2. Übung zur Vorlesung „Steuer- und Regelungstechnik“

Linearisierung

Felix Goßmann M.Sc.

Institut für Steuer- und Regelungstechnik
Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik
Universität der Bundeswehr München

Mathematische Grundlagen – Komplexe Zahlen

- Seien $z_1 = 1 + i$ und $z_2 = 1 - i$ zwei komplexe Zahlen. Berechnen Sie
- $z_3 = z_1 + z_2$ $= 1 + i + 1 - i = 2$
- $z_4 = z_1 - z_2$ $= 1 + i - (1 - i) = 1 + i - 1 + i = 2i$
- $z_5 = z_1 \cdot z_2$ $= (1+i)(1-i) = 1 - i + i - i^2 = 1 - i^2 = 1 + 1 = 2$
- $z_6 = \frac{z_1}{z_2}$ $= \frac{z_1 \cdot \overline{z_2}}{z_2 \cdot \overline{z_2}} = \frac{(1+i)(1+i)}{(1+i)(1-i)} = \frac{\cancel{1}+i+i-\cancel{1}}{2} = \frac{2i}{2} = i$

Mathematische Grundlagen – Komplexe Zahlen

- Bringen Sie folgende komplexe Zahlen in die Koordinatenform $z = a + i \cdot b$

- $z_1 = \left(\frac{3}{5} - i\,\frac{4}{5}\right)^2$ $= \left(\frac{3}{5}\right)^2 - i \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{5} - i \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} + \left(i\,\frac{4}{5}\right)^2 = \underbrace{\left(\frac{3}{5}\right)^2 - 2 \cdot i\,\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{5} + \left(i\,\frac{4}{5}\right)^2}_{\text{Binomische Formel}}$

$$= \frac{9}{25} - i \cdot \frac{24}{25} + \left((-1) \cdot \frac{16}{25}\right) \boxed{= -\frac{7}{25} - i\,\frac{24}{25}}$$

- $z_2 = \frac{3+i}{1-i} + 5 - 3i$ $= \frac{(3+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} + 5 - 3i = \frac{3 + 3i + i - 1}{2} + 5 - 3i$

$$= \frac{2 + 4i}{2} + 5 - 3i = 1 + 2i + 5 - 3i = \underline{\underline{6 - i}}$$

Mathematische Grundlagen – Eigenwerte & Eigenvektoren

- Bestimmen Sie die Eigenwerte von $\boldsymbol{A}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

λ . Eigenwerte

$\underline{I}$. Einheitsmatrix $\begin{pmatrix} 1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & 1 \end{pmatrix}$

$$\det(\lambda \underline{I} - A_1) = \det\left|\begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\right|$$

$$= \det\begin{pmatrix} (\lambda - 1) & -1 \\ -1 & (\lambda + 1) \end{pmatrix}$$

$$\det\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = a \cdot d - b \cdot c$$

$$= (\lambda - 1)(\lambda + 1) - 1$$

$$= \lambda^2 + \lambda - \lambda - 1 - 1 = \lambda^2 - 2 \overset{!}{=} 0$$

$$\lambda^2 = 2$$

$$\underline{\underline{\lambda = \pm\sqrt{2}}}$$

Mathematische Grundlagen – Eigenwerte & Eigenvektoren

- Bestimmen Sie die Eigenwerte & Eigenvektoren von $\boldsymbol{A}_2 = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \\ -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$$\det(\lambda I - A_2) = \ldots = \det\begin{pmatrix} \lambda-4 & 0 & 0 \\ -3 & \lambda-2 & -1 \\ 3 & 0 & \lambda-1 \end{pmatrix}\begin{matrix} \lambda-4 & 0 \\ -3 & \lambda-2 \\ 3 & 0 \end{matrix}$$

$$= (\lambda-4)(\lambda-2)(\lambda-1) + \cancel{0\cdot(-1)}\cdot 3 + \cancel{0\cdot(-3)}\, 0$$

$$- \cancel{0\cdot(-3)}(\lambda-1) - \cancel{(\lambda-4)(-1)}\cdot 0 - \cancel{0\cdot(\lambda-2)}\cdot 3$$

$$= (\lambda-4)(\lambda-2)(\lambda-1) \overset{!}{=} 0$$

$$\lambda_1 = 4\,;\quad \lambda_2 = 2\,;\quad \lambda_3 = 1$$

Mathematische Grundlagen – Eigenwerte & Eigenvektoren

- Bestimmen Sie die Eigenwerte & Eigenvektoren von $\boldsymbol{A}_2 = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \\ -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Eigenvektor

$$(\lambda_i \underline{I} - A_2)\, x = 0 \qquad \lambda = 4$$

$$\begin{pmatrix} 4 & & \\ & 4 & \\ & & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \\ -3 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -3 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -3 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$3x_1 + 3x_3 = 0 \qquad x_1 = 1 \qquad x_3 = -1$$

$$-3x_1 + 2x_2 - x_3 = 0$$

$$-3 + 2x_2 + 1 = 0$$

$$-2 + 2x_2 = 0 \longrightarrow x_2 = 1$$

$$\underline{\underline{v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}}}$$

Mathematische Grundlagen – Eigenwerte & Eigenvektoren

- Bestimmen Sie die Eigenwerte & Eigenvektoren von $\boldsymbol{A}_2 = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \\ -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$$\lambda_2 = 2 \quad \begin{pmatrix} 2 & & \\ & 2 & \\ & & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \\ -3 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$x_1 = 0$

$x_3 = 0$

$x_2 = 1$

$$\longrightarrow v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Mathematische Grundlagen – Eigenwerte & Eigenvektoren

- Bestimmen Sie die Eigenwerte & Eigenvektoren von $\boldsymbol{A}_2 = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \\ -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$\lambda_3 = 1$

$$\begin{pmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \\ -3 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ -3 & -1 & -1 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ -3 & -1 & -1 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$x_1 = 0$

$-1x_2 - 1x_3 = 0$

$x_2 = -1$

$x_3 = 1$

$$v_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Nichtlineare Differentialgleichungen

- Die Welt ist nichtlinear
- Sehr viele phys. und techn. Sachverhalte nur nichtlinear beschreibbar
  → siehe erste Übung

- Nichtlinearität in Systemtheorie: Ausgang nicht proportional zum Eingang
- Superpositionsprinzip gilt nicht

- Keine geschlossene mathematische Theorie und keine allgemeine Analyse-Methode

Nichtlineare Systeme in der Regelungstechnik

- Keine geschlossene Theorie vorhanden (im Gegensatz zu lin. Systemen)
- Es existieren Regelungsverfahren
    - Häufig nur in speziellen Fälle anwendbar
    - Verhalten kann nur für modellierte Gleichungen garantiert werden
    - Modellierungsfehler können sich fatal auswirken
    - Reale Anwendung daher häufig schwierig

- Versuch nichtlineare Systeme näherungsweise durch lineare Gleichungen zu approximieren
- Sehr viele technische System werden nur in Umgebung von Arbeitspunkten betrieben
- Lineare Approximation des Verhaltens im Bereich dieser Arbeitspunkt

Linearisierung

- Anwendung der Taylor-Reihenentwicklung
- Reihenansatz um glatte Funktionen in Umgebung eines Punktes durch Potenzreihe darzustellen

- Allgemeiner Ansatz im Punkt a: $\boxed{\mathrm{T}f(x,a) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!} \cdot (x-a)^n}$
- Bei Entwicklung bis $n = 1$ erhält man linearen Ausdruck
- Erhalt einer linearen Approximation der Umgebung von $x = a$

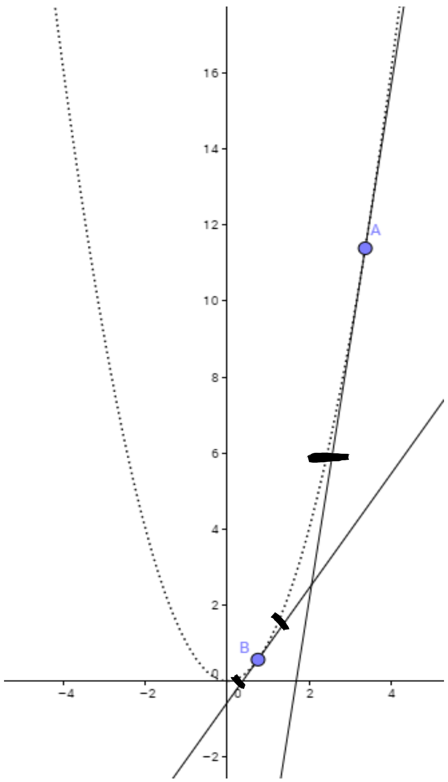
- $\boxed{T_1 f(x,a) = f(a) + f'(a) \cdot (x-a)}$

$x - a = \Delta x$

- Diese Näherung wird allgemein als Linearisierung bezeichnet

Linearisierung

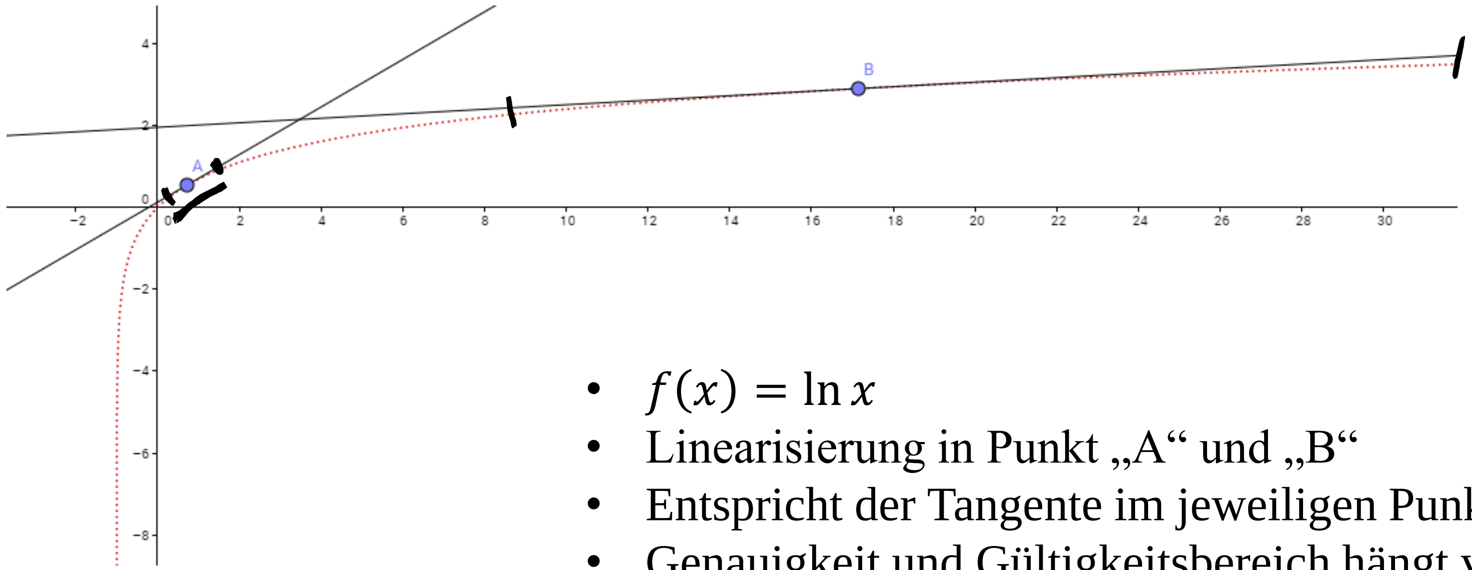
- Graphische Beispiele



- $f(x) = x^2$
- Linearisierung in Punkt „A“ und „B“
- Entspricht der Tangente im jeweiligen Punkt
- Genauigkeit und Gültigkeitsbereich hängt von Funktionsverlauf ab

Linearisierung

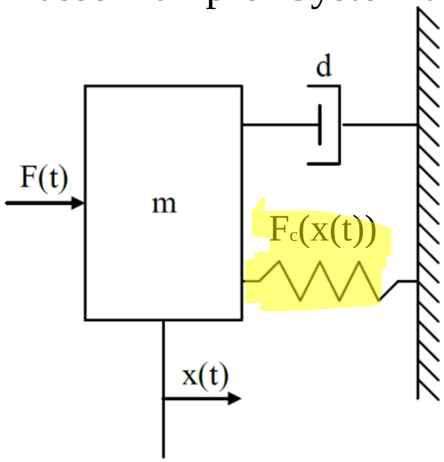
- Graphische Beispiele



- $f(x) = \ln x$
- Linearisierung in Punkt „A“ und „B“
- Entspricht der Tangente im jeweiligen Punkt
- Genauigkeit und Gültigkeitsbereich hängt von Funktionsverlauf ab

Aufgabe 1. Feder-Masse-Dämpfer System

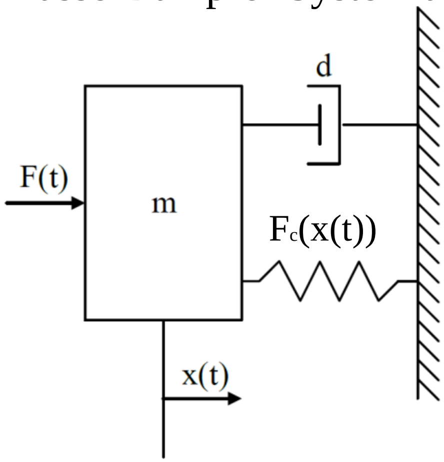
Gegeben ist das folgende Feder-Masse-Dämpfer System aus Übung 1)



Die Feder wurde durch eine andere ersetzt, welche eine nichtlineare Kennlinie der Form $F_c(x(t)) = \sqrt{C_0 \cdot x(t)}$ besitzt. Das System wird weiterhin von einer zeitabhängigen Kraft F(t) angeregt.

Aufgabe 1. Feder-Masse-Dämpfer System

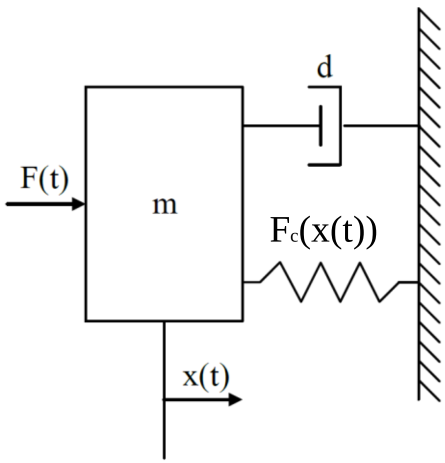
Gegeben ist das folgende Feder-Masse-Dämpfer System aus Übung 1)



Aufgabe: Bestimmen Sie die Differentialgleichung, die die Dynamik des oben dargestellten Feder-Masse-Dämpfer Systems mit der neuen Feder in der Koordinate x beschreibt. Linearisieren Sie anschließend die erhaltene Differentialgleichung um deren Ruhelage bei einer konstanten Anregung $F_0 \geq 0$.

Aufgabe 1. Feder-Masse-Dämpfer System

Aufgabe: Bestimmen Sie die Differentialgleichung, die die Dynamik des oben dargestellten Feder-Masse-Dämpfer Systems mit der neuen Feder in der Koordinate x beschreibt.



$$\sum F = m \cdot \ddot{x}(t)$$

⋮ siehe Ü1

$$m \cdot \ddot{x}(t) + d \cdot \dot{x}(t) + \sqrt{C_0 \cdot x(t)} = F(t)$$

Aufgabe 1. Feder-Masse-Dämpfer System

Aufgabe: Linearisieren Sie anschließend die erhaltene Differentialgleichung um deren Ruhelage bei einer konstanten Anregung $F_0 \geq 0$.

Ruhelage: $\ddot{x}_0 = \dot{x}_0 = 0$ $\quad F(t) = F_0$

$$\cancelto{0}{m \cdot \ddot{x}_0} + \cancelto{0}{d \cdot \dot{x}_0} + \sqrt{c_0 \cdot x_0} = F_0$$

$$\vdots$$

$$\boxed{x_0 = \frac{F_0^2}{c_0}}$$

Aufgabe 1. Feder-Masse-Dämpfer System

Aufgabe: Linearisieren Sie anschließend die erhaltene Differentialgleichung um deren Ruhelage bei einer konstanten Anregung $F_0 \geq 0$.

$$\ddot{x}(t) = \ddot{x}_0 + \Delta\ddot{x}$$
$$\dot{x}(t) = \dot{x}_0 + \Delta\dot{x}$$
$$x(t) = x_0 + \Delta x$$
$$F(t) = F_0 + \Delta F$$

$$m\left(\cancelto{0}{\ddot{x}_0} + \Delta\ddot{x}\right) + d\left(\cancelto{0}{\dot{x}_0} + \Delta\dot{x}\right) + \sqrt{c_0\left(x_0 + \Delta x\right)} = F_0 + \Delta F$$

$$\Leftrightarrow \; m \cdot \Delta\ddot{x} + d \cdot \Delta\dot{x} + \underbrace{\sqrt{c_0\left(x_0 + \Delta x\right)}} = F_0 + \Delta F$$

$$f(x_0 + \Delta x) = \sqrt{c_0(x_0 + \Delta x)} \approx f(x_0) + \left.\frac{\partial f(x)}{\partial x}\right|_{x = x_0} \cdot \Delta x + \dots$$

$$f(x) = \sqrt{c_0 \cdot x(t)}$$

Aufgabe 1. Feder-Masse-Dämpfer System

Aufgabe: Linearisieren Sie anschließend die erhaltene Differentialgleichung um deren Ruhelage bei einer konstanten Anregung $F_0 \geq 0$.

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = \frac{1}{2}\sqrt{C_0}\,\frac{1}{\sqrt{x(t)}} \longrightarrow \frac{1}{2}\sqrt{C_0}\,\frac{1}{\sqrt{x_0}}$$

→ linear

$$\sqrt{C_0(x_0+\Delta x)} \approx \underbrace{\sqrt{C_0\, x_0}}_{f(x_0)} + \frac{1}{2}\sqrt{C_0}\cdot\frac{1}{\sqrt{x_0}}\cdot\Delta x + \dots$$

$$\approx \sqrt{\cancel{C_0}\,\frac{F_0^2}{\cancel{C_0}}} + \frac{1}{2}\sqrt{C_0}\cdot\sqrt{\frac{C_0}{F_0^2}}\cdot\Delta x = F_0 + \frac{1}{2}\,\frac{C_0}{F_0}\cdot\Delta x$$

Aufgabe 1. Feder-Masse-Dämpfer System

Aufgabe: Linearisieren Sie anschließend die erhaltene Differentialgleichung um deren Ruhelage bei einer konstanten Anregung $F_0 \geq 0$.

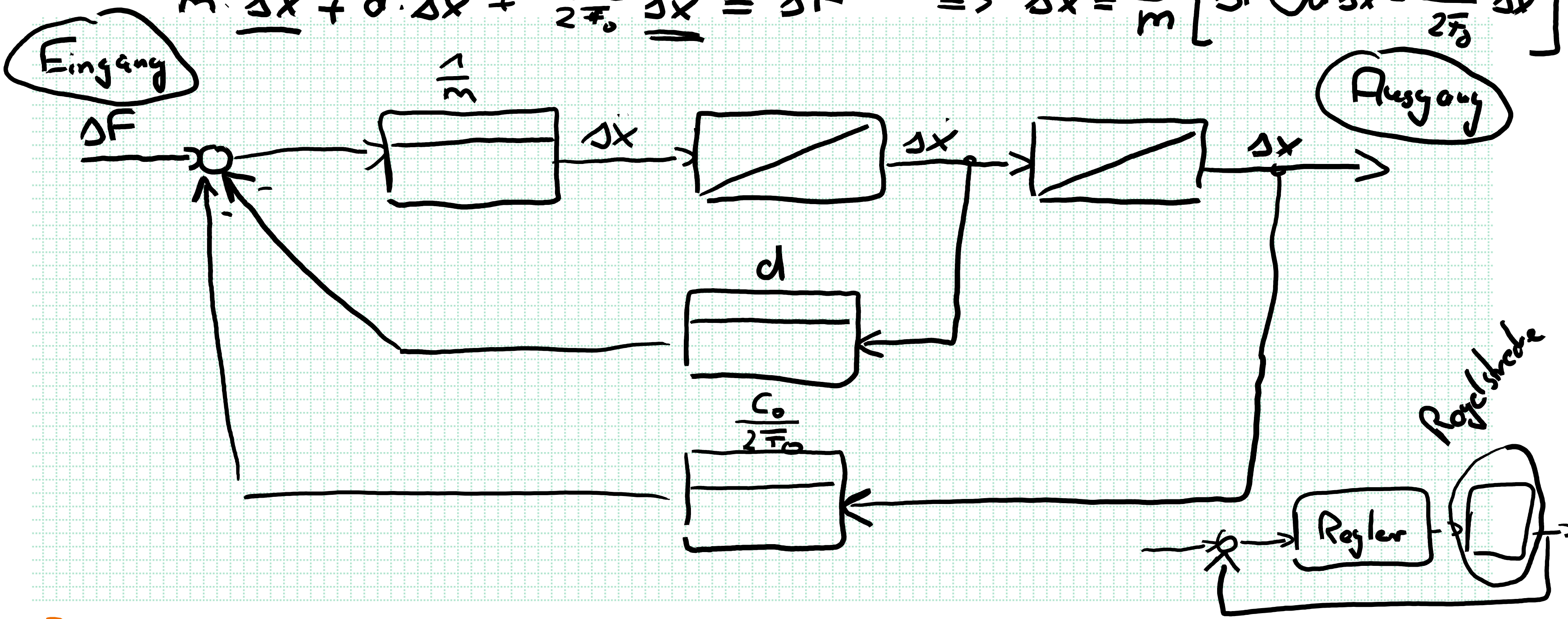
$$m \cdot \Delta\ddot{x} + d \cdot \Delta\dot{x} + \frac{c_0}{2F_0} \cdot \Delta x + \cancel{F_0} = \cancel{F_0} + \Delta F$$

$$\Leftrightarrow \boxed{m \cdot \Delta\ddot{x} + d\,\Delta\dot{x} + \frac{c_0}{2F_0}\,\Delta x = \Delta F}$$

Aufgabe 1. Feder-Masse-Dämpfer System

Aufgabe: Linearisieren Sie anschließend die erhaltene Differentialgleichung um deren Ruhelage bei einer konstanten Anregung $F_0 \geq 0$.

$$m \cdot \Delta\ddot{x} + d \cdot \Delta\dot{x} + \frac{c_0}{2F_0}\Delta x = \Delta F \quad \Rightarrow \quad \Delta\ddot{x} = \frac{1}{m}\left[\Delta F - d\,\Delta\dot{x} - \frac{c_0}{2F_0}\Delta x\right]$$



Anmerkungen zur linearisierten Differentialgleichung

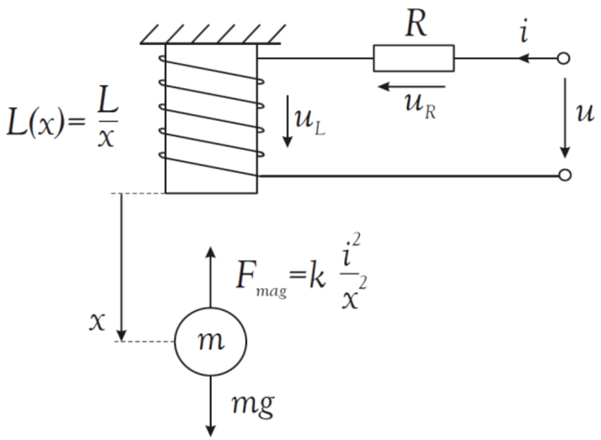
- Beschreibt nur Abweichungen vom definierten Arbeitspunkt - AP (hier Ruhelage)
- Nur in der Nähe von AP gültig, je größer der Abstand, desto größer wird der Fehler durch die Linearisierung
- Kann nur dazu benutzt werden um ein System in Umgebung des AP zu regeln

- System muss durch u_0 in y_0 gebracht und dort gehalten werden
- Durch ein Aufbringen von Δu kann das System in Nähe des AP, also Δy beeinflusst werden

- Durch Linearisierung wird eine lin. Approximation einer nichtlin. Differentialgleichung in der Umgebung eines definierten Punktes gewonnen
- Viele Probleme in der Regelungstechnik erfüllen diese Problematik
- Linearisierung ist daher ein sehr oft verwendeter Ansatz

Aufgabe 2: Elektrischer Hubmagnet

Gegeben ist der elektrische Hubmagnet aus Übung 1.)



Durch das Aufbringen eines Stroms i auf die abstandabhängige Induktivität $L(x)$ wird ein Magnetfeld erzeugt, welches eine Kraft auf die Eisenkugel mit der Masse m ausübt und diese anhebt.

Aufgabe 2: Elektrischer Hubmagnet

In der vorherigen Übung wurden für das System die folgenden Differentialgleichungen aufgestellt

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{di}{dt} &= -\frac{R}{L}\cdot \underline{i\cdot x} + \frac{1}{L}\cdot \underline{x\cdot u} \\ \ddot{x}(t) &= g - \frac{k}{m}\cdot\frac{i^2}{\underline{x^2}} \end{aligned}}$$

$\cancel{i_0 = 0}$

$$\boxed{i_0 = \frac{u_0}{R}}$$

Aufgaben: a) Linearisieren Sie die Differentialgleichungen in deren Ruhelage bei einer konstanten Eingangsspannung $u_0 \geq 0$.

b) Stellen Sie das linearisierte System in Form eines Blockschaltbildes dar.

Aufgabe 2: Elektrischer Hubmagnet

Aufgabe: a) Linearisieren Sie die Differentialgleichungen in deren Ruhelage bei einer konstanten Eingangsspannung $u_0 \geq 0$.

$$x_0 = \sqrt{\frac{k}{mg}} \, \frac{1}{R} \cdot u_0$$

$$f(x_{10} + \Delta x_1, x_{20} + \Delta x_2, \ldots) \approx f(x_{10}, x_{20}, \ldots) + \left.\frac{\partial f(x)}{\partial x_1}\right|_{AP} \Delta x_1 + \frac{\partial f(x)}{\partial x_2} \Delta x_2 + \ldots$$

Aufgabe 2: Elektrischer Hubmagnet

Aufgabe: a) Linearisieren Sie die Differentialgleichungen in deren Ruhelage bei einer konstanten Eingangsspannung $u_0 \geq 0$.

$$\cancel{\left(\frac{\partial i}{\partial t}\right)\Big|_0}^{\to 0} + \Delta\left(\frac{\partial i}{\partial t}\right) = -\frac{R}{L}\left(i_0 + \Delta i\right)\left(x_0 + \Delta x\right) + \frac{1}{L}\left(x_0 + \Delta x\right)\left(u_0 + \Delta u\right)$$

$$\cancel{\ddot{x}_0}^{\to 0} + \Delta\ddot{x} = g - \frac{k}{m}\cdot\frac{(i_0 + \Delta i)^2}{(x_0 + \Delta x)^2}$$

Aufgabe 2: Elektrischer Hubmagnet

Aufgabe: a) Linearisieren Sie die Differentialgleichungen in deren Ruhelage bei einer konstanten Eingangsspannung $u_0 \geq 0$.

$$\bar{x} = \begin{pmatrix} i \\ x \\ u \end{pmatrix}$$

$$f(\bar{x}) = -\frac{R}{L} i \cdot x + \frac{1}{L} \cdot x \cdot u$$

$$\left.\frac{\partial f}{\partial i}\right|_{i_0, x_0, u_0} = -\frac{R}{L} x_0$$

$$\left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{i_0, x_0, u_0} = -\frac{R}{L} i_0 + \frac{1}{L} u_0$$

$$\left.\frac{\partial f}{\partial u}\right|_{i_0, x_0, u_0} = \frac{1}{L} x_0$$

$$f(i_0 + \Delta i, x_0 + \Delta x, u_0 + \Delta u)$$

$$\boxed{\begin{aligned} &\approx f(i_0, x_0, u_0) + \left(-\frac{R}{L} x_0\right) \Delta i \\ &+ \left(-\frac{R}{L} i_0 + \frac{1}{L} u_0\right) \Delta x \\ &+ \frac{1}{L} x_0 \, \Delta u \end{aligned}}$$

Aufgabe 2: Elektrischer Hubmagnet

Aufgabe: b) Stellen Sie das linearisierte System in Form eines Blockschaltbildes dar.

$$\cancel{\left.\left(\frac{di}{dt}\right)\right|_0}^{\to 0} + \Delta\left(\frac{di}{dt}\right) = \underbrace{f(i_0, x_0, u_0)} - \frac{R}{L}x_0 \cdot \Delta i + \left(-\frac{R}{L} i_0 + \frac{1}{L} u_0\right)\Delta x + \frac{1}{L}x_0 \cdot \Delta u$$

$$f(i_0, x_0, u_0) = -\frac{R}{L} \cdot \frac{u_0}{\cancel{R}} \cdot \frac{1}{R}\sqrt{\frac{K}{m \cdot g}} \cdot u_0 + \frac{1}{L} \cdot \frac{1}{R}\sqrt{\frac{K}{m \cdot g}}\, u_0^2 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta\left(\frac{di}{dt}\right) = -\frac{R}{L}x_0 \cdot \Delta i + \underbrace{\left(-\frac{R}{L} i_0 + \frac{1}{L} u_0\right)}\Delta x + \frac{1}{L}x_0 \cdot \Delta u}$$

$$= \underbrace{-\frac{u_0}{L}\sqrt{\frac{K}{m \cdot g}}}_{K_{i,1}} \Delta i + \underbrace{\frac{u_0}{LR}\sqrt{\frac{K}{m \cdot g}}}_{K_u} \cdot \Delta u$$

Aufgabe 2: Elektrischer Hubmagnet

Aufgabe: b) Stellen Sie das linearisierte System in Form eines Blockschaltbildes dar.

$$\ddot{x} = \underbrace{g - \frac{k}{m}\cdot\frac{i^2}{x^2}}_{f(x,i)}$$

$$\cancelto{0}{\ddot{x}_0} + \Delta\ddot{x} = \underbrace{g - \frac{k}{m}\frac{(i_0+\Delta i)^2}{(x_0+\Delta x)^2}}_{f(x_0+\Delta x,\, i_0+\Delta i)}$$

$$\left.\frac{\partial f}{\partial i}\right|_{i_0,x_0} = -\frac{k}{m}\, 2\, \frac{i_0}{x_0^2}$$

$$\left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{i_0,x_0} = +\frac{k}{m}\, 2\, \frac{i_0^2}{x_0^3}$$

$$\Longrightarrow \quad f(x_0+\Delta x,\, i_0+\Delta i)$$

$$= f(x_0, i_0) + 2\frac{k}{m}\frac{i_0^2}{x_0^3}\cdot\Delta x - 2\frac{k}{m}\frac{i_0}{x_0^2}\Delta i$$

$$= \overbrace{g - \frac{k}{m}\cdot\frac{i_0^2}{x_0^2}} + 2\frac{k}{m}\frac{i_0^2}{x_0^3}\Delta x - 2\frac{k}{m}\frac{i_0}{x_0^2}\Delta i$$

Aufgabe 2: Elektrischer Hubmagnet

Aufgabe: b) Stellen Sie das linearisierte System in Form eines Blockschaltbildes dar.

$$\Delta\ddot{x} - 2\,\frac{gR}{u_0}\sqrt{\frac{m\cdot g}{k}}\,\Delta x = -2\,\frac{gR}{u_0}\,\Delta i$$

$$\Rightarrow \underline{\Delta\ddot{x} = \underbrace{2\,\frac{gR}{u_0}\sqrt{\frac{mg}{k}}}_{k_x}\cdot\Delta x - 2\,\underbrace{\frac{gR}{u_0}}_{k_{i,2}}\,\Delta i}$$

Aufgabe 2: Elektrischer Hubmagnet

Aufgabe: b) Stellen Sie das linearisierte System in Form eines Blockschaltbildes dar.