Institut für Angewandte Physik
und Messtechnik
Dr. Werner Egger

Übungen zu Experimentalphysik II
Blatt 2

Streuung

1) Ein Quadratzentimeter Goldfolie habe die Masse μ = 200 µg/cm^2. Die Dichte von Gold beträgt ρ = 19.3 g/cm^3, die Atommasse beträgt M = 197 g / mol.
   a) Berechnen Sie die Dicke der Goldfolie.
   b) Berechnen Sie die Masse eines Goldatoms.
   c) Berechnen Sie die Anzahl der Atome pro Quadratzentimeter (Flächendichte).
   d) Berechnen Sie die Anzahl der Atome pro Kubikzentimeter (Teilchendichte).
   e) Wie groß ist die Kantenlänge eines Würfels, der gerade das Volumen eines Goldatoms hat?
   f) Wie dick ist die Folie, gemessen in Kantenlängen des Atomwürfels?

2) Alphateilchen (Z = 2, A = 4 u) mit einer kinetischen Energie von 5.3 MeV werden an Goldkernen (Z = 79, A = 197.0 u) gestreut:
   a) Welches ist der kleinste mögliche Abstand zwischen Kern und Alphateilchen im Falle einer 180° Rückstreuung?
   b) Die Zahl der einfallenden Alphateilchen betrage n_α = 10^9/s. Welche Zählrate wird bei einem Streuwinkel von θ = 10° bzw. θ =145° mit einem Detektor, dessen kreisförmige Blende einen Durchmesser von d = 2mm hat, im Abstand R = 20 cm vom Target gemessen? Als Target werde die Goldfolie aus Aufgabe 1) verwendet.

3) Alphateilchen mit der kinetischen Energie 2 MeV werden werden an einem Target gestreut, das Gold (Z = 79, A = 197.0 u) und Eisen (Z = 26, A = 55.85 u) in unbekannter Zusammensetzung enthält. Die unter 180° zurückgestreuten Alphateilchen werden in Abhängigkeit von der Energie registriert. Man beobachtet zwei Peaks bei verschiedenen Energien, die von der Streuung an Goldatomen bzw. an Eisenatomen stammen.
   a) Welche Energie haben die zurückgestreuten Alphateilchen?
      (Hinweis: Elastischer Stoß zweier Teilchen)
   b) Die Ereigniszahl im Goldpeak sei N_{Au} = 92735, im Eisenpeak N_{Fe} = 10120.
      In welcher Zusammensetzung treten Gold und Eisen in der Probe auf?

①

a) Massenbelegung (g/cm^2) : $\mu = \rho \times d$

$\rightarrow$ Dicke : $d = \frac{\mu}{\rho} = \frac{200 \times 10^{-6}\ g/cm^2}{19.3\ g/cm^3} = 1.04 \times 10^{-5}\ cm$

b) Atommasse : $M_{Au} = \frac{M}{N_A} = \frac{197\ g/mol}{6.02 \times 10^{23}/mol} = 3.27 \times 10^{-22}\ g$

c) Flächendichte (At/cm^2) : $n_F = \frac{\mu}{M_{Au}} = \frac{200 \times 10^{-6}\ g/cm^2}{3.27 \times 10^{-22}\ g} = 6.12 \times 10^{17}/cm^2$

d) Teilchendichte (At/cm^3) : $n = \frac{\rho}{M_{Au}} = \frac{19.3\ g/cm^3}{3.27 \times 10^{-22}\ g} = 5.90 \times 10^{22}/cm^3$

Bem: Überlegen Sie sich das für H_2O : $M = 18\ g/mol$
Betrachten Sie einen Wasserfilm von 10 nm Dicke

Bem: Wichtiger Zusammenhang:

$$\boxed{\begin{array}{ll} \text{Massenbelegung - Dichte :} & \mu = \rho \times d \\ \text{Flächendichte - Teilchendichte :} & n_F = n \times d \end{array}}$$

e) Atomdurchmesser :

1) Atomvolumen : $V_{Au} = \frac{1}{n} = \frac{1}{5.90 \times 10^{22}/cm^3} = 1.69 \times 10^{-23}\ cm^3$

Hier sitzt nur ein Atom im Volumen drin

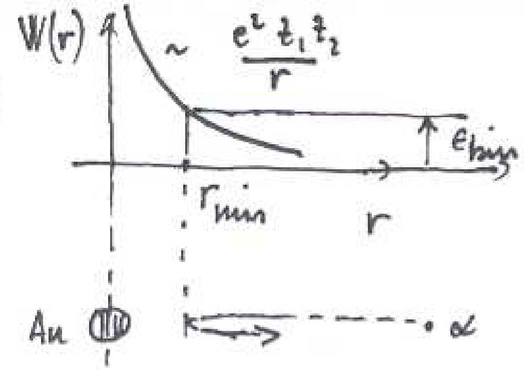
2) $d_{Au} = \sqrt[3]{V_{Au}} = \sqrt[3]{\frac{1}{n}}$ $= 2.57 \times 10^{-8}\ cm$
$= 2.57\ Å$
$= 0.257\ nm$

Brutale Abschätzung

1 Å
0.1 nm
typ. Größenordnung Atom !

f) Atomlagen : $\frac{\text{Schichtdicke}}{\text{Kantenlänge „Atomwürfel"}}$ $\rightarrow \frac{d}{d_{Au}} = \frac{1.04 \times 10^{-5}\ cm}{2.57 \times 10^{-8}\ cm} \approx 405$

② a)



Am Umkehrpunkt ist

$$W_{pot} = E_{kin}$$

$$\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{z_\alpha \cdot z_{Au}}{r_{min}} = \frac{1}{2} m v^2$$

$$\boxed{\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} = 1.44\,\mathrm{eV \cdot nm}}$$

wichtig und bequem, weil wir Energien meist in eV rechnen !

$$\boxed{\begin{aligned} 1\,\mathrm{eV} &= 1.6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C \cdot V} \\ &= 1.6 \times 10^{-19}\,\mathrm{J} \end{aligned}}$$

Zusammenhang eV – J !

!!

$$r_{min} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{z_\alpha \cdot z_{Au}}{E_{kin}} = 1.44\,\mathrm{eV \cdot nm} \times \frac{2 \times 79}{5.3 \times 10^6\,\mathrm{eV}} = 4.29 \times 10^{-5}\,\mathrm{nm}$$

$$= 4.29 \times 10^{-4}\,\mathrm{Å}$$

$$= 4.29 \times 10^{-12}\,\mathrm{cm}$$

Vergleiche mit ① e)

Kernradius ≈ 10^{-4} Atomradius

---

b)

$$\Delta \dot{N}(\theta) = \dot{N}_\alpha \times n_{F_{Au}} \times \left(\frac{\partial\sigma}{\partial\Omega}\right)(\theta) \times \Delta\Omega$$

Zählrate im Detektor

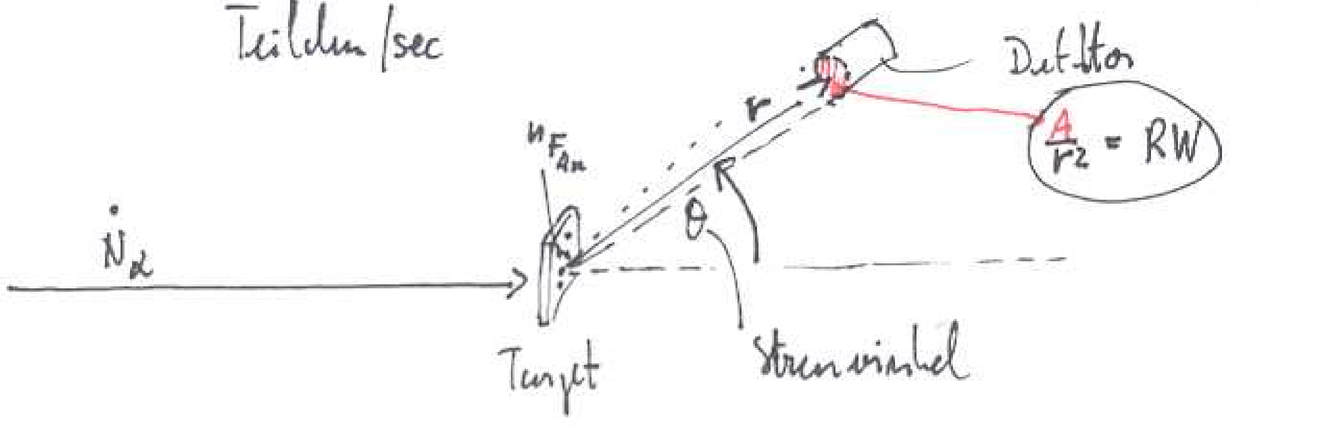
einfallende Teilchen/sec

Targetkerne/cm²

RSQ in cm²/sr

RW Detektor in sr

Vollwinkel: 4π sr !



- Strahlteilchenrate: $\dot{N}_\alpha = 10^9/s$
- Flächendichte Target: $n_{F_{Au}} = 6.12 \times 10^{17}/cm^2$ aus ① c)
- RSQ:

$$\left(\frac{\partial\sigma}{\partial\Omega}\right)(\theta) = \frac{1}{16}\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{z_\alpha z_{Au}}{E_{kin}}\right)^2 \times \frac{1}{\sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

$$= \frac{1}{16} \quad r_{min}^2 \quad \times \frac{1}{\sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

$$\left(\frac{\partial\sigma}{\partial\Omega}\right)(10^\circ) = \frac{1}{16} \times \left(4.29 \times 10^{-12} cm\right)^2 \times \frac{1}{\sin^4(5^\circ)} = \frac{1}{16} \times \left(- \right) \times 17331 = 1.99 \times 10^{-20} \frac{cm^2}{sr}$$

$$\left(\frac{\partial\sigma}{\partial\Omega}\right)(145^\circ) = \frac{1}{16} \times \left(4.29 \times 10^{-12} cm\right)^2 \times \frac{1}{\sin^4(72.5)} = \frac{1}{16} \times \left(- \right) \times 1.2087 = 1.39 \times 10^{-24} \frac{cm^2}{sr}$$

4 Größenordnungen kleiner!!

* jetzt sind alle Ingredientien beisammen

θ	$\dot{N}_\alpha \times n_{F\,Au}$	$\times$	$\frac{\partial\sigma}{\partial\Omega}(\theta)$	$\times$	$\Delta\Omega$	$\Delta\dot{N}(\theta)$	
10°	$10^9/s \times 6.12 \times 10^{17}/cm^2$	$\times$	$1.99 \times 10^{-20} \frac{cm^2}{sr}$	$\times$	7.85×10^{-5} sr	$956/s$	$3.4 \times 10^6/h$
145°			$1.39 \times 10^{-24} \frac{cm^2}{sr}$			$6.65 \times 10^{-2}/s$	$239/h$

Bem. $\frac{\Delta\dot{N}}{\dot{N}_\alpha} = \begin{cases} 10^\circ & 9.56 \times 10^{-7} \approx \text{eins von einer Million} \\ 145^\circ & 6.65 \times 10^{-11} < \text{eins von zehn Milliarden!} \end{cases}$

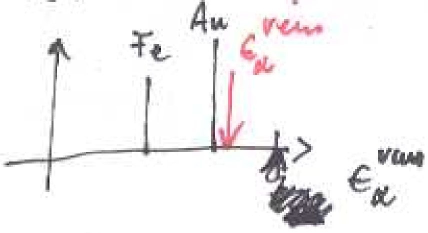
* Raumwinkel: $\boxed{\Delta\Omega = \frac{A}{R^2}}$ wichtig!

$$= \frac{\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2}{R^2} = \frac{3.14 \times (0.1\,cm)^2}{(20\,cm)^2} = \frac{3.14 \times 0.01}{400} sr$$

$$= 7.85 \times 10^{-5} sr$$

Fläche Kreis: πR^2
O. Fläche Kugel $4\pi R^2$
V. Kugel $\frac{4}{3}\pi R^3$

③ RBS : Benutze Rutherfordstreuung um zu untersuchen a) was ist drin?
b) relativer Anteil?



a) $$\epsilon_\alpha^{raus} = \left(\frac{1-\frac{M}{m_\alpha}}{1+\frac{M}{m_\alpha}}\right)^2 \epsilon_\alpha^{rein}$$

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Au:} & \frac{M_{Au}}{m_\alpha} = \frac{197\,g/mol}{4.00\,g/mol} = 49.25 \\[2ex] \text{Fe:} & \frac{M_{Fe}}{m_\alpha} = \frac{55.85\,g/mol}{4.00\,g/mol} = 13.96 \end{array}\right\} \rightarrow \epsilon_\alpha^{raus} = \left\{\begin{array}{l} 0.92\,\epsilon_\alpha^{rein} = 1.84\,MeV\ (Au) \\[2ex] 0.75\,\epsilon_\alpha^{rein} = 1.50\,MeV\ (Fe) \end{array}\right.$$

b) Messe Anzahl der zurückgestreuten Teilchen in einer best. Zeit bei einer best. Energie:

$$\underset{\text{gemessen}}{N_i} = \Delta \dot{N}_i\, \Delta t = \dot{N}_\alpha \times \underset{\text{gesucht}}{n_i} \times \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \Omega}\right)_i \times \Delta\Omega \times \Delta t$$

$$\left(\frac{\partial \sigma}{\partial \Omega}\right)_i (180°) = \frac{1}{16}\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{Z_i Z_\alpha}{\epsilon_\alpha}\right)^2$$ einziger Unterschied

$$\frac{N_{Au}}{N_{Fe}} = \frac{n_{Au}}{n_{Fe}} \times \left(\frac{Z_{Au}}{Z_{Fe}}\right)^2 \Rightarrow \frac{n_{Au}}{n_{Fe}} = \frac{N_{Au}}{N_{Fe}} \times \left(\frac{Z_{Fe}}{Z_{Au}}\right)^2$$

$$= \frac{92735}{10120} \times \left(\frac{26}{79}\right)^2 = 0.993$$

also $n_{Au} \approx n_{Fe}$

elastischer Stoß, rückgestreutes Projektils

IES: $\vec{p}_\alpha^{\,rein} = \vec{p}_\alpha^{\,raus} + \vec{p}_{K(ein)}$

$\curvearrowright \quad \vec{v}_\alpha^{\,rein} = \vec{v}_\alpha^{\,raus} + \frac{M_K}{m_\alpha}\vec{v}_K$

$\curvearrowright \quad \left(\vec{v}_\alpha^{\,rein} - \vec{v}_\alpha^{\,raus}\right) = \frac{M_K}{m_\alpha}\vec{v}_K \qquad *$

EES: $\epsilon_\alpha^{rein} = \epsilon_\alpha^{raus} + \epsilon_K$

$$\frac{1}{2} m_\alpha \vec{v}_\alpha^{\,rein\,2} = \frac{1}{2} m_\alpha \vec{v}_\alpha^{\,raus\,2} + \frac{1}{2} M_K \vec{v}_K^{\,2}$$

$$\left(\vec{v}_\alpha^{\,rein\,2} - \vec{v}_\alpha^{\,raus\,2}\right) = \frac{M_K}{m_\alpha}\vec{v}_K^{\,2}$$

$$\underbrace{\left(\vec{v}_\alpha^{\,rein} - \vec{v}_\alpha^{\,raus}\right)}_{} \cdot \underbrace{\left(\vec{v}_\alpha^{\,rein} + \vec{v}_\alpha^{\,raus}\right)}_{} = \frac{M_K}{m_\alpha}\vec{v}_K^{\,2}$$

$$* \curvearrowright \cancel{\frac{M_K}{m_\alpha}} v_K \cdot \vec{v}_K = \cancel{\frac{M_K}{m_\alpha}} \vec{v}_K^{\,2}$$

$$* \curvearrowright \vec{v}_\alpha^{\,rein} - \vec{v}_\alpha^{\,raus} = \frac{M_K}{m_\alpha}\vec{v}_\alpha^{\,rein} + \frac{M_K}{m_\alpha}\vec{v}_\alpha^{\,raus}$$

$$\vec{v}_\alpha^{\,rein}\left(1 - \frac{M_K}{m_\alpha}\right) = \vec{v}_\alpha^{\,raus}\left(1 + \frac{M_K}{m_\alpha}\right)$$

$$\vec{v}_\alpha^{\,raus} = \left(\frac{1 - \frac{M_K}{m_\alpha}}{1 + \frac{M_K}{m_\alpha}}\right)\vec{v}_\alpha^{\,rein}$$

was geschieht für $\frac{M_K}{m_\alpha} \gtrless 1$?

$$\epsilon_\alpha^{raus} = \frac{1}{2} m_\alpha \vec{v}_\alpha^{\,raus\,2} = \left(\frac{1 - \frac{M_K}{m_\alpha}}{1 + \frac{M_K}{m_\alpha}}\right)^2 \cdot \frac{1}{2} m_\alpha \vec{v}_\alpha^{\,rein\,2} = \underbrace{\left(\frac{1 - \frac{M_K}{m_\alpha}}{1 + \frac{M_K}{m_\alpha}}\right)^2}_{\text{immer } \leq 1 \text{ warum?}} \epsilon_\alpha^{re[in]}$$

$$\boxed{\epsilon_\alpha^{raus} = \left(\frac{1 - \frac{M_K}{m_\alpha}}{1 + \frac{M_K}{m_\alpha}}\right)^2 \epsilon_\alpha^{rein}}$$