Institut für Angewandte Physik
und Messtechnik
Prof. Dr. Günther Dollinger

Übungen zur Experimentalphysik I

Musterlösung Blatt 10

Aufgabe 1 Brechung

In Abbildung 1 sieht man Licht, welches in Punkt A an der Grenzfläche von Medium 1 mit Brechungsindex $n_1 = 1,33$ unter einem Winkel von $50°$ auf Medium 2 mit Brechungsindex $n_2 = 1,77$ trifft. An Punkt B tritt der Strahl wieder an Luft. Beide Grenzflächen sind parallel.

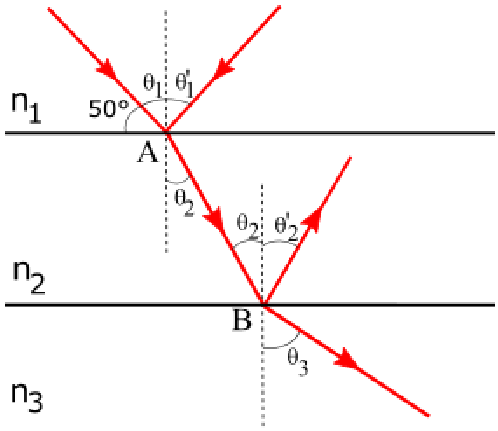

Abbildung 1: Brechung an parallelen Grenzflächen verschiedener Medien

a) Wie groß sind Reflexions- und Brechungswinkel an Punkt A?

b) Wie groß sind Reflexions- und Brechungswinkel an Punkt B?

Lösung zu Aufgabe 1

a) Man benötigt den Winkel zwischen einfallendem Strahl und der Senkrechten, außerdem ist der Einfallswinkel gleich dem Reflexionswinkel. Es gilt also:

$$\theta_1 = \theta_1' = 90° - 50° = 40°$$

Nach Snellius gilt:

$$n_2 \sin\theta_2 = n_1 \sin\theta_1$$

Damit berechnet sich θ_2 zu:

$$\theta_2 = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2}\sin\theta_1\right) = \arcsin\left(\frac{1,33}{1,77}\sin 40°\right) = 29°$$

Beim Übergang vom optisch dünneren zum optisch dichterem Medium wird der Strahl zum Lot hin gebrochen.

b) Der Reflexionswinkel ist wiederum gleich dem Einfallswinkel, also:

$$\theta_2 = \theta_2' = 29°$$

θ_3 berechnet sich analog zu oben:

$$\theta_3 = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_3}\sin\theta_2\right) = \arcsin\left(\frac{1,77}{1,00}\sin 29°\right) = 59°$$

Beim Übergang vom optisch dichteren zum optisch dünneren Medium wird der Strahl vom Lot weg gebrochen. Insgesamt ist der Übergang von $n_1 = 1,33$ nach $n_3 = 1,00$ ein Übergang von optisch dichter zu optisch dünner und der Strahl wird im gesamten vom Lot weggebrochen, der Einfallswinkel ist $\theta_1 = 40°$ und der Ausfallswinkel ist $\theta_3 = 59°$.

Aufgabe 2 Totalreflexion

In einem dreiseitigen Prisma in Luft wird ein Lichtstrahl wie in Abbildung 2 gezeigt total reflektiert, wenn er unter einem rechten Winkel auf das Prisma trifft. Wie groß ist der Brechungsindex des Prismas, wenn $\theta_1 = 45°$ ist?

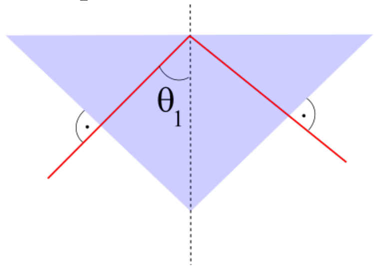

Abbildung 2: Totalreflexion im Prisma

Lösung zu Aufgabe 2

Es findet Totalreflexion statt, somit ergibt sich für den Grenzwinkel:

$$\theta_T = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

Das Prisma liegt in Luft also ist $n_2 = 1$.

$$\theta_T = \arcsin\left(\frac{1}{n_1}\right)$$

Außerdem ist der Einfallswinkel $\theta_1 = 45°$ offensichtlich Größer als der Grenzwinkel. Damit gilt:

$$\arcsin\left(\frac{1}{n_1}\right) < 45°$$

$$\frac{1}{n_1} < \sin 45°$$

$$n_1 > \frac{1}{\sin 45°} = 1,4$$

Unter diesem Einfallswinkel findet Totalreflexion also nur statt, wenn der Brechungsindex des Prisma größer als 1,4 ist.

Aufgabe 3 Neutronenprisma

Quarz hat für Neutronen der Wellenlänge $\lambda = 2\,\mathrm{nm}$ den Brechungsindex $n \cong 1 - a\lambda^2$ mit $a = 0.575 \cdot 10^{14}\mathrm{m}^{-2}$. Der Brechungsindex in Luft sei 1.

a) Ein Neutronenstrahl werde nun durch ein Quarzprisma mit Öffnungswinkel $\gamma = 120°$ abgelenkt. Zeigen Sie, dass für den symmetrischen Strahlendurchgang der Winkel zwischen Strahl vor und nach dem Prisma in erster Näherung durch
$\delta = 2(n-1)\tan\left(\frac{\gamma}{2}\right)$ gegeben ist.

b) Berechnen Sie für diese Näherung den Ablenkwinkel δ und die Dispersion $\frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}\lambda}$ für die abgelenkten Neutronen.

Lösung zu Aufgabe 3

a) Der symmetrische Strahlendurchgang ist in Abbildung 3 skizziert.

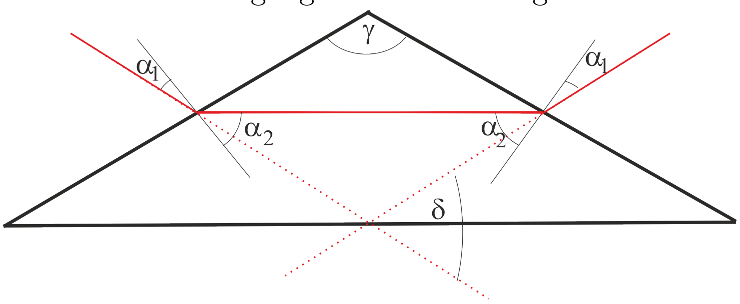

Abbildung 3: Symmetrischer Strahlendurchgang im Neutronenprisma

Da der Brechungsindex kleiner 1 ist wird der Strahl vom Lot weggebrochen und es gilt:

$$\delta = 2\left(\alpha_2 - \alpha_1\right)$$

weiterhin gilt immernoch:

$$\gamma = 2\alpha_2$$

Weiterhin gilt:

$$\sin\alpha_1 = n\sin\alpha_2$$

Man nähere $n \approx 1$ und somit $\alpha_1 \approx \alpha_2$.

Die Tailorentwicklung einer Funktion $f(x)$ um x_0 in 1. Ordnung ist:

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \ldots$$

Die Entwicklung von $\sin\alpha_2$ um α_1 in 1. Ordnung ergibt damit:

$$\sin\alpha_2 = \sin\alpha_1 + \cos\alpha_1(\alpha_2 - \alpha_1)$$

Man nehme nun wieder das Brechungsgesetz und setze ein:

$$\sin\alpha_1 = n\sin\alpha_2 = n(\sin\alpha_1 + \cos\alpha_1(\alpha_2 - \alpha_1))$$

$$\begin{aligned}\sin\alpha_1 - n\sin\alpha_1 &= n\cos\alpha_1(\alpha_2 - \alpha_1)\\ (1-n)\frac{\sin\alpha_1}{\cos\alpha_1} &= n(\alpha_2 - \alpha_1)\\ (1-n)\tan\alpha_1 &= n(\alpha_2 - \alpha_1)\end{aligned}$$

Einsetzen von γ und δ ergibt:

$$(1-n)\tan\left(\frac{\gamma}{2}\right) = n\frac{\delta}{2}$$

Somit ist mit der Näherung $n \approx 1$:

$$\delta = 2(1-n)\tan\left(\frac{\gamma}{2}\right) \text{ q.e.d.}$$

b) Mit $n = 1 - a\lambda^2$ gilt für δ

$$\begin{aligned}\delta &= 2a\lambda^2\tan\left(\frac{\gamma}{2}\right) = 2\cdot 0.575\cdot 10^{14}\mathrm{m}^{-2}2^2\cdot 10^{-18}\mathrm{m}^2\tan 60^\circ = 8\cdot 10^{-4}\mathrm{rad}\\ \frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}\lambda} &= 4a\lambda\tan\left(\frac{\gamma}{2}\right) = 4\cdot 0.575\cdot 10^{14}\mathrm{m}^{-2}2\cdot 10^{-9}\mathrm{m}\tan 60^\circ = 8\cdot 10^{5}\mathrm{rad\,m}^{-1}\end{aligned}$$

Aufgabe 4 einfaches Mikroskop

Bei einem einfachen Mikroskop hat das Objektiv eine Brennweite von 12 mm und das Okular von 20 mm. Die beiden Linsen sind 20 cm voneinander entfernt.

a) Wie groß ist die Vergrößerung des Mikroskops?

b) In welcher Entfernung von Objektiv muss ein Objekt stehen, damit das Endbild im unendlichen entsteht?

Lösung zu Aufgabe 4

a) Für die Vergrößerung beim Mikroskop gilt:

$$V_M = V_{Obj}\cdot V_{Ok}$$

Für die Teilvergrößerungen gilt:

$$V_{Ok} = \frac{25\mathrm{cm}}{f_{ok}}$$

$$V_{Obj} = \frac{t}{f_{Obj}}$$

Für den Abstand der beiden Linsen gilt:

$$d = f_{Obj} + t + f_{Ok}$$

Es gilt $f_{Obj} << d$ und auch $f_{Ok} << d$ gilt näherungsweise $d \approx t$
Damit gilt für die Vergrößerung:

$$V_M = \frac{t}{f_{Obj}} \cdot \frac{25\text{cm}}{f_{ok}} = \frac{200\text{mm}}{12\text{mm}} \frac{250\text{mm}}{20\text{mm}} \approx 200$$

b) Um die Gegenstandsweite zu berechnen wird die Linsengleichung benötigt:

$$\frac{1}{f_{obj}} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g}$$

$$\frac{1}{g} = \frac{1}{f_{obj}} - \frac{1}{b}$$

$$g = \frac{1}{\frac{1}{f_{obj}} - \frac{1}{b}} = \frac{f_{Obj} b}{b - f_{Obj}}$$

Für die Bildweite gilt:

$$b = t - f_{Ok} = 200\text{mm} - 20\text{mm} = 180\text{mm}$$

Damit gilt für g

$$g = \frac{12\text{mm}180\text{mm}}{180\text{mm} - 12\text{mm}} = 13\text{mm}$$

Aufgabe 5 Spiegelteleskop

Ein Teleskop zur Betrachtung von Sternen bestehe aus zwei Spiegeln, wie in Abbildung 4 dargestellt. Der Krümmungsradius des großen Spiegels ist 2 m und der des kleinen Spiegels 0,6 m. Der Abstand der beiden Scheitel sei 0,75 m.

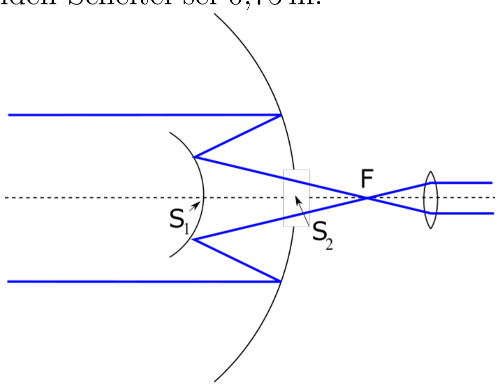

Abbildung 4: Spiegelteleskop

a) Berechnen Sie den Abstand des bildseitigen Brennpunktes F zum Scheitel S_1 des kleinen Spiegels.

b) Bestimmen Sie die effektive Brennweite des Spiegelsystems.

c) Mit Hilfe eines Okulars ($f_{OK} = 2\,\text{cm}$) wird nun das reelle Zwischenbild des Sterns mit dem entspannten Auges betrachtet. Berechnen Sie die Gesamtvergrößerung.

d) Überlegen Sie sich drei Vorteile, den Spiegelteleskope gegenüber Linsenteleskopen bieten.

Lösung zu Aufgabe 5

a) Man betrachtet zunächst den großen Spiegel, er hat einen negativen Radius. Man betrachtet hier die Bildweite und benötigt die Linsengleichung, wobei die Gegenstandsweite für Sterne näherungsweise im Unendlichen liegt $g = \infty$ und für einen Spiegel gilt $f = \frac{r}{2}$. Damit lässt sich b berechnen:

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{g} \approx \frac{1}{f} = \frac{2}{r} = \frac{2}{2\text{m}} = 1\text{m}^{-1}$$
$$b = 1\text{m}$$

Nun betrachtet man den Abstand der Bildweite vom kleinen Spiegel:

$$y = b - 0,75\text{m} = 1\text{m} - 0,75\text{m} = 0,25\text{m}$$

Nun benutzt man die Linsengleichung für den kleinen Spiegel:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{r}$$

Nun berechnet man x, wobei auf die Richtungen zu achten ist:

$$x = \frac{yr}{2y - r} = \frac{(-0,25\text{m})(-0,6\text{m})}{-0,5\text{m} + 0,6\text{m}} = 1,5\text{m}$$

b) Die Konstruktion erfolgt mit dem Aufstellen von Seitenverhältnissen:

$$\frac{|y|}{|y| + 0,75\text{m}} = \frac{x}{f}$$

Also gilt für f:

$$f = \frac{(|y| + 0,75\text{m})\, x}{|y|} = \frac{1\text{m}1,5\text{m}}{0,25\text{m}} = 6\text{m}$$

c) Für die Vergrößerung gilt:

$$V = \frac{f}{f_{Ok}} = \frac{6\text{m}}{0,02\text{m}} = 300$$

d)
- Es entstehen keine chromatischen Abberationen durch Brechung.
- Spiegel können größer gebaut werden. Größere Teleskope haben eine größere Lichtausbeute.
- Spiegel können günstiger produziert werden, als Linsen.