Institut fr Angewandte Physik
und Messtechnik
Prof. Dr. Günther Dollinger

Übungen zur Experimentalphysik I

Musterlösung Blatt 9

Aufgabe 1 Schallwellen

Die maximale für das menschliche Ohr noch erträgliche Druckdifferenz bei lauten Geräuschen beträgt rund 28 Pa. Welche Auslenkungsamplitude s_m besitzt ein solcher Ton in Luft (Dichte: $\rho = 1,21\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$) bei einer Frequenz von $f = 1000\,\mathrm{Hz}$ und einer Geschwindigkeit von $v = 343\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$?

Lösung zu Aufgabe 1

Für die Auslenkung s_m der Schallwelle und die Druckänderung Δp_m gilt:

$$s_m = \frac{\Delta p_m}{v\rho\omega} = \frac{\Delta p_m}{v\rho 2\pi f} = \frac{28\mathrm{Pa}}{343\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}1,21\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}2\pi 1000\mathrm{Hz}} = 1,1\cdot 10^{-5}\mathrm{m} = 11\mu\mathrm{m}$$

Das entspricht einem Siebtel der Dicke eines normalen DIN A4 Blattes. Der leiseste Ton bei dieser Frequenz, den ein Mensch noch hören kann hat eine Amplitude von ca. 11 pm. Dies entspricht einem zehntel eines Atomradius. Das Ohr ist also ein sehr empfindlicher Detektor.

Aufgabe 2 transversale mechanische Welle

Eine Transversalwelle breitet sich als ebene Welle in einem Medium aus Masseteilchen (m=1 g) aus. Die Welle hat eine maximale Auslenkung $y_0 = 0,1\,\mathrm{m}$, eine Periodendauer von $T = 4\,\mathrm{s}$ und eine Wellenlänge von $\lambda = 4\,\mathrm{m}$.

a) Wie lautet die Wellengleichung für y(x,t)

b) Berechnen Sie die Frequenz, die Wellenzahl und die Wellengeschwindigkeit.

c) Welche kinetische Energie E_{kin} hat ein Teilchen bei x=0,8 m nach t=4 s?

d) Welchen minimalen Abstand x_{min} vom Ursprung der Welle x=0 m hat ein Teilchen, dessen kinetische Energie bei t=4 s die Hälfte der Gesamtenergie hat?

Lösung zu Aufgabe 2

a)

$$y(x,t) = y_0\sin(\omega t - kx) = y_0\sin(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x) = 0,1\mathrm{m}\sin(\frac{2\pi}{4\mathrm{s}}t - \frac{2\pi}{4\mathrm{m}}x)$$

b)

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4\mathrm{s}} = 1,57\frac{1}{\mathrm{s}}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{4\mathrm{m}} = 1,57\frac{1}{\mathrm{m}}$$

$$v = \lambda f = \lambda\frac{\omega}{2\pi} = 4\mathrm{m}\frac{1,57\frac{1}{\mathrm{s}}}{2\pi} = 1\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

c) Zuerst muss man die Teilchengeschwindigkeit v_T berechnen. Dies ist nicht die Wellengeschwindigkeit v, also $v \neq v_T$. Die Teilchengeschwindigkeit berechnet sich als zeitliche Ableitung der Wellengleichung:

$$v_T = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = y_0 \omega \cos(\omega t - kx)$$

Für die kinetische Energie eines Teilchens gilt dann:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m v_T^2 = \frac{1}{2} 1\mathrm{g} 0,1^2\mathrm{m}^2 1,57^2 \frac{1}{\mathrm{s}^2} \cos^2(1,57\frac{1}{\mathrm{s}} 4\mathrm{s} - 1,57\frac{1}{\mathrm{m}} 0,8\mathrm{m}) = 1,16 \cdot 10^{-6}\mathrm{J} = 1,16\mathrm{muJ}$$

d) Die Gesamtenergie ist im Verlustfreiensystem gleich der maximalen kinetischen Energie. Die kinetische Energie wird maximal, wenn $\cos(\omega t - kx) = 1$ und berechnet sich zu:

$$E_{ges} = E_{kin,max} = \frac{1}{2} m y_0^2 \omega^2 = \frac{1}{2} 1\mathrm{g} 0,1^2\mathrm{m}^2 1,57^2 \frac{1}{\mathrm{s}^2} = 0,0123\mathrm{mJ}$$

Nun sucht man ein Teilchen mit

$$E_{kin} = \frac{E_{ges}}{2}$$

Also:

$$\frac{E_{kin}}{E_{ges}} = \frac{1}{2}$$

Einsetzen der Formeln für E_{kin} und E_{ges} ergibt:

$$\frac{E_{kin}}{E_{ges}} = \cos^2(\omega t - kx) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \cos(\omega t - kx) = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \omega t - kx = \frac{\pi}{4} + n\frac{\pi}{2}$$

wobei $n \in \mathbb{Z}$

Einsetzen von $t = 4\,\mathrm{s}$ ω und k ergibt:

$$6,28 - 1,57\frac{1}{\mathrm{m}} x = \frac{\pi}{4} + n\frac{\pi}{2}$$

$$2\pi - \frac{\pi}{2}\frac{1}{\mathrm{m}} x = \frac{\pi}{4} + n\frac{\pi}{2}$$

Auflösen nach x:

$$2\pi - \frac{\pi}{4} - n\frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}\frac{1}{\mathrm{m}} x$$

$$\frac{1}{2}\frac{1}{\mathrm{m}}x = 2 - \frac{1}{4} - n\frac{1}{2}$$

$$x = (4 - \frac{1}{2} - n)\mathrm{m}$$

$$x = (3,5 - n)\mathrm{m}$$

als minimaler Wert für die Ruhelage folgt $x_{min} = 0,5\,\mathrm{m}$.

Aufgabe 3 Doppelspalt

Monochromatisches Licht der Wellenlänge λ trifft senkrecht auf einen Doppelspalt mit dem Spaltabstand b. In der Entfernung a ($a >> b$) vom Doppelspalt ist ein Schirm aufgestellt.

a) Zeigen Sie, dass für den Abstand d je zweier benachbarter Maxima auf dem Schirm die Näherung $d = \frac{\lambda a}{b}$ gilt.

Der Doppelspalt wird nun mit Laserlicht der Wellenlänge $\lambda_1 = 620\,\mathrm{nm}$ beleuchtet. Die beiden Maxima 2. Ordnung haben auf dem Schirm einen Abstand von 5,2 cm

b) Beleuchtet man den Spalt mit einer anderen Wellenlänge, so haben die Maxima einen Abstand von 4,7 cm. Bestimmen Sie die Wellenlänge dieses Lichts.

Lösung zu Aufgabe 3

a) Für den Gangunterschied für das $k$te Maximum gilt $\Delta s = k\lambda$ und damit

$$b \sin \alpha_k = \Delta s = k\lambda$$

$$\sin \alpha_k = \frac{k\lambda}{b}$$

Es gilt weiter mit D_k der Abstand des Maximums von der 0 und a der Abstand vom Schirm:

$$\tan \alpha_k = \frac{d_k}{a}$$

Für kleine Winkel kann der Sinus an den Tangens angenähert werden:

$$\sin \alpha_k \approx \tan \alpha_k$$

Also:

$$\frac{k\lambda}{b} = \frac{d_k}{a}$$

$$d_k = \frac{ak\lambda}{b}$$

Damit gilt für zwei benachbarte Maxima:

$$d = d_{k+1} - d_k = (k + 1 - k)\frac{a\lambda}{b} = \frac{a\lambda}{b}$$

q.e.d

b) Gegeben: $2d_{2,\lambda_1} = 5,2\,\mathrm{cm}$ und $2d_{2,\lambda_2} = 4,7\,\mathrm{cm}$ Mit Aufgabe a gilt:

$$d_{2,\lambda_1} = 2\frac{a\lambda_1}{b}$$

und

$$d_{2,\lambda_2} = 2\frac{a\lambda_2}{b}$$

Damit gilt:

$$\frac{2d_{2,\lambda_1}}{2d_{2,\lambda_2}} = \frac{2 \cdot 2\frac{a\lambda_1}{b}}{2 \cdot 2\frac{a\lambda_2}{b}} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

Auflösen nach λ_2

$$\lambda_2 = \frac{2d_{2,\lambda_2}}{2d_{2,\lambda_1}}\lambda_1 = 620\mathrm{nm}\frac{4,7\mathrm{cm}}{5,2\mathrm{cm}} = 560\mathrm{nm}$$

Aufgabe 4 stehende Welle

a) Eine Gitarrensaite ist 650 mm lang, welche Wellenlänge hat die Grundschwingung?

b) Wie lang muss eine Orgelpfeife sein, die die gleiche Wellenlänge in der Grundschwingung erzeugt? Man nehme die Orgelpfeife als einseitig offenes Rohr

c) Ein Didgeridoo ist ein zweiseitig offenes Rohr. Welche Wellenlänge der Grundschwingung hat ein Didgeridoo der Länge der Orgelpfeife?

Lösung zu Aufgabe 4

a) Eine Gitarrensaite hat an beiden Seiten einen Knoten also gilt:

$$\lambda = \frac{2L}{n}$$

Und für die Grundschwingung:

$$\lambda = 2L = 1,3\mathrm{m}$$

b) Für ein einseitig offenes Rohr gilt:

$$\lambda = \frac{4L}{n}$$

Und für die Grundschwingung:

$$\lambda = 4L$$

Und damit für die Länge:

$$L = \frac{\lambda}{4} = \frac{1,3\mathrm{m}}{4} = 0,325\mathrm{m}$$

c) Für ein beidseitig offenes Rohr gilt:

$$\lambda = \frac{2L}{n}$$

Und somit für die Grundschwingung:

$$\lambda = 2L = 0,65\text{m}$$

Aufgabe 5 Dopplereffekt

Ein Flugzeug fliegt mit 2,5facher Schallgeschwindigkeit in einer Höhe von 5000 m.

a) Wie groß ist der Öffnungswinkel des Machkegels?

b) Welche Entfernung hat das Flugzeug zurückgelegt wenn ein Beobachter am Boden den Knall hört?

Lösung zu Aufgabe 5

a) Der Öffnungswinkel der Machkegels berechnet sich aus

$$\sin\Theta = \frac{c}{v}$$

Hier ist $v = 2,5c$

$$\sin\Theta = \frac{c}{2,5c} = \frac{1}{2,5}$$

damit ergibt sich

$$\Theta = 23,58°$$

b) Man muss die Zeit berechnen, die der Schall benötigt um zum Menschen zu kommen:

$$t = \frac{s}{c} = \frac{5000\text{m}}{343\frac{\text{m}}{\text{s}}} = 14,58\text{s}$$

In dieser Zeit fliegt das Flugzeug

$$s = v \cdot t = 2,5ct = 2,5 \cdot 343\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 14,58\text{s} = 12500\text{m}$$

weit.