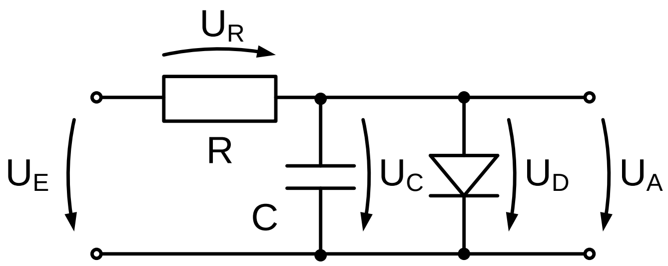
**Lösung Aufgabe 1:**

Gegeben ist das folgende elektrische nichtlineare System




mit dem Widerstand R, dem Kondensator C und der Diode, welche durch die nichtlineare Strom-Spannungs-Beziehung $\mathrm{i_D}(\mathrm{U_D}) = \mathrm{I_S} \cdot (e^{k \cdot U_D} - 1)$ beschrieben wird.

1. Stellen Sie die Maschen- und Knotensätze zur Beschreibung des elektrischen Systems auf.

   a. Maschensatz: $\mathrm{U_E(t) = U_R(t) + U_C(t) = U_R(t) + U_D(t) = U_R(t) + U_A(t)}$.
   b. Knotensatz: $\mathrm{i_R(t) = i_C(t) + i_D(U_D(t))}$.

2. Geben Sie die nichtlineare Differenzialgleichung zur Beschreibung des Ein-Ausgangsverhaltens des Systems an und verwenden Sie dabei die Bezeichnung $\mathrm{y(t) = U_A(t)}$ für den Systemausgang und $\mathrm{u(t) = U_E(t)}$ für den Systemeingang.

   a. $\mathrm{U_E = U_R + U_C = i_R \cdot R + U_C = (i_C + i_D) \cdot R + U_C}$
   b. $\mathrm{U_E = \left(C \cdot \frac{d}{dt} U_C + I_S \cdot \left(e^{k \cdot U_D} - 1\right)\right) \cdot R + U_C}$
   c. $\mathrm{U_E = R \cdot C \cdot \frac{d}{dt} U_C + R \cdot I_S \cdot \left(e^{k \cdot U_D} - 1\right) + U_C}$
   d. $\mathrm{U_E = U_A - R \cdot I_S + R \cdot I_S \cdot e^{k \cdot U_A} + R \cdot C \cdot \frac{d}{dt} U_A}$
   e. $\mathrm{u = y - R \cdot I_S + R \cdot I_S \cdot e^{k \cdot y} + R \cdot C \cdot \frac{d}{dt} y}$
   f. $\mathrm{u = y - R \cdot I_S + R \cdot I_S \cdot e^{k \cdot y} + \tau \cdot \frac{d}{dt} y}$

3. Linearisieren Sie die nichtlineare Differentialgleichung in dem Arbeitspunkt $(u_0, y_0)$ und geben sie die linearisierte Differenzialgleichung an.

   a. $f(\dot{y}, y, u) = 0 \overset{!}{=} \underbrace{f(\dot{y}_0, y_0, u_0)}_{=0} + \underbrace{\left.\frac{\partial f}{\partial \dot{y}}\right|_0 \cdot \Delta\dot{y} + \left.\frac{\partial f}{\partial y}\right|_0 \cdot \Delta y + \left.\frac{\partial f}{\partial u}\right|_0 \cdot \Delta u}_{\text{linearisierte DGL} = 0}$
   b. $y - R \cdot I_S + R \cdot I_S \cdot e^{k \cdot y} + R \cdot C \cdot \frac{d}{dt} y - u = 0$
   c. $0 \overset{!}{=} R \cdot C \cdot \Delta\dot{y} + \left(1 + R \cdot I_s \cdot k \cdot e^{k \cdot y_0}\right) \cdot \Delta y - \Delta u$
   d. $0 = \tau \cdot \Delta\dot{y} + (1 + k_0) \cdot \Delta y - \Delta u$
   e. $\Delta\dot{y} = -\frac{1+k_0}{\tau} \cdot \Delta y + \frac{1}{\tau} \cdot \Delta u$

4. Transformieren Sie die linearisierte Differenzialgleichung in den Laplace-Bereich und geben Sie die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{\Delta Y(s)}{\Delta U(s)}$ mit $\Delta y(0) = 0$ an.

   a. $\Delta\dot{y} = -\frac{1+k_0}{\tau} \cdot \Delta y + \frac{1}{\tau} \cdot \Delta u$
   b. $\Delta Y(s) \cdot \left(s + \frac{1+k_0}{\tau}\right) = \frac{1}{\tau} \cdot \Delta U(s)$
   c. $\Delta Y(s) = \frac{\frac{1}{\tau}}{s + \frac{1+k_0}{\tau}} \cdot \Delta U(s)$
   d. $G(s) = \Delta Y(s) / \Delta U(s) = \frac{1}{\tau \cdot s + 1 + k_0}$

5. Für was für eine Art von Übertragungsglied handelt es sich dabei? Geben Sie die Parameter des Übertragungsgliedes an.

   a. $\Delta Y(s) = \frac{1}{\tau \cdot s + 1 + k_0} \cdot \Delta U(s)$
   b. $\Delta Y(s) = \frac{1}{1+k_0} \cdot \frac{1}{\frac{\tau}{1+k_0} \cdot s + 1} \cdot \Delta U(s)$
   c. $\Delta Y(s) = K \cdot \frac{1}{T \cdot s + 1} \cdot \Delta U(s) \rightarrow PT_1$-Glied
   d. mit $K = \frac{1}{1+k_0}$ und $T = \frac{\tau}{1+k_0}$

**<u>Lösung Aufgabe 2:</u> Modellbildung (10 Punkte)**

2.1 Arbeitspunkt (Ableitungen gleich Null):

$$m \cdot l^2 \cdot \ddot{\theta}(t) + d \cdot \dot{\theta}^2(t) + m \cdot l \cdot g \cdot cos\big(\theta(t)\big) = 0$$

$$m \cdot l \cdot g \cdot cos(\theta_0) = 0$$

$$cos\left(\theta_0 = \frac{\pi}{2}\right) = 0$$

2.2 Linearisierung

$$m \cdot l^2 \cdot \Delta\ddot{\theta}(t) + 2 \cdot d \cdot \dot{\theta}_0 \cdot \Delta\dot{\theta}(t) - m \cdot l \cdot g \cdot sin(\theta_0) \cdot \Delta\theta(t) = \Delta M_u(t)$$

2.3 AP $(\theta_0, 0{,}0{,}0)$ einsetzen:

$$m \cdot l^2 \cdot \Delta\ddot{\theta}(t) - m \cdot l \cdot g \cdot 1 \cdot \Delta\theta(t) = \Delta M_u(t)$$

2.4 Laplace-Transformation:

$$m \cdot l^2 \cdot s^2 \cdot \Delta\theta(s) - m \cdot l \cdot g \cdot \Delta\theta(s) = \Delta M_u(s) + m \cdot l^2 \cdot \big(s \cdot \theta_0 + \dot{\theta}_0\big)$$

Übertragungsfunktion:

$$\mathrm{G(s)} = \frac{\Delta\theta(s)}{\Delta \mathrm{M_u(s)}} = \frac{1}{m \cdot l^2 \cdot s^2 - m \cdot l \cdot g}$$

2.5 Stabilität:

$$m \cdot l^2 \cdot s^2 - m \cdot l \cdot g = 0$$

$s = \pm\sqrt{\frac{g}{l}}$ → Instabiles System, da Pol in rechter s-Halbebene!