F. Goßmann M.Sc
Universität der Bundeswehr München
Institut für Steuer- und Regelungstechnik (LRT-15)

Steuer- und Regelungstechnik, WT 2019

4. Übung, 4. Februar 2019

Thema: Linearisierung, Laplace-Transformation, Übertragungsfunktion

Aufgabe 1. Tankbehälter

Gegeben ist der in Abb. 1 dargestellte Tankbehälter. Er besteht aus den beiden baugleichen

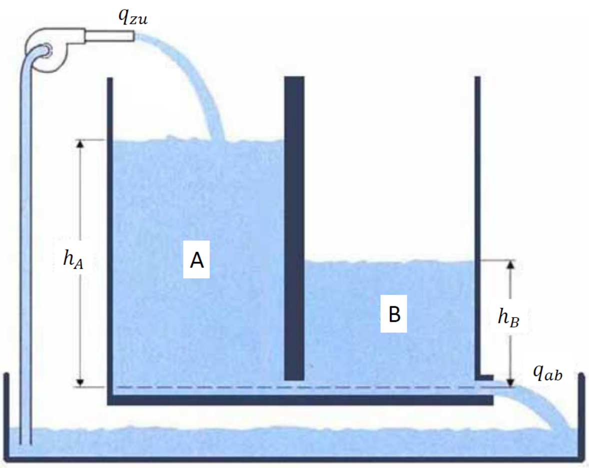


Abbildung 1: Zwei-Tank System

Zylindersäulen $\boldsymbol{A}$ und $\boldsymbol{B}$ mit einem konstanten Querschnitt Q. Der Behälter $\boldsymbol{A}$ wird durch den Zufluss q_{zu} gespeist und der Tankinhalt aus Behälter $\boldsymbol{B}$ fließt mit dem Volumenstrom q_{ab} ab. Die beiden zeitabhängigen Füllstände der Wassersäulen werden mit $h_A(t)$ und $h_B(t)$ bezeichnet.

Aufgaben

a) Bestimmen Sie die Differentialgleichungen, die die beiden Füllstände der Wassersäulen $h_A(t)$ und $h_B(t)$ beschreiben und linearisieren Sie diese um deren Ruhelage für einen konstanten Zufluss $q_{zu,0} \geq 0$.

b) Stellen Sie das linearisierte System in Form eines Blockschaltbildes dar.

Hinweis Für den Ausfluss gilt $q_{ab} = a \cdot \sqrt{2gh(t)}$ mit der Konstante a und der Gravitation g. Des Weiteren ist der Durchfluss zwischen $\boldsymbol{A}$ und $\boldsymbol{B}$ identisch mit dem Abfluss hinter $\boldsymbol{B}$.

Für die folgenden Aufgaben gelten die folgenden linearisierten Differentialgleichungen in der

Ruhelage des Systems bei einem konstanten Zufluss $q_{zu,0} \geq 0$.

$$\dot{h}_A = k_q \cdot q_{zu} + k_{A,1} \cdot h_A + k_{B,1} \cdot h_B$$
$$\dot{h}_B = k_{A,2} \cdot h_A + k_{B,2} \cdot h_B$$

Hinweis Die Δ in der linearisierten Differentialgleichung wurden aus Gründen der Übersichtlichkeit weggelassen

Aufgaben

c) Geben Sie eine Differentialgleichung an, die den Füllstand h_B in Abhängigkeit vom Zufluss q_{zu} beschreibt.

d) Transformieren Sie diese Differentialgleichung in den Laplace-Bereich unter der Annahme, dass keine zusätzliche Flüssigkeit in den Tank A fließt ($q_{zu} = 0$).

Hinweis Im folgenden gilt:

$$k_{A,1} = k_{B,1} = -2, k_{A,2} = k_{B,2} = 1, h_{A,0} = 2, h_{B,0} = 1$$

Aufgaben

e) Bestimmen Sie den zeitlichen Verlauf des Füllstandes $h_B(t)$ der aus den gegebenen Anfangswerten für $h_{A,0}$ und $h_{B,0}$ resultiert.

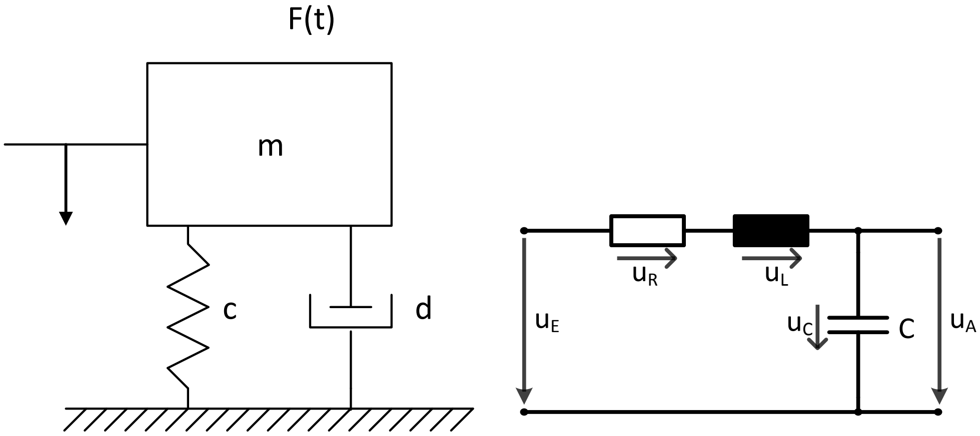
Aufgabe 2. Lineare Übertragungsglieder

Gegeben sind die folgenden Differentialgleichungen:

$$T_1 \cdot \dot{y}(t) + y(t) = K \cdot u(t)$$
$$\ddot{y}(t) + 2D\omega_0 \cdot \dot{y}(t) + \omega_0^2 \cdot y(t) = K \cdot u(t)$$
$$T_1 \cdot \ddot{y}(t) + \dot{y}(t) = K \cdot u(t)$$
$$T_1 \cdot \ddot{y}(t) + T_2 \cdot \dot{y}(t) + y(t) = K\,(u(t) + T_D \cdot \dot{u}(t))$$

Aufgabe Stellen Sie die Übertragungsfunktionen der vier Differentialgleichungen im eingeschwungenen Zustand mit Hilfe der Laplace-Transformation auf. Klassifi-zieren Sie anschließend deren Übertragungsverhalten.

Aufgabe 3. Übertragungsfunktion linearer Systeme
Gegeben sind die beiden linearen Systeme aus der 2.) Übung,



(a) Feder-Masse-Dämpfer System (b) Elektrisches Netzwerk

mit den Differentialgleichungen

a) $m \cdot \ddot{x}(t) + d \cdot \dot{x}(t) + c \cdot x(t) = F(t)$

b) $L \cdot C \cdot \ddot{u}_A(t) + R \cdot C \cdot \dot{u}_A(t) + u_A(t) = u_E(t)$

Aufgabe Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion der beiden Systeme im eingeschwungenen Zustand.