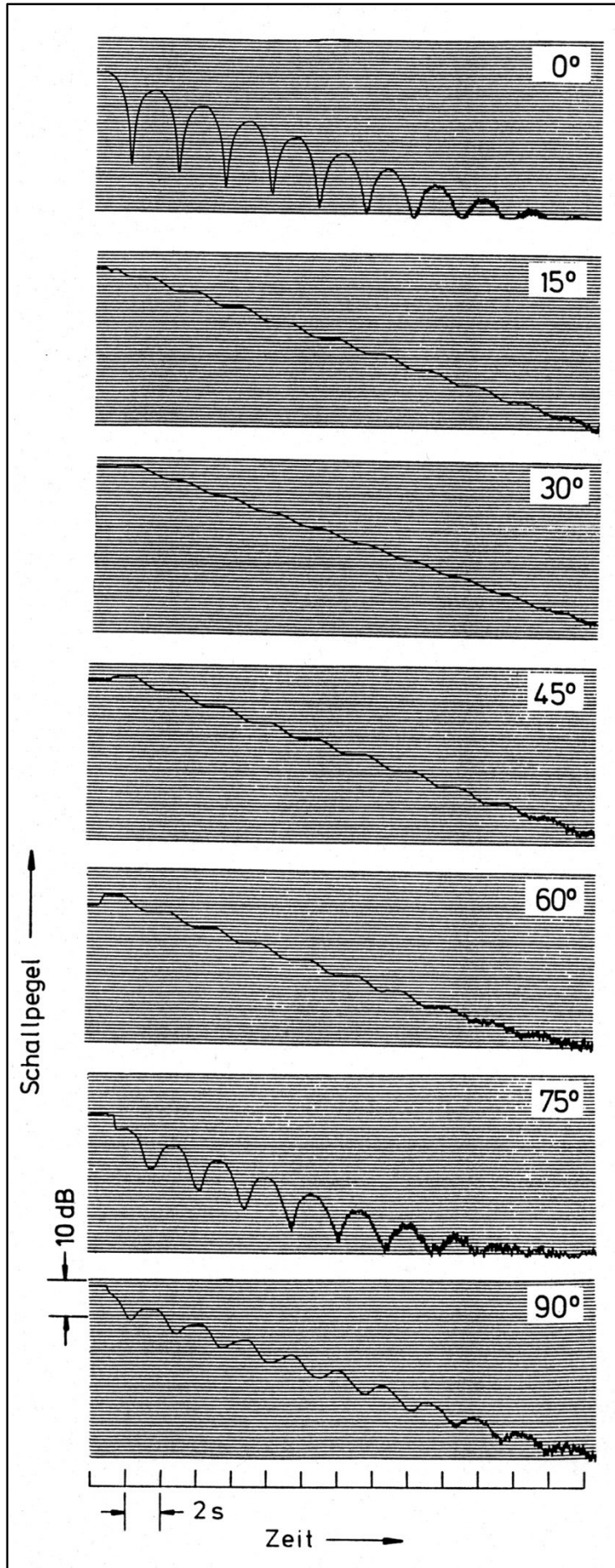


Fig. 43. Schallpegel nach monofrequenter Anregung des ersten Teiltones der in Fig. 3 abgebildeten Glocke in Abhängigkeit von der Zeit für unterschiedliche Messwinkel.

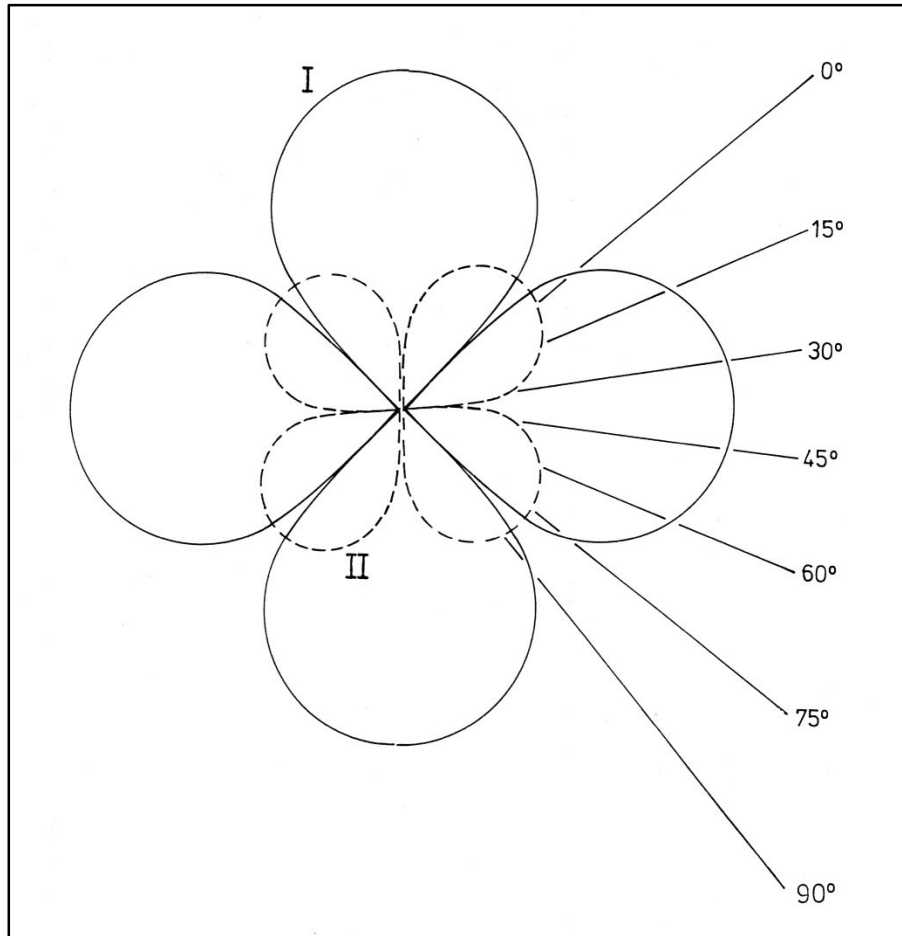


Fig. 44. Zur Erläuterung der Messergebnisse von Fig. 43.
 Durchgezogen: Schalldruck-Richtdiagramm der tieferfrequenten Partialschwingung;
 gestrichelt: Richtdiagramm der höherfrequenten Partialschwingung.

Fig. 44 soll die beobachtete Abhängigkeit vom Messwinkel plausibel machen. Gestrichelt bzw. durchgezogen sind im linearen Maßstab die Richtdiagramme der beiden Partialtöne, d.h. die Amplituden der zugehörigen Schalldrücke als Funktion des Winkels, eingezeichnet. Beide weisen $2m = 4$ Nullstellen auf; sie werden mit **I** und **II** bezeichnet. Der Anregungsort war offenbar so gewählt, dass die beiden Partialschwingungen in unterschiedlichem Maße angeregt werden. In Fig. 44 erreicht deshalb die Schalldruckamplitude der höherfrequenten Teilschwingung **II** (gestrichelt) einen nur halb so großen Maximalwert wie derjenige der tieferfrequenten Teilschwingung **I** (durchgezogen).

In Fig. 44 sind Messwinkel zwischen 0^0 und 90^0 eingezeichnet. Deutliche Schwebungen sind zu erwarten, wenn die Amplituden der Partialtöne **I** und **II** etwa gleich groß sind. Gemäß Fig. 44 ist dies in der Nähe von 0^0 , 75^0 und 90^0 der Fall. Je größer die Schalldruckamplitude einer Komponente (beispielsweise des Teiltone **I**) im Vergleich zu derjenigen der anderen (des Teiltone **II**) wird, desto geringer wird auch die Schwebung sein. Dies tritt zwischen 15^0 und 60^0 ein. Am glattesten müsste das Schallsignal danach zwischen 30^0 und 45^0 (nur Teilton **I**) bzw. bei etwas mehr als 80^0 (nur Teilton **II**) abfallen. Die ausgeprägtesten Schwebungen wären dagegen bei etwas mehr als 75^0 sowie bei etwas weniger als 90^0 zu erwarten. Die Interpretation solcher Zusammenhänge wird

ganz wesentlich erleichtert durch die Computeranimation mittels des Programmes SPODES [70 und 71].

Diese Überlegungen zeigen, dass die Frequenzen der Teiltöne, die das Schallsignal enthält, in gewissem Maße von der Stelle abhängen, an der die Glocke angeschlagen wird. Wie im folgenden Kapitel erläutert werden wird, existieren Punkte auf dem Umfang der Glocke, an denen nur die (tieferfrequente) Partialschwingung **I** angeregt wird. An anderen Punkten wird dagegen nur die (höherfrequente) Partialschwingung **II** angefacht. Wesentlich wahrscheinlicher ist es, die Glocke an dazwischen liegenden Stellen anzuschlagen, an denen beide Partialschwingungen angeregt werden. In diesem Fall sind dann die Voraussetzung für Schwebungserscheinungen gegeben.

Liegt diese Voraussetzung vor und werden beide Partialschwingungen angeregt, dann hängt die Frequenz, die der Teilton tatsächlich hat, vom Mess- bzw. Abhörort ab. In den Fig. 42 und 43 lässt ein glatter Abfall des Schallpegels stets darauf schließen, dass einer der beiden Partiale töne dominiert. Im Beispiel des zweiten Teiltone bedeutet dies, dass an bestimmten Orten als Frequenz des zweiten Teiltone 1054 Hz gemessen wird, was der Partialschwingung **I** entspricht. An anderen Orten ergibt die Messung 1057 Hz und damit die Frequenz der Partialschwingung **II**. Dazwischen gibt es Orte, an denen ein Ton gemessen wird, dessen Amplitude dreimal in der Sekunde an- und abschwilt. Bekanntlich tritt bei einer Schwebung neben der Modulation der Amplitude auch eine Modulation der Frequenz auf [50]. Dies könnte eine mögliche Ursache für die in [75] beschriebenen periodischen Frequenzschwankungen im Glockenklang darstellen.

Ob die Schwebungen, die aus dem Moden-Splitting resultieren, erwünscht sind oder nicht, soll an dieser Stelle nicht weiter diskutiert werden. Zu vermuten ist, dass eine geringe Aufspaltung der Teiltonfrequenzen, die zu langsamen Schwebungen führt, dem Glockenklang Leben verleiht. Eine größere Aufspaltung könnte zur Wahrnehmung schneller Schwankung oder gar von Rauigkeit führen, was im Allgemeinen als unangenehm empfunden wird. Die Aufspaltung der klangbildenden Teilschwingungen in Partialschwingungen stellt bei der Glocke auf jeden Fall eine Realität dar. Sie wird bei der Messung offenkundig, sofern nur die Frequenzauflösung groß genug gewählt wird. Dass jeder Teilton im Klangspektrum doppelt auftritt, muss bei Glocken daher als der Normalfall betrachtet werden.

5. MESSUNG DER ADMITTANZ VON GLOCKEN

Ein Glockensachverständiger prüft Glocken unter anderem nach einer Methode, die seit bereits mehr als einem Jahrhundert praktiziert wird. So ist in einem Artikel [76] aus dem Jahre 1895 beschrieben, wie eine Glocke mittels einer aufgesetzten Stimmgabel zum Mitschwingen gebracht werden kann. Stimmt die Anregungsfrequenz hinreichend mit einer Eigenfrequenz der Glocke überein, dann wird die Glocke in Resonanz versetzt: Sie tönt laut und - nach Abnahme der Stimmgabel - anhaltend mit.

Im Glockenklang findet sich die Frequenz einer Eigenschwingung unverändert als Frequenz des zugehörigen Teiltone wieder. Mit welchem Pegel sich dieser Teilton ausbildet, hängt von mehreren Einflüssen ab. Die folgende "objektorientierte" Betrachtung soll sich auf die mechanische Schwingung der Glocke beschränken. Einflüsse, die auf das Schallsignal bei seiner weiteren Ausbreitung wirken, werden daher nicht betrachtet. So wird die frequenzabhängige Absorption in der Luft (siehe z.B. [5]) nicht berücksichtigt, die mit zunehmender Entfernung die Pegelverhältnisse im Spektrum zugunsten der tieffrequenten Teiltöne verändert. Ebenso wenig wird auf Richtungseffekte eingegangen, wie sie z.B. in den Fig. 10 und 41 erkennbar werden.

5.1. Vorüberlegungen zur Dämpfung von Glockenschwingungen

Mit welcher Amplitude sich die Schwingung einer Struktur ausbildet, hängt unter anderem von der Gesamtdämpfung ab, die bei der betrachteten Frequenz wirksam ist. Bei Glocken wirken mehrere Dämpfungsmechanismen gleichzeitig [47]. Eine große Rolle spielt die innere Reibung im Glockenkörper, die vom Material und dessen Beschaffenheit, z.B. seiner Porosität, beeinflusst wird. Diese *Materialdämpfung* ist nach [77] nur wenig von der Frequenz abhängig. Die *Fügestellendämpfung*, wirksam beispielsweise an der Aufhängung der Glocke und des Klöppels, könnte ebenfalls von einer gewissen Bedeutung sein; sie wird manchmal auch als Strukturdämpfung bezeichnet. Besonders groß ist sie dann, wenn die Glocke mechanische Beschädigungen - wie etwa Risse - aufweist. Ein weiterer Anteil der Dämpfung, der in [77] als *Reibungsdämpfung* bezeichnet wird, beruht auf der viskosen Reibung zwischen der Glockenoberfläche und den Molekülen der umgebenden Luft.

Einen wesentlichen Beitrag liefert die *Strahlungsdämpfung*. Aus der Sicht der Akustik kennzeichnet diese Art der Dämpfung den Nutzen, nämlich denjenigen Anteil der in der Schwingung enthaltenen Energie, der als Nutzsignal ins Schallfeld abgegeben wird. Aus der Sicht der Mechanik handelt es sich dabei jedoch lediglich um Zusatzverluste, d.h. einen weiteren Mechanismus, durch den die Schwingung Energie verliert. Sein Ausmaß hängt von der Größe der Glocke und der Schwingungsform des betreffenden Teiltone ab, oder mit anderen Worten, vom Verhältnis zwischen der BiegeWellenlänge auf der Glocke und der Schallwellenlänge in Luft.

Demnach wirken auf die mechanische Schwingung einer Glocke die folgenden dämpfenden Einflüsse:

- o Materialdämpfung infolge innerer Reibung,
- o Fügestellendämpfung an den Befestigungspunkten zu Glockenstuhl und Klöppel,

- o Reibungsdämpfung an der Grenze zum umgebenden Fluid und
- o Strahlungsdämpfung infolge der Abgabe von Energie ins Schallfeld.

Der erstgenannte Dämpfungsbeitrag stammt von der Glocke selbst. Der zweite ist eine Folge der Interaktion der Glocke mit anderen Festkörpern. Die beiden weiteren Beiträge resultieren aus Wechselwirkungen der Glocke mit dem umgebenden Fluid, hier der Luft.

Die Dämpfung beeinflusst Schwingungen in mehrfacher Hinsicht. Führt die Struktur freie Schwingungen aus, ist die Dämpfung maßgebend für das zeitliche Ausschwingen. Der augenfälligste Einfluss der Dämpfung bei der Glocke ist somit, dass sie die Abklingzeiten der einzelnen Teilschwingungen bestimmt. Sofern Raumeinflüsse keine Rolle spielen, bestimmt sie nicht nur das Abklingen der mechanischen, sondern in gleichem Maße das Abklingen des akustischen Signales.

Wie bereits oben erwähnt, wirkt sie sich darüber hinaus auch auf die Amplituden der Teilschwingungen aus. Die Möglichkeiten, diese Amplituden dadurch zu beeinflussen, dass die Schallabstrahlung und die dadurch bedingte Strahlungsdämpfung beeinflusst werden, sind allerdings äußerst beschränkt. Die Glocke ist ein Idiophon; Veränderungen des Schallstrahlers bringen zwangsläufig auch Veränderungen des Schwingers mit sich. Wird beispielsweise wie in [78] eine Glocke mit Schlitz versehen, so verändert dies nicht nur die Schallabstrahlung und damit die Strahlungsdämpfung, sondern gleichzeitig auch das Schwingungsverhalten. Die (gewünschte) Verlängerung des Nachklings geht deshalb mit einer (eventuell nicht gewünschten) Veränderung des Frequenzspektrums einher.

5.2. Anregbarkeit von Teilschwingungen

Die Strahlungsdämpfung der einzelnen Moden ist demnach als gegeben anzusehen. Im Folgenden soll nach einer mechanischen Messgröße gesucht werden, die Aussagen darüber erlaubt, mit welchen Amplituden sich die einzelnen Teilschwingungen ausbilden werden. Diese hängen von zwei Einflüssen ab, nämlich

- o vom Anregungssignal, das vom Klöppel auf die Glocke übertragen wird und
- o davon, in welchem Maße die Teilschwingungen der Glocke am Anschlagort überhaupt anregbar sind.

Das Zusammenspiel von Klöppel und Glocke beeinflusst den Klang. So ist bekannt, dass der Glockenklang von der Masse und der Beschaffenheit des Klöppels abhängig ist. Wird eine Glocke beispielsweise mit einem metallenen Gegenstand angeregt, dann klingt sie anders, als wenn man dafür einen Gummihammer benutzt. Dieser Einfluss ist beispielsweise in [47] analysiert worden.

Soll die Glocke davon isoliert betrachtet werden, verbleibt somit, den zweiten Punkt zu untersuchen. Als geeigneter Kennwert, der die Anregbarkeit von Teilschwingungen zu charakterisieren gestattet, bietet sich die Punktadmittanz an. Die mechanische Admittanz ist als der Quotient aus der Schwinggeschwindigkeit und der Kraft in derselben Richtung definiert. Sie ist im Allgemeinen komplex und wird als Funktion der Frequenz dargestellt. Die Bezeichnung Punktadmittanz besagt, dass Schwinggeschwindigkeit (Schnelle) und Kraft am selben Punkt gemessen werden.

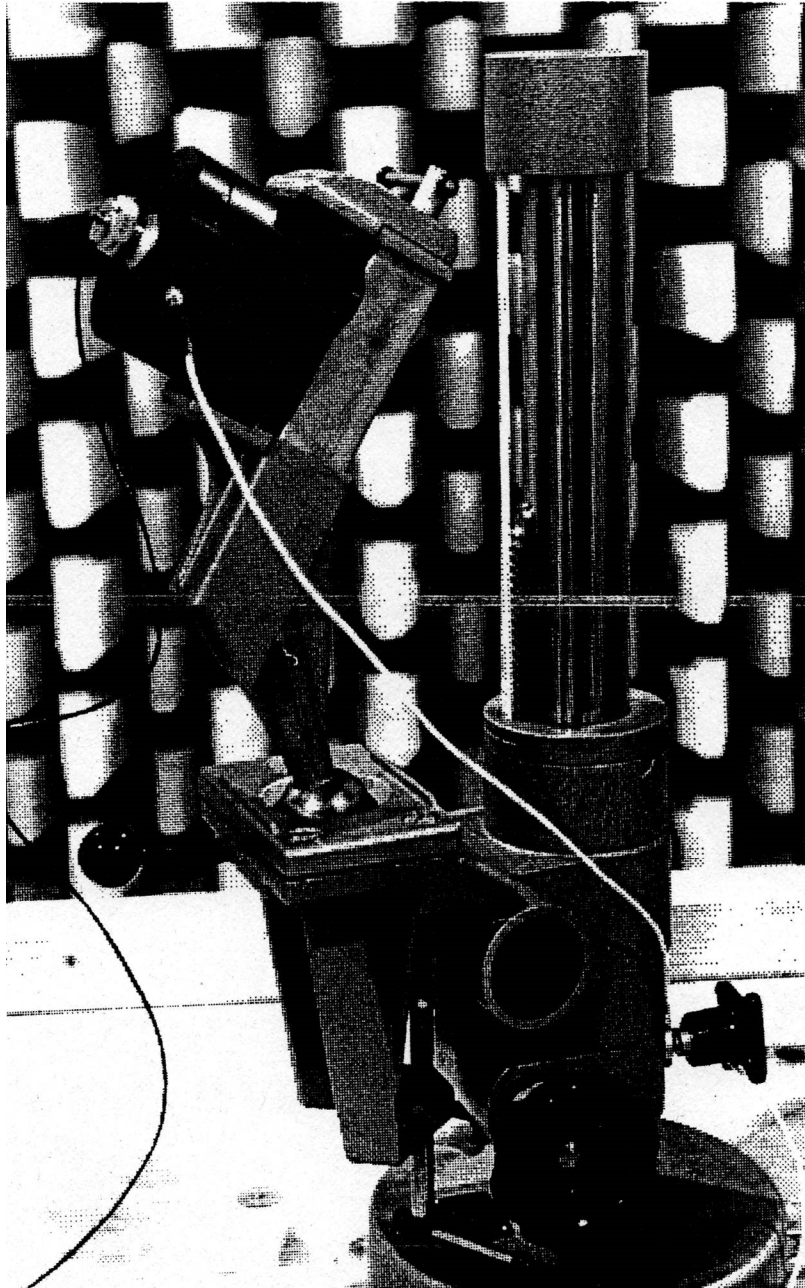


Fig. 45. Elektrodynamischer Schwingerreger mit Halterung und Stativ.

Gemessen wird die Admittanz dadurch, dass die Glocke durch einen Schwingerreger mit einem Signal, das alle interessierenden Frequenzen umfasst, in Vibration versetzt wird. Der bei den Experimenten verwendete Schwingerreger Brüel & Kjær 4810 ist in Fig. 45 samt verstellbarer Halterung abgebildet. Zwischen Schwingerreger und Glocke sitzt ein spezieller (Impedanz-)Messkopf des Typs Brüel & Kjær 8001, der an ein und demselben Punkt zwei Messgrößen gleichzeitig bestimmt. Es sind dies die Kraft als Anregung und die Bewegung als Antwort der Glocke. Wie Fig. 46 erkennen lässt, wird der Schwingerreger samt dem Messkopf am entsprechenden Messpunkt senkrecht gegen die Glockenwandung gedrückt. Seine beiden Signale werden in Ladungsverstärkern Brüel & Kjær 2706 konditioniert. Ein FFT-Analysator bildet die Spektren der beiden Messgrößen, setzt sie

ins Verhältnis zueinander und stellt den Quotienten Schnelle/Kraft als Funktion der Frequenz dar. Auf diese Weise erhält man den Frequenzgang der mechanischen Admittanz am betrachteten Punkt.

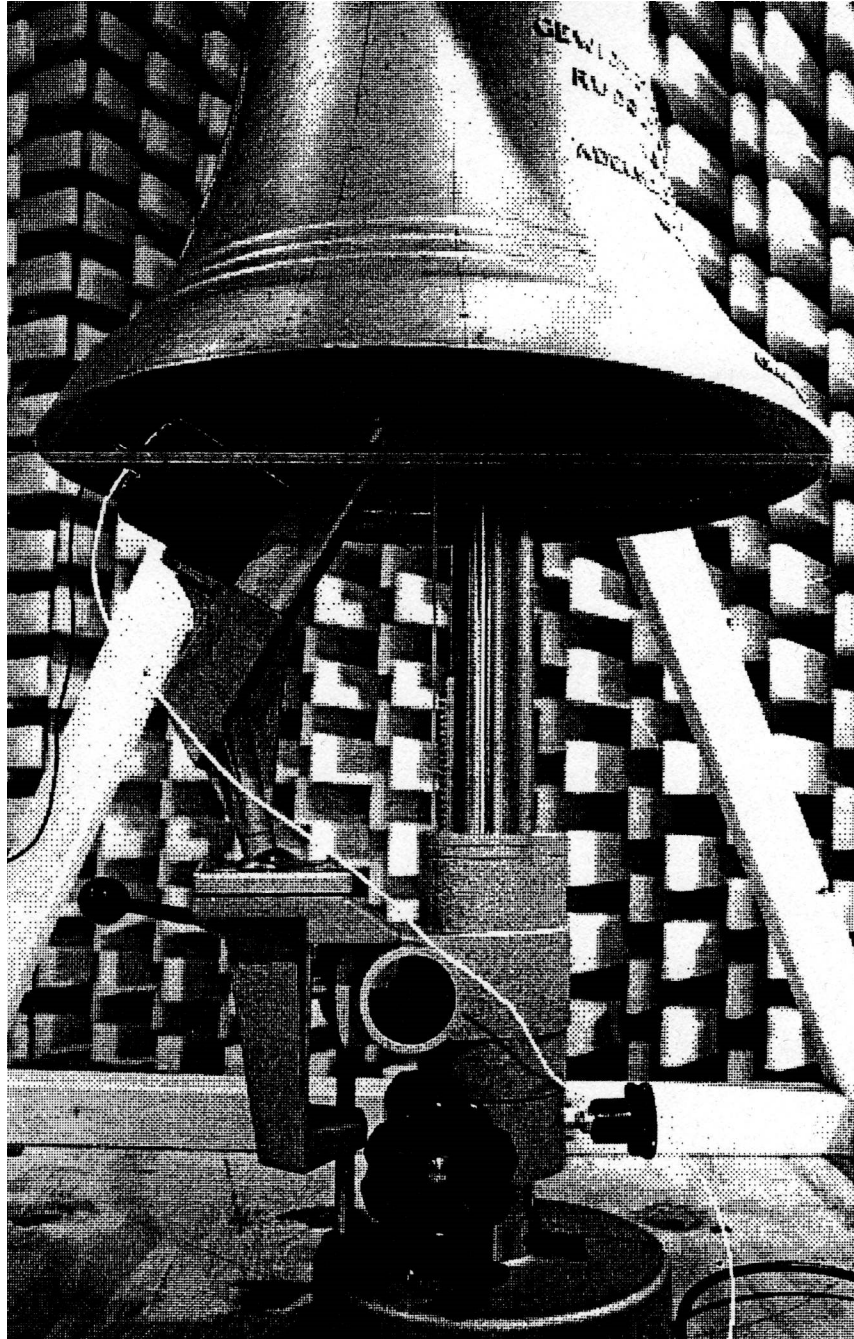


Fig. 46. Versuchsvorrichtung zur Messung der mechanischen Admittanz.

Im Grundsatz stimmt diese Vorgehensweise mit der Untersuchung überein, die der Glockenprüfer mit Stimmgabeln durchführt. Unterschiede liegen darin, dass bei der Admittanzmessung sämtliche Frequenzen gleichzeitig untersucht werden. Sowohl die Anregung als auch die Antwort werden quantitativ erfasst. Die Antwort wird auf die Anregung bezogen, und das Ergebnis wird in einem Diagramm oder auch einer Liste dokumentiert.

Fig. 47 zeigt ein Beispiel. Gemessen wurde innen am Schlagring in derselben Richtung, in der auch der Klöppel anschlägt. Über der Frequenz im Bereich bis 2 kHz ist der normierte Betrag der Admittanz dargestellt. Definitionsgemäß besagt diese Größe, mit welcher Schnelle die Glocke auf eine Einheitskraft derselben Frequenz reagiert. Sie ist ein Maß für die Energie, die am Messpunkt in die Glocke eingebracht werden kann. Auf die Unterschiede zwischen reaktiver Energie (potentieller oder kinetischer Energie) und aktiver Energie soll hierbei nicht gesondert eingegangen werden. Diese würden sich als Imaginär- bzw. Realteil der Admittanz widerspiegeln. Im betrachteten Zusammenhang sind nur die relativen Maxima des Betrages von Interesse, bei denen die Admittanz rein reell ist. Je größer der Wert eines solchen Maximums ist, desto mehr mechanische Energie kann die Glocke tatsächlich aufnehmen.

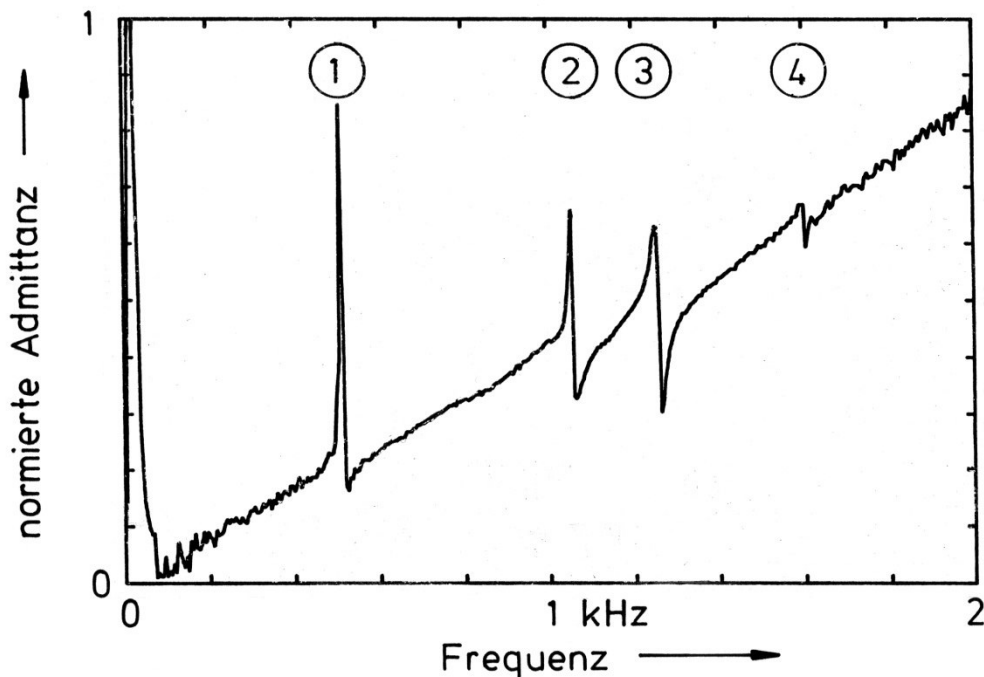


Fig. 47. Normierte Admittanz an einem Punkt des Schlagringes der in Fig. 3 abgebildeten Glocke als Funktion der Frequenz.

In Fig. 47 erkennt man einen globalen frequenzproportionalen Anstieg. Danach stellt sich die Glocke allgemein als steife Feder dar, in der Energie kurzfristig zwischengespeichert wird. Dieses Verhalten soll hier nicht interessieren. Betrachtet werden vielmehr die lokalen Maxima, die mit Ziffern gekennzeichnet sind. Sie entsprechen den ersten vier Teilschwingungen der Glocke. Bei den zugehörigen Frequenzen ist die Glocke in der Lage, am Messpunkt besonders viel Energie aufzunehmen. Ein bestimmter Anteil davon fließt ins Schallfeld ab und findet sich im Schallsignal wieder. Als relativ wenig aufnahmefähig erweist sich hierbei die vierte Teilschwingung. Ein Vergleich mit den Schwingungsbildern (z.B. in Fig. 11) lässt erkennen, dass der Knotenkreis dieser Teilschwingung ziemlich nahe am Messort liegt. Dass im Schallsignal der Pegel des vierten Teiltones vergleichsweise klein ist, dürfte seinen Grund darin haben, dass die zugehörige Schwingung am Schlagring nur in geringem Maße angeregt werden kann. Diese "schlechte" Anregbarkeit ist aus Fig. 47 klar ersichtlich.

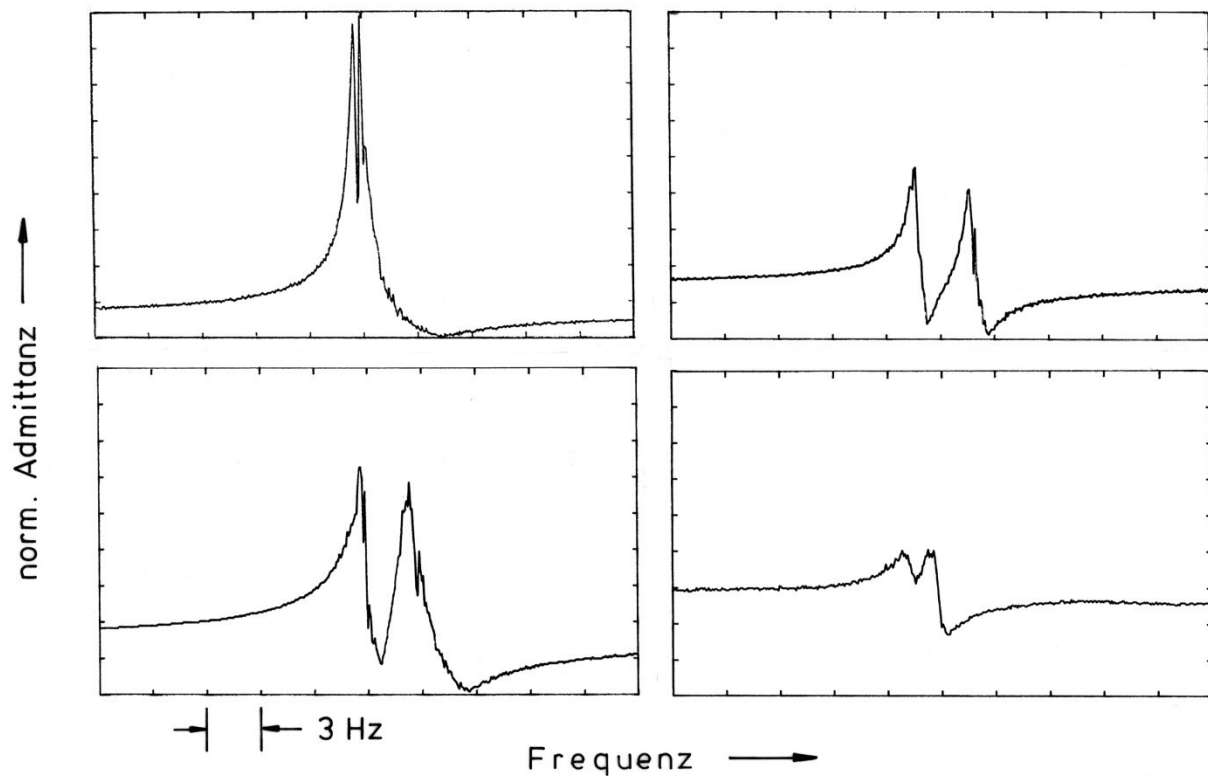


Fig. 48. Normierte Admittanz am Schlagring der in Fig. 3 abgebildeten Glocke; man erkennt die Aufspaltung der Frequenzen der ersten vier Teilschwingungen.

Wiederholt man die Messung am Schlagring und spreizt dabei die Frequenzachse im Bereich der vier Teiltöne, dann erhält man die in Fig. 48 zusammengestellten Ergebnisse. Bei erhöhter Auflösung stellt sich jedes lokale Maximum als ein Paar von Partial-Maxima dar. Fig. 48 ist somit das mechanische Analogon zur akustischen Messung von Fig. 40. Das im vierten Kapitel behandelte Moden-Splitting wird klar erkennbar. Die Admittanz spiegelt die Aufspaltung der Frequenzen einer jeden Teilschwingung in jeweils zwei Partialfrequenzen wider.

5.3. Admittanz an unterschiedlichen Orten auf dem Schlagring einer Kirchenglocke

Als Versuchsobjekt dient zunächst im ersten Unterabschnitt die in Fig. 3 abgebildete Kirchenglocke. Die Teildiagramme von Fig. 48 wurden an unterschiedlichen Punkten auf dem Umfang ermittelt, die jeweils so gewählt wurden, dass die beiden Teilschwingungen mit gleicher Amplitude auftreten. Wie die Admittanz am Schlagring vom Umfangswinkel abhängt, wird im vorliegenden Abschnitt am Beispiel zweier Teilschwingungen systematisch untersucht.

Die Fig. 49 und 50 entstehen, wenn die Admittanz in gleichbleibender Höhe am Schlagring gemessen wird, wobei der Messpunkt in Umfangsrichtung mit 10^0 -Schritten auf einem Halbkreis wandert. Die Frequenzachsen sind so gespreizt, dass etwas mehr als 60 Hz um den jeweiligen Teilton darge-

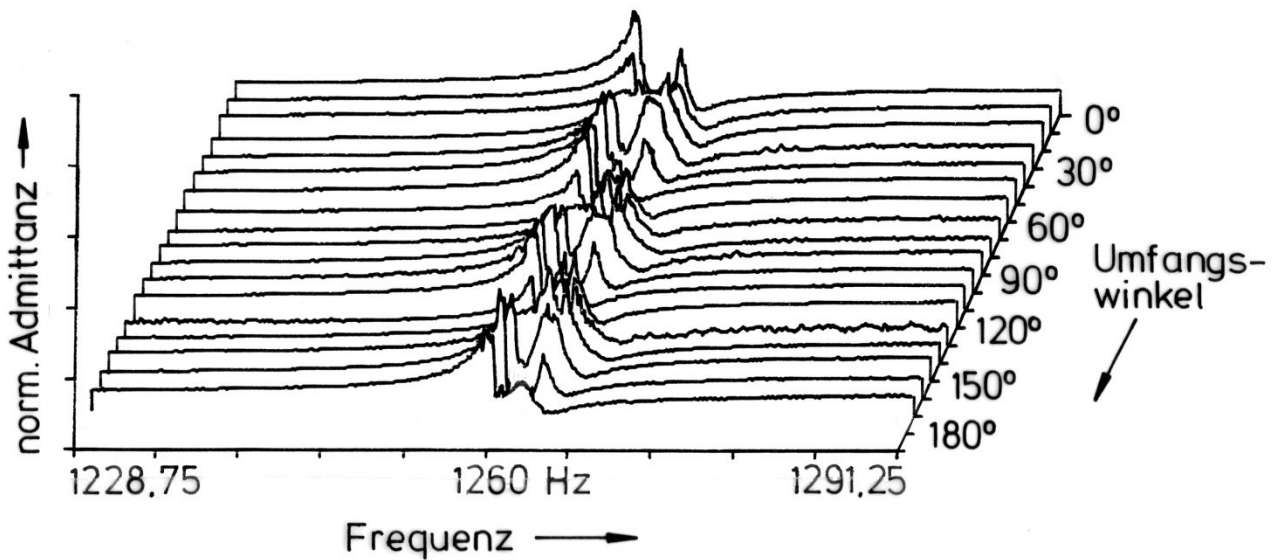


Fig. 49. Normierte Admittanz im Bereich der Frequenz des dritten Teiltones der in Fig. 3 abgebildeten Glocke, gemessen auf einem Halbkreis am Schlagring.

gestellt sind. Jeweils zwei Partialschwingungen bilden sich als "Bergketten" ab. Eine kleine Admittanz ("Tal") deutet auf einen Schwingungsknoten, eine große ("Gipfel") dagegen auf einen Schwingungsbauch hin. Auf der Abszisse sind sie gegeneinander verschoben, da sich die Frequenzen der Partialschwingungen um etwa drei Hertz unterscheiden.

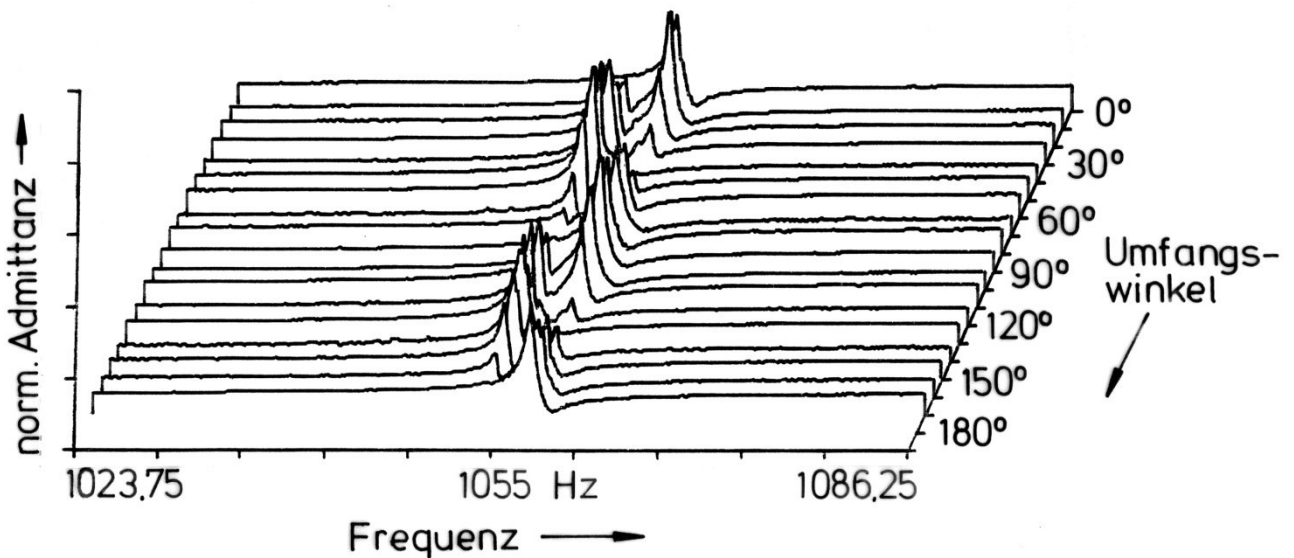


Fig. 50. Normierte Admittanz im Bereich der Frequenz des zweiten Teiltones der in Fig. 3 abgebildeten Glocke, gemessen auf einem Halbkreis am Schlagring.

Auf dem betrachteten halben Umfang (entsprechend 180°) beobachtet man in Fig. 49 zwei ganze und zwei halbe bzw. drei ganze "Bergrücken". Somit weist jede dieser Partialerschwingungen innerhalb des halben Umfanges drei Schwingungsknoten mit drei dazwischen liegenden Schwingungsbäuchen auf. Dies stimmt mit den Überlegungen von Kapitel 4 überein. Danach ist für die dritte Teilschwingung die Anzahl der Knotenmeridiane $m = 3$. Alles deutet darauf hin, dass diese Schwingungsmuster vom gleichen Typ, jedoch um $360^\circ/(4m) = 30^\circ$ gegeneinander verdreht sind.

In Fig. 50 ist der analoge Sachverhalt im Bereich des zweiten Teiltones dargestellt. Wiederum sind die Frequenzen um etwas mehr als drei Hertz verschieden. Auch hier deutet das Messergebnis auf zwei gleichartige Partial-Schwingungsformen hin. Im Gegensatz zu Fig. 49 sind hier innerhalb des halben Umganges jedoch nur zwei Schwingungsknoten und -bäuche zu erkennen. Der Versatz der Admittanz-Winkel-Muster beträgt 45° .

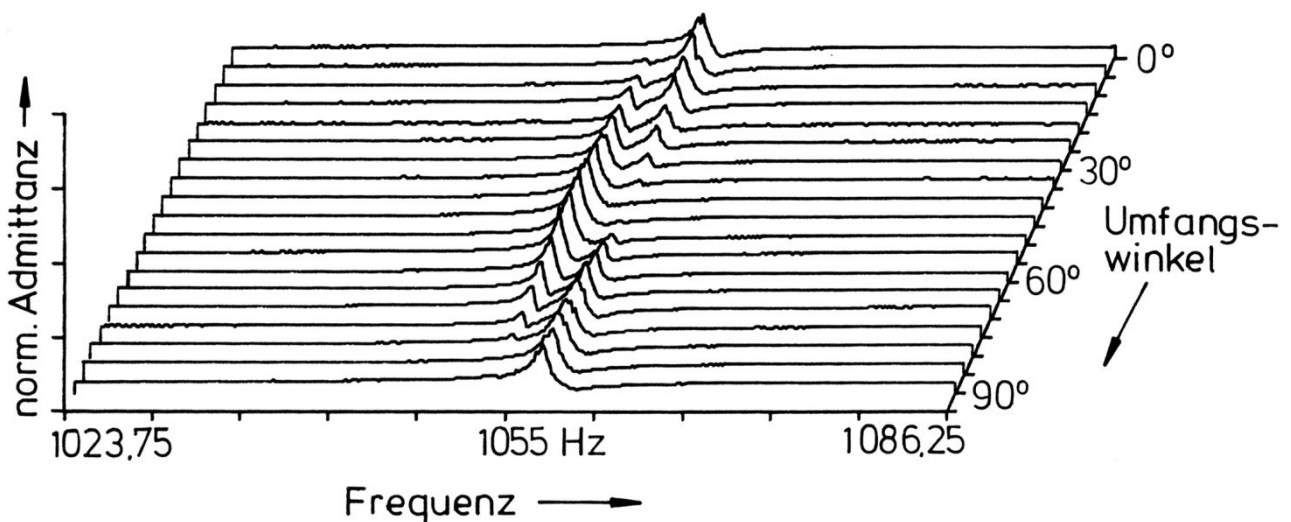


Fig. 51. Normierte Admittanz im Bereich der Frequenz des zweiten Teiltones der in Fig. 3 abgebildeten Glocke, gemessen auf einem Viertelkreis am Schlagring.

In Fig. 51 wird wiederum der Bereich des zweiten Teiltones betrachtet, wobei allerdings nur ein Viertel des Umfanges dargestellt ist und der Messort nunmehr jeweils um 5° weiterrückt. In dieser verfeinerten Darstellung werden Details besonders deutlich. Die Partial-Schwingungsform mit der tieferen Frequenz hat innerhalb des Umfangswinkels 90° zwei Schwingungsknoten und einen Schwingungsbauch; diejenige mit der höheren Frequenz weist einen Schwingungsknoten und zwei Schwingungsbäuche auf. Darüber hinaus ist zu erkennen, dass es eine Stelle - nämlich bei etwa 45° - gibt, bei der ausschließlich die Partialerschwingung mit der tieferen Frequenz erzeugt werden kann. Bei 0° und 90° kann dagegen nur diejenige mit der höheren Frequenz angeregt werden. Offenkundig ist die Wahrscheinlichkeit jedoch größer, an den dazwischen liegenden Stellen simultan zwei Partialerschwingungen und damit Erscheinungen hervorzurufen, wie sie z.B. in den Fig. 42 und 43 dargestellt sind.

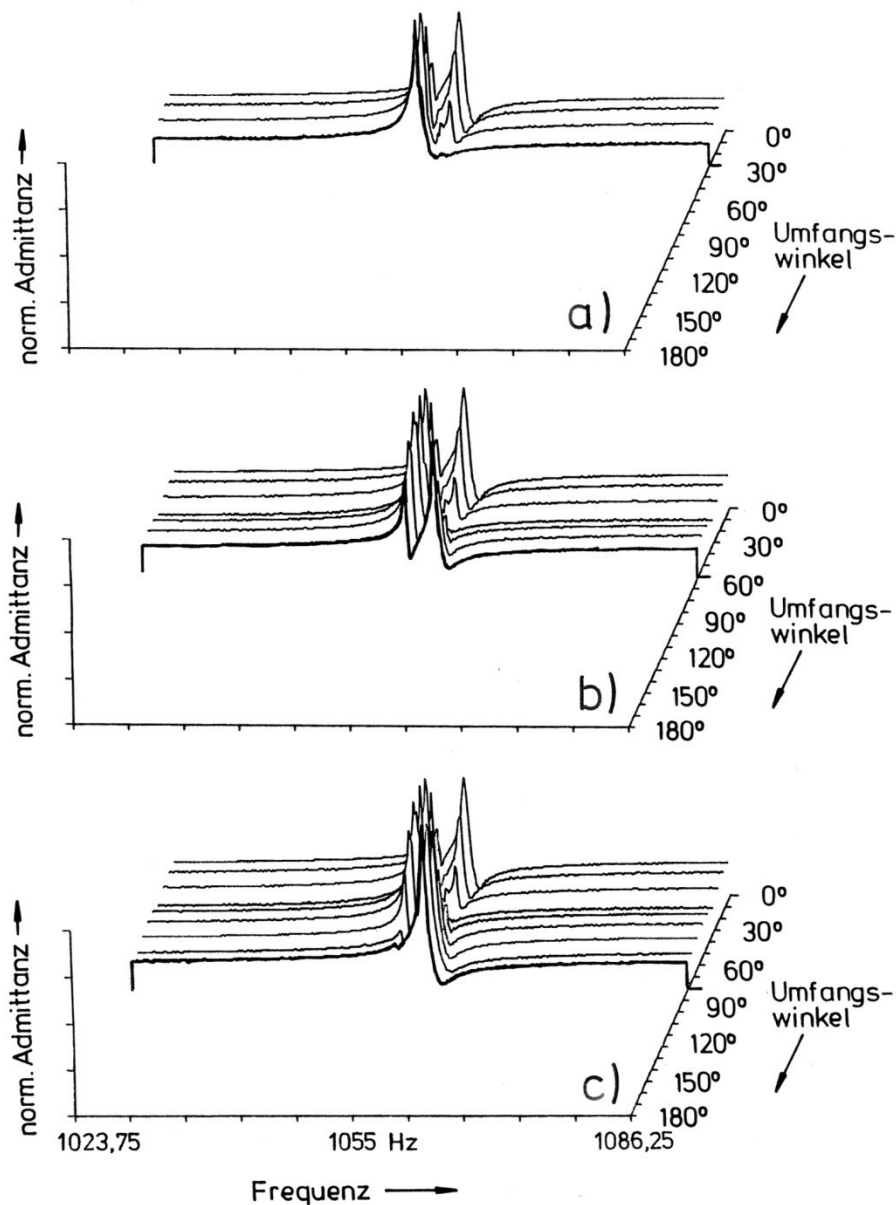


Fig. 52. Normierte Admittanz im Bereich der Frequenz des zweiten Teiltones der in Fig. 3 abgebildeten Glocke, gemessen auf dem Schlagring. Am jeweils betrachteten Messort werden angeregt
 a) die tiefere Partialschwingung, b) beide Partialschwingungen bzw. c) die höhere Partialschwingung,

Mittels der Messung der Admittanz an unterschiedlichen Punkten des Schlagringes lassen sich demnach gezielt Stellen auffinden, an denen ein gleichartiger Anschlag jeweils unterschiedliche Schallsignale hervorruft. Fig. 52 zeigt dies für den zweiten Teilton anhand einiger Beispiele. Die Messkurven beziehen sich auf Anregungsorte, die um 10° -Schritte gegeneinander versetzt auf dem Schlagring liegen. In den einzelnen Teildiagrammen sind die Admittanzkurven für die Winkel 30° , 60° bzw. 80° durch dickeren Strich hervorgehoben. Sie machen drei unterschiedliche Fälle deutlich, in denen der zweite Teilton jeweils anderen Charakter aufweist: Entweder kann dessen tieferer Partialton (laut Teildiagramm a) etwa beim Winkel 30°) oder der höhere Partialton (laut Teildiagramm c) etwa bei 80°) allein und schwebungsfrei ertönen. Wird beim Winkel 60° angeschlagen, werden beide Partialtöne etwa gleiche Amplituden haben; es entstehen Spinning Modes. In diesem Fall

kann ein Ton mittlerer Frequenz gemessen oder wahrgenommen werden, dessen Amplitude und Frequenz im Beispiel dreimal in der Sekunde größer und kleiner werden. Diese Abhängigkeit des Toncharakters vom Anschlagort liegt grundsätzlich bei jedem Teilton des Glockenklanges vor.

5.4. Admittanz an unterschiedlichen Orten auf dem Rand einer Schlagzeug-Kuhglocke

Nach der Kirchenglocke wird im vorliegenden Abschnitt eine völlig andere Art von Glocke betrachtet, deren Querschnitt in starkem Maße von der Kreisform abweicht. Sie soll als Extrembeispiel für eine Glocke dienen, deren Geometrie keinesfalls rotationssymmetrisch ist. Dabei handelt es sich um eine Kuhglocke mit dem Markennamen Zil-Bel, wie sie insbesondere in der südamerikanischen Musik als Rhythmusinstrument verwendet wird. Sie ist in Fig. 53 abgebildet. Am oberen Ende ist ein metallener Henkel angeschweißt, mit dem die Glocke in der Hand gehalten oder an einem Schlagzeugständer befestigt werden kann. Sie hat keinen Klöppel, sondern wird mit einem hölzernen Trommelstock angeschlagen.



Fig. 53. Schlagzeug-Kuhglocke Zil-Bel mit Befestigungsvorrichtung.

Die Kuhglocke ist aus 2mm dickem Stahlblech hergestellt, das gebogen und an den Schmalseiten verschweißt ist. Das Blech ist verchromt. Die Abmessungen der Glocke sind Fig. 54 zu entnehmen.

Fig. 54. Schlagzeug-Kuhglocke
Zil-Bel in Ansichten von
vorne sowie von unten
mit den wichtigsten
Abmessungen in mm.

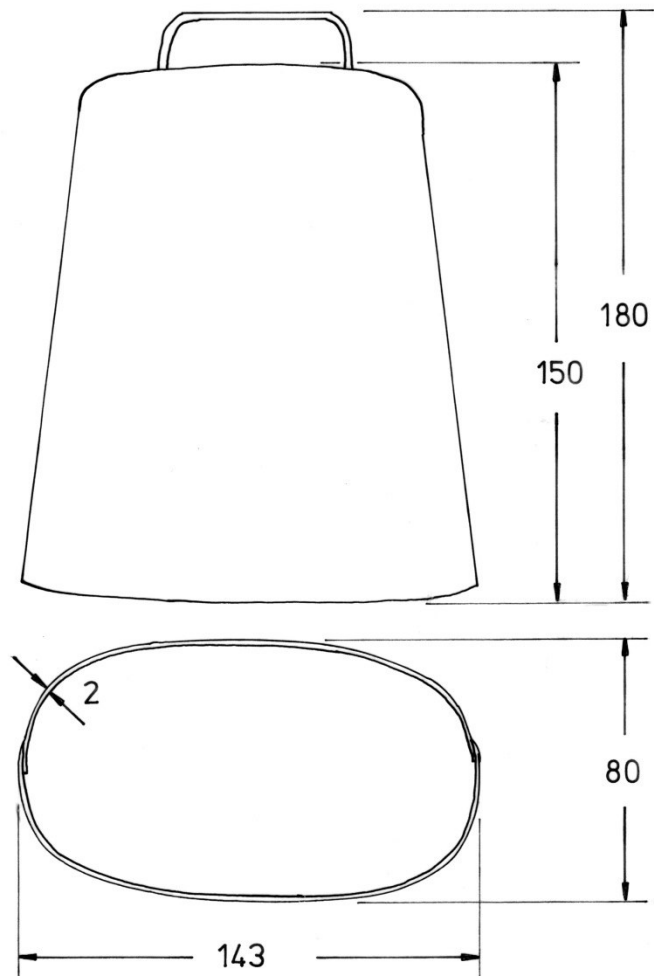


Fig. 53 und 54 zeigen, dass der Querschnitt der Glocke im oberen Teil weitgehend rechteckig ist. Zur Öffnung hin wird er annähernd elliptisch, wie der unteren Ansicht in Fig. 53 zu entnehmen ist. Die äußere Geometrie der Glocke weicht damit extrem von der Rotationssymmetrie ab. Dies gilt auch für die Wanddicke. Im Bereich der Schweißnähte an den Schmalseiten verdoppeln Überlappungen die Wanddicke auf eine Länge von etwa 10 mm.

Beim Anschlagen gibt die Kuhglocke einen perkussiven Schall von sich, aus dem länger anhaltende tonale Komponenten hervorstechen. Die Tonhöhe ist nicht sehr stark ausgeprägt. Man nimmt jedoch deutliche Unterschiede wahr, wenn an unterschiedlichen Punkten des Glockenkörpers angeschlagen wird.

Mit der Befestigungseinrichtung, die in Fig. 53 zu erkennen ist, wurde die Glocke mit der Öffnung nach oben auf einem Steintisch festgeschraubt. Mit Hilfe des in Abschnitt 5.2 beschriebenen Messaufbaus wurde die mechanische Admittanz gemessen. Anders als bei der Kirchenglocke kann bei der Kuhglocke nicht mehr vorausgesetzt werden, dass die Masse des Messobjektes sehr viel größer als die Masse des Messkopfes ist. Somit besteht die Gefahr, dass die bewegte Masse des Messkopfes das Ergebnis der Admittanzmessung verfälscht. Um dies zu vermeiden, wurde deren Einfluss mittels der Massekompensationseinheit Brüel & Kjaer 5565 minimiert.

In Fig. 55 ist die Admittanz dargestellt, wie sie die Messung unmittelbar am freien Rand der Kuhglocke ergibt. Das Teildiagramm a) gilt für den Scheitelpunkt der Schmalseite, die in Fig. 53 auf der rechten Seite abgebildet ist. Diese Position wird im Folgenden mit 0^0 bezeichnet. Daraus folgt für die obere Scheitelpunkt der Breitseite der Winkel 90^0 ; auf diesen Messpunkt bezieht sich das Teildiagramm b). In die Diagramme eingetragen sind die Frequenzen derjenigen Teiltöne, die im Weiteren näher betrachtet werden.

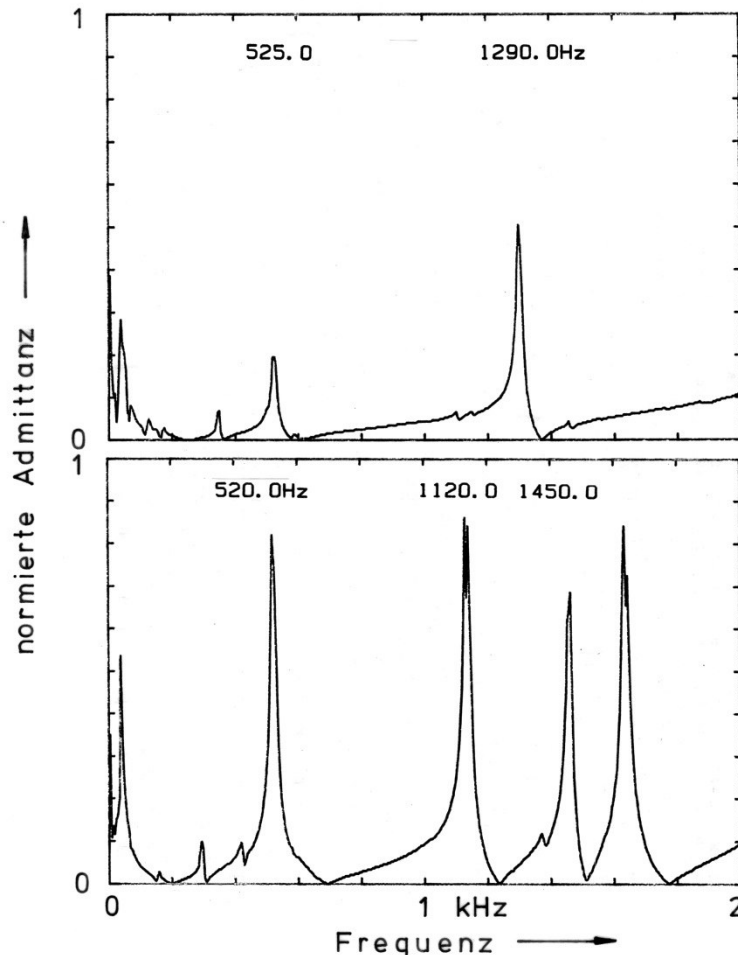


Fig. 55. Normierte Admittanz am freien Rand der in Fig. 53 abgebildeten Kuhglocke als Funktion der Frequenz, gemessen an der a) Schmalseite und b) Längsseite.

Die beiden Admittanzspektren unterscheiden sich stark. Gemeinsam ist ihnen lediglich das lokale Maximum bei 520...525 Hz, das einem Teilton entspricht. Das darauffolgende Maximum hat am Messpunkt 0^0 die Frequenz 1290 Hz, während es für 90^0 bei der Frequenz 1120 Hz auftritt. Die Ursache für diese Diskrepanz ist im Moden-Splitting zu vermuten. Offenbar tritt diese Erscheinung bei der Kuhglocke in einem weitaus stärkerem Maße auf, als es bei der Kirchenglocke zu beobachten ist. Um diese Vermutung zu überprüfen, wurde die Admittanz dem freien Rand entlang bestimmt. Als Messämter wurde eine Gradeinteilung gewählt; der Messort wird in Schritten von 10^0 (Fig. 56 und 57) bzw. 5^0 (Fig. 58 und 59) auf dem Rand weiterbewegt. Das Fortschreiten um eine konstante Winkeldifferenz bringt mit sich, dass - abhängig von der lokalen Krümmung der Glockenwandung - eine mehr oder weniger große Bogenlänge überstrichen wird.

In Fig. 56 sind auf der horizontalen Achse Frequenzen zwischen 375 Hz und 600 Hz aufgetragen. Von oben her beginnend sind Admittanzkurven voreinander geschrieben: diese entstehen dadurch, dass der Messort in 10^0 -Schritten am Rand der Kuhglocke entlang verschoben wird. Die Winkel 0^0 und 180^0 kennzeichnen die Scheitelpunkte der beiden Schmalseiten, während sich 90^0 auf den Scheitel der breiteren Seite bezieht.

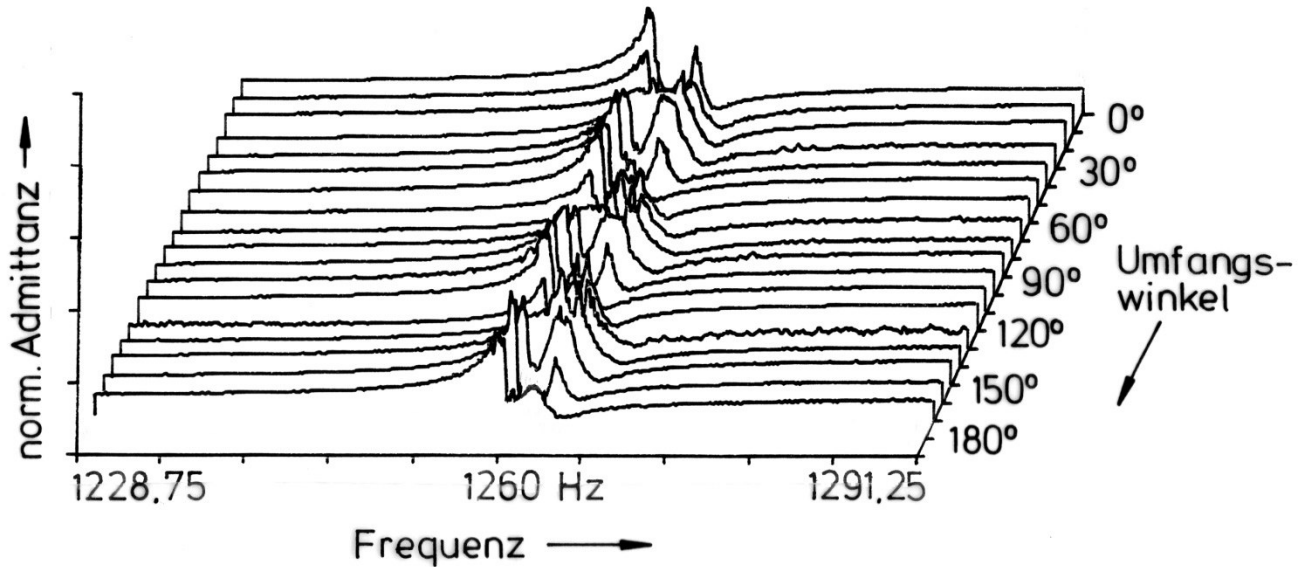


Fig. 56. Normierte Admittanz im Bereich der Frequenzen des ersten Teiltonpaares der in Fig. 53 abgebildeten Kuhglocke, gemessen auf einem Halbrund des freien Randes.

Innerhalb des dargestellten Frequenzbereiches erkennt man zwei "Bergketten" mit zwei Gipfeln und drei Tälern bzw. mit drei Gipfeln und zwei dazwischen liegenden Tälern. Auf einen halben Umfang entfallen demnach zwei Knotenpunkte sowie zwei Schwingungsbäuche. Insgesamt treten zwei durchgehende Knotenmeridiane bei etwa 450 Hz und ebenfalls zwei Knotenmeridiane bei 525 Hz auf. Vergleichbare Messungen auf der Mantellinie haben bei beiden Frequenzen keine Knotenkreise ergeben. Demzufolge wird die Vermutung gestärkt, dass es sich bei den beiden Schwingungsformen um Partialformen handeln könnte, die durch Moden-Splitting aus ein und derselben fiktiven Grundform entstanden sind. Wenn dies der Fall ist, dann wäre zu erwarten, dass die beiden Partialformen so gegeneinander verdreht sind, dass die Knoten der einen Partialschwingung an derselben Stelle auftreten wie die Bäuche der anderen.

Fig. 57 gibt das Resultat einer Messung auf dem Rand der Kuhglocke bei halbiertem Schrittweite wieder. Der Winkel 0° kennzeichnet den Scheitel der Schmalseite (rechts in Fig. 54), der Winkel 90° den der oberen Längsseite. Bei der Frequenz 450 Hz ist die Admittanz an den Messorten 0° und 90° sehr klein, während sie bei 525 Hz sehr groß wird. Dies stimmt mit Fig. 55 überein. Andererseits tritt für die Frequenz 450 Hz ein Admittanzmaximum dort auf, wo für 525 Hz ein "Tal" liegt. Dies ist bei etwa 30° der Fall. Offenkundig sind die Knotenmeridiane nicht äquidistant bezüglich des Winkels. Es ist jedoch klar zu erkennen, dass die eine Schwingungsform dort Bäuche hat, wo die andere Knoten ausbildet, und umgekehrt.

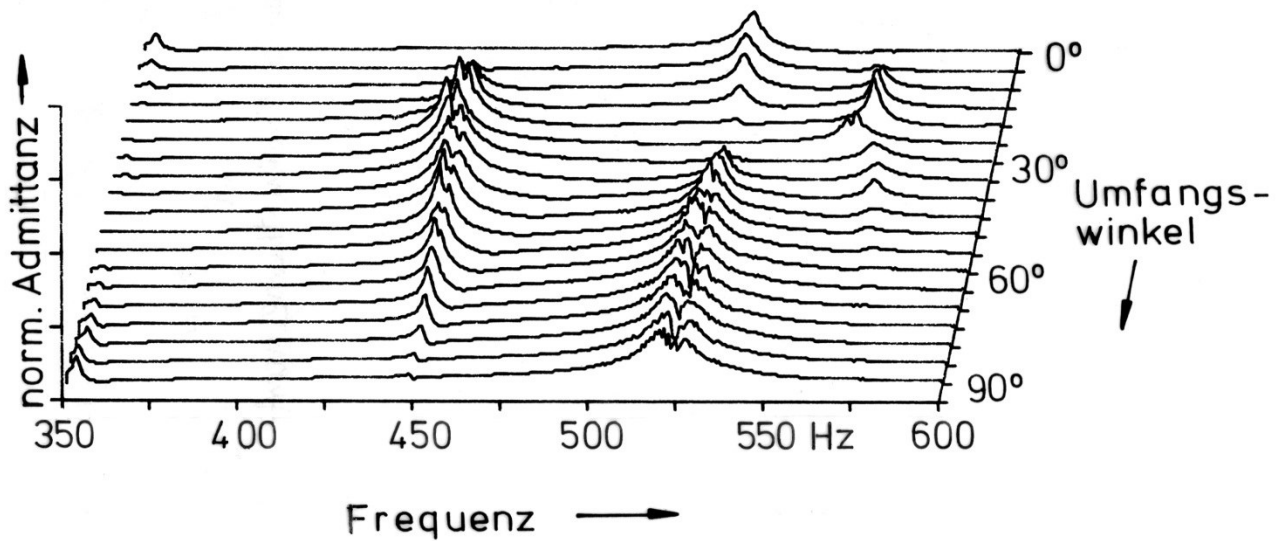


Fig. 57. Normierte Admittanz im Bereich der Frequenzen des ersten Teiltonpaares der in Fig. 53 abgebildeten Kuhglocke, gemessen auf einem Viertel des freien Randes.

Eine mit Fig. 56 vergleichbare Messung wurde auch bei einer höheren Frequenz durchgeführt. Fig. 58 zeigt den Bereich zwischen 1000 Hz und 1450 Hz. Wiederum sind zwei "Höhenzüge" zu erkennen, die bei etwa 1150 Hz bzw. 1300 Hz liegen. In diesem Falle sind auf der Hälfte des freien Randes drei Gipfel und vier Täler bzw. vier Gipfel und drei Täler zu beobachten. Offenbar handelt es sich hierbei um Schwingungsformen mit drei durchgehenden Knotenmeridianen.

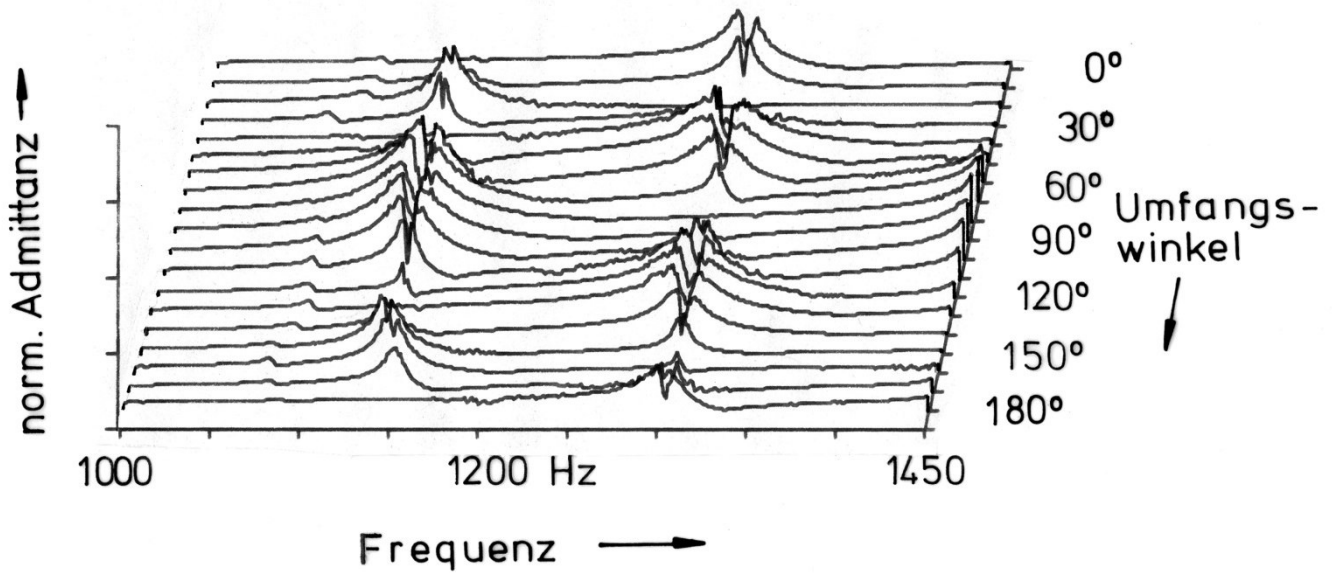


Fig. 58. Normierte Admittanz im Bereich der Frequenzen des zweiten Teiltonpaares der in Fig. 53 abgebildeten Kuhglocke, gemessen auf einem Halbrund des freien Randes.

Um die relative Lage der Schwingungsformen präzisieren zu können, wurde wiederum eine Messung mit erhöhter Winkelauflösung angeschlossen. Auch hierbei zeigt sich ein Versatz der beiden Berg-und-Tal-Muster "auf Lücke". Wie Fig. 59 deutlich macht, treten Admittanz-Gipfel bei der einen Frequenz dort auf, wo bei der anderen Täler zu beobachten sind. Misst man für diese beiden Frequenzen die Admittanz in Richtung der Mantellinie, so fallen keine wesentlichen Unterschiede auf. Dies stützt die Vermutung, dass die beiden gemessenen Schwingungsmuster als Partialformen ein und derselben Grundform aufzufassen sind.

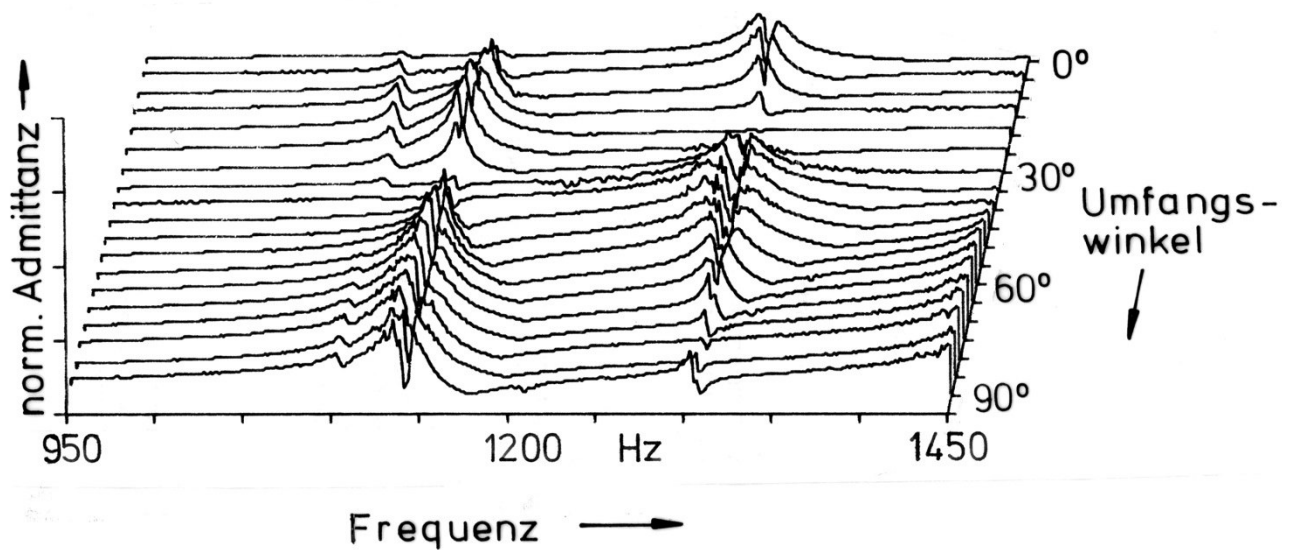


Fig. 59. Normierte Admittanz im Bereich der Frequenzen des zweiten Teiltonpaares der in Fig. 53 abgebildeten Kuhglocke, gemessen auf einem Viertel des freien Randes.

Offenbar kann die Schlagzeug-Kuhglocke tatsächlich als Beispiel für eine stark asymmetrische Glocke dienen. Alle bisher vorliegenden Versuchsergebnisse bestätigen die Erwartung, dass die Abweichung der Glockenform von der Symmetrie zu extremem Moden-Splitting führt. Die Schwingungen mit zwei bzw. drei Knotenmeridianen spalten sich in jeweils zwei Partialformen auf, die "auf Lücke" gegeneinander verdreht sind. Die gemessenen Admittanzverteilungen deuten somit auf Partial-Schwingungsmuster hin, von denen jeweils ein Paar durch Moden-Splitting aus einer Grundmode hervorgegangen ist. Die zugehörigen Frequenzen stellen somit Partialfrequenzen dar. Sie differieren um etwa 75 Hz bzw. um etwa 150 Hz. Jeweils bezogen auf die Frequenz eines fiktiven Tones, die dem geometrischen Mittel der beiden Partialfrequenzen entsprechen soll, sind dies etwas mehr als 15% bzw. 13%. Für die Perner-Kirchenglocke waren im Höchstfall 3‰ gemessen wurden. Erwartungsgemäß spalten sich bei der Kuhglocke die Teiltonfrequenzen in weitaus höherem Maße auf, als dies bei der Kirchenglocke zu beobachten war.

5.5. Admittanz an unterschiedlichen Orten auf der Flanke einer Kirchenglocke

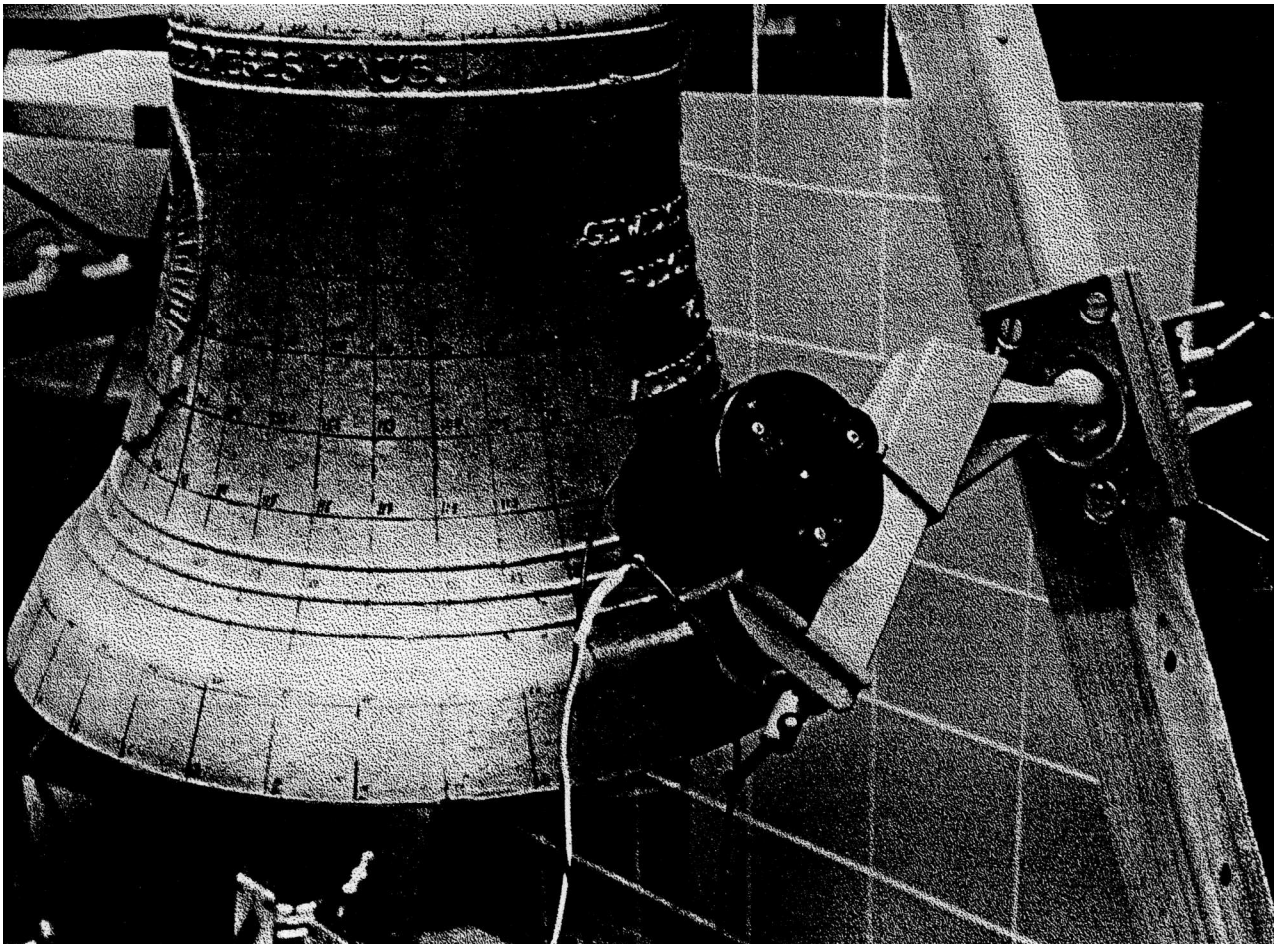


Fig. 60. Elektrodynamischer Schwingerreger mit Halterung und Stativ bei der Messung der Punktadmittanz auf der Außenseite der Glockenwandung.

Im Folgenden wird die longitudinale Verteilung der Admittanz untersucht. Dazu wird eine Messung durchgeführt, bei welcher der Messpunkt bei konstant gehaltenem Umfangswinkel auf der Außenseite der Glocke in Richtung der Mantellinie verschoben wurde. Gemessen wurde stets senkrecht

zur Außenfläche des Glockenkörpers. Der Schwingerreger und der Messkopf, die dabei Verwendung fanden, sind samt ihrer Halterung in Fig. 60 abgebildet.

In Fig. 61 sind die Admittanzdiagramme, die dieses Experiment liefert, neben der Rippe der untersuchten Glocke zusammengestellt. Analog zu Fig. 47 ist der normierte Betrag der Admittanz für Frequenzen bis 2 kHz dargestellt. Die waagerechten Linien neben den Teildiagrammen geben an, in welcher Höhe der Glockenwandung jeweils gemessen wurde.

Um den Vergleich zu vereinfachen, sind in Fig. 61 die Messdiagramme übereinander angeordnet. Deutlich erkennt man die charakteristischen Zacken, welche die Teiltöne repräsentieren. Am unteren Ende der Glockenwandung, d.h. knapp unterhalb des Schlagringes, spiegeln sich sämtliche vier Teiltöne der Perner-Glocke wider, die im Bereich der Frequenzen bis 2 kHz liegen. Verfolgt man die Teiltöne einzeln entlang der Mantellinie, so erkennt man eine deutliche Abhängigkeit. Da die zugehörige Schwingungsform keinen Knotenkreis aufweist, ist der erste Teilton - zur Schulter hin mit stetig abnehmender Tendenz - auf der gesamten Flanke der Glocke anregbar. Dies gilt jedoch nicht für die weiteren drei Teiltöne, die jeweils einen Knotenkreis aufweisen. Der zweite Teilton kann nicht hervorgerufen werden, wenn die Anregung - von unten gezählt - auf der Höhe des dritten Messpunktes (drittes Teildiagramm) angreift. Der dritte Teilton lässt sich auf der Höhe des sechsten Messpunktes gar nicht und darüber nur schwach anregen. Auf der Höhe des zweiten Messpunktes gelingt es nicht, die vierte Teilschwingung mit dem zugehörigen Teilton anzufachen.

Die in Fig. 61 zusammengestellten Ergebnisse machen die wohlbekanntete Tatsache deutlich, dass eine Teilschwingung nur dann angeregt werden kann, wenn neben der Frequenz auch der Ort der Anregung geeignet gewählt wird. Eine Schwingung lässt sich nicht in einem Knoten anregen. Nur außerhalb eines Knotens kann mechanische Energie in die Glocke eingebracht werden. Die Admittanz liefert direkte Angaben darüber, in welchem Maße dies möglich ist. Je größer die Admittanz im jeweils betrachteten Maximum ist, desto größer ist auch die Anregbarkeit eines Teiltones. Der Zusammenstellung von Fig. 61 kann entnommen werden, auf welcher Höhe der Mantellinie welcher Teilton besonders gut anregbar ist. Damit liegt ein objektives Maß vor, das Aussagen darüber zulässt, an welchem Punkt ein Teilton "anliegt". Mit diesem Verb bezeichnet der Glockensachverständige die Erfahrungstatsache, dass jedem Teilton ein spezieller Ort auf dem Mantel zugeordnet ist. Hält man an diesem Ort eine auf den betreffenden Teilton abgestimmte Stimmgabel gegen die Glocke, dann antwortet sie sehr laut und scheint den Ton der Stimmgabel gleichsam zu verstärken.

Diese Aussage gilt nicht nur für monofrequente, sondern ebenso für impulsartige Anregung. Der Schlag des Klöppels enthält in einem weiten Bereich sämtliche Anregungsfrequenzen. Soll der Klang einer vorhandenen Glocke modifiziert werden, so verbleibt als Gestaltungsmöglichkeit neben dem Schlag des Klöppels vor allem der Ort, an dem der Klöppel auf die Glocke trifft. Bei Kirchenglocken, deren Material beim Läuten langanhaltenden starken Belastungen unterworfen wird, ist dieser durch den Schlagring vorgegeben. In manchen Fällen kann er jedoch frei gewählt werden, wie dies beispielsweise bei Glockenspiel- oder Carillonglocken der Fall ist. Der Spielraum, innerhalb dessen der Anschlagort frei wählbar ist, kann dann dazu genutzt werden, das Klangspektrum innerhalb gewisser Grenzen zu beeinflussen.

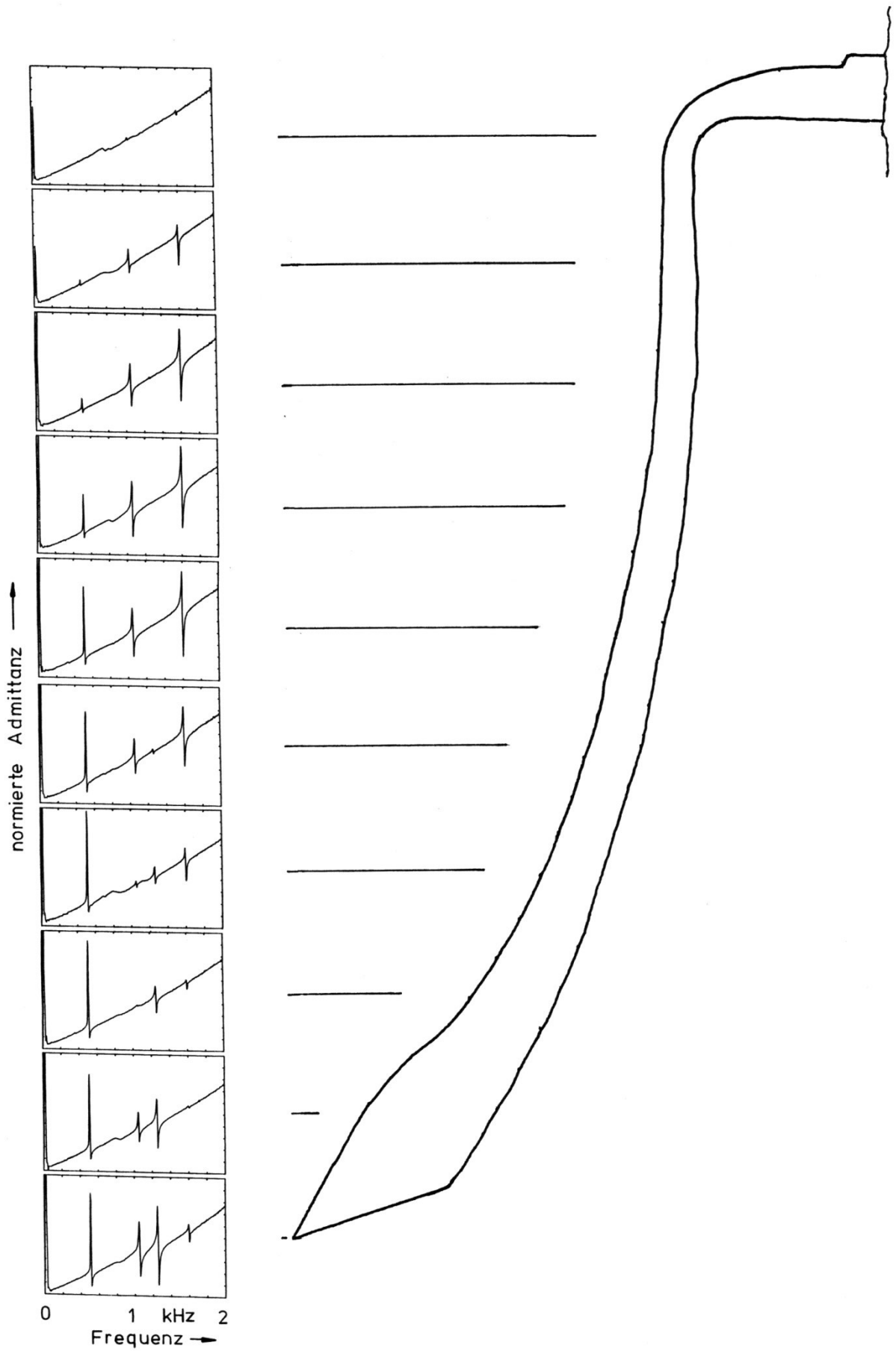


Fig. 61. Normierte Admittanz der in Fig. 3 abgebildeten Glocke, gemessen auf der Flanke an den angegebenen Messpunkten.

In welchem Maße dies möglich ist, soll am Beispiel der Vorgabe erläutert werden, bestimmte Teiltöne im Spektrum zu vermeiden. Wie die Diagramme von Fig. 61 zeigen, existieren Anschlagpunkte, an denen bestimmte Teiltöne überhaupt nicht angeregt werden können. Beispielsweise beim zweiten und beim vierten Teilton ist dies knapp oberhalb des Schlagringes der Fall. Schlägt man die Glocke an solch einer Stelle an, dann trifft man sie an einem Knotenkreis der entsprechenden Schwingungsform. Folglich wird die zugehörige Teilschwingung nicht angeregt; der betreffende Teilton ist im Spektrum nicht enthalten. Innerhalb eines gewissen Rahmens lässt sich der Glockenklang von unerwünschten Komponenten dadurch freihalten, dass man einen entsprechenden Anschlagpunkt wählt. Die Punktadmittanz erweist sich als geeignete physikalische Messgröße, die es ermöglicht, diese Wahl schnell, reproduzierbar und zielsicher zu treffen.

6. TONHÖHE DER GLOCKEN EINES GLOCKENSPIELES

Als Ergebnis der bisherigen Untersuchungen liegt eine Fülle von theoretischen und experimentellen Resultaten vor, die sich auf die Schwingung und das Schallsignal von Glocken beziehen. Für die adäquate Interpretation dieser physikalischen Erkenntnisse ist von fundamentaler Bedeutung, wie das Gehör den Glockenklang beurteilt. Die zentrale Rolle spielt dabei die Tonhöhe. Obwohl ein Glockenklang sehr viele Teiltöne enthält, misst ihm das Gehör bekanntlich in aller Regel eine einzige Tonhöhe zu. Diese kann mit der Tonhöhe eines

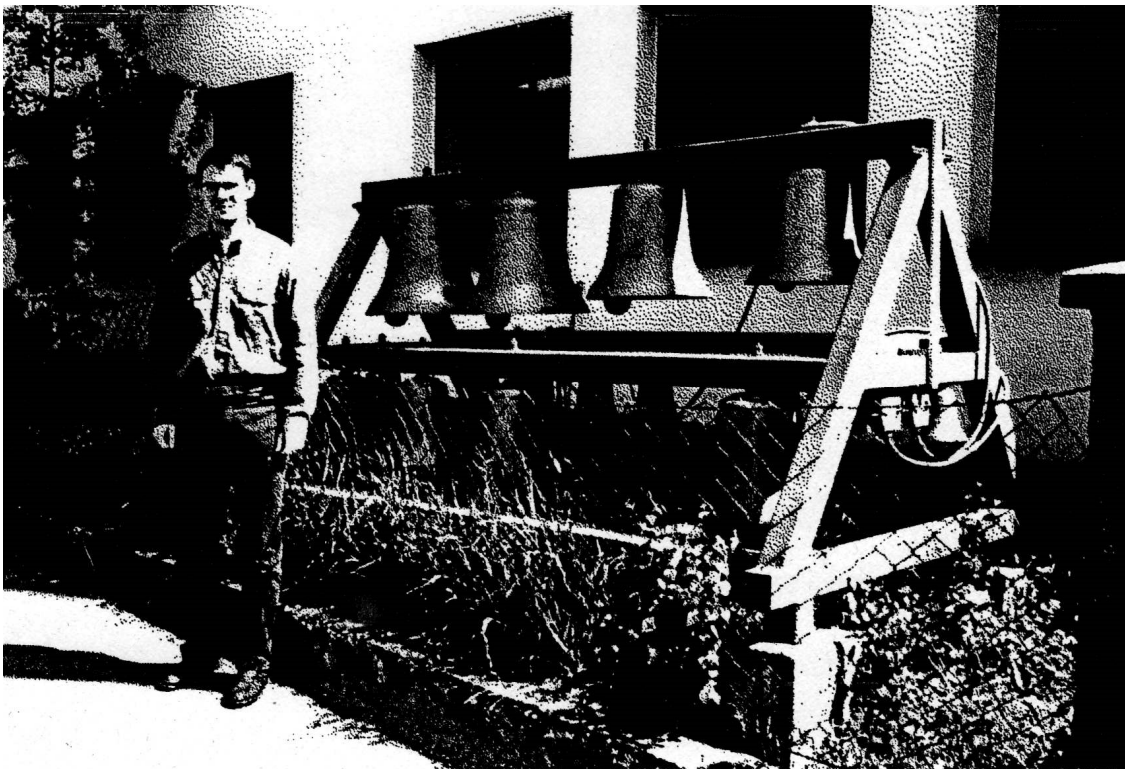


Fig. 62. Glockenspiel, dessen Glocken hinsichtlich ihrer Tonhöhe beurteilt wurden [64].

physikalisch messbaren Teiltönen übereinstimmen, was im Einklang mit den Vorstellungen von Chladni [25] und Rayleigh [27] ist. Bei Kirchenglocken, die relativ tief abgestimmt sind, wird aber oft auch eine weitere Tonhöhe wahrgenommen. Diese korreliert in aller Regel nicht mit einem objektiv messbaren Teilton, sondern wird vielmehr erst bei der auralen Verarbeitung des Schallsignales gebildet. Neueren Erkenntnissen zufolge entsteht dieses Empfindungsattribut nicht im Ohr, sondern in höheren Verarbeitungsstufen des Gehirns. Üblicherweise wird es als Schlagtonhöhe (siehe z.B. [38, 39 oder 41] oder Schlagklanghöhe [43] bezeichnet.

Im Spektrum eines Glockenklanges kann eine Vielzahl von Teiltönen gemessen werden. Welche davon für die Tonhöhe direkt oder indirekt von Belang sind, kann nur durch das Gehör beurteilt werden. Physikalische Messungen allein reichen hierfür nicht aus. Der einzige Weg, die Tonhöhe zu bestimmen, besteht darin, Versuchspersonen gezielt zu befragen. Aussagekräftige Ergebnisse sind dann zu erwarten, wenn die Versuchsschalle reproduzierbar dargeboten werden und die Versuchspersonen ihr Urteil quantifizieren können. Um die Aussagekraft zu erhöhen, sollte möglichst eine größere Gruppe von Versuchspersonen zur Verfügung stehen. Deren Aussagen müssen entsprechend ausgewertet und dargestellt werden. Das Werkzeug hierfür liefert die Psychoakustik [50, 51 und 79]. Ein orientierender Schritt in diese Richtung wird im vorliegenden Kapitel beschrieben.

6.1. Die untersuchten Glocken

Objekt der Versuche waren die Glocken eines Glockenspieles, das in Passau vor der Gießerei Perner aufgestellt ist. Es ist in Fig. 62 zu erkennen. Das Glockenspiel ist nicht ganz vollständig und enthielt zur Zeit der Messung 16 Glocken. Deren größte ist mit G_5 (entsprechend 784 Hz) und deren kleinste mit D_7 (entsprechend etwa 2350 Hz) bezeichnet.

Jede dieser Glocken wurde einzeln dadurch angeschlagen, dass ihr Klöppel von Hand betätigt wurde. Die Klänge wurden in etwa einem Meter Abstand mit einem Kondensatormikrofon aufgenommen und mittels eines Recorders der Firma Sony auf Digital Audio Tape aufgezeichnet. Die Klänge, die für die Hörversuche Verwendung fanden, wurden zunächst einer FFT-Spektralanalyse unterzogen. Die Ergebnisse dieser Analyse sind für die ersten fünf Teiltöne der 16 Glockenklänge in Fig. 63 zusammengestellt.

In Fig. 63 ist auf der Abszisse die Frequenz des zweiten Teiltones aufgetragen. Darüber sind die Frequenzen der ersten fünf Teiltöne dargestellt. Zusätzlich sind Geraden eingezeichnet, die den angegebenen reinen Intervallen entsprechen. In Anlehnung an Fig. 12 wurde als Referenz die - physikalisch direkt messbare - Frequenz des zweiten Teiltones, der Prime, gewählt. Bezogen auf den zweiten Teilton entspricht die unterste Gerade der

- - - Suboktave (Frequenzverhältnis $1:2 = 0,5$).

Oberhalb des zweiten Teiltones findet man Geraden, die entsprechend den Frequenzverhältnissen

- - 6:5 = 1,2 die kleine Terz,

- .. - 3:2 = 1,5 die Quinte und

- . - 2:1 = 2,0 die Oberoktave

des zweiten Teiltones darstellen.

Insgesamt liegen die gemessenen Frequenzen auf oder unmittelbar über bzw. unter den Geraden. Markante Ausnahme bilden lediglich die beiden mit B_6 und Cis_7 bezeichneten Glocken. Ohne diese beiden "Ausreißer" ergibt die arithmetische Mittelung folgende Intervalle relativ zum zweiten Teilton:

erster Teilton: 0,497;

zweiter Teilton: 1,000 (Bezug);

dritter Teilton: 1,206;

vierter Teilton: 1,557;

fünfter Teilton: 1,992.

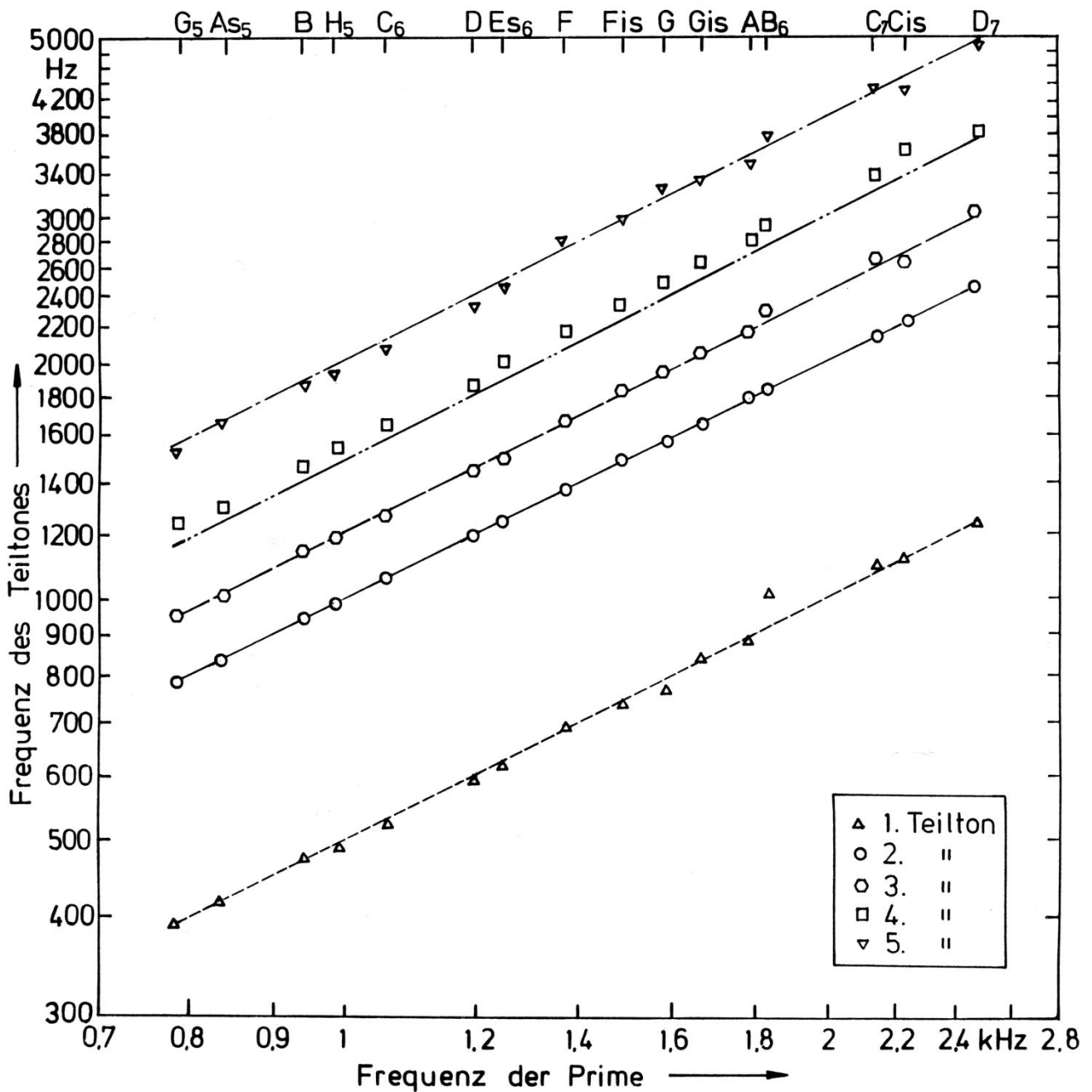


Fig. 63. Frequenzen der Teiltöne der Glockenklänge in Abhängigkeit von der Frequenz des zweiten Teiltones (Primfrequenz). Die Geraden kennzeichnen die angegebenen Vielfachen der Primfrequenz.

Jede Glocke ist ein Individuum. Naturgemäß kann eine Mittelwertbildung keine Aussagen über Individuen zulassen. Sie zeigt jedoch die generelle Tendenz auf, dass bei den untersuchten Glocken insbesondere der vierte Teilton in aller Regel zum Grundton in keinem reinen Quintintervall steht, sondern zu einer Sexte hin tendiert. Bei der Glocke B₆ ist die Frequenz des zweiten Teiltones im Vergleich zum Frequenzraster der übrigen Teiltöne verhältnismäßig klein. Demzufolge sind bei dieser Glocke die Intervalle der übrigen Teiltöne bei Normierung auf die Primfrequenz außergewöhnlich groß.

Glockensachverständige bevorzugen eine andere als die in Fig. 63 verwendete Darstellung. Da ihrer Erfahrung zufolge die Schlagtonhöhe von Kirchenglocken weniger mit der Frequenz der Prime als vielmehr mit der halben Frequenz der Oberoktave verknüpft ist, wählen sie als Bezug die Hälfte der Frequenz des fünften Teiltones. Diese Normierung liegt auch den in Fig. 31 angegebenen Intervallen zugrunde. Probeweise werden die Ergebnisse der Frequenzmessungen an den Glockenspielglocken in Fig. 64 in dieser weiteren Darstellungsweise noch einmal aufgetragen.

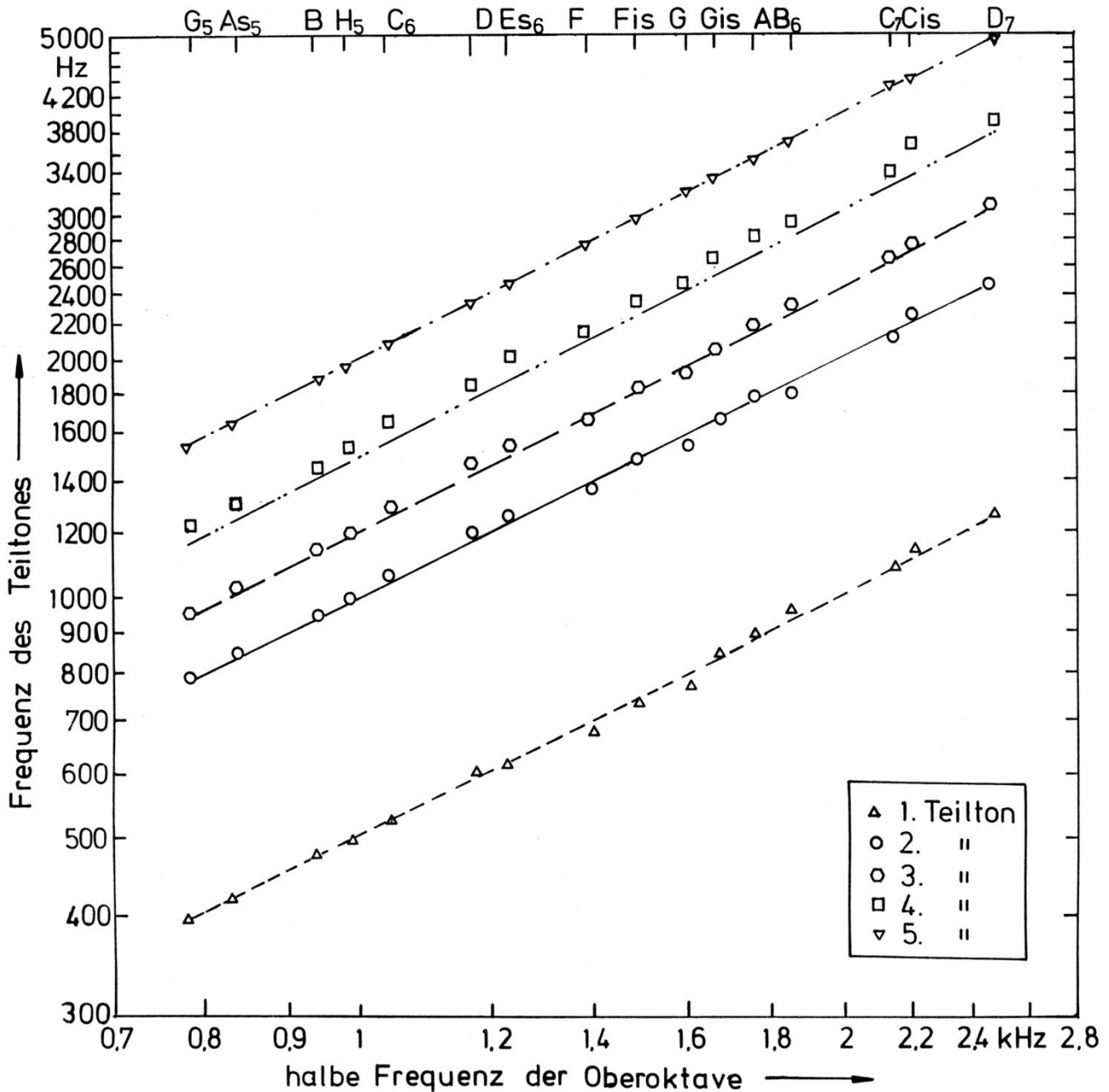


Fig. 64. Frequenzen der Teiltöne der Glockenklänge in Abhängigkeit von der Hälfte der Frequenz des fünften Teiltones (halbe Oberoktavfrequenz). Die Geraden kennzeichnen Vielfache der halben Oberoktavfrequenz.

Bei dieser Art der Normierung liegen die Dreiecke, welche die Frequenzen des fünften Teiltones repräsentieren, naturgemäß stets auf der mit 2,0 bezifferten strich-punktierten Geraden. Hinsichtlich der Intervalle der übrigen Teiltöne erkennt man unter anderem, dass bei drei Glocken der zweite Teilton (Kreise) erkennbar unterhalb der mit dem Verhältnis 1,0 bezeichneten Geraden liegt. Dies besagt, dass die Frequenz des zweiten Teiltones kleiner ist als die halbe Frequenz des fünften Teiltones. Am ausgeprägtesten ist diese Abweichung bei der Glocke B₆; hier beträgt die Differenz 2,4%. Die Hörversuche, über die im Folgenden berichtet wird, haben für diese Glocke Resultate ergeben, die in gewisser Hinsicht von denen der übrigen Glocken abweichen.

6.2. Konzeption und Durchführung der Hörversuche

Wie in [64 und 31] ausführlich beschrieben, wurden die Versuchsschalle auf Digital Audio Tape zusammengestellt und auf jeweils 10 s Dauer beschnitten. Die Darbietung erfolgte in ruhiger Umgebung über Kopfhörer HD 424. Bereits beim Überspielen waren die Unterschiede bei der Aufnahme sowie das Freifeldübertragungsmaß [80] des Kopfhörers berücksichtigt worden. Dadurch war gewährleistet, dass sämtliche Glockenklänge mit demselben Pegel (bezogen auf das freie Schallfeld) dargeboten wurden.

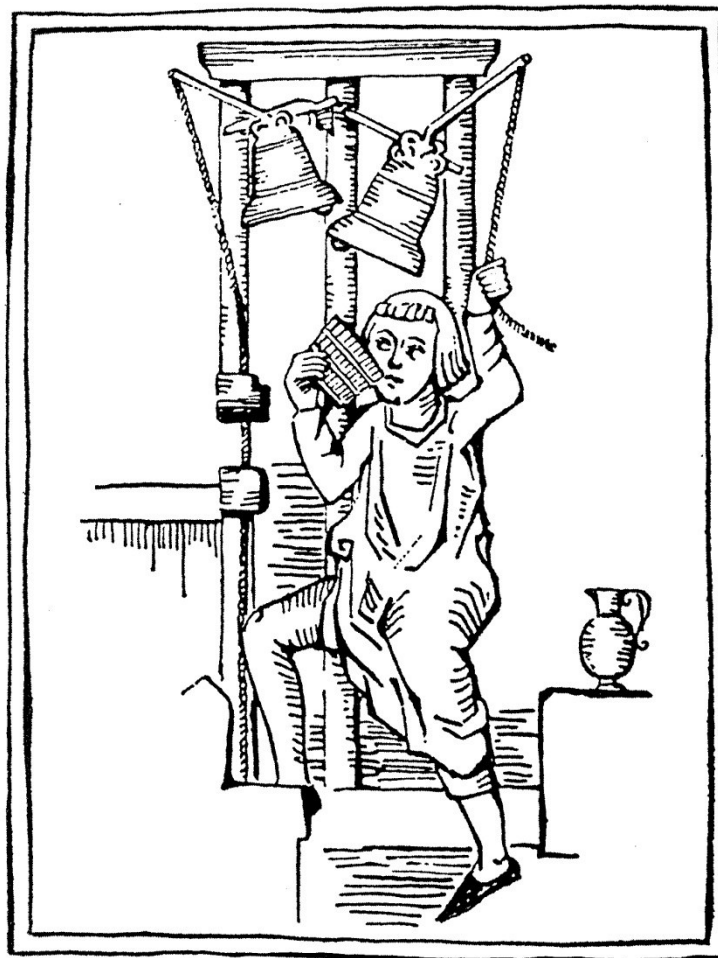


Fig. 65. Aurale Bestimmung der Tonhöhe von Glocken durch Vergleich mit den Tönen einer Panflöte.
Nach einem Fresko in Mölln um 1400, entnommen aus [13].

Dieser Pegel wurde durch entsprechende Verstärkung auf 70 dB (unbewertet, Zeitkonstante Fast) eingestellt. Die Versuchspersonen hatten die Tonhöhe eines jeden Glockenklanges nach der Methode des Einregelns [79] zu quantifizieren. Als Maß dafür benutzen sie die Frequenz eines Sinustones mit dem Pegel 50 dB, dem sie die gleiche Tonhöhe zumaßen. Somit stellt die Frequenz des im Wechsel als gleich hoch beurteilten Sinustones einen Vergleichswert [79] für die Tonhöhe des Glockenklanges dar.

An den Experimenten nahmen 25 Personen im Alter zwischen 20 und 54 Jahren teil, von denen vier weiblichen Geschlechts waren. In ihrer überwiegenden Zahl (20 Personen) waren sie im Alter zwischen 20 und 30 Jahren. Drei Personen waren zwischen 30 und 40 Jahre, eine war 49 und eine 54 alt. Keine der Versuchspersonen verfügte über eine musikalische Ausbildung, die über den normalen Schulunterricht und - in einigen Fällen - das begeisterte Freizeitmusizieren hinausgeht. Insbesondere hatte keine Versuchsperson Erfahrungen mit dem Prüfen von Glocken. Lediglich eine Person war geübt in Bezug auf psychoakustische Experimente. Insofern können die Versuchspersonen als repräsentativ für Menschen gelten, die das Spiel von Glocken rein passiv erleben.

Jeweils eine dieser Personen hörte im reflexionsarmen Raum des Instituts für Mechanik die zu beurteilenden Glockenklänge über Kopfhörer. Die Klänge wurden in zufällig gewählter Reihenfolge diotisch dargeboten. Bei den Experimenten war eine ähnliche Aufgabe gestellt, wie sie auch der Mönch in Fig. 65 löst. Die Versuchsperson hatte sich den Glockenklang anzuhören und sich seine Tonhöhe einzuprägen. Danach konnte sie mit einem Schalter von "Glockenklang" auf "Sinuston" umschalten. Sie hörte nun den Vergleichston. Dessen Frequenz hatte sie mit Hilfe eines Drehknopfes so einzustellen, dass sie die beiden Schalle im Wechsel als gleich hoch empfand. Dieser Vorgang konnte ohne Zeitvorgabe solange wiederholt werden, bis die Versuchsperson ihr endgültiges Urteil gefunden hatte. Wenn sie dies signalisiert hatte, las der Versuchsleiter die eingestellte Vergleichsfrequenz an einem Frequenzzähler 5316A von Hewlett-Packard ab und notierte sie. Die auf diese Weise ermittelte Frequenz dient im Weiteren zur objektiven Kennzeichnung der Tonhöhe, welche die Versuchsperson spontan und integral dem Glockenklang zumisst.

Jeder Versuchsteilnehmer hatte in zwei getrennten Sitzungen je zweimal die Tonhöhe eines jeden Glockenklanges zu beurteilen. Letztlich führte dies auf 100 Vergleichswerte für jeden Glockenklang. Da mit der vorliegenden Studie nicht das Urteil handverlesener Glockenexperten, sondern dasjenige des "Mannes auf der Straße" erfasst werden sollte, wurden sämtliche Resultate in die Endauswertung miteinbezogen. Im ersten Schritt wurden die Vergleichsfrequenzen für jede Versuchsperson in Tabellenform zusammengestellt [64]. Diese Originaldaten liegen vor; sie erlauben eine Analyse der inter-individuellen und intra-individuellen Streuungen, auf die an dieser Stelle jedoch nicht eingegangen werden soll.

Die Erfahrung mit psychophysikalischen Experimenten lehrt, dass Versuchspersonen nicht in der Lage sein werden, ihre Beurteilungen stets mit mathematischer Präzision wiederholen zu können. Es ist deshalb geboten, der naturgegebenen Unschärfe Rechnung zu tragen und die eingestellten Frequenzen zu Klassen zusammenzufassen. Nach [37 und 39] ist hierfür ein Integrationsintervall der Breite geeignet, wie sie einem Fünftel der Frequenzgruppenbreite [50, 51 und 79] entspricht. Dieses Intervall umfasst damit zehn eben wahrnehmbare Tonhöhenunterschiede. Bis zur Frequenz 500 Hz ist es konstant 20 Hz breit. Bei höheren Frequenzen nimmt seine absolute Breite zu, da nun die relative Breite konstant bleibt und 4% der jeweiligen Frequenz entspricht. Als Vergleich kann dienen, dass ein Halbtonschritt etwa 6% der jeweiligen Frequenz entspricht.

Eine gewisse Willkür liegt darin, wie die Lage der Integrationsintervalle auf der Frequenzachse gewählt wird. Die Intervalle wurden primär um diejenigen Mittenfrequenzen gebildet, die mit den physikalisch gemessenen Teiltönen der Glockenklänge übereinstimmen. Daran fügen sich die weiteren Intervalle an. In [31] wurde gezeigt, welche Auswirkungen eine Verschiebung der Intervalle auf der Frequenzachse haben kann. Diese sind im Allgemeinen gering. Es sei bereits vorweggenommen, dass mit dieser Wahl der Integrationsintervalle dem Verhalten der Versuchspersonen Rechnung getragen wurde. Deren Antworten gruppieren sich in aller Regel um physikalisch vorhandene Teiltöne. Auf eine markante Ausnahme, die sich auf den zweiten Teilton der Glocke B_6 bezieht, wird noch gesondert eingegangen werden.

In den folgenden Diagrammen wird an der Ordinate die relative Häufigkeit angegeben. Diese kennzeichnet demnach den Prozentsatz der Einstellwerte, bezogen auf die Gesamtzahl der 100 Tonhöhenvergleiche, die in solch ein Intervall fallen. Somit bedeutet eine relative Häufigkeit von $x\%$, dass von den 100 eingestellten Frequenzen x Einstellwerte innerhalb des betreffenden Intervalles liegen.

6.3. Ergebnisse der Hörversuche

Hinsichtlich einer detaillierten Darstellung der Einzelresultate sei auf [31] verwiesen. Im folgenden werden Ergebnisse präsentiert, von denen jedes als repräsentativ für einen Teil des untersuchten Ensembles gelten können. Im oberen Teildiagramm ist jeweils das physikalische Schallpegel-Frequenz-Spektrum angegeben. Darunter ist das Ergebnis des subjektiven Tonhöhenvergleichs als Histogramm dargestellt. Um den direkten Vergleich zu vereinfachen, sind die Teiltöne durch Symbole markiert. Das eingezeichnete Dreieck mit der Spitze nach oben kennzeichnet den ersten, der Kreis den zweiten und das Dreieck mit der Spitze nach unten den fünften Teilton. In aller Regel zeigt sich eine Korrelation zwischen den physikalischen und den subjektiven Ergebnissen. Die Angaben der Versuchspersonen häufen sich bei denjenigen Frequenzen, die einem dieser Teiltöne entsprechen.

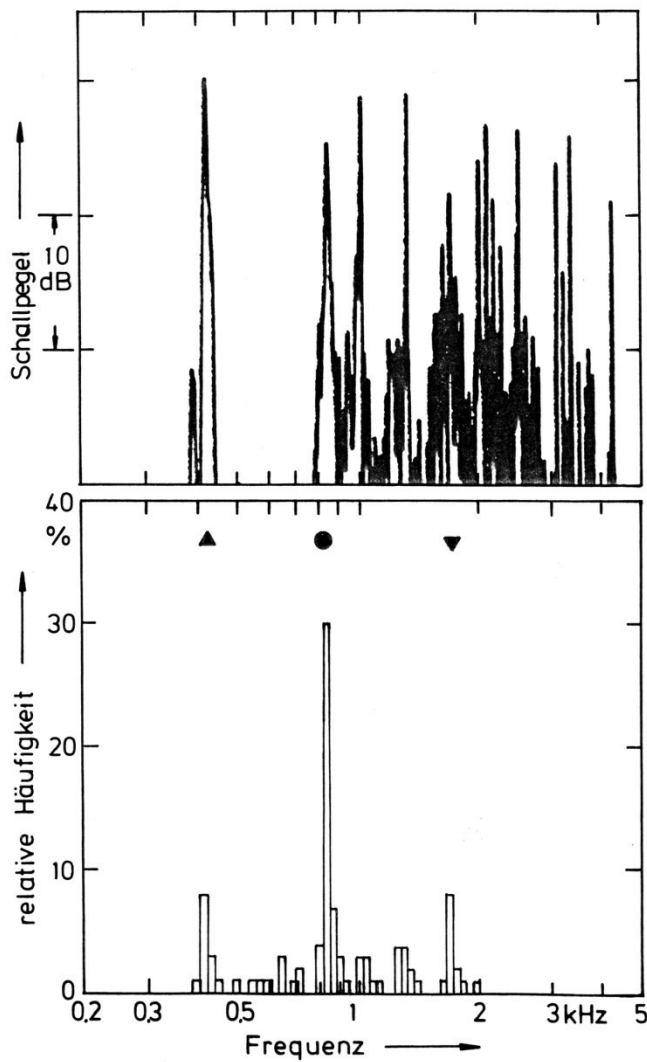


Fig. 66. Glockenspielglocke A_{s5} .
 Oben: Schallpegel-Frequenz-Spektrum;
 unten: relative Häufigkeit der
 im jeweiligen Frequenzintervall
 eingestellten Vergleichsfrequenzen.

Zunächst sollen tiefe Frequenzlagen betrachtet werden, was sich beim untersuchten Glockenspiel etwa auf die Glocken G_5 bis H_5 bezieht. Für diese Untergruppe kann die Glocke A_{s5} (Fig. 66) als repräsentativ gelten. Die Versuchspersonen stellten Vergleichsfrequenzen zwischen etwa 400 Hz und nahezu 2000 Hz ein. In der Häufigkeitsverteilung erkennt man ein "weißes Rauschen" von Antworten, die sich über diesen Bereich verteilen. Deutlich zeichnen sich jedoch drei relative Maxima ab. Sie liegen bei den Frequenzen des ersten (8%), zweiten (30%) und fünften (8%) Teiltones. Der dritte und der vierte Teilton werden mit 3% bzw. 4% zu einem weitaus geringeren Prozentsatz genannt. Mit Abstand am häufigsten wird die Frequenz des zweiten Teiltones, der Prime, eingestellt. Zählt man die beiden benachbarten Intervalle mit, dann entfallen 41%, also nahezu die Hälfte aller Tonhöhenbeurteilungen, auf den zweiten Teilton.

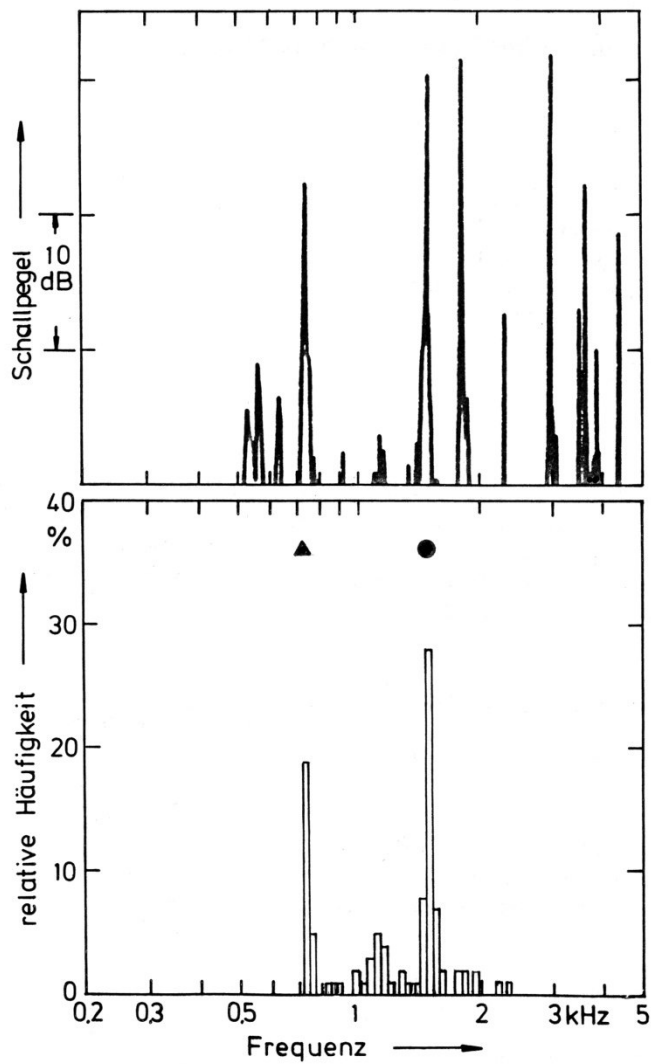


Fig. 67. Glockenspielglocke Fis₆.
 Oben: Schallpegel-Frequenz-Spektrum;
 unten: relative Häufigkeit der
 im jeweiligen Frequenzintervall
 eingestellten Vergleichsfrequenzen.

Das Bild in den mittleren Frequenzlagen - etwa bei den Glocken C₆ bis A₆ - ist nicht mehr ganz so einheitlich. Fig. 67 zeigt ein Beispiel. Der Vergleich mit Fig. 66 lässt die Tendenz erkennen, dass der erste Teilton (19%) an Bedeutung gewinnt, während der fünfte Teilton überhaupt keine Rolle mehr spielt. Der zweite Teilton wird in 28% aller Fälle als tonhöhenbestimmend eingestellt. Rechnet man die beiden benachbarten Intervalle mit, dann konzentrieren sich 43% aller Tonhöhenbeurteilungen auf den zweiten Teilton, was nahezu die Hälfte darstellt. Dem zweiten Teilton kommt damit praktisch dasselbe große Gewicht wie in den tiefen Frequenzlagen zu.

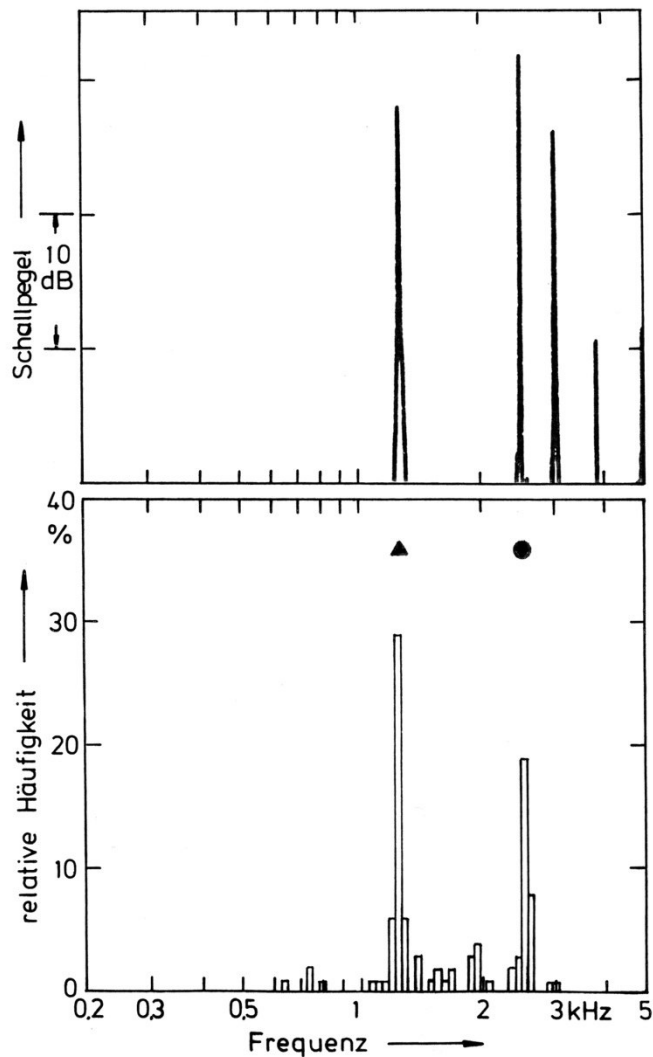


Fig. 68. Glockenspielglocke D₇.
 Oben: Schallpegel-Frequenz-Spektrum;
 unten: relative Häufigkeit der
 im jeweiligen Frequenzintervall
 eingestellten Vergleichsfrequenzen.

Mit steigender Frequenz tendieren die Versuchspersonen dazu, den ersten und den zweiten Teilton etwa gleich häufig als tonhöhenbestimmend zu beurteilen. Wie Fig. 68 zeigt, bevorzugen sie schließlich in den hohen Frequenzlagen - bei den Glocken B₆ bis D₇ - den ersten Teilton. Bei der Glocke D₇ entfallen 29% aller Einstellungen auf den erste Teilton und 19% auf den zweiten Teilton. Weitere Teiltöne erweisen sich hinsichtlich ihrer Tonhöhe als vollständig bedeutungslos. Summiert man über die drei benachbarten Intervalle, dann bestimmt der erste Teilton zu 41% - also nahezu in der Hälfte aller Fälle - die Tonhöhe des Glockenklanges. Somit ist seine Bedeutung größer als die des zweiten Teiltones geworden.

Bisher lassen die Hörversuche folgende Aussagen zu:

- o Die Beurteilung der Tonhöhe durch ungeübte Versuchspersonen erweist sich als mehrdeutig.
- o Die Versuchspersonen stellen im Wesentlichen Frequenzen als tonhöhenbestimmend ein, die sich als Teiltonfrequenzen im Spektrum wiederfinden.
- o Mit Abstand am häufigsten werden die Frequenzen des zweiten und ersten sowie - mit Einschränkungen - des fünften Teiltones eingestellt.
- o Die tonhöhenbestimmenden Teiltöne stehen zueinander ziemlich genau in Oktavverhältnissen.

In einem einzigen Fall fällt das Maximum der Tonhöhenstellungen nicht mit einem physikalisch vorhandenen Teilton zusammen. Es handelt sich dabei um die Glocke B_6 . Die Frequenz des zweiten Teiltones dieser Glocke ist 1815 Hz. Die halbe Frequenz des fünften Teiltones beträgt 1860 Hz, die doppelte Frequenz des ersten Teiltones ist 1908 Hz. Wie in [31] gezeigt, entfallen auf das Integrationsintervall um 1815 Hz nur 8% der Vergleichswerte, während im daran anschließenden Intervall um 1890 Hz 29% der Vergleichsfrequenzen liegen. Der Grund für diese Diskrepanz konnte bislang nicht geklärt werden. Sie könnte die Folge einer Tonhöhenverschiebung [34] darstellen, die der zweite Teilton des Glockenklanges erleidet. Es könnte auch ein Zusammenhang damit bestehen, dass die Teiltöne der Glocke B_6 vom üblichen Intervallraster abweichen; siehe hierzu Fig. 63 und Fig. 64. Möglicherweise erliegen die Versuchspersonen einer Oktavverwechslung; eventuell beurteilen sie die Tonhöhe nicht nach dem zweiten Teilton, sondern stellen vielmehr die Oberoktave des ersten Teiltones oder auch die Unteroktave des fünften Teiltones ein.

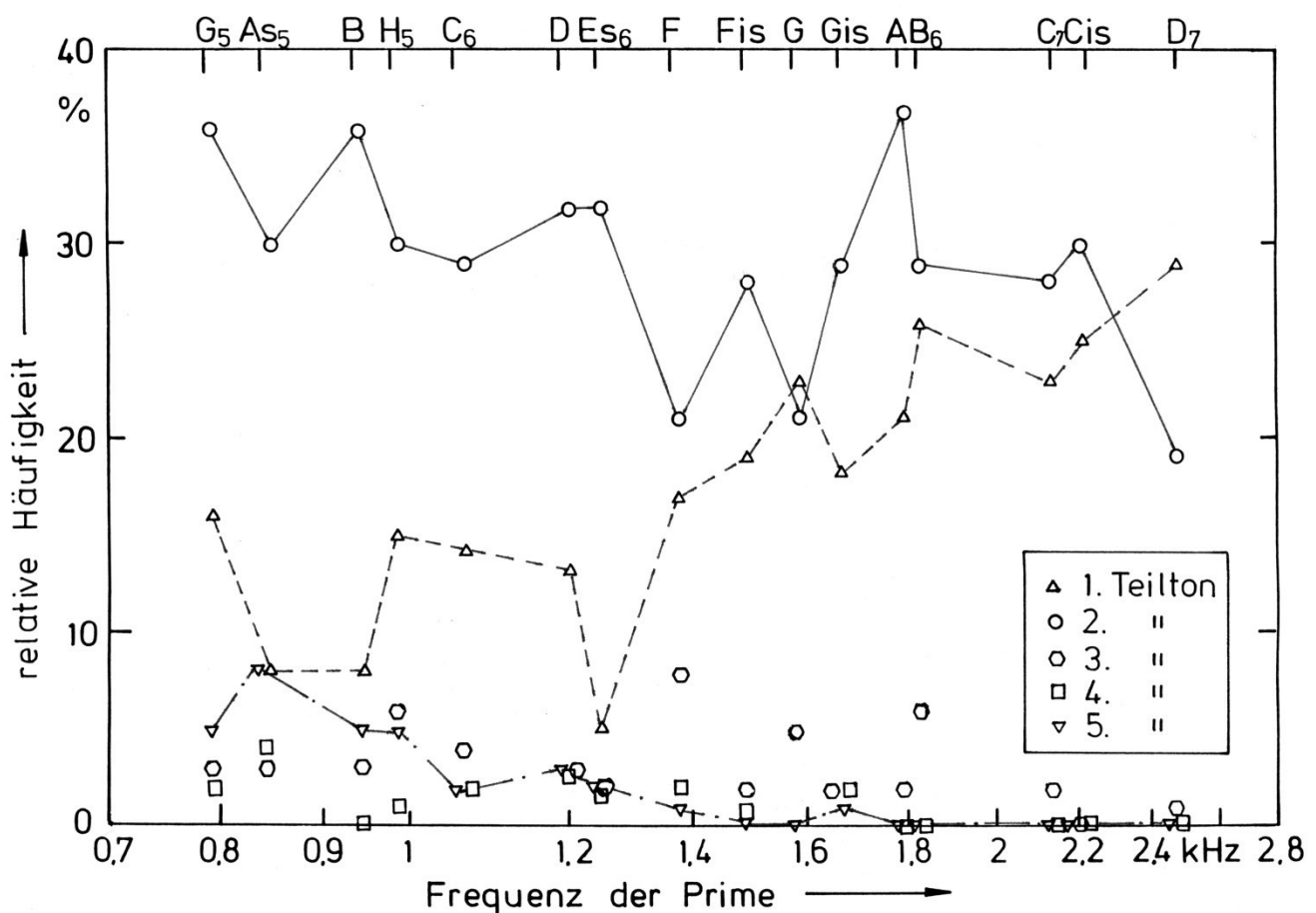


Fig. 69. Relative Häufigkeit, mit der die Frequenzen der Teiltöne von Glockenspielglocken als tonhöhenbestimmend beurteilt werden, in Abhängigkeit von der Frequenz des zweiten Teiltones. Die Ergebnisse für die drei wichtigsten Teiltöne sind verbunden.

Für alle anderen Glocken des untersuchten Glockenspieles lässt sich aussagen, dass die Tonhöhen des Glockenklanges in aller Regel durch Frequenzen beschrieben werden, die sich mit der bei diesem Experiment erreichbaren Auflösung im Spektrum wiederfinden. Als tonhöhenbestimmend werden in der Mehrzahl aller Fälle die Frequenzen eines der oktavverwandten Teiltöne eingestellt. Dieses Ergebnis deutet somit darauf hin, dass die integrale Tonhöhe dieser Glocken bestimmt ist

durch *Spektraltonhöhen* des zweiten und ersten sowie des fünften Teiltones. Bei 15 der 16 untersuchten Glocken deutet nichts darauf hin, dass die *virtuelle Tonhöhe* zur Erklärung der experimentellen Ergebnisse herangezogen werden müsste.

Die Ergebnisse der Hörversuche sind in Fig. 69 zusammengefasst. An der oberen Abszisse ist die Bezeichnung der Glocken, an der unteren die Frequenz des zweiten Teiltones - die Primfrequenz - angetragen. Die Ordinate ist entsprechend der prozentualen Häufigkeit geteilt, mit der die Frequenz eines Teiltones als tonhöhenbestimmend angegeben wurde.

Die Auswertung der Experimente hat gezeigt, dass sich die Einstellungen der Versuchspersonen auf wenige Frequenzen konzentrieren. Die Einstellwerte korrelieren in aller Regel mit den Frequenzen von Teiltönen. Im Höchstfall haben sich fünf Teiltöne als wichtig erwiesen. Es waren dies die tieferfrequenten Teiltöne im Prinzipalbereich. Höherfrequente Teiltöne haben sich in keinem Fall als tonhöhenbestimmend erwiesen. Zwei der Teiltöne im Prinzipalbereich wurden bezüglich der Tonhöhe als weniger wichtig beurteilt. Es sind dies der dritte (Terz) und vierte Teilton (Quinte). Insbesondere in den tiefen Frequenzlagen ist der fünfte Teilton (Oberoktave) von etwas größerer Bedeutung. Die zugehörigen Messwerte sind in Fig. 69 durch eine strich-punktierte Linie verbunden. Man erkennt eine mit der Frequenz abfallende Tendenz. In den hohen Frequenzlagen spielt dieser Teilton demnach für die Tonhöhe ebenfalls keine Rolle mehr.

Von deutlich größerem Gewicht ist der erste Teilton (Suboktave). Wie der gestrichelte Geradenzug erkennen lässt, ist die relative Häufigkeit, mit der dieser Teilton als tonhöhenbestimmend beurteilt wird, umso größer, je höher die Frequenzlage ist. Fig. 69 zeigt, dass das insgesamt höchste Gewicht dem zweiten Teilton (Prime) zukommt. Der durchgezogene Geradenzug bewegt sich zwischen 19% und 37% aller Antworten. Die Klammer um den Messwert für die Glocke B_6 deutet auf die Irregularität hin, die im Zusammenhang mit diesem Teilton bezüglich der Tonhöhe beobachtet worden ist. In der Gesamtschau wird ersichtlich, dass sich die Tonhöhenbeurteilungen etwa zur Hälfte auf die zuletzt genannten drei Teiltöne - und hierbei wiederum vor allem auf die ersten beiden - konzentrieren.

Um die Tendenzen zu veranschaulichen, die hinsichtlich der Abhängigkeit des Gewichts von der Frequenzlage erkennbar werden, sind in Fig. 70 die experimentellen Ergebnisse für diese drei Teiltöne durch Geraden angenähert. Die strich-punktierte Gerade **5** bezieht sich auf den fünften Teilton. Dessen Frequenz wird in den tiefen Frequenzlagen mit nicht ganz 10% am häufigsten, in den mittleren seltener und in den hohen Frequenzlagen überhaupt nicht als tonhöhenbestimmend beurteilt.

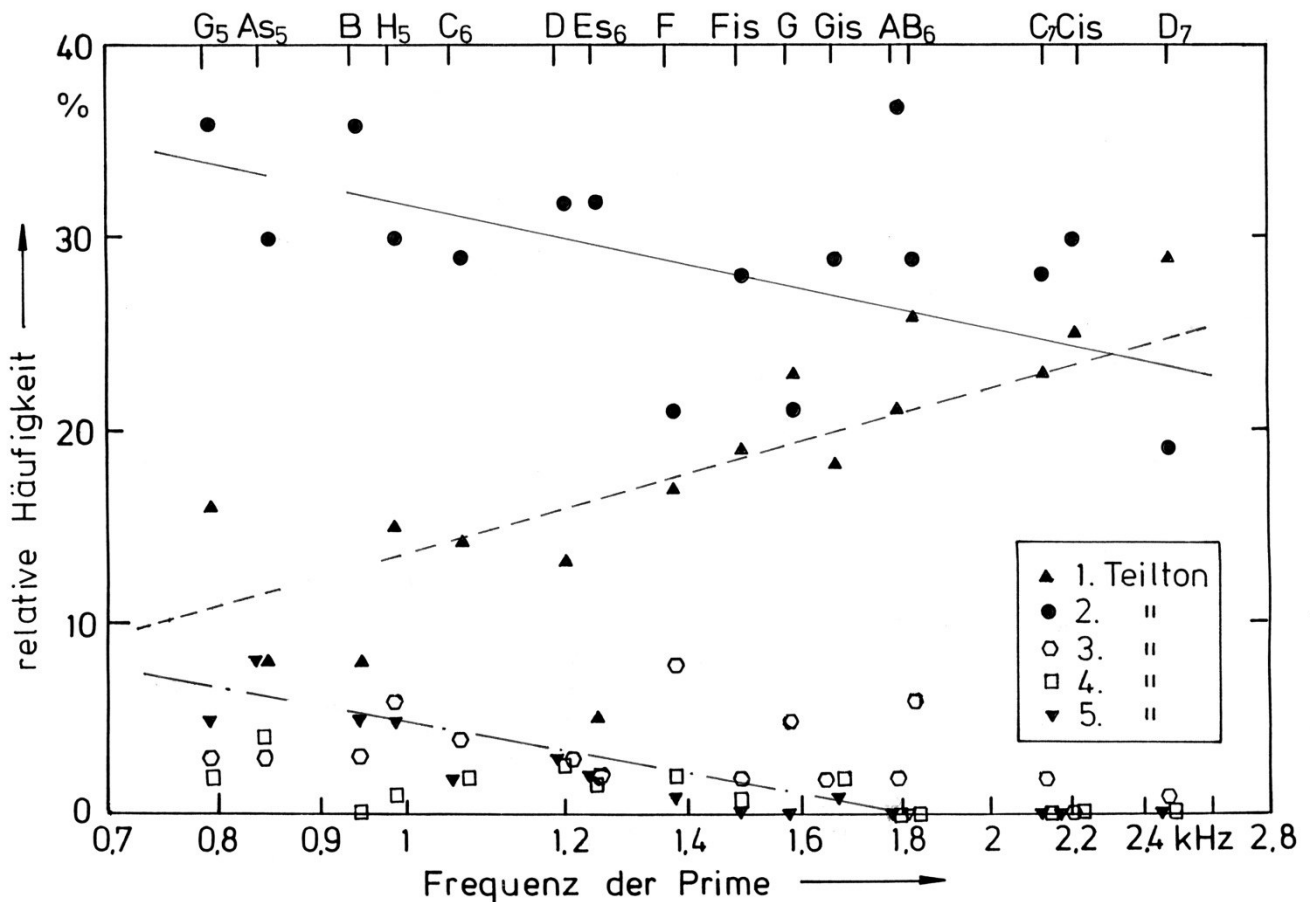


Fig. 70. Relative Häufigkeit, mit der die Frequenzen der Teiltöne von Glockenspielglocken als tonhöhenbestimmend beurteilt werden, in Abhängigkeit von der Frequenz des zweiten Teiltönen. Die Ergebnisse für die drei wichtigsten Teiltöne sind durch mittlere Geraden angenähert.

Die größte Bedeutung kommt den beiden tiefsten Teiltönen zu. Der erste Teilton (gestrichelte Gerade 1) steht in den tiefen Frequenzlagen gegenüber dem zweiten Teilton zurück. Mit wachsender Frequenz gewinnt er jedoch immer mehr an Bedeutung. Die Gerade steigt an, bis in den hohen Lagen die Anzahl der Nennungen sich verdoppelt hat und der erste Teilton sich schließlich als mindestens ebenso wichtig wie der zweite Teilton erweist. Der zweite Teilton dominiert in weiten Bereichen. Die durchgezogene Gerade 2 zeigt eine abfallende Tendenz auf hohem Niveau. Damit belegen diese Ergebnisse, dass der zweite Teilton die heraushebende Bezeichnung "Prime" bezüglich der Tonhöhe zu Recht trägt.

6.4. Diskussion der Hörversuche

Die Tonhöhe ist dasjenige Empfindungsmerkmal, dem bei Glocken die größte Bedeutung zukommt. Nicht umsonst werden Glocken nach ihrer musikalischen Tonhöhe bezeichnet. Dies gilt für Glockenspielglocken in noch höherem Maße als für Kirchenglocken. In der beschriebenen psychoakustischen Studie hatten Versuchspersonen die Aufgabe, die spontan empfundene Tonhöhe der Klänge von 16 Glockenspielglocken zu kennzeichnen. Dies leisteten sie dadurch, dass sie die Frequenz eines Vergleichs-Sinustons so lange veränderten, bis sie ihn im Wechsel mit dem Klang als gleich hoch beurteilten.

Glockensachverständige sind aufgrund ihrer musikalischen Vorbildung und infolge jahrelanger Übung bezüglich der Beurteilung von Glocken geprägt. So sind sie in der Lage, rasch die Tonhöhe einer Glocke zu identifizieren. Die Versuchspersonen, die an den eigenen Hörversuchen teilnahmen, brachten diese Voraussetzungen nicht mit; sie beschrieben die gestellte Aufgabe demzufolge übereinstimmend als schwierig. Glockenklänge beinhalten viele Teiltöne. Diese stehen nicht in streng harmonischen Beziehungen zueinander. Das hat zur Folge, dass bei Glockenklängen die "Ausgeprägtheit der Tonhöhe" [81] nicht sehr hoch ist. Die Glocke ähnelt damit einem anderen Perkussionsinstrument, der Pauke, für die diesbezügliche Untersuchungen bereits durchgeführt worden sind [82]. Allein wegen der vergleichsweise schwach ausgeprägten Tonhöhe darf es nicht verwundern, wenn die Antworten der Versuchspersonen sich als uneinheitlich erweisen. Neben mehr zufälligen Streuungen erkennt man in den Häufigkeitsverteilungen jedoch stets ausgeprägte Maxima.

Diese korrelieren in aller Regel mit den Frequenzen von Teiltönen, die physikalisch im Spektrum nachweisbar sind. Als durchweg dominant erweist sich der zweite Teilton. Daneben spielt der fünfte Teilton eine gewisse Rolle. Eine große, mit steigender Frequenz wachsende Bedeutung kommt dem ersten Teilton zu. Der Zusammenhang zwischen diesen drei Teiltönen besteht in ihrer näherungsweisen Oktavverwandtschaft; ihre Frequenzen verhalten sich in weitgehender Annäherung wie 1:2:4.

Praktisch immer weisen die Histogramme mehr als ein Maximum auf, d.h. so gut wie nie konzentrieren sich die Urteile aller Versuchspersonen auf ein und dieselbe Frequenz. Somit wird die Tonhöhe in aller Regel als mehrdeutig beurteilt. Diese Beobachtung ist in Übereinstimmung mit der musikalischen Erfahrung (siehe z.B. [10] S. 76) und mit Ergebnissen aus der Literatur (siehe z.B. [39]). Es ist bekannt, dass hierbei die musikalische "Umgebung" eine Rolle spielen kann, in die sich der Glockenklang einfügt. Dies wird als "Kontextabhängigkeit" [28 und 37] der Tonhöhe bezeichnet. Die hier dargestellten Ergebnisse gelten für den Kontext reiner Sinustöne. Möglicherweise könnten sich andere Gewichte ergeben, wenn eine Glocke beim Spielen einer Melodie im Kontext des übrigen Glockenspieles erklingt.

Der Begriff "Schlagtonhöhe" wurde im hier betrachteten Zusammenhang bewusst vermieden, da er nicht immer in derselben Bedeutung verwendet wird. In manchen Fällen kennzeichnet er die spontan empfundene Tonhöhe eines Glockenklanges. Oftmals soll er jedoch auch dasjenige Empfindungsattribut bezeichnen, welches in der Psychoakustik als "virtuelle Tonhöhe" bezeichnet wird. Bei tief abgestimmten Kirchenglocken ist die spontan empfundene Tonhöhe in aller Regel eine virtuelle Tonhöhe. Beide Bedeutungen der Schlagtonhöhe decken sich dann. Bei hoch abgestimmten Glocken, wie sie hier untersucht wurden, spielt allem Anschein nach die virtuelle Tonhöhe [33 bis 36] jedoch keine ursächliche Rolle. Mit einer einzigen Ausnahme, die weiter oben beschrieben ist, können die vorliegenden Resultate vollständig im Lichte der Spektraltonhöhe gedeutet werden. Damit ist die Schlagtonhöhe bei den hier betrachteten Glocken eine Spektraltonhöhe.

Eine einfache Regel, mit der sich allein aus Frequenzverhältnissen die Tonhöhe berechnen lässt, existiert offenbar nicht. Dies mag allenfalls innerhalb einer begrenzten Frequenzlage, d.h. für Glocken ähnlicher Stimmung und Größe, gelingen. Es kann jedoch keinesfalls erwartet werden, dass solche "zahlentheoretischen" Vorgehensweisen bei sämtlichen Frequenzlagen, Formen und Arten von Glocken zum Erfolg führen müssen. Schließlich ist ein Teilton nicht nur durch seine Frequenz, sondern auch durch seinen Pegel charakterisiert. Deshalb muss zunächst in jedem Einzelfall geprüft werden, ob und in welchem Maße der betreffende Teilton im Glockenklang überhaupt auftritt.

Wenn er messbar ist, muss weiter sichergestellt sein, dass er hörbar ist und nicht wegen seines geringen Pegels möglicherweise verdeckt wird [50 und 51]. Bekanntermaßen ist der Verdeckungseffekt in starkem Maße pegelabhängig. Neben den Pegelverhältnissen innerhalb des Glockenklanges spielt demnach auch der absolute Pegel eine große Rolle.

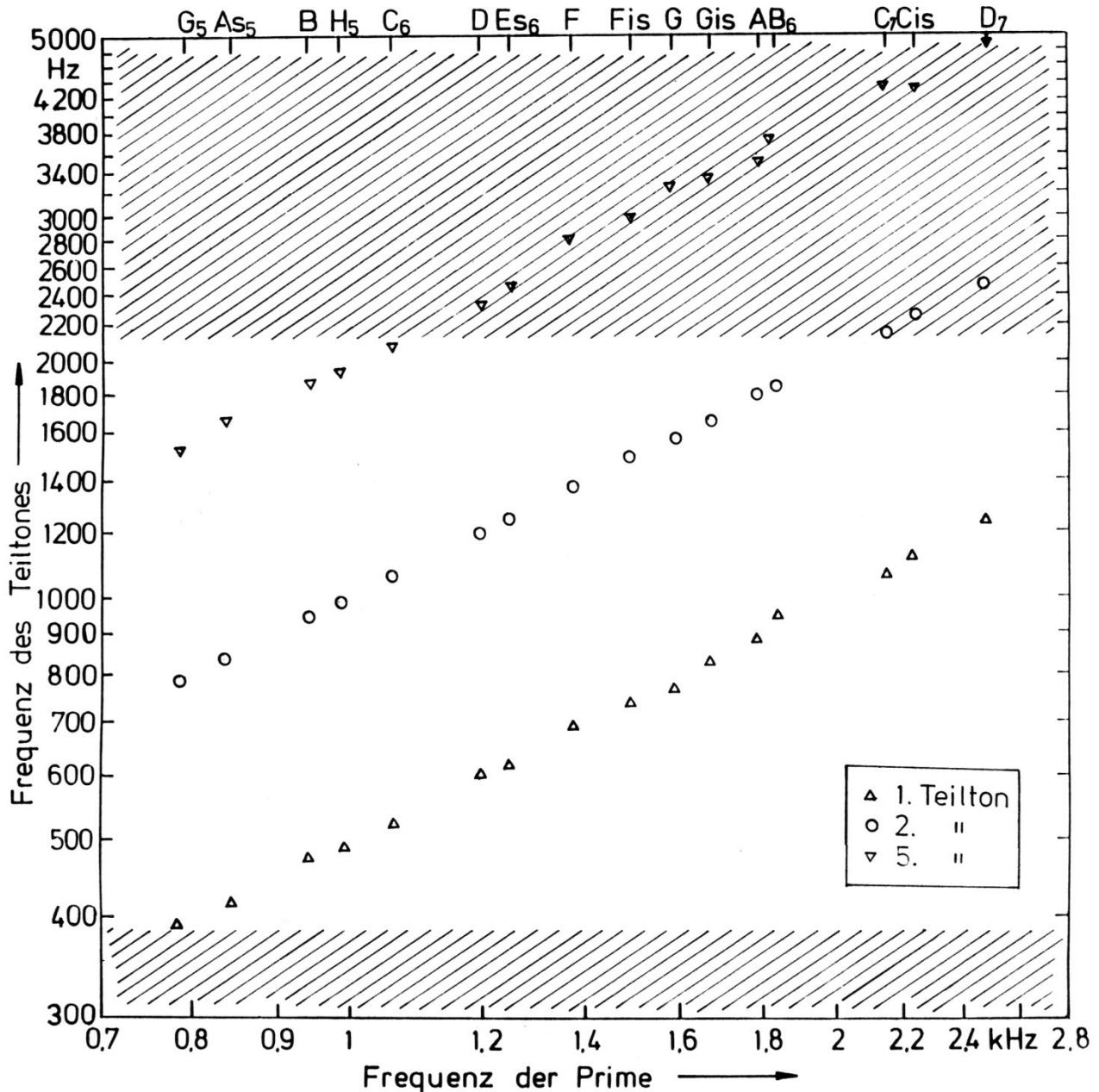


Fig. 71. Frequenzen der drei oktavverwandten Teiltöne der Glockenspielglocken in Abhängigkeit von der Frequenz des zweiten Teiltone. Die Schraffur kennzeichnet den für die Tonhöhe weniger wichtigen Bereich und lässt das tonhöhenbestimmende Frequenzfenster frei.

Bei den psychoakustischen Experimenten war der Pegel der Glockenklänge 70 dB. Im Folgenden wird vorausgesetzt, dass bei diesem Pegel die oktavverwandten Teiltöne des Glockenklanges hörbar

sein sollen. Welcher dieser Teiltöne bei welcher Frequenzlage in Hinsicht auf die Tonhöhe dann von Bedeutung sein wird, kann mit Hilfe von Fig. 71 abgeschätzt werden.

In Fig. 71 sind Teiltonfrequenzen über der Frequenz des zweiten Teiltones aufgetragen. Die Symbole repräsentieren den ersten, zweiten und dritten Teilton. Das freigelassene Gebiet kennzeichnet den tonhöhenbestimmenden Bereich. Dieser erstreckt sich zwischen etwa 400 Hz und etwa 2000 Hz und stimmt demnach weitgehend mit dem "dominanten Spektralbereich" nach [37 und 39] überein. Liegt ein Teilton im schraffierten Gebiet, ist er für die Tonhöhe des Gesamtklages von untergeordneter Bedeutung. Befindet er sich dagegen im nicht schraffierten Gebiet, dann wird er mit großer Wahrscheinlichkeit einen erwähnenswerten Beitrag zur Tonhöhenempfindung leisten. Je zentraler der Teilton in diesem Frequenzfenster liegt, desto gewichtiger wird sein Beitrag sein.

Mittels dieser Darstellung ist es nun möglich abzuschätzen, in welcher Frequenzlage welche Teiltöne die Tonhöhe des Glockenklages bestimmen werden. So macht Fig. 71 bezüglich des fünften Teiltones (Dreiecke mit der Spitze nach unten) deutlich, dass dessen Tonhöhe lediglich in tiefen Frequenzlagen eine gewisse Bedeutung haben wird. Im Gegensatz dazu liegt der erste Teilton (Dreiecke mit der Spitze nach oben) bei allen, der zweite Teilton (Kreise) bei fast allen der hier untersuchten Glocken innerhalb des tonhöhenbestimmenden Bereichs. Damit spiegelt das Diagramm deutlich die wichtige Rolle wider, die diesen beiden Teiltönen - der Suboktave und der Prime - zukommt.

Diese einfache Modellvorstellung erlaubt es, unter Verzicht auf Einzelheiten die Teiltöne hinsichtlich ihres Beitrages zur Tonhöhe des Glockenklages zu beurteilen. Die Ergebnisse der psychoakustischen Untersuchungen lassen sich somit in ihren Grundzügen anschaulich machen.

7. ABSCHLIESSENDE DISKUSSION

Glocken sind faszinierende Objekte. Sie beeindrucken nicht nur als Kulturdenkmäler und geben Zeugnis von einer uralten Handwerkskunst, sondern sie stellen auch eine Herausforderung für den Schwingungstechniker und den Akustiker dar. Obwohl ihre Schwingungen seit mehr als zwei Jahrhunderten Gegenstand wissenschaftlicher Untersuchungen sind, ist ihre Anziehungskraft auf den Vibroakustiker noch heute ungebrochen.

Die Glocke gehört zur Familie der Idiophone. Der Glockenkörper übernimmt die doppelte Aufgabe, das Schallsignal zu erzeugen und es auch abzustrahlen. Schwingung und Schallsignal sind damit auf das engste miteinander verknüpft [83]. Aus diesem Grunde sind die Schwingungen der Glocke von mehrfacher Bedeutung. Sie stellen das Thema von vier Kapiteln des vorliegenden Berichtes dar.

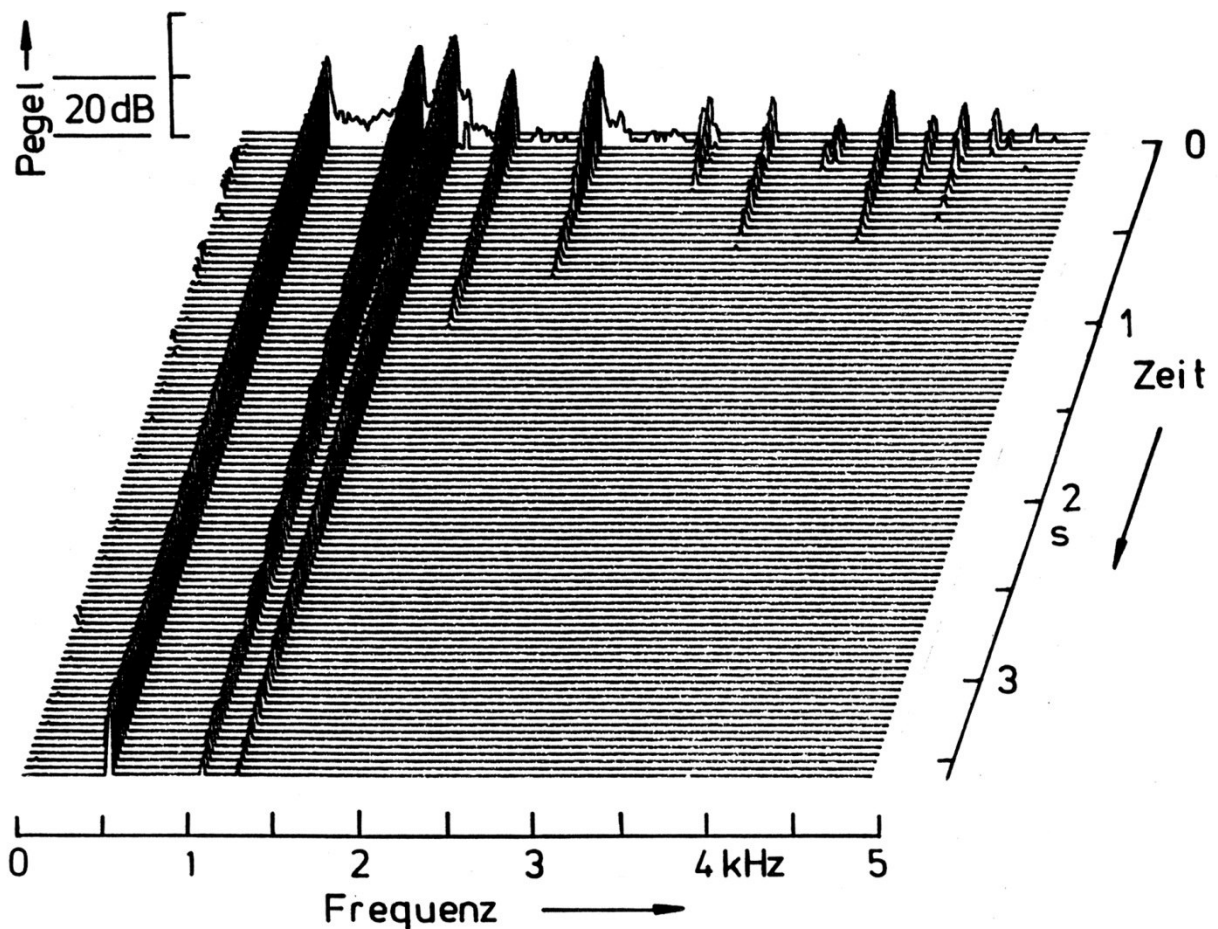


Fig. 72. Schallpegel-Frequenz-Zeit-Diagramm des Klanges der in Fig. 3 dargestellten Glocke.

Wie jedem Kontinuumsschwinger sind auch der Glocke eine Vielzahl von Schwingungsmoden zu eigen. Jede dieser Teilschwingungen tritt mit einer bestimmten Bewegungsform auf und hat eine charakteristische Frequenz. Einige dieser Spektralkomponenten finden sich im Schallsignal wieder. Mittels moderner Messtechnik können sie auf einfache Weise aufgenommen und veranschaulicht werden. Fig. 72 zeigt als Beispiel das Ergebnis der FFT-Analyse eines Glockenklanges, der von der in Fig. 3 abgebildeten Glocke stammt. 90 einzelne Messkurven sind so zu einem Wasserfalldiagramm zusammengestellt, dass man erkennt, wie das Schallpegel-Frequenz-Spektrum beschaffen ist und wie es sich im Verlauf der ersten Sekunden nach dem Anschlagen verändert.

Um die zugrunde liegenden Schwingungsformen des Glockenkörpers zu erfassen, stehen verschiedene Methoden zur Verfügung. Die derzeit jüngste dürfte die Modalanalyse sein. Eigene Untersuchungen haben in Übereinstimmung mit den Resultaten anderer Autoren ergeben, dass der obere Teil der Glocke, der als Platte bezeichnet wird, relativ unbeweglich ist. Für die Schallerzeugung ursächlich sind die Biegeschwingungen der Flanke zwischen der Schulter und dem unteren Rand der Glocke. Die heutigen Kirchenglocken leiten sich üblicherweise von der "gotischen Rippe" ab. Bei ihnen und auch den meisten Glockenspielglocken weist die erste Teilschwingung (2|0) vier Knoten in Umfangsrichtung, was zwei vollen Cosinus-Perioden entspricht, und keinen Knoten auf der Mantellinie auf. Bei der zweiten Teilschwingung (2|1u) bildet sich ein zusätzlicher Knotenkreis in der Nähe des Schlagringes aus. Die beiden folgenden Teilschwingungen haben in Umfangsrichtung sechs Knoten. Die dritte (3|1o) weist einen Knotenkreis weiter oben, die vierte (3|1u) einen Knotenkreis weiter unten auf der Flanke auf. Für die fünfte Teilschwingung findet man (4|1o) und damit acht Knoten auf dem Umfang sowie einen Knotenkreis usw.

Die Modalanalyse gibt Aufschluss darüber, wie sich die Bewegung auf dem gesamten Glockenkörper verteilt. Die Kenntnis der Schwingungsform ist beispielsweise dann wichtig, wenn die Abstrahlung von akustischer Energie untersucht werden soll. In vielen Fällen interessiert jedoch lediglich die Antwort der Glocke auf eine entsprechende Anregung an ein und derselben Stelle. Es reicht dann aus, die Admittanz am betrachteten Punkt zu messen. Anhand der Punktadmittanz lässt sich z.B. beurteilen, in welchem Maße der Klöppel in der Lage ist, Energie in den Glockenkörper einzubringen.

Die Admittanzmessung fördert eine Erscheinung klar zutage, die damit zu tun hat, dass die für das Schallsignal relevanten Teilschwingungen nicht symmetrisch, sondern vielmehr antimetrisch sind. Für diese Familie von Schwingungsformen lassen theoretische Überlegungen erwarten, was sich bei der Messung mit entsprechender Frequenzauflösung bestätigt: Jede dieser Schwingungsformen tritt grundsätzlich doppelt in zwei Partialformen auf. Wäre die Glocke vollkommen rotationssymmetrisch, dann wären die Frequenzen der beiden Partialschwingungen identisch. Bei realen Strukturen spaltet jede der Schwingungsfrequenzen sich jedoch in zwei Partialfrequenzen auf, die um Bruchteile von Hertz bis zu einigen Hertz voneinander verschieden sind. Dieser Effekt wird als Moden-Splitting bezeichnet. Er wurde am Beispiel einer sichtbar nicht-rotationssymmetrischen Kuhglocke, aber auch bei einer Kirchenglocke nachgewiesen. Komplizierte zeitlich-örtliche Schwebungserscheinungen sind die Folge, die als Spinning Modes bezeichnet werden. Deren Auswirkungen finden sich im Schallsignal wieder. Abhängig von der Frequenzauflösung zeigen sie sich als Doppelspitzen im Klangspektrum oder als periodische Fluktuationen im Wasserfalldiagramm (siehe den zweiten Teilton in Fig. 72). Sie sind die Ursachen für die Schwebungen, die bei vielen Glocken beobachtet werden.

Eine noch längere Tradition als die Experimente haben die Bemühungen, Glockenschwingungen und insbesondere deren Frequenzen wissenschaftlich zu berechnen. Die reale Glocke muss dazu durch ein geeignetes mechanisches Modell ersetzt werden, das mit den Mitteln der Mathematik behandelt wird. Bei sehr einfachen - und deshalb nicht sehr realitätsnahen - Modellen kann dies analytisch geschehen. Ungeachtet ihrer offenkundigen Unzulänglichkeiten bieten diese Modelle den großen Vorteil, dass sie einen formelmäßigen Zusammenhang der Schwingungsfrequenzen mit den Material- und Geometriedaten liefern.

Das am weitesten gehende - und damit realitätsnächste - Modell der Glocke ist die mehrfach gekrümmte, dicke Schale. Dafür existieren keine analytischen Lösungen. Deshalb muss man sich mit numerischen Verfahren behelfen. Sehr weit ist heutzutage eine Vorgehensweise verbreitet, bei der die Glocke in eine Vielzahl Finiten Elemente diskretisiert wird. Die mathematische Behandlung erledigt der Computer. Als Resultate liefert die FEM-Rechnung neben den Schwingungsfrequenzen auch die Schwingungsformen. Die Letztgenannten sind für die Interpretation der Ergebnisse nicht zuletzt deshalb von großer Bedeutung, weil meist die Rechnung viel mehr Information liefert, als im vorliegenden Fall überhaupt erforderlich ist. Außer den für das Schallsignal relevanten Biegeschwingungen werden auch noch weitere errechnet. So werden darüber hinaus möglicherweise auch noch weitere, nicht "klangbildende" Biegeschwingungen, Starrkörperschwingungen sowie Dehn- und Torsionsschwingungen bestimmt. Anhand des zugehörigen Schwingungsmusters muss jede Mode einzeln identifiziert werden.

Ist dies geschehen, so kann man die für den Glockenklang relevanten Biegeschwingungen anhand der Anzahl und Lage der Knotenlinien zu Schwingungsfamilien zusammenfassen. Dabei wird eine Systematik der klangbildenden Moden erkennbar. Diese erweist sich als ziemlich kompliziert. Der Grund liegt darin, dass die Glocke eine zweifach gekrümmte Schale ist und daher weniger übersichtliche Zusammenhänge vorliegen, als dies etwa bei Balken, Membranen oder Platten der Fall ist.

Rechnung und Messung ergänzen sich. Auch bei der Nutzung des Computers besteht die größte Kunst darin, das dem Problem angemessene Modell zu finden. Dieses muss solange anhand von Messergebnissen überprüft und verfeinert werden, bis es verlässliche Resultate von hinreichender Genauigkeit liefert. Dann erst lassen sich Änderungen der Rippe, verdickende Verzierungen, Abweichungen von der Rotationssymmetrie usw. simulieren. Von Interesse für den Anwender dürfte zunächst die nachträgliche gezielte Korrektur des Klangbildes von Glocken sein. Die Treffsicherheit lässt sich wesentlich dadurch erhöhen, dass die Abnahme von Material samt ihren Auswirkungen auf das Teiltonspektrum erst am Bildschirm simuliert wird, bevor die Glocke tatsächlich auf die Drehbank kommt. Neben der behutsamen Verfeinerung existierender Rippen könnte der Entwurf vollständig neuartiger Glockenformen das Fernziel sein. Unkonventionelle Große-Terz-Glocken sind auf diese Weise schon entstanden. Für solche Optimierungsverfahren stehen leistungsfähige Strategien - z.B. Evolutionsverfahren - zur Verfügung.

Das Spektrum der Frequenzen, das der Computer errechnen kann, enthält mehr Information, als für das Schallsignal wichtig ist. Wesentlich für den Glockenklang ist nur, was das Gehör tatsächlich auswertet. Beim Hörvorgang wird die physikalische Information transformiert und reduziert. Um Hinweise darauf zu erhalten, welche Spektralkomponenten in Hinsicht auf die Tonhöhe letztlich von Bedeutung sind, wurde eine psychoakustische Studie durchgeführt, der ein Kapitel gewidmet ist. Die Klänge einer Reihe von relativ hoch gestimmten Glockenspielglocken wurde bezüglich ihrer Tonhöhe untersucht. Eine Gruppe von 25 ungeübten Versuchspersonen hatte Vergleichswerte einzustellen. Die Experimente zeigten, dass die Tonhöhe der Glockenspielglocken vor allem durch

den zweiten, den ersten und in tieferen Frequenzlagen auch durch den fünften Teilton bestimmt wird. Bei einer guten Glocke sind diese Teiltöne oktavverwandt. Ihren Spektraltonhöhen kommt ein besonderes Gewicht zu.

In der Beurteilung der Tonhöhe waren sich niemals sämtliche Versuchspersonen einig; stets wurden mehrere Teiltöne als tonhöhenbestimmend eingestuft. Jedoch erwies sich die musikalische Notation, mit der die Glocken gekennzeichnet sind, hinsichtlich der Tonkategorie für einen großen Teil der Versuchspersonen als zutreffend. In welche Oktavlage diese Tonkategorie einzuordnen ist, wurde allerdings unterschiedlich beurteilt. Oktavverwechslungen, die musikalisch gesehen unbedenklich sind, erwiesen sich geradezu als die Regel.

Die Interpretation der psychoakustischen Resultate gelingt mittels einer einfachen Modellvorstellung. Die zentrale Rolle spielt das tonhöhenbestimmende Frequenzfenster, das sich von etwa 400 Hz bis etwa 2000 Hz erstreckt und somit weitgehend mit dem "dominanten Spektralbereich" nach [37 und 39] übereinstimmt. Den Teiltönen, die innerhalb des tonhöhenbestimmenden Frequenzfensters liegen, kommt ein besonders hohe Bedeutung bei der Bildung der ganzheitlichen Tonhöhe des Glockenklanges zu. Den bisher vorliegenden Versuchsergebnissen zufolge sollte der Glockengießer sein Hauptaugenmerk auf diejenigen der oktavverwandten Teiltöne richten, welche innerhalb des tonhöhenbestimmenden Fensters liegen. Er sollte darauf achten, deren Frequenzen möglichst genau auf die Oktavverhältnisse 1:2:4 abzustimmen.

Die Tonhöhe ist ein ganz grundlegendes Empfindungsattribut. Es überrascht, wie schnell sie gebildet wird. Bei den Versuchen zeigte sich wieder, in welcher erstaunlich kurzer Zeit das Gehör in der Lage ist, dem physikalisch so vielschichtigen Glockenklang eine ganzheitliche Tonhöhe zuzuordnen. Um die dazu notwendige, enorme Informationsreduktion zu vollbringen, braucht es nur die ersten Bruchteile einer Sekunde.

Abschließend bleibt festzuhalten: Messungen und Rechnungen haben die wohlbekanntete Tatsache bestätigt, dass das Frequenzspektrum einer Bronzeglocke durch ihre Rippe bestimmt ist. Ausführlichen Untersuchungen [77] zufolge spielt die detaillierte Zusammensetzung der Bronze dagegen eine untergeordnete Rolle. Naturgemäß ist diese Aussage auf die üblichen Kirchen- und Glockenspielglocken beschränkt; davon ausgenommen sind Glocken aus völlig anderen Werkstoffen wie Stahl oder Aluminium [78]. Der häufig kolportierte Zusammenhang, dass ein edles Material einen edlen Klang zu Folge habe, ist damit offenbar in das Reich der Fabel verwiesen. Die exakte Fertigung der Form und der kunstgerechte Guss einer Glocke scheinen dagegen nicht unwesentlich für den Klang zu sein. So führen Abweichungen von der Rotationssymmetrie des Glockenkörpers sowie Inhomogenitäten des Materials zum Moden-Splitting. Letztere sowie eine zu hohe Porosität der Bronze beeinflussen höchstwahrscheinlich auch das Nachklingen der Teiltöne.

Bevor ein Glockenklang erklingt, muss er entstehen. Mathematische Berechnung und physikalisches Experiment sind Voraussetzung für das Verständnis der Vorgänge, die dabei ablaufen. Als wertvolles Hilfsmittel hierfür erweist sich die moderne Messtechnik; sie arbeitet genau, zuverlässig und reproduzierbar. Sie könnte dazu genutzt werden, in einer Glocken-Manufaktur die Qualität der Produkte zu überwachen. Die Messung zeigt, *wie es ist*. Sie wird ergänzt durch Berechnungen, insbesondere durch solche mit dem Computer. Damit lässt sich in einem weiteren Schritt mittels numerischer Experimente auch erproben, *wie es sein könnte*. Glocken unterschiedlicher Größe und Gestalt können samt ihrer Klänge simuliert werden, ohne dass sie je gegossen werden müssen. Entwicklungszeit und -kosten lassen sich auf diese Weise einsparen.

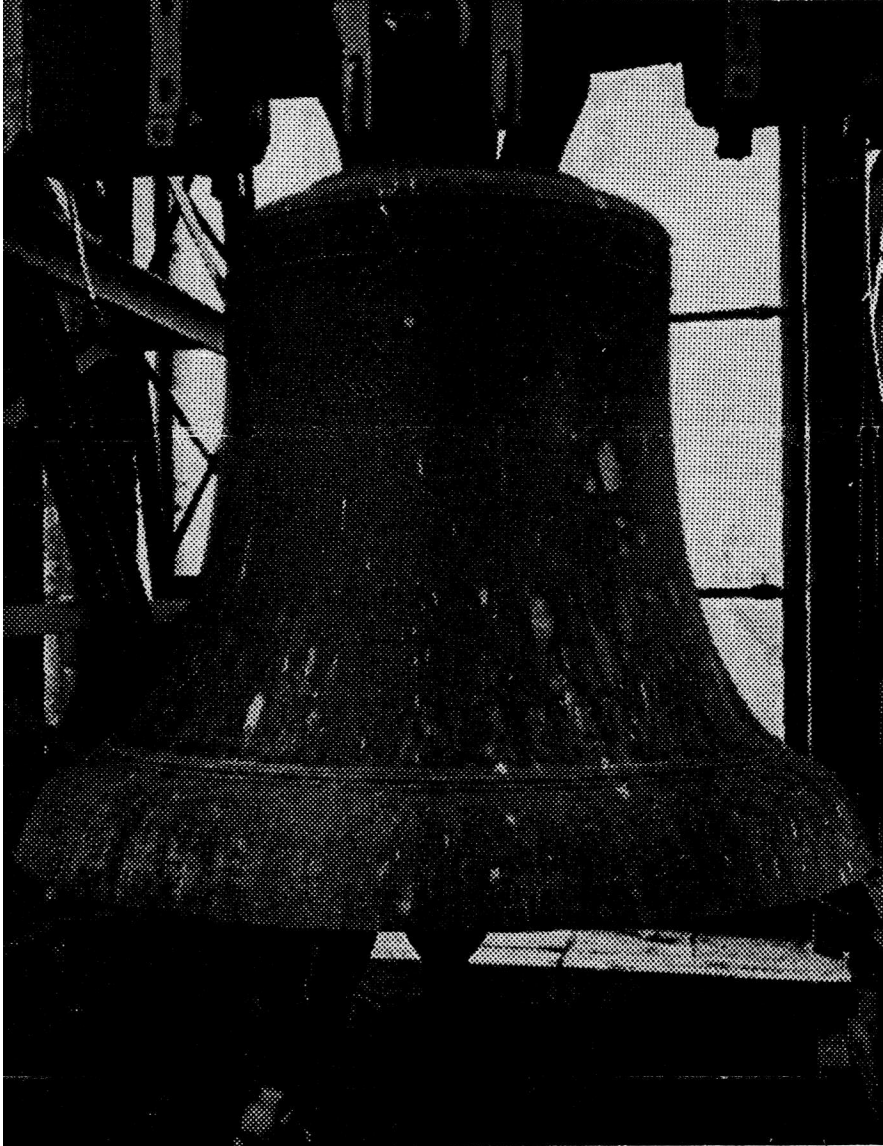


Fig. 73. Osanna aus dem Halberstädter Dom (Guss im Jahre 1454, Masse 5500 kg).

Glocken beanspruchen Analytik *und* künstlerisches Empfinden. So sehr Glocken die Kenntnis der physikalischen Zusammenhänge erfordern, so sehr verlangen sie auch die Intuition, wie sie beispielsweise der Schöpfer der mehr als 500 Jahre alten Osanna (Fig. 73) hatte. Ob es allein mit dem Computer möglich sein wird, die Evolution abzukürzen und auf die schnelle zu besseren Ergebnissen zu kommen, als dies vielen Handwerkskünstlern und einigen Genies bisher schon gelungen ist, darf bezweifelt werden.

Der Autor dankt Herrn Dipl.-Kfm. Rudolf Perner für die Zusammenarbeit und Frau Dipl.-Phys. Sieglinde Iosif für die Unterstützung beim Erstellen des Manuskripts.

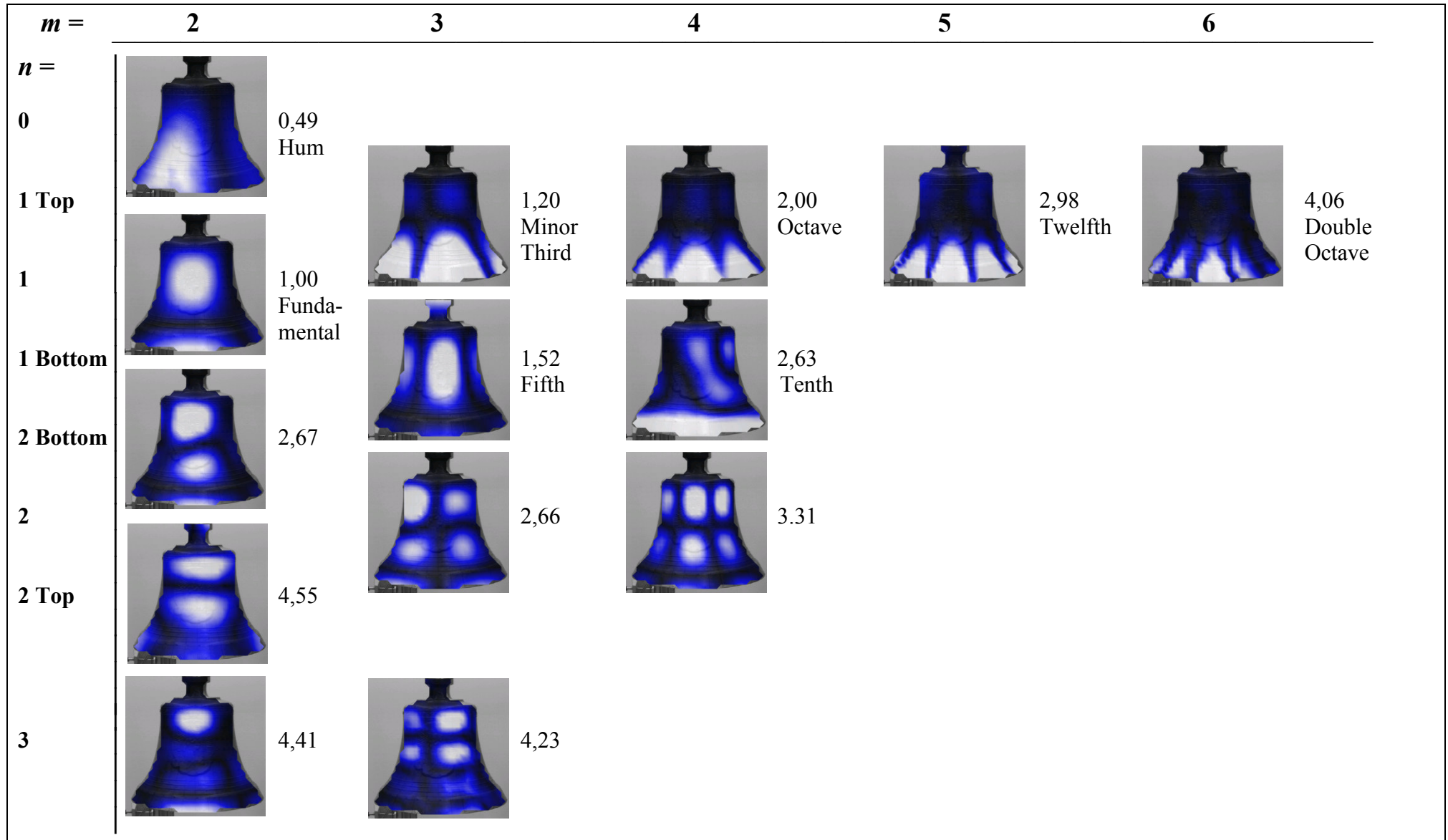
Literatur

- [1] Högler, P., *Vom Verirrten- und Gedächtnisläuten in Mainfranken und den angrenzenden Gegenden. Heimatpflege im Landkreis Würzburg (Fränkischer Brauchtum)*. Hrsg. P. Högler, Oellingen 1991.
- [2] Bartmann, M., *Bewegung und Klang. Das Beiern der Glocken in der Grafschaft Bentheim. Vorgesehen zur Veröffentlichung in: Beiheft zu den Studien zur Aufführungspraxis und Interpretation der Musik des 18. Jahrhunderts*, Michaelstein 1997.
- [3] Bill, O., *Vom Glockenguß zum Glockenspiel*. Carl Schenck AG, Darmstadt.
- [4] Schilling, M., *Glocken. Gestalt, Klang und Zier*. Beck-Verlag, München 1988.
- [5] Rieländer, M.M. (Ed.), *Reallexikon der Akustik*. Verlag E. Bochinsky, Frankfurt a.M. 1982.
- [6] Fleischer, H., *Die Glocke. Teil I: Mechanische und akustische Experimente. Forschungsbericht 02/89 aus dem Institut für Mechanik, Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik, UniBw München, Neubiberg 1989*.
- [7] Fleischer, H., *Messung und Berechnung der Schwingungen von Glocken. Vorgesehen zur Veröffentlichung in: Beiheft zu den Studien zur Aufführungspraxis und Interpretation der Musik des 18. Jahrhunderts*, Michaelstein 1997.
- [8] Otte, H., *Glockenkunde*. 2. Aufl. T.O. Weigel, Leipzig 1884.
- [9] Walter, K., *Glockenkunde*. Verlag v. F. Pustet, Regensburg und Rom, 1913.
- [10] Mahrenholz, C., *Glockenkunde*. Bärenreiter-Verlag, Kassel und Basel 1948.
- [11] Ellerhorst, W., *Handbuch der Glockenkunde*. Herausgegeben von G. Klaus. Verlag der Martinus-Buchhandlung, Weingarten 1957.
- [12] Weissenbäck, A. und Pfundner, J., *Tönendes Erz*. Verlag H. Böhlaus Nachf., Graz-Köln 1961.
- [13] *Beratungsausschuß für das Deutsche Glockenwesen, Glocken in Geschichte und Gegenwart: Beiträge zur Glockenkunde*. Bearb. von Kurt Kramer. Karlsruhe, Badenia-Verlag 1986.
- [14] Rossing, T.D. (Hrsg.), *Acoustics of bells*. Van Nostrand Reinhold, New York 1984.
- [15] Tyzzer, F.G., *Characteristics of bell vibrations*. J. Franklin Inst. 210 (1930), No. 1255-5, 55 - 66.
- [16] Euler, L., *Tentamen de sono campanarum*. Novi Commentarii Acad. Sci. Petropolitanae X (1764), 261 - 281.
- [17] Neumann, H.-J., *Die Biegschwingungen eines Kreisringes. Ein Beitrag zur mathematischen Erforschung der Glocke*. Dissertation, Innsbruck 1950.
- [18] Hoppe, R., *Vibrationen eines Ringes in seiner Ebene*. Journal für reine und angewandte Mathematik (Crelle) 73 (1871), 158 - 170.
- [19] Lord Rayleigh, J.W.S., *The theory of sound I*. 2. Aufl. von 1894. Reprint: Dover Publications, New York 1945.
- [20] Leissa, A.W., *Vibration of shells*. NASA Report SP-288, Washington 1973.
- [21] Stemmer, E., Loessner, R. und Braams, T., *Glockenschwingungen*. Studienarbeit am Institut für Mechanik, Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik, UniBw München, Neubiberg 1986.

- [22] Fleischer, H., *Die Glocke. Teil II: Elastokinetische und psychoakustische Berechnungen. Forschungsbericht 03/89 aus dem Institut für Mechanik, Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik, UniBw München, Neubiberg 1989.*
- [23] Love, A.E.H., *On the small free vibrations and deformation of thin elastic shells. Phil. Trans. Roy. Soc. A 179 (1888), 491 - 546.*
- [24] Love, A.E.H., *Mathematical theory of elasticity. Reprint in 4. Aufl.: Dover Publications, New York 1944, 538 - 552.*
- [25] Chladni, E.F.F., *Entdeckungen über die Theorie des Klanges. Weidmanns Erben und Reich, Leipzig 1787.*
- [26] Helmholtz, H.L.F. v., *Die Lehre von den Tonempfindungen als physiologische Grundlage der Theorie der Musik. Neudruck der Auflage von 1863, Minerva Verlag, Frankfurt a. M. 1981.*
- [27] Lord Rayleigh, J.W.S., *On bells. Phil. Mag. 29 (1890), 1 - 17.*
- [28] Rossing, T.D. und Perrin, R., *Vibration of bells. Applied Acoustics 20 (1987), 41 - 70.*
- [29] Rossing, T.D., *Acoustics of eastern and western bells, old and new. J. Acoust. Soc. Jpn. (E) 10, 5 (1989), 241 - 252.*
- [30] Fletcher, N.H. und Rossing, T.D., *The physics of musical instruments; insbes. Kapitel 21: Bells. Springer Verlag, New York etc. 1991.*
- [31] Fleischer, H., *Schwingung und Tonhöhe von Glockenspielglocken. Forschungs- und Seminarberichte aus dem Gebiet Technische Mechanik und Flächentragwerke 1/96. Hrsg. F.A. Emmerling und A.H. Heinen, UniBw München, Neubiberg 1996.*
- [32] Fleischer, H., *Glockenspielglocken: Schwingung und Tonhöhe. In: Fortschritte der Akustik (DAGA '96), Hrsg. T. Portele und W. Hess. DEGA, Oldenburg 1996, 318 - 319.*
- [33] Schouten, J.F., *The residue, a new component in subjective sound analysis. Proc. Koninkl. Ned. Akad. Wetenschap. 43 (1940), 356 - 365.*
- [34] Terhardt, E., *Zur Tonhöhenwahrnehmung von Klängen. Teil I: Psychoakustische Grundlagen. Acustica 26 (1972), 173 - 186.*
- [35] Terhardt, E., *Zur Tonhöhenwahrnehmung von Klängen. Teil II: Ein Funktionsschema. Acustica 26 (1972), 187 - 199.*
- [36] Terhardt, E., *Calculating virtual pitch. Hearing Research 1 (1979), 155 - 182.*
- [37] Seewann, M. und Terhardt, E., *Messungen der wahrgenommenen Tonhöhe von Glocken. In: Fortschritte der Akustik (DAGA '80), VDE-Verlag, Berlin 1980, 635 - 638.*
- [38] Bruhn, G., *Über die Hörbarkeit von Glockenschlagtönen. Kölner Beiträge zur Musikforschung Bd. 90. Bosse Verlag, Regensburg 1980.*
- [39] Terhardt, E. und Seewann, M., *Auditive und objektive Bestimmung der Schlagtonhöhe von historischen Kirchenglocken. Acustica 54 (1984), 129 - 144.*
- [40] Houtsma, A.J.M. und Eggen, J.H., *Indian drums and Chinese bells: Measured spectrum and perceived pitch. In: Ozimek, E. (Ed.): Subjective and objective evaluation of sound. World Scientific, Singapore etc. 1990, 61 - 80.*
- [41] Pfundner, J., *Über den Schlagton der Glocken. Acustica 12 (1962), 153 - 157.*
- [42] Schad, C.-R. und Frik, G., *Zur Klangstruktur einer berühmten Glocke. Acustica 78 (1993), 110 - 114.*
- [43] Schad, C.-R. und Frik, G., *Über den Schlagklang von Glocken. Acustica 80 (1994), 232 - 237.*

- [44] Rossing, T.D., Perrin, R., Sathoff, H.J. und Peterson, R.W., *Vibrational modes of tuned handbells. J. Acoust. Soc. Amer.* 76 (1984), 1263 - 1267.
- [45] Charnley, T. und Perrin, R., *Studies with an eccentric bell. J. Sound and Vibration* 58 (1978), 517 - 525.
- [46] Perrin, R., Charnley, T. und DePont, J., *Normal modes of the modern English church bell. J. Sound and Vibration* 90 (1983), 29 - 49.
- [47] Grützmacher, M., Kallenbach W. und Nellessen, E., *Akustische Untersuchungen an Kirchenglocken. Acustica* 16 (1965/66), 34 - 45.
- [48] Dobberke, R., *Modalanalyse. Diplomarbeit am Institut für Mechanik, Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik, UniBw München, Neubiberg 1991.*
- [49] Fiedler, T., *Schwingungsformen von Glockenspielglocken. Studienarbeit am Institut für Mechanik, Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik, UniBw München, Neubiberg 1995.*
- [50] Zwicker, E. und Feldtkeller, R., *Das Ohr als Nachrichtenempfänger. 2. Aufl. Hirzel Verlag, Stuttgart 1967.*
- [51] Zwicker, E. und Fastl, H., *Psychoacoustics. Facts and models. Springer-Verlag, Berlin etc. 1990.*
- [52] Wogram, K., *Schwingungsuntersuchungen an Musikinstrumenten. In: Fortschritte der Akustik (DAGA '94), DPG-GmbH., Bad Honnef 1994, 53 - 64.*
- [53] Timoshenko, S., Young, D.H. und Weaver, W., *Vibration problems in engineering, 4. Aufl. J. Wiley and Sons, New York usw. 1974.*
- [54] Perrin, R., Charnley, T., Banu, H. und Rossing, T.D., *Chladni's law and the modern English church bell. J. Sound and Vibration* 102 (1985), 11 - 19.
- [55] Jager, E.H., *An engineering approach to calculating the lowest natural frequencies of thin conical shells. J. Sound and Vibration* 63 (1979), 259 - 264.
- [56] Loessner, R., *Untersuchungen des Schwingungsverhaltens von Rotationskörpern mittels FEM. Diplomarbeit am Institut für Mechanik, Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik, UniBw München, Neubiberg 1987.*
- [57] Emmerling, F.A. und Babos. J., *Persönliche Kommunikation (1990).*
- [58] Haseler, T., *Die Glocke. FEM-Berechnungen der Schwingungen von Rotationskörpern. Studienarbeit am Institut für Mechanik, Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik, UniBw München, Neubiberg 1993.*
- [59] Haseler, T., *Die Glocke. FEM-Berechnungen an axialsymmetrischen Schwingern. Diplomarbeit am Institut für Mechanik, Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik, UniBw München, Neubiberg 1994.*
- [60] Heesemann, M. und Lambertus, R., *FEM-Berechnungen an Glocken. Studienarbeit am Institut für Mechanik, Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik, UniBw München, Neubiberg 1995.*
- [61] Schad, C.-R. und Frik, G., *Klangfiguren einer Glocke. Acustica* 78 (1993), 46 - 54.
- [62] Schad, C.-R., *Form-Klang-Rechnungen an Glocken. Acustica* 64 (1987), 272 - 275.
- [63] Schlagowski, C., *Tonhöhe von Pauken- und Glockenklängen. Studienarbeit am Institut für Mechanik, Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik, UniBw München, Neubiberg 1993.*
- [64] Schaible, A., *Tonhöhe von Glockenspielglocken. Diplomarbeit am Institut für Mechanik, Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik, UniBw München, Neubiberg 1995.*
- [65] Schoofs, B., van Asperen, F., Maas, P. und Lehr, A., *Theorie der Versuchsplanung und Optimierung der Konstruktion im Entwurf einer Große-Terz-Glocke. CAMP '85, C 4.2.*

- [66] Lehr, A., *A carillon with major third bells. Conference Proceedings of the 12th ICA, K6-4, Toronto 1986.*
- [67] Pierce, R., Plomp, R., Schoofs, A., van Asperen, F., Maas, P., Lehr, A., Houtsma, A.J.M. und Tholen, H.J.G.M., *A carillon of major-third bells. Music Perception, Frühjahr 1987, Vol. 4, No. 3, 241 - 280.*
- [68] Perrin, R., Charnley, T. und Swallowe, G.M., *On the tuning of church and carillon bells. Applied Acoustics 46 (1995), 83 - 101.*
- [69] Rossing, T.D. und Sathoff, J., *Modes of vibration and sound radiation from tuned handbells. J. Acoust. Soc. Amer. 68 (1980), 1600 - 1607.*
- [70] Fleischer, H., *Spinning Modes. Forschungs- und Seminarberichte aus dem Gebiet Technische Mechanik und Flächentragwerke 1/94. Hrsg. F.A. Emmerling und A.H. Heinen, UniBw München, Neubiberg 1994.*
- [71] Fleischer, H. und Rotter, R., *Das Phänomen der Spinning Modes. In: Fortschritte der Akustik (DAGA '94), DPG-GmbH, Bad Honnef 1994, 553 - 556.*
- [72] Lehr, A., *The tuning of the bells of Marquis Yi. Acustica 67 (1988), 144 - 148.*
- [73] Perrin, R., *A group theoretical approach to warble in ornamented bells. J. Sound and Vibration 52 (1977), 307 - 313.*
- [74] Perrin, R. und Charnley, T., *A note on warble in ornamented bells. J. Sound and Vibration 60 (1978), 602 - 603.*
- [75] Lottermoser, W., *Frequenzschwankungen bei musikalischen Klängen. Acustica 36 (1976/77), 138 - 146.*
- [76] Simpson, A.B., *On bell tones. Nash's Pall Mall Mag. 7 (1895), 183 - 194.*
- [77] Schad, C.-R. und Warlimont, H., *Akustische Untersuchungen zum Einfluss des Werkstoffs auf den Klang von Glocken. Acustica 29 (1973), 1 - 14.*
- [78] Tarnoczy, T., *Experiments on aluminium bells with vertical slits. Acustica 72 (1990), 288 - 291.*
- [79] *Psychoakustik. Gehörbezogene Lärmbewertung. Österreichisches Bundesministerium für Umwelt, Jugend und Familie, Wien 1993.*
- [80] Fastl, H. und Fleischer, H., *Freifeldübertragungsmaße verschiedener elektrodynamischer und elektrostatischer Kopfhörer. Acustica 39 (1978), 182 - 187.*
- [81] Fastl, H., *Pitch strength of pure tones. Conference Proceedings of the 13th ICA, Belgrad 1989, 11 - 14.*
- [82] Fastl, H. und Fleischer, H., *Über die Ausgeprägtheit der Tonhöhe von Paukenklängen. In: Fortschritte der Akustik (DAGA '92), VDI-Verlag, Düsseldorf 1992, 237 - 240.*
- [83] Schroeder, H.-J., *Optische Schallfelddarstellung mit Phasen- und Amplitudendarstellung. Acustica 13 (1963), 92 - 108.*



Anhang aus dem Jahr 2015: Periodensystem der Perner-Glocke in Darstellung nach Art Chladni'scher Klangfiguren (weiß: Schwingungsbäuche; dunkelblau: Schwingungsknoten), nach Erstellung des vorliegenden Bandes experimentell bestimmt mithilfe eines Laser-Scanning-Vibrometers. Es sind die angelsächsischen Bezeichnungen für die Teiltöne mit Frequenzintervallen, bezogen auf die Frequenz der Prime (Fundamental) angegeben.

ISSN 1430-936X

Beiträge zur Vibro- und Psychoakustik