F. Goßmann M.Sc
Universität der Bundeswehr München
Institut für Steuer- und Regelungstechnik (LRT-15)

Steuer- und Regelungstechnik, WT 2019

4. Übung, 5. Februar 2019

Thema: Laplace-Transformation

Aufgabe 1. Tankbehälter

Gegeben ist der in Abb. 1 dargestellte Tankbehälter aus Übung 3.) In der vorherigen Übung

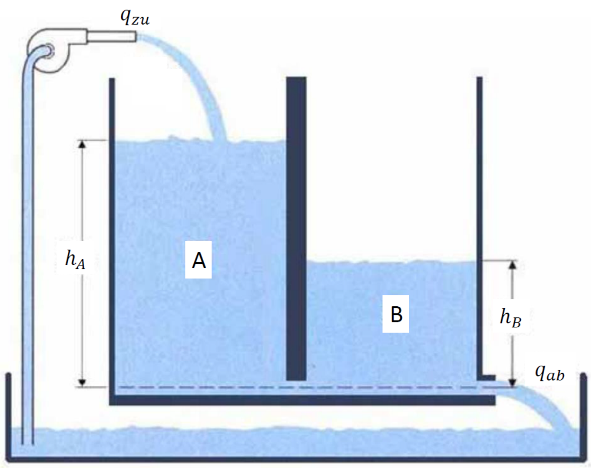

Abbildung 1: Zwei-Tank System

3 wurden die folgenden linearisierten Differentialgleichungen in der Ruhelage des Systems bei einem konstanten Zufluss $q_{zu,0} \geq 0$ bestimmt. Die Δ in der linearisierten Differentialgleichung wurden aus Gründen der Übersichtlichkeit weggelassen

$$\dot{h}_A = k_q \cdot q_{zu} + k_{A,1} \cdot h_A + k_{B,1} \cdot h_B$$
$$\dot{h}_B = k_{A,2} \cdot h_A + k_{B,2} \cdot h_B$$

Aufgaben

a) Geben Sie eine Differentialgleichung an, die den Füllstand h_B in Abhängigkeit vom Zufluss q_{zu} beschreibt.

b) Transformieren Sie beide gegebenen Differentialgleichungen in den Laplace-Bereich. Geben Sie einen Ausdruck für den Füllstand $H_B(s)$ in Abhängigkeit des Zuflusses an.

Hinweis Im folgenden gilt:

$$k_{A,1} = k_{B,1} = -2, k_{A,2} = k_{B,2} = 1, h_{A,0} = 2, h_{B,0} = 1$$

Aufgaben

c) Bestimmen Sie den zeitlichen Verlauf des Füllstandes $h_B(t)$ der aus den gegebenen Anfangswerten für $h_{A,0}$ und $h_{B,0}$ resultiert. Es wird angenommen, dass keine zusätzliche Flüssigkeit in den Tank A fließt ($q_{zu} = 0$).

Aufgabe 2. Elektrischer Hubmagnet

Gegeben sei das System des elektrischen Hubmagneten aus Übung 2.) Es gelten die gleichen

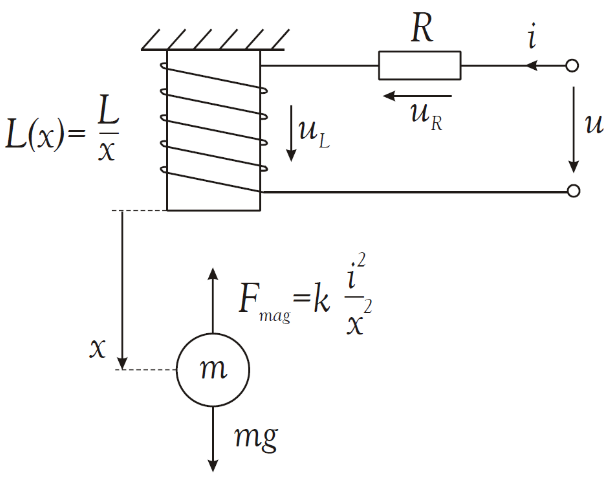

Abbildung 2: Elektischer Hubmagnet

Angaben wie in Übung 2.). Außerdem sind aus der Aufgabe die folgenden linearisierten Differentialgleichungen in einer Ruhelage mit der konstanten Spannung $u_0 \geq 0$ bekannt:

$$\frac{\partial i}{\partial t} = k_{i,1} \cdot i + k_u \cdot u$$
$$\ddot{x} = k_x \cdot x - k_{i,2} \cdot i$$

Hinweis Die Δ wurden in der Gleichung aus Gründen der Übersichtlichkeit weggelassen

Aufgaben

a) Transformieren Sie die beiden Differentialgleichungen mit Hilfe der Laplace-Transformation in den Bildbereich

b) Geben Sie die vollständige Laplace-Transformierte des Systems mit dem Eingang $U(s)$ und dem Ausgang $X(s)$ an

Aufgabe 3. Anwendung der Laplace-Transformation

Gegeben ist die folgende Differentialgleichung

$$\dddot{y}(t) + 6 \cdot \ddot{y}(t) + 11 \cdot \dot{y}(t) + 6 \cdot y(t) = 2 \cdot u(t)\,,$$

mit den Anfangswerten

$$\begin{aligned} y(t=0) &= y_0\,, \\ \dot{y}(t=0) &= \dot{y}_0\,, \\ \ddot{y}(t=0) &= \ddot{y}_0\,. \end{aligned}$$

Aufgaben

a) Berechnen Sie die vollständige Laplace-Transformierte $Y(s)$

b) Teilen Sie die Laplace-Transformierte in die Übertragungsfunktion $G(s)$ und dem Verhalten infolge der Anfangswerte auf

c) Berechnen sie die Nullstellen des charakteristischen Polynoms. Gegeben ist eine Lösung $s_1 = -2$

d) Ermitteln Sie die Eigenbewegungen infolge der Anfangsbedingungen im Zeitbereich für:

$$\ddot{y}_0 = \dot{y}_0 = 0\,;\; y_0 = 1$$

e) Berechnen sie den stationären Anfangs- und Endwert der in d) betrachteten Eigenbewegung