Prof. G. Reißig E–Mail: victor.chaim@unibw.de
Seminarübungen-Dozent: Victor C. Chaim

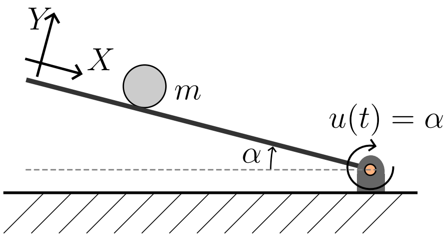
Universität der Bundeswehr München
Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik
Inst. f. Steuer- und Regelungstechnik (LRT-15)
85577 Neubiberg

Steuer- und Regelungstechnik, WT 2024

9 Übung, 18.03.2024

Die Aufgaben 9.4, 9.5 und 9.6 sind Probeklausuraufgaben. Sie können Ihre Lösungen per Email an V. Chaim (`victor.chaim@unibw.de`) bis Freitag, 22.3, 7Uhr, senden.

Aufgabe 9.1. Betrachten Sie eine Kugel, die auf einer geneigten Ebene rollt, wie in der Abbildung dargestellt. Die Masse der Kugel ist m und ihr Radius ist R. Die Reibung zwischen der Kugel und der Ebene ist gegeben durch $F_r = m \cdot g \cdot \mu \cdot \cos(\alpha)$, wobei g die Schwere und μ der Reibungskoeffizient ist.
Annahmen: Das Trägheitsmoment der Kugel: $I_m = \frac{2}{5} \cdot m \cdot R^2$.



(i) Modellieren Sie das Kugel-System auf der geneigten Ebene in Zustandsform, mit $x = (p, v)$, $u = \alpha$ und $y = p$, wobei p und v die Position bzw. die Geschwindigkeit in X-Richtung und α der Winkel der Ebene sind.

$$\dot{x} = f(x, u),$$
$$y = g(x, u).$$

(ii) Geben Sie Bedingungen an x und u an, die Ruhelagen charakterisieren.

(iii) Linearisieren Sie das Zustandssystem in den Ruhelagen. Berechnen Sie also die Matrizen

$$A := D_1 f(x, u), B := D_2 f(x, u), C := D_1 g(x, u), D := D_2 g(x, u)$$

für Ruhelagen (x, u).

(iv) Betrachten Sie das linearisierte Zustandsraumsystem und nehmen Sie $\Delta u = -[k_p \quad k_v] \cdot \Delta x$ an. Berechnen Sie die Matrizen des Zustandssystems des mit diesem Regler geschlossenen Kreises unter dieser Annahme, wobei $k_p, k_v \in \mathbb{R}_+$.

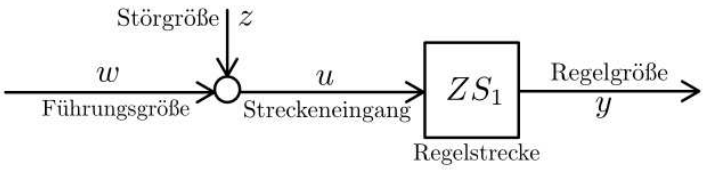
(v) Diese und alle folgenden Teilaufgaben: Lösen Sie nur das unter Punkt **(iv)** berechnete Zustandsraumsystem! Unter der Annahme, dass $k_v = 0$ und $x_0 \neq 0$ ist, berechnen Sie k_p so, dass das Ausgangssignal $\psi(t, x_0, \cdot)$ zum Zeitpunkt $t = 0,4$ den Wert 0 hat.

(vi) Beweisen, dass das Zustandsraumsystem für den berechneten Wert von k_p und $k_v = 0$ nicht asymptotisch stabil ist.

(vii) Mit dem zuvor berechneten Wert von k_p ist k_v so zu berechnen, dass das Zustandsraumsystem zwei gleiche negative reelle Eigenwerte hat.

Aufgabe 9.2. Gegeben sei das Zustandssystem der Regelstrecke und das Blockschaltbild. Für alle Teile dieser Aufgabe ist der Anfangszustand der Regelstrecke $x_1(0) = 0$.

$$A_1 = \left[\ -1\ \right], B_1 = \left[\ 1\ \right], C_1 = \left[\ 1\ \right], D_1 = \left[\ 0\ \right].$$



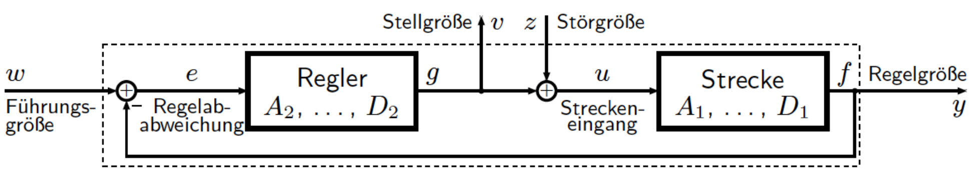
(i) Nehmen Sie an, die Führungsgröße w sei ein Einheitssprung und die Störgroße $z = 0$. Hat die Regelgröße einen Endwert? Wenn ja, berechnen Sie ihn. Ist das System BIBO-stabil?

(ii) Wie viel Zeit benötigt die Regelstrecke, um 90% der Führungsgröße zu erreichen?

(iii) Nehmen Sie nun an, die Führungsgröße w sei ein Einheitssprung und die Störgroße z sei ein Sprung der Grösse k, d.h. $z = k \cdot \sigma$. Berechnen Sie die neue Regelgröße und ihren Endwert.

Für die folgenden Teile dieser Aufgabe sind das Zustandssystem des Reglers und das folgende Blockschaltbild zu betrachten. Das Zustandssystem der Strecke bleibt unverändert und der Anfangszustand des Reglers ist $x_2(0) = 0$.

$$A_2 = \left[\ 0\ \right], B_2 = \left[\ 1\ \right], C_2 = \left[\ 4\ \right], D_2 = \left[\ 4\ \right].$$



(iv) Nehmen Sie an, die Führungsgröße w sei ein Einheitssprung und die Störgroße $z = 0$. Hat die Regelgröße einen Endwert? Wenn ja, berechnen Sie ihn. Ist der Regelkreis BIBO-stabil?

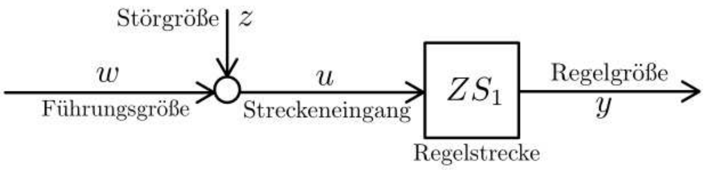
(v) Wie viel Zeit benötigt der Regelkreis, um 90% der Führungsgröße zu erreichen?

(vi) Nehmen Sie nun an, die Führungsgröße w sei ein Einheitssprung und die Störgroße z sei ein Sprung der Grösse k, d.h. $z = k \cdot \sigma$. Berechnen Sie die neue Regelgröße und ihren Endwert.

(vii) Welche Vorteile hat der Regler für die Regelgröße des Systems gebracht?

Aufgabe 9.3. Gegeben sei das Zustandssystem der Regelstrecke und das Blockschaltbild. Für alle Teile dieser Aufgabe ist der Anfangszustand der Regelstrecke $x_1(0) = (0, 0)$.

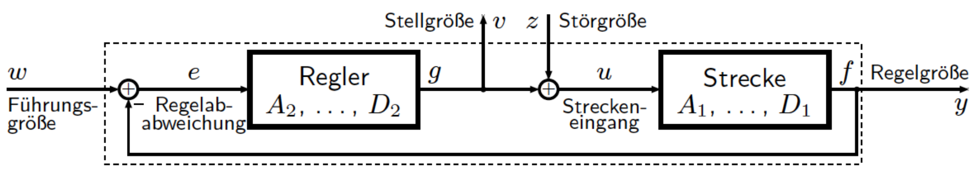
$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 6 & -5 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}, D_1 = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}.$$



(i) Nehmen Sie an, die Führungsgröße w sei ein Einheitssprung und die Störgroße $z = 0$. Hat die Regelgröße einen Endwert? Wenn ja, berechnen Sie ihn. Ist das System BIBO-stabil?

Für die folgenden Teile dieser Aufgabe sind das Zustandssystem des Reglers und das folgende Blockschaltbild zu betrachten. Das Zustandssystem der Regelstrecke bleibt unverändert.

$$C_2 = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}, D_2 = \begin{bmatrix} 10 \end{bmatrix}.$$



(ii) Nehmen Sie an, die Führungsgröße w sei ein Einheitssprung und die Störgroße $z = 0$. Hat die Regelgröße einen Endwert? Wenn ja, berechnen Sie ihn. Ist der Regelkreis BIBO-stabil?

(iii) Nehmen Sie nun an, die Führungsgröße w sei ein Einheitssprung und die Störgroße z sei ein Sprung der Grösse k, d.h. $z = k \cdot \sigma$. Berechnen Sie die neue Regelgröße und ihren Endwert.

(iv) Welche Vorteile hat der Regler für die Regelgröße des Systems gebracht? Besitzt der Regelkreis eine stationäre Genauigkeit?

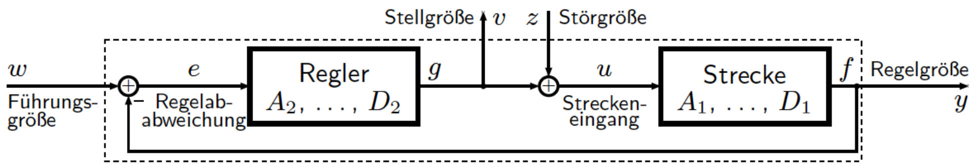
Aufgabe 9.4 (1 Punkt)**.** Was bedeutet die Eigenschaft der stationären Genauigkeit eines Regelkreises im Zeitbereich?

Aufgabe 9.5 (2 Punkte)**.** Nennen Sie die vier wichtigsten Ziele einer Regelung.

Aufgabe 9.6 (5 Punkte)**.** Gegeben sei das Blockschaltbild für den SISO-Standardregelkreis und das Zustandssystem des Reglers und der Strecke:

$$A_1 = \left[\ 3\ \right], B_1 = \left[\ 1\ \right], C_1 = \left[\ 1\ \right], D_1 = \left[\ 0\ \right],$$

$$A_2 = \left[\ -2\ \right], B_2 = \left[\ 1\ \right], C_2 = \left[\ -5\ \right], D_2 = \left[\ 1\ \right].$$



(i) Bestimmen Sie die Matrix der Übertragungsfunktion des Standardregelkreises, $H(s)$.

(ii) Welche der Übertragungsfunktionen H_{11}, H_{12}, H_{21} und H_{22} ist instabil?

(iii) Nehmen Sie an, dass w und z auf $\mathbb{R}_+$ beschränkt sind. Welche der Signale y, u, e, v sind möglicherweise nicht auf $\mathbb{R}_+$ beschränkt?