

Steuer- und Regelungstechnik, WT 2024

6 Übung, 26.02.2024

Die Aufgaben 6.4, 6.5, 6.6, 6.7, 6.8 und 6.9 sind Probeklausuraufgaben. Sie können Ihre Lösungen per Email an V. Chaim (victor.chaim@unibw.de) bis Freitag, 8.3., 7Uhr, senden.

Aufgabe 6.1. Betrachtet werde das von reellen Parametern α , β und γ abhängende Zustandssystem

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t),\end{aligned}$$

wobei $A = \begin{pmatrix} 1 & \alpha \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} \beta \\ 2 \end{pmatrix}$, $C = (\gamma \ 1)$, $D = (\alpha)$.

Für welche Werte der Parameter α , β und γ ist das System BIBO-stabil?

Aufgabe 6.2. Betrachtet werde das Zustandssystem

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= -2x(t) + u(t), \\ y(t) &= x(t) + u(t).\end{aligned}$$

- (i) Geben Sie die Hauptfundamentalmatrix zur Anfangszeit 0 an.
- (ii) Geben Sie die Übertragungsfunktion an.
- (iii) Geben Sie die Gewichtsfunktion an.
- (iv) Skizzieren Sie die Sprungantwort und geben Sie ihren Anfangswert und ihren stationären Endwert an.

Aufgabe 6.3. Gegeben ist das Zustandssystem

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu, \\ y &= Cx + Du,\end{aligned}$$

mit den Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, C = (1 \ 0), D = 0.$$

- (i) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion des Zustandssystems.

- (ii) Bestimmen Sie das harmonische Ausgangssignal zum Eingangssignal u gegeben durch $u(t) = \cos(3t)$.

Aufgabe 6.4 (1 Punkt). Ist die durch

$$H(s) = \frac{(2s + 1)(3s + 2)}{(4s + 3)(s - 4)}$$

definierte rationale Funktion durch ein Zustandssystem der Form

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu, \\ y &= Cx + Du \end{aligned}$$

realisierbar? Wenn ja, dann geben Sie D an.

Aufgabe 6.5 (1 Punkt). Gegeben sei ein Signal $u: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ durch $u(t) = e^{\alpha t} \sin(e^{2t})$, wobei α ein reeller Parameter ist. Für welche Werte von α ist das Signal u auf \mathbb{R}_+ beschränkt?

Aufgabe 6.6 (1 Punkt). Charakterisieren Sie die Eingangs-Ausgangs-Stabilität (BIBO - Stabilität) eines Zustandssystems durch eine Eigenschaft seiner Übertragungsfunktion.

Aufgabe 6.7 (1 Punkt). Betrachtet werde das von reellen Parametern α , β und γ abhängende Zustandssystem

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t), \end{aligned}$$

wobei $A = \begin{pmatrix} 1 & \alpha \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} \beta \\ 2 \end{pmatrix}$, $C = (\gamma \ 1)$, $D = (\alpha)$.

Für welche Werte der Parameter α , β und γ ist das System asymptotisch stabil?

Aufgabe 6.8 (4 Punkte). Betrachtet werde das von reellen Parametern α und γ abhängende Zustandssystem

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t), \end{aligned}$$

wobei $A = \begin{pmatrix} 1 & \alpha \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$, $C = (\gamma \ 1)$, $D = (\alpha)$.

Für welche Werte der Parameter α und γ ist das System BIBO-stabil?

Aufgabe 6.9 (5 Punkte). Gegeben ist das Zustandssystem

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu, \\ y &= Cx + Du,\end{aligned}$$

mit den Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, C = (1 \ 0), D = 0.$$

- (i) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion des Zustandssystems.
- (ii) Hat die Sprungantwort des Zustandssystems einen stationären Endwert? Wenn ja, geben Sie diesen Endwert an.
- (iii) Bestimmen Sie das harmonische Ausgangssignal zum Eingangssignal u gegeben durch $u(t) = \sin(3t)$.