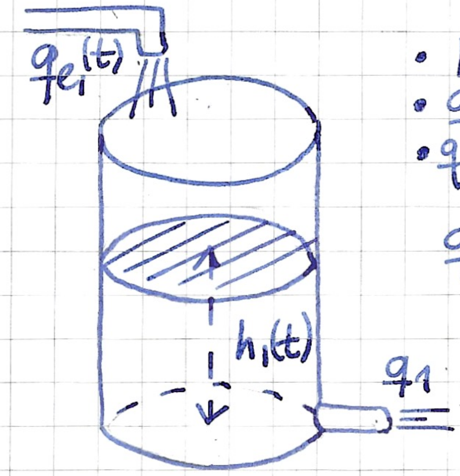
7. Übung,

Victor Chuidde Chaim

7.1 Aufgabe:

Toricelli: $q_1 = \mu\sqrt{2g}\sqrt{h_1}$, $g, \mu, F > 0$



- $F \rightarrow$ Querschnittsfläche
- $q_{e1} \rightarrow$ Eingangsdurchsatz
- $q_1 \rightarrow$ Ausgangsdurchsatz

$q_{e1} \geq 0.$ i) $\dot{x} = f(x,u)$
$y = g(x,u)$

$x = h_1,\ u = q_{e1},\ y = h_1$

Änderung des Volumens: $\dot{V} = q_{e1} - q_1$

$V = F.h_1 \rightarrow \frac{dV}{dt} = \dot{V} = F.\dot{h}_1$, da F konstante ist.

$\therefore\ \dot{h}_1 . F = q_{e1} - q_1 \Rightarrow \dot{h}_1 = \frac{\overset{u\ \text{(Eingang)}}{q_{e1}} - q_1}{F} = \frac{u - \mu\sqrt{2g}.h_1^{1/2}}{F}$

$$x = h_1,\ \dot{x} = \dot{h}_1 \Rightarrow \begin{cases} \dot{x} = u - \frac{\mu\sqrt{2g}}{F}x^{1/2} = f(x,u) \\ y = x = g(x,u) \end{cases}$$

ii) $F = 1$, $\mu\sqrt{2g} = 1$: Ruhelagen.

Ruhelagen $\rightarrow \dot{x} = f(x_0, u_0) = 0 \rightarrow u_0 = \frac{\mu\sqrt{2g}}{F}x_0^{1/2} = x_0^{1/2}$

$x_0 = u_0^2$ //

iii) $A := D_1 f(x,u)$, $B := D_2 f(x,u)$
$C := D_1 g(x,u)$, $D := D_2 g(x,u)$ für Ruhelage x_0, u_0.

$A = D_1 f(x_0, u_0) = -\frac{1}{2}.x_0^{-1/2} = -\frac{1}{2x_0^{1/2}} = -\frac{1}{2u_0}$

$B = D_2 f(x_0, u_0) = 1$

$C = D_1 g(x_0, u_0) = 1$

$D = D_2 g(x_0, u_0) = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta\dot{x} = -\frac{\Delta x}{2u_0} + \Delta u \\ y = \Delta x \end{cases}$$

iv) $H(s)$ der Linearisierung

$H(s) = C(s\,id - A)^{-1}B + D = \frac{1}{s + 1/2u_0} = \frac{2u_0}{2u_0.s + 1}$ //

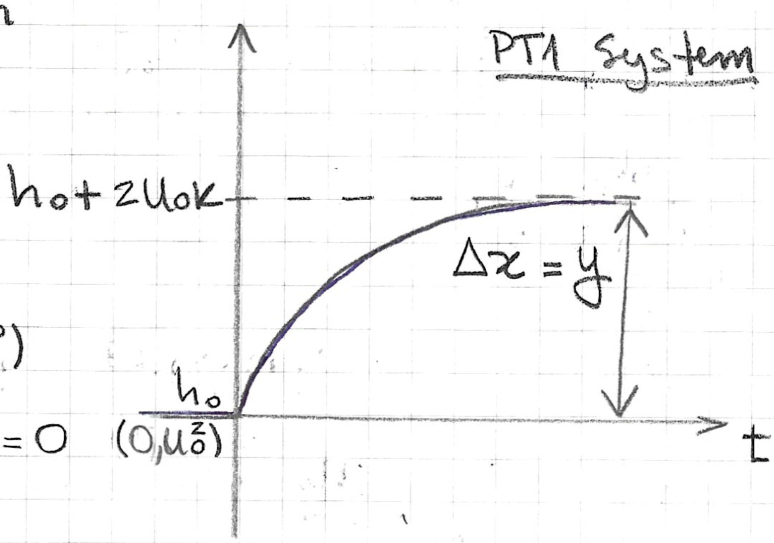
v) Gewichtsfunktion $g(t)$ der Linearisierung

$$g(t) = C \cdot \exp(At) \cdot B\, \sigma(t) + D\, \delta(t)$$

$$g(t) = e^{-t/2u_0} \cdot \sigma(t) \; //$$

vi) Sprungantwort der Größe k für das lin. ZS.

$k \cdot \sigma(t) \rightarrow$ Sprungfunktion der Größe k



$$y(t) = (g * k\sigma)(t)$$

$$y(t) = k\sigma(t) \int_0^t g(\tau)\,d\tau$$

$$y(t) = k\sigma(t) \cdot 2u_0 \left(1 - e^{-t/2u_0}\right)$$

AW: $y(0) = 2u_0k(1-e^0) = 0$

EW: $y(\infty) = 2u_0k$

vii) Endwert $\rightarrow$ nichtlin. System, $\dot{h}_1 = 0$.

$\dot{h}_1 = 0 \rightarrow$ Anfangsbedingung: $h_0 = u_0^2$

$\dot{h}_1 = 0 \Rightarrow u = (u_0 + k\sigma(t)) = h_{1nl}^{1/2}$

$$h_{nl} = (u_0+k)^2 = u_0^2 + k^2 + 2ku_0 \; //$$

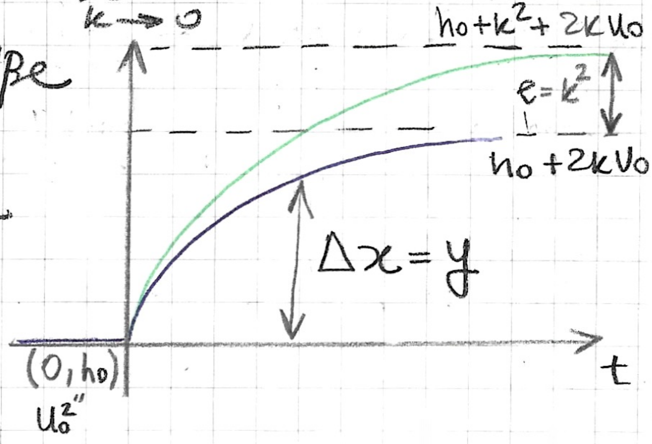
viii) $e = \| h_{NL} - y(\infty, h_0, k\sigma) \|$

$$e = \| h_{nl} - (y(\infty)+h_0) \| = \| u_0^2 + k^2 + \cancel{2ku_0} - (\cancel{2u_0k} + h_0) \|$$

$$e = \| u_0^2 + k^2 - h_0 \| = \| \cancel{u_0^2} + k^2 - \cancel{u_0^2} \| = k^2 \rightarrow e = k^2 \; //$$

ix) $\lim_{k\to 0} e/k = 0$, $\lim_{k \to 0} \frac{k^2}{k} = \lim_{k\to 0} k = 0$

$\Rightarrow$ Je kleiner die Sprunggröße ist, desto kleiner ist der Fehler, was auch bedeutet, dass der Fehler umso kleiner ist, je näher die Antwort an der Ruhelage liegt.



— nichtlineares System.
— lineares System.