

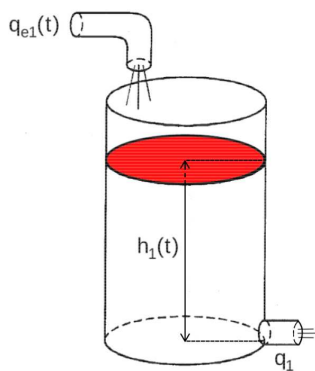
## Steuer- und Regelungstechnik, WT 2024

### 7 Übung, 04.03.2024 - 11.03.2024

Die Aufgaben 7.2, 7.3, 7.4, 7.5 und 7.6 sind Probeklausuraufgaben. Sie können Ihre Lösungen per Email an V. Chaim ([victor.chaim@unibw.de](mailto:victor.chaim@unibw.de)) bis Freitag, 15.3, 7Uhr, senden.

**Aufgabe 7.1.** Betrachten Sie einen Wasserbehälter mit einem Eingangsdurchsatz (Volumen pro Zeit) von  $q_{e1}(t)$  und einem Ausgangsdurchsatz von  $q_1(t)$ , wie in der Abbildung dargestellt.  $F$  bezeichne die Querschnittsfläche der Behälter.

**Annahmen:** Gesetz von Torricelli:  $q_1 = \mu\sqrt{2g}\sqrt{h_1}$  sowie  $g, \mu, F > 0, q_{e1} \geq 0$ .



- (i) Modellieren Sie das Wasserbehälter-System in Zustandsform, mit  $x = h_1$ ,  $u = q_{e1}$  und  $y = h_1$ .

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, u), \\ y &= g(x, u).\end{aligned}$$

- (ii) Diese und alle folgenden Teilaufgaben: Nur für den Spezialfall  $F = \mu\sqrt{2g} = 1$  lösen! Geben Sie Bedingungen an  $x$  und  $u$  an, die Ruhelagen charakterisieren.

- (iii) Linearisieren Sie das Zustandssystem in den Ruhelagen. Berechnen Sie also die Matrizen

$$A := D_1 f(x, u), B := D_2 f(x, u), C := D_1 g(x, u), D := D_2 g(x, u)$$

für Ruhelagen  $(x, u)$ .

- (iv) Geben Sie die Übertragungsfunktion der Linearisierung an.
- (v) Geben Sie die Gewichtsfunktion der Linearisierung an.
- (vi) Skizzieren Sie die Sprungantwort der Größe  $k$ , d.h., Antwort auf den Sprung  $k \cdot \sigma$ , für das linearisierte Zustandssystem und geben Sie ihren Anfangswert und ihren stationären Endwert an, wobei  $k$  eine positive reelle Konstante ist.
- (vii) Berechnen Sie den stationären Endwert für die Sprungantwort der Größe  $k$  des nichtlinearen Systems unter Annahme der Ruhelage  $\dot{h}_1 = 0$ , wobei  $k$  eine positive reelle Konstante ist.

- (viii) Bestimmen Sie eine Fehlerfunktion  $e = \| h_{1nl} - \psi(\infty, h_0, k\sigma(t)) \|$ , wobei  $h_{1nl}$  der stationäre Endwert der Ruhelage für die nichtlineare Funktion  $f(h_1, k\sigma(t) + u_0)$  und  $h_0$  die Anfangsbedingung ist.
- (ix) Beweisen Sie, dass das Verhältnis zwischen der Größe des Fehlers und der Größe der Sprungfunktion umso kleiner ist, je kleiner der Betrag der eingegebenen Sprungfunktion ist. Hinweis: Beweisen Sie, dass

$$\lim_{k \rightarrow 0} \frac{e}{k} = 0.$$

**Aufgabe 7.2** (1 Punkt). Skizzieren Sie die Sprungantwort eines PT2-Systems im periodischen Fall.

**Aufgabe 7.3** (1 Punkt). Skizzieren Sie die Sprungantwort eines Integrier-Glieds.

**Aufgabe 7.4** (1 Punkt). Skizzieren Sie die Sprungantwort eines PT1-Systems mit einer positiven Zeitkonstante.

**Aufgabe 7.5** (1 Punkt). Gegeben sei das PT2-System durch

$$H(s) = \frac{2}{s^2 + \gamma s + 9},$$

wobei  $\gamma$  eine positive reelle Konstante ist. Für welchen Wert von  $\gamma$  liegt der aperiodische Fall vor?

**Aufgabe 7.6** (5 Punkte). Betrachtet werde das Zustandssystem

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= 2x(t) + 3u(t), \\ y(t) &= 2x(t) + 3u(t). \end{aligned}$$

- (i) Geben Sie die Hauptfundamentalmatrix zur Anfangszeit 0 an.
- (ii) Geben Sie die Übertragungsfunktion an.
- (iii) Geben Sie die Gewichtsfunktion an.
- (iv) Skizzieren Sie die Sprungantwort und geben Sie ihren Anfangswert und ihren stationären Endwert an.