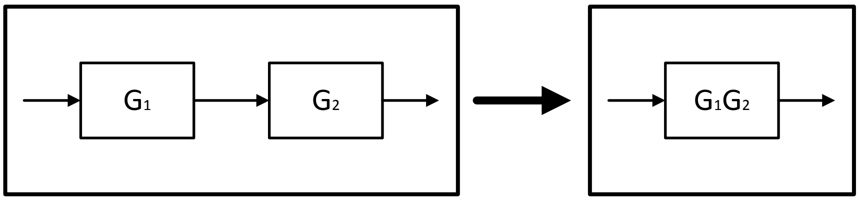
Lösung zur 6. Übung „Steuer- und Regelungstechnik“

Allgemeines zum Zusammenfassen von Blockschaltbildern

- Häufig in der Regelungstechnik verwendete Darstellung von komplexen technischen Sachverhalten
- Hinter jedem Block steht ein bestimmtes dynamisches Verhalten in Form einer Übertragungsfunktion
- Zur Analyse des Gesamtverhaltens muss das Zusammenwirken der einzelnen Teilsysteme ermittelt werden
- Zusammenfassen der Schaltbilder analog zu elektrischen Schaltkreisen

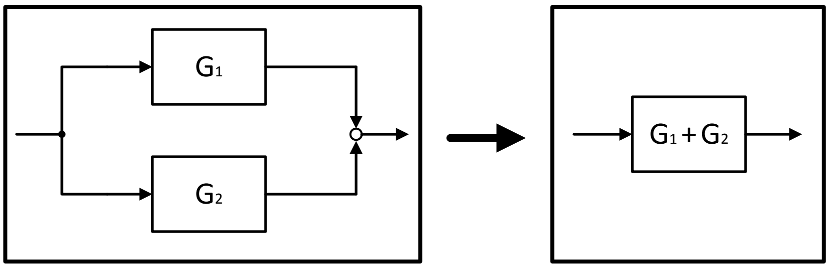
Reihenschaltung zweier Übertragungsblöcke:



Eine Reihenschaltung zweier Übertragungsglieder lässt sich als Produkt beider Elemente zusammenfassen:

$$G(s) = G_1(s) \cdot G_2(s)$$

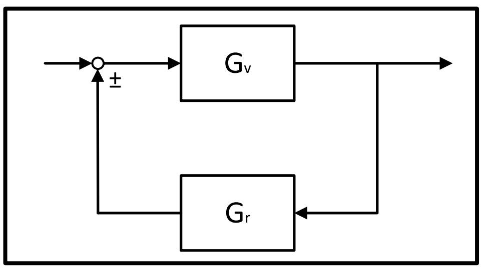
Parallelschaltung zweier Übertragungsblöcke:



Eine Parallelschaltung zweier Übertragungsglieder lässt sich als Summe beider Elemente zusammenfassen:

$$G(s) = G_1(s) + G_2(s)$$

Rückkopplung:



Rückkopplungen sind durch einen Vorwärtszweig $G_v(s)$ und eine Rückführung $G_r(s)$ charakterisiert. Zusammenfassen lassen sich Rückkopplungen wie folgt:

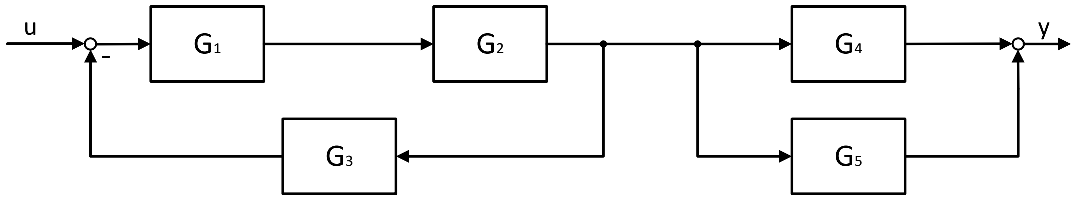
Positive Rückführung: $G(s) = \frac{G_v(s)}{1-G_v(s)\cdot G_r(s)} = \frac{G_v(s)}{1-G_0(s)}$

Negative Rückführung: $G(s) = \frac{G_v(s)}{1+G_v(s)\cdot G_r(s)} = \frac{G_v(s)}{1+G_0(s)}$

Die Übertragungsfkt. $G_0(s)$ wird auch als offener Regelkreis bezeichnet

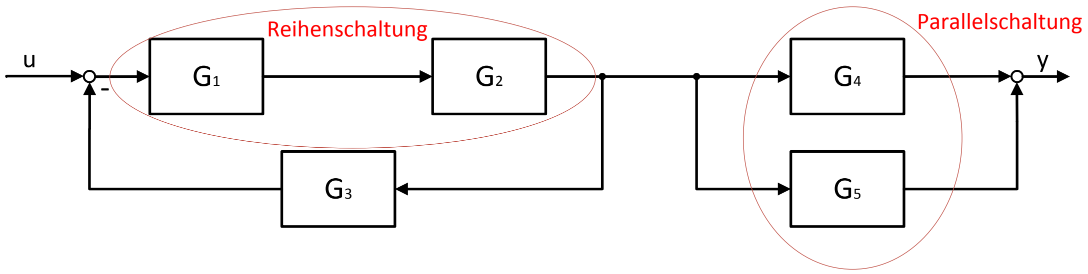
Aufgabe 6.1: Zusammenfassen von Blockschaltbildern

Gegeben ist das folgende System in Blockschaltbild-Form

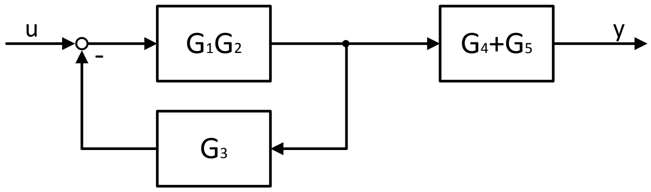


mit den allgemeinen Übertragungsfunktionen $G_1(s) - G_5(s)$.

Anwendung der eingeführten Regeln zum Zusammenfassen von Reihen- und Parallelschaltungen.



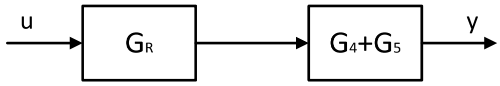
Damit ergibt sich folgendes neues Blockschaltbild:



Die Rückkopplung lässt sich nun noch mit der entsprechenden Gesetzmäßigkeit wie folgt zusammenfassen

$$G_R(s) = \frac{G_1(s) \cdot G_2(s)}{1 + G_1(s) \cdot G_2(s) \cdot G_3(s)}$$

wodurch sich eine weitere Reihenschaltung aus $G_R(s)$ und der vorher zusammengefassten Parallelschaltung $G_4(s) + G_5(s)$ ergibt.

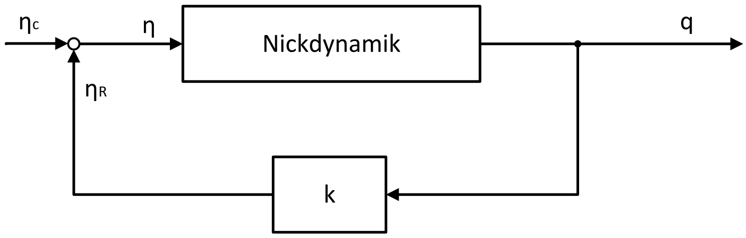


Daraus resultiert das gewünschte $G(s)$:

$$\underline{G(s) = \frac{G_1(s) \cdot G_2(s) \cdot (G_4 + G_5)}{1 + G_1(s) \cdot G_2(s) \cdot G_3(s)}}$$

Aufgabe 6.2: Nickdämpfer

Gegeben ist das Blockschaltbild eines Nickdämpfers einer F16



Der erforderliche Teil der Nickdynamik einer F16 kann dabei näherungsweise mit der Übertragungsfunktion

$$G_{q\eta}(s) = \frac{q(s)}{\eta(s)} = \frac{-0{,}1137s - 0{,}0705}{s^2 + 1{,}5189s + 2{,}1303}$$

beschrieben werden.

a) <u>Pol- und Nullstellen der Übertragungsfunktion:</u>

Zählerpolynom: $-0{,}1137s - 0{,}0705 = 0 \Rightarrow$ Eine Nullstelle $\underline{s = -0{,}6201}$

Nennerpolynom: $s^2 + 1{,}5189s + 2{,}1303 = 0$

$$\Rightarrow \quad s = -\frac{1{,}5189}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{1{,}5189}{2}\right)^2 - 2{,}1303}$$

$$\Rightarrow \quad s = -0{,}7594 \pm j \cdot 1{,}2464$$

komplexes Polstellenpaar mit negativem Realteil, daher stellt das dargestellte Übertragungsverhalten eine gedämpfte Schwingung dar (siehe Übung 1).

<u>Eigenfrequenz und Dämpfung:</u>

Koeffizientenvergleich liefert: $\omega_0^2 = 2{,}1303 \Rightarrow \underline{\omega_0 = 1{,}4596\ ^{rad}/_{s}}$

$$2D\omega_0 = 1{,}5189 \Rightarrow \underline{D = 0{,}52}$$

b) <u>Zusammenfassen der Rückkopplung:</u>

offener Regelkreis $G_0(s) = k \cdot \frac{-0{,}1137s - 0{,}0705}{s^2 + 1{,}5189s + 2{,}1303}$

Berechnung des Nenners der Gesamtübertragungsfunktion:

<u>positive Rückkopplung!</u>, daher $1 - G_0(s)$

$$1 - G_0(s) = \frac{s^2 + (1{,}5189 + 0{,}1137k)s + (2{,}1303 + 0{,}0705k)}{s^2 + 1{,}5189s + 2{,}1303}$$

$$G(s) = \frac{G_v(s)}{1 - G_0(s)}$$

$$= \frac{-0{,}1137s - 0{,}0705}{s^2 + 1{,}5189s + 2{,}1303} \cdot \frac{s^2 + 1{,}5189s + 2{,}1303}{s^2 + (1{,}5189 + 0{,}1137k)s + (2{,}1303 + 0{,}0705k)}$$

$$= \underline{\frac{-0{,}1137s - 0{,}0705}{s^2 + (1{,}5189 + 0{,}1137k)s + (2{,}1303 + 0{,}0705k)}}$$

Koeffizientenvergleich liefert:

$$\underline{\omega_0 = \sqrt{2{,}1303 + 0{,}0705k}}$$

$$2D\omega_0 = 1{,}5189 + 0{,}1137k \Rightarrow \underline{D = \frac{1{,}5189+0{,}1137k}{2\cdot\sqrt{2{,}1303+0{,}0705k}}}$$

Durch die Verstärkung k in der Rückführung kann also die Eigenfrequenz und Dämpfung der betrachteten Nickdynamik beeinflusst werden.

c) Von nun an gilt $k = 5$.

<u>Polstellen der Gesamtübertragungsfunktion:</u>

charakteristische Gleichung $s^2 + (1{,}5189 + 0{,}1137 \cdot 5)s + (2{,}1303 + 0{,}0705 \cdot 5) = 0$

$\Rightarrow \quad s^2 + 2{,}0874s + 2{,}4828 = 0$

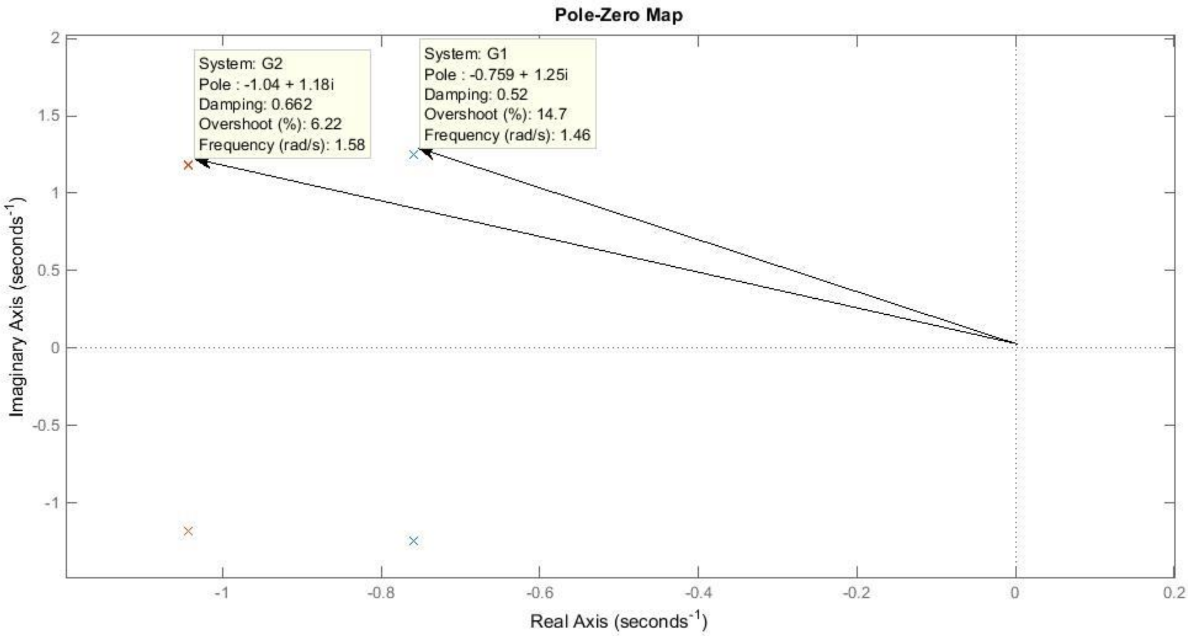
$\Rightarrow \quad \underline{s = -1{,}043 \pm j \cdot 1{,}1805}$

Mit den in b) berechneten Ausdrücken ergeben sich Eigenfrequenz und Dämpfung zu:

$$D = \frac{1{,}5189+0{,}1137\cdot 5}{2\cdot\sqrt{2{,}1303+0{,}0705\cdot 5}} = \underline{0{,}66}$$

$$\omega_0 = \sqrt{2{,}1303 + 0{,}0705 \cdot 5} = \underline{1{,}5757 \ {}^{rad}/_{s}}$$

Durch die positive Rückführung von einem $k = 5$ wird sowohl die Eigenfrequenz als auch die Dämpfung der betrachteten Dynamik vergrößert. Da dadurch die Anstellwinkelschwingung abgeschwächt wird, spricht man bei dem vorliegenden Regelkreis in der Flugregelung von einem Nickdämpfer.



d) Berechnen des stationären Endwertes der Sprungantworten mit und ohne Nickdämpfer (Rückkopplung):

ohne Nickdämpfer (Rückkopplung):

Anwendung des Laplace'schen Endwertsatzes auf Sprungantwort der ursprünglichen Übertragungsfunktion aus Aufgabenstellung

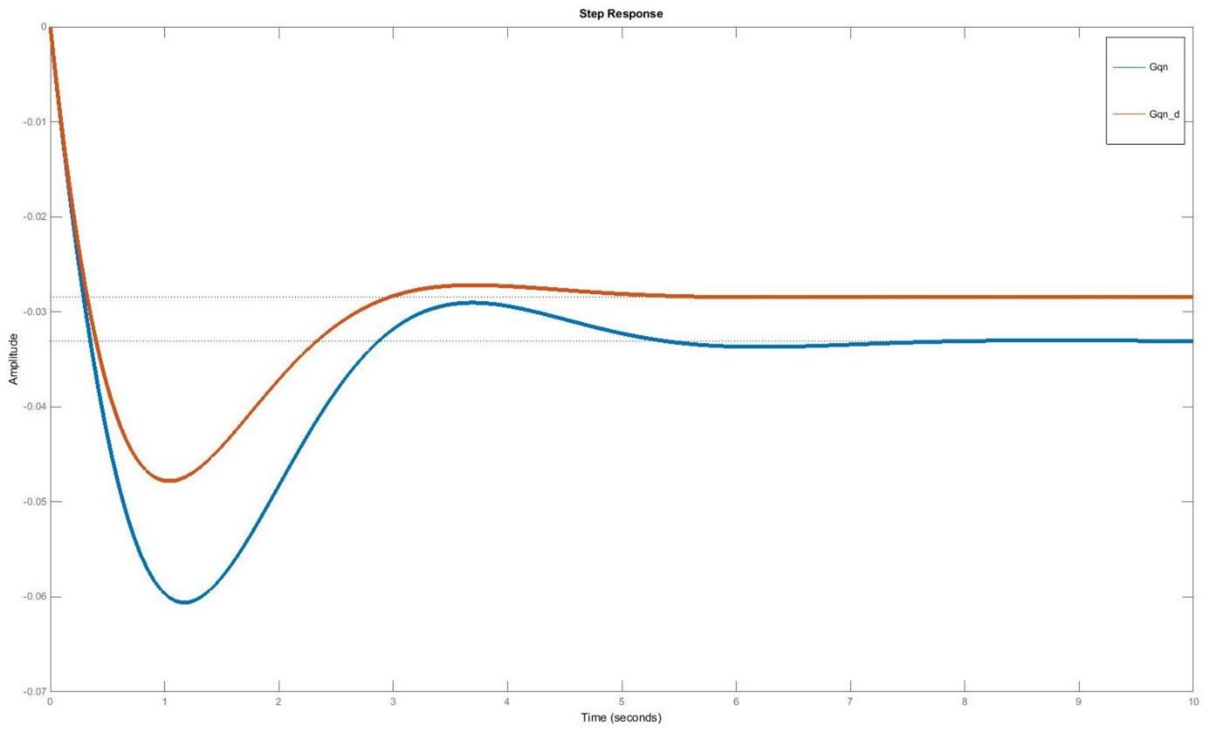
$$\lim_{s\to 0} s \cdot \frac{-0{,}1137s-0{,}0705}{s^2+1{,}5189s+2{,}1303} \cdot \frac{1}{s} = \frac{-0{,}1137\cdot 0-0{,}0705}{0^2+1{,}5189\cdot 0+2{,}1303} = \underline{-0{,}0331}$$

mit Nickdämpfer (Rückkopplung):

Anwendung des Laplace'schen Endwertsatzes auf Sprungantwort der Übertragungsfunktion aus Aufgabenteil b) und c) :

$$\lim_{s\to 0} s \cdot \frac{-0{,}1137s-0{,}0705}{s^2+2{,}0874s+2{,}4828} \cdot \frac{1}{s} = \frac{-0{,}1137\cdot 0-0{,}0705}{0^2+2{,}0874\cdot 0+2{,}4828} = \underline{-0{,}0284}$$

Es zeigt sich, dass durch die Rückkopplung einer Verstärkung k der stationäre Endwert der Sprungantwort verkleinert wird. Da der Höhenrudersprung in diesem Anwendungfall eine Störung für die Nickrate des Flugzeuges darstellt, wird durch die Rückkopplung neben der Modifizierung von Dämpfung und Eigenfrequenz auch noch das Störverhalten des Systems leicht verbessert, da die bleibende Abweichung von der Ausgangslage verkleinert wird.


Step Response
Gqn
Gqn_d
Amplitude
Time (seconds)
0
-0.01
-0.02
-0.03
-0.04
-0.05
-0.06
-0.07
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10