Prof. G. Reißig E–Mail: victor.chaim@unibw.de
Seminarübungen-Dozent: Victor C. Chaim

Universität der Bundeswehr München
Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik
Inst. f. Steuer- und Regelungstechnik (LRT-15)
85577 Neubiberg

Steuer- und Regelungstechnik, WT 2024

3 Übungen, 29.01.2024

Die Aufgaben 3.4, 3.5 und 3.6 sind Probeklausuraufgaben. Sie können Ihre Lösungen per Email an V. Chaim (victor.chaim@unibw.de) bis Freitag, 2.2., 7Uhr, senden.

Aufgabe 3.1. Gegeben seien die Matrizen A und B durch

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie $\exp(At)$, $\exp(Bt)$ und $\exp((A+B)t)$. Gilt hier $\exp(A+B) = \exp(A)\exp(B)$?

Aufgabe 3.2. Berechnen Sie die Lösung für das Zustandssystem $\dot{x} = x + u$, das den skalaren Fall darstellt, mit der Anfangsbedingung $x_0 = -1$ und der folgenden stückweise linearen Funktion für den Eingang $u(t)$, wobei $t \in \mathbb{R}$:

$$u(t) = \begin{cases} t & \text{falls } 0 \le t \le 1 \\ -2t & \text{falls } 1 < t \le 2 \\ 0 & \text{andernfalls.} \end{cases}$$

Aufgabe 3.3. Betrachten Sie das folgende Zustandssystem

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_1(t) + x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= u(t) \end{aligned} \quad , \qquad u(t) = \begin{cases} t & \text{falls } 0 \le t \le 1 \\ -2t & \text{falls } 1 < t \le 2 \\ 0 & \text{andernfalls} \end{cases}$$

wobei der Eingang $u(t)$ eine stückweise lineare Funktion ist und $t \in \mathbb{R}$. Berechnen Sie die Lösung des Systems unter der Annahme, dass die Anfangsbedingungen $x_1(0) = 0$ und $x_2(0) = 1$ sind.

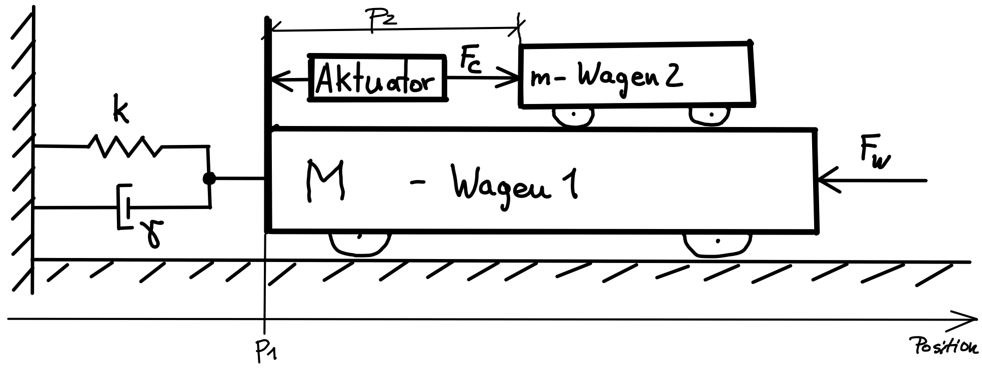
Aufgabe 3.4. [**1 Punkt**] Gegeben sei die Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ durch $f(t) = t^2 + 2t$.
Geben Sie die Linearisierung der Funktion f an der Stelle 3 an.

Aufgabe 3.5. [**1 Punkt**] Die Abbildung φ bezeichne das allgemeine Zustandssignal des Zustandssystems

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu, \\ y &= Cx + Du. \end{aligned}$$

Diese Abbildung hat die drei Argumente Zeit, Anfangswert und Eingangssignal.
Geben Sie die Eigenschaft von φ an, die im Satz über die Linearität behauptet wird. Formulieren Sie vollständig aus.

Aufgabe 3.6. [12 Punkte] Gegeben ist ein mechanisches System bestehend aus zwei Wagen der Massen M und m und einer Feder mit der Federkonstanten k. Die Bewegung von Wagen 1, dessen Position mit p_1 bezeichnet wird, ist reibungsbehaftet; der Koeffizient der viskosen Reibung ist γ. Auf diesen Wagen wirkt außerdem eine externe Kraft F_W. Wagen 2 bewegt sich auf Wagen 1 reibungsfrei unter der Kraft F_C, die relativ zum Wagen 1 wirkt. Die Position des Wagens 2 relativ zu der des Wagens 1 wird mit p_2 bezeichnet. Die Parameter M, m, k und γ sind sämtlich positiv.



Beschreiben Sie das mechanische System durch ein Zustandssystem

$$\dot{x} = Ax + Bu,$$
$$y = Cx + Du,$$

indem Sie die Matrizen A, B, C und D angeben. Nehmen Sie dabei an, daß $x = (p_1, v_1, p_2, v_2)$, v_i die Geschwindigkeit des Wagens i bezeichnet, das Paar (F_C, F_W) als Eingangssignal wirkt, und der Ausgang die Position des Wagens 1 liefert.