Institut für Angewandte Physik
und Messtechnik
Dr. Werner Egger

Übungen zu Experimentalphysik II
Blatt 1

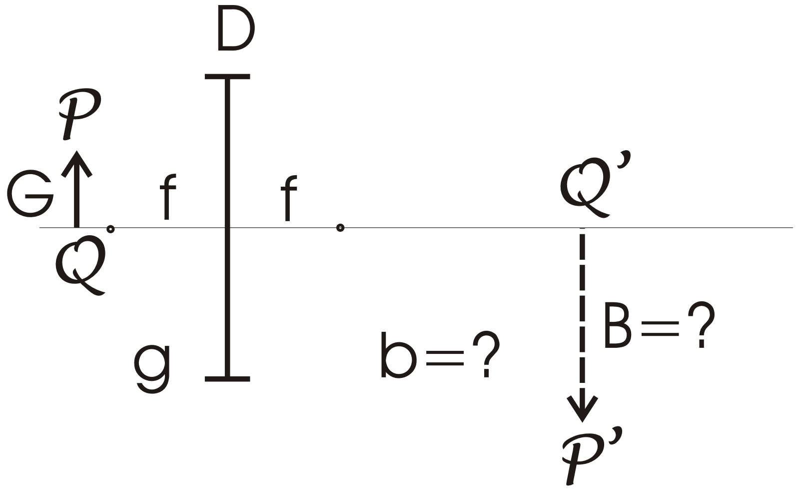
Einfachspalt

Ein Spalt der Höhe h und der Breite b werde mit parallelem Licht der Wellenlänge λ bestrahlt und im Abstand d vom Spalt auf einem Schirm beobachtet

a) Wie sieht die Intensitätsverteilung am Schirm aus?
b) Unter welchen Winkeln beobachten Sie Intensitätsminima (Maxima)?
c) Wie ändert sich die Intensitätsverteilung, wenn die Spalthöhe h bei gleichbleibender Spaltbreite b verdoppelt wird? Wie ändert sich die Intensitätsverteilung wenn Sie h weiter vergrößern?
d) Verengen Sie nun bei sehr großer Spalthöhe die Spaltbreite b. Wie ändert sich die Intensitätsverteilung?
e) Wie viele Maxima beobachten Sie als Funktion der Spaltbreite b?
f) Was geschieht, wenn die Spaltbreite b kleiner wird als die Wellenlänge λ?

Auflösungsvermögen optischer Geräte: Mikroskop

Sie wollen ein mikroskopisches Objekt der Grösse G (dargestellt durch den Pfeil) mit einer einfachen Linse vergrössern. Der Durchmesser der Linse betrage D = 2.5 mm, die Brennweite f = 5 mm.



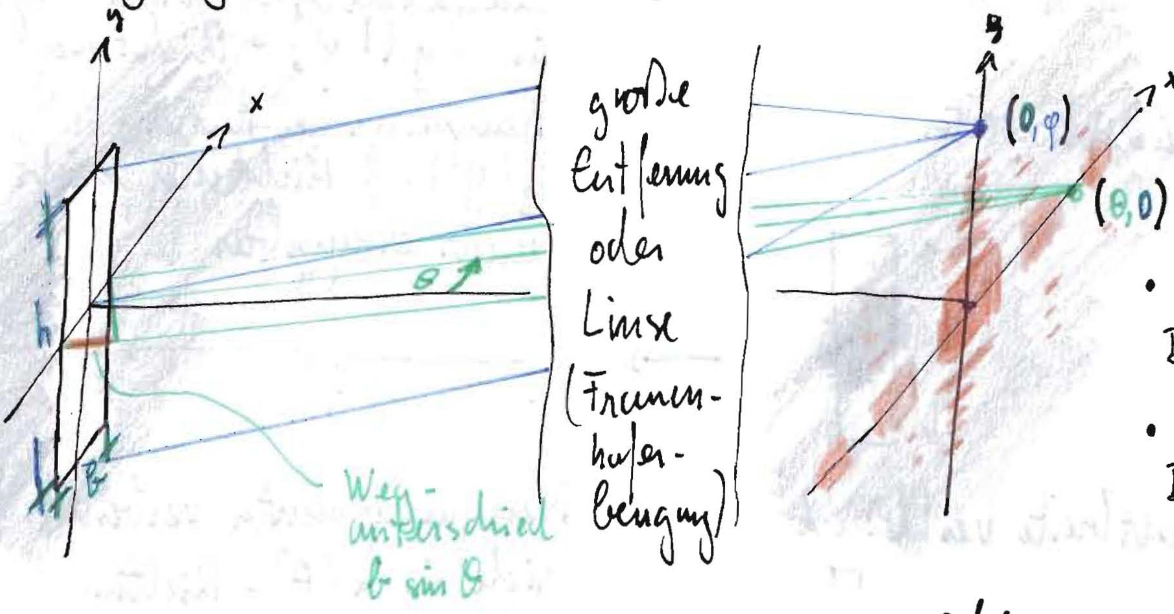
a) Berechnen Sie zunächst mit Hilfe der geometrischen Optik die Lage b des Bildes, wenn die Gegenstandsweite g = ~~10.25~~ mm beträgt. Hinweis: Konstruieren Sie das Bild mit Hilfe von Mittelpunktstrahl und achsenparallelen Strahlen. Erinnern Sie sich an den Zusammenhang $1/f=1/b+1/g$.
b) Berechnen Sie den Abbildungsmaßstab B / G der Abbildung.
c) Wann fällt das Bild der Pfeilspitze *P* in das erste Beugungsminimum des Bildes von *Q*, wenn *P* und *Q* als Punktstrahler mit einer Wellenlänge $\lambda = 550$ nm aufgefasst werden? Für eine kreisförmige Blende mit Durchmesser D ist die Bedingung für das erste Minimum der Intensität: $\sin\alpha = 1.22\times\lambda / D$. (die analoge Bedingung für eine Spaltblende der Breite D lautet: $\sin\alpha = \lambda / D$)
d) Diskutieren Sie, welches Bild Sie vom Objekt wirklich erhalten, wenn Sie einen Gegenstand der Grösse G = 0,1 µm, G = 1 µm und G = 100 µm betrachten.

Auflösungsvermögen optischer Geräte: Teleskops

Der Objektivdurchmesser eines Teleskops betrage 2 m.

a) Berechnen Sie das Auflösungsvermögen für Licht der Wellenlänge 500 nm.
b) Sie beobachten einen Stern in einer Entfernung von 200 Lichtjahren. Sie vermuten, dass es sich um ein Doppelsternsystem handelt. Wie weit müssen die Sterne mindestens voneinander entfernt sein, damit Sie sie mit Ihrem Teleskop gerade noch unterscheiden können?

① Beugung am Einzelspalt



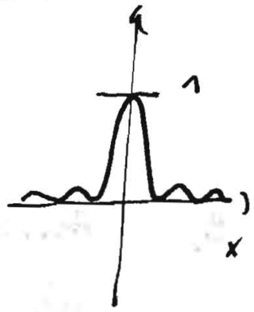
Spalt — Schirm

- Spalt eng → Beugungsbild breit
- Spalt hoch → Beugungsbild eng

a)
$$I(\theta,\varphi) = I_0 \, \frac{\sin^2\left(\frac{\pi}{\lambda} b \sin\theta\right)}{\left(\frac{\pi}{\lambda} b \sin\theta\right)^2} \cdot \frac{\sin^2\left(\frac{\pi}{\lambda} h \sin\varphi\right)}{\left(\frac{\pi}{\lambda} h \sin\varphi\right)^2}$$

I_0: Intensität im Zentrum des Schirms $(\theta,\varphi) = (0,0)$

$$\mathrm{sinc}^2(x) = \left(\frac{\sin x}{x}\right)^2$$



b) Bedingungen für Minima
(Maxima liegen dazwischen)

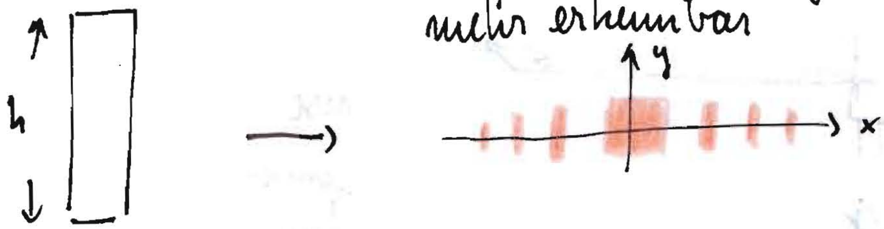
$$\begin{cases} b \sin\theta_n = n\lambda \\ h \sin\varphi_m = m\lambda \end{cases} \longrightarrow \quad \begin{aligned} \theta_n &= \pm \arcsin\left(\frac{n\lambda}{b}\right) \\ \varphi_m &= \pm \arcsin\left(\frac{m\lambda}{h}\right) \end{aligned}$$

erstes Minimum bei
$$\begin{cases} \theta = \pm \arcsin \frac{\lambda}{b} \\ \varphi = \pm \arcsin \frac{\lambda}{h} \end{cases}$$

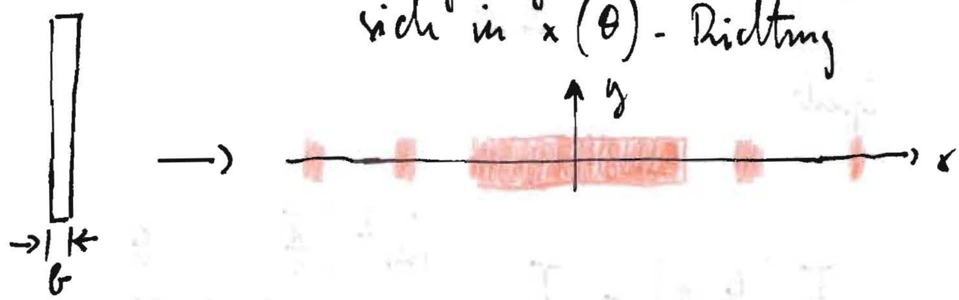
für $\frac{\lambda}{b} \ll 1$
$$\begin{cases} \theta \simeq \pm \frac{\lambda}{b} \\ \varphi \simeq \pm \frac{\lambda}{h} \end{cases}$$

c) • Spalthöhe h verdoppelt → Beugungsbild wird enger in y (φ) - Richtung

• h wächst weiter → Beugungsmuster in $y(\varphi)$ - Richtung nicht mehr erkennbar



d) • Spaltbreite verkleinert → Beugungsmuster verbreitert sich in x (θ) - Richtung



c) d) erkennt man sofort, wenn man an Position der ersten Minima denkt. $\left(\pm\frac{\lambda}{b}\,,\ \pm\frac{\lambda}{h}\right)$
(siehe a))

e) Anzahl Minima beschränkt durch

$$\frac{n\lambda}{b} = \sin\theta < 1 \quad \rightsquigarrow \quad \left|\frac{n\lambda}{b}\right| < 1$$

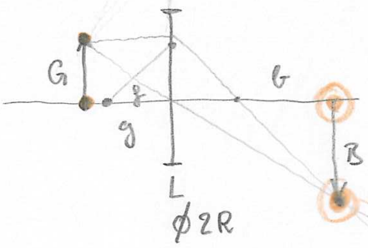
$\rightsquigarrow$ # Minima : $2n < 2\frac{b}{\lambda}$

Maxima : $2n \pm 1$ (zentrales Maximum nicht vergessen!)

f) $b < \lambda$ beobachte kein Minimum mehr

① Geometrische Optik

Punkt $\xrightarrow{\text{Linse}}$ Punkt



$$\frac{G}{g} \simeq \frac{G}{f} = \frac{B}{b} \qquad (1)$$

Wird G kleiner wird auch B kleiner

$$\frac{1}{b} + \frac{1}{g} = \frac{1}{f}$$ Linsengleichung

② + Beugung am Linsenrand (kreisförmige Öffnung)

Punkt → Beugungsscheibchen (Airy)

Radius

Winkel unter dem 1. Min erscheint

$$B_{min} = r_1 = \left(1.22 \times \frac{\lambda}{2R}\right) \times b$$

1. Minimum enthält ≈ 84% der Gesamtintensität

Rayleigh-Kriterium: unterscheidbar, wenn Min P_1 auf Max P_2 fällt

kleinstmögliches Bild

Leuchtende Punktquellen (1, 2)

wird G kleiner, wird auch B kleiner, die Airy-Flecke überlagern sich ...

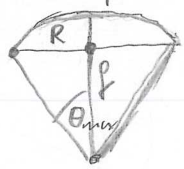
wie groß ist der zugehörige Gegenstand?

wie weit müssen Punkte getrennt sein, damit sie noch als getrennt wahrgenommen werden

$$\frac{G_{min}}{g} \simeq \frac{G_{min}}{f} \geq \frac{B_{min}}{b} \curvearrowright G_{min} \geq \frac{B_{min}}{b} \cdot f = 1.22 \times \frac{\lambda}{2R} \cdot \frac{\cancel{b}}{\cancel{b}} \cdot f$$

$$G_{min} \geq 1.22 \frac{\lambda}{2R} \cdot f$$

$$\frac{R}{f} \equiv \sin\theta_{max} : \text{Apertur}$$



Prinzipielle nicht technologische Grenze

$$\boxed{G_{min} \geq 1.22 \frac{\lambda}{2 \sin\theta_{max}}}$$

1) < λ geht nicht
2) verwende blaues Licht ... (je kurzwelliger, desto besser)
3) möglichst großer max. Eintrittswinkel

$\sin\theta = \frac{R}{f}$ ← großes Objektivdurchmesser (teuer) ← kurze Brennweite

4) $\sin\theta_{max} < 1, \rightarrow \theta_{max}$ beschränkt
5) Immersionsöl mit hoher Brechkraft n

$$G_{min} \geq 1.22 \frac{\lambda}{n \sin\theta_{max}}$$

① a) Geometrische Optik: Punkt → Punkt

Bildweite b (wo entsteht das Bild?)

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{g} = \frac{1}{5\,mm} - \frac{1}{5{,}25\,mm} = \frac{105-100}{525\,mm} = \frac{5}{525\,mm} = \frac{1}{105\,mm}$$

$\rightsquigarrow b = 105\,mm$ //

b) Abbildungsmaßstab (Vergrößerung?)

$$\frac{B}{b} = \frac{G}{g} \sim \frac{B}{G} = \frac{b}{g} = \frac{105}{5.25} = 20\times$$ //

c) Radius des Beugungsscheibchens

$$B_{1min} \simeq r_{1min} = 1.22\,\frac{\lambda}{2R} \times b = 1.22 \times \frac{550 \times 10^{-6}\,mm}{2{,}5\,mm} \times 105\,mm$$

$$= 28{,}2\,\mu m$$ //

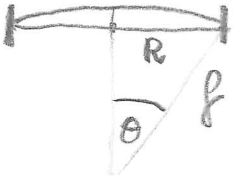
$$\frac{G_{min}}{g} \simeq \frac{G_{min}}{f} \gtrsim \frac{B_{min}}{b} \sim G_{min} \gtrsim \frac{B_{min}}{b} \times f$$

$$= 1.22\,\frac{\lambda}{2R} \times \frac{b}{b} \times f$$

$$= \cancel{14{,}1}\ 28{,}2\,\mu m \times \frac{5}{105} \simeq \cancel{1.35\,\mu m}\ 1.4\,\mu m$$ //

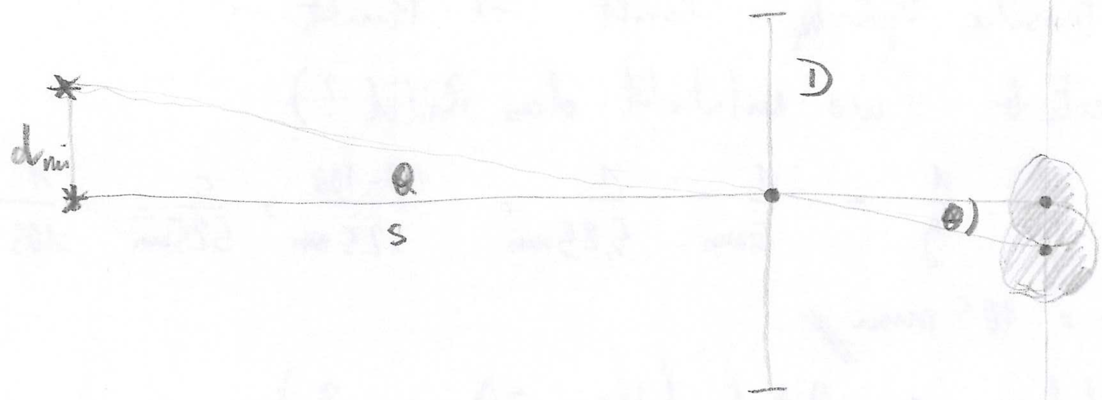
G	20x	B		
0.1 μm		2 μm		1 "Punkt"
1 μm		20 μm		verzerrte ~~Punkt~~ Scheibchen
100 μm		2 ~~μm~~ mm		2 getrennte Scheibchen

$$\boxed{G_{min} \gtrsim 1.22\,\frac{\lambda}{2R} \times f = 1.22\,\frac{\lambda}{2n \sin\theta_{max}}}$$



$$\frac{R}{f} = \sin\theta_{max}$$ "Apertur" $\frac{1.25}{5} = 0.25 \;\hat{=}\; 14°$

②



$$d_{min} \gtrsim s \cdot \theta_{min} \simeq 1.22\,\frac{\lambda}{D}\cdot s$$

$$= 1.22 \times \frac{500\times 10^{-9}\ \cancel{m}}{2\ \cancel{m}} \times 200\,[\ ]$$

$$\simeq 6.1 \times 10^{-5}\,[\ ] = 32 \text{ Lichtminuten}$$

$$= 6.1 \times 10^{-5} \times 3\times 10^{5}\,\frac{km}{s} \times 365 \times 86400\,s$$

$$= 5{,}8 \times 10^{8}\ km = 32 \text{ Lichtminuten}$$

$$\widehat{=}\ 4 \times \text{Erde Sonne}$$

"große Eintrittsoptik erwünscht"