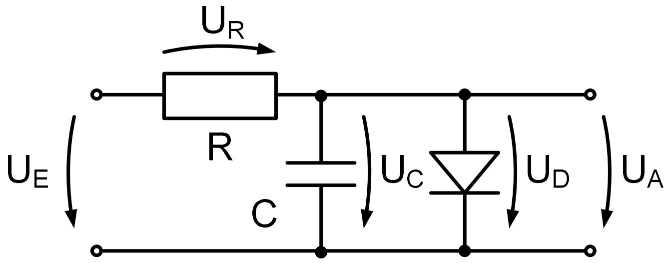
Repetitorium Steuer- und Regelungstechnik

Ausgewählte Prüfungsaufgaben zur Modellbildung und Linearisierung

Modellbildung / Linearisierung (10 Punkte)

Gegeben ist das folgende nichtlineare elektrische System



mit dem Widerstand R, dem Kondensator mit der Kapazität C und einer Diode, welche durch die nichtlineare Strom-Spannungs-Beziehung $i_D(U_D) = I_S \cdot (e^{k \cdot U_D} - 1)$ beschrieben wird.

1. Stellen Sie die Maschen- und Knotensätze des elektrischen Systems auf.

2. Geben Sie die nichtlineare Differentialgleichung zur Beschreibung des Ein-Ausgangsverhaltens des Systems an und verwenden Sie dabei die Bezeichnung $y(t) = U_A(t)$ für den Systemausgang und $u(t) = U_E(t)$ für den Systemeingang.

3. Linearisieren Sie die nichtlineare Differentialgleichung in dem Arbeitspunkt (u_0, y_0) und geben sie die linearisierte Differentialgleichung an.

4. Transformieren Sie die linearisierte Differentialgleichung in den Laplace-Bereich und geben Sie die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{\Delta Y(s)}{\Delta U(s)}$ an.
   a. *Hinweis:* *Führen Sie die Konstanten* $\tau = R \cdot C$ *und* $k_0 = R \cdot I_S \cdot k \cdot e^{k \cdot y_0}$ *ein und* $\Delta y(0) = 0$.

5. Um was für eine Art von Übertragungsglied handelt es sich dabei? Geben Sie die Parameter des Übertragungsgliedes an.

Modellbildung / Linearisierung

Gegeben ist folgende nichtlineare Momentenbilanz eines „Inversen Pendels“:

$$m \cdot l^2 \cdot \ddot{\theta}(t) + d \cdot \dot{\theta}^2(t) + m \cdot l \cdot g \cdot cos\big(\theta(t)\big) = M_u(t)$$

mit der Masse m, der Pendellänge l, der Dämpfungskonstante d sowie der Erdbeschleunigung g.

1. Bestimmen Sie die Ruhelage für den Fall $M_u(t) = 0$ im Bereich von 0 bis π.

2. Linearisieren Sie die nichtlineare Differentialgleichung.

3. Setzen Sie die berechnete Ruhelage aus 2.1 in die linearisierte Differentialgleichung ein.

4. Transformieren Sie die linearisierte Differentialgleichung in den Laplace-Bereich und geben die Übertragungsfunktion $\mathrm{G(s)} = \frac{\Delta\theta(s)}{\Delta \mathrm{M_u(s)}}$ an.

5. Ist das erhaltene System stabil (Begründung)?