

## Steuer- und Regelungstechnik, WT 2023

### 6 Übung, 20.02.2023

Die Aufgaben 6.5, 6.6, 6.7, 6.8, 6.9 und 6.10 sind Probeklausuraufgaben. Sie können Ihre Lösungen per Email an V. Chaim ([victor.chaim@unibw.de](mailto:victor.chaim@unibw.de)) bis Freitag, 24.2., 7Uhr, senden.

**Aufgabe 6.1.** Betrachtet werde das von reellen Parametern  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\gamma$  abhängende Zustandssystem

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t),\end{aligned}$$

wobei  $A = \begin{pmatrix} 1 & \alpha \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} \beta \\ 2 \end{pmatrix}$ ,  $C = (\gamma \ 1)$ ,  $D = (\alpha)$ .

Für welche Werte der Parameter  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\gamma$  ist das System BIBO-stabil?

**Aufgabe 6.2.** Betrachtet werde das Zustandssystem

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= -2x(t) + u(t), \\ y(t) &= x(t) + u(t).\end{aligned}$$

- (i) Geben Sie die Hauptfundamentalmatrix zur Anfangszeit 0 an.
- (ii) Geben Sie die Übertragungsfunktion an.
- (iii) Geben Sie die Gewichtsfunktion an.
- (iv) Skizzieren Sie die Sprungantwort und geben Sie ihren Anfangswert und ihren stationären Endwert an.

**Aufgabe 6.3.** Gegeben sei die Übertragungsfunktion des Feder-Dämpfer-Masse-Systems mit der Position als Ausgang,

$$H(s) = \frac{1}{ms^2 + \gamma s + k},$$

wobei  $m$ ,  $\gamma$  und  $k$  reelle positive Konstanten sind.

- (i) Geben Sie die Regelungsnormalform von  $H(s)$  an.

- (ii) Betrachten Sie das gleiche System, aber mit der Beschleunigung als Ausgang, gegeben durch die Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{s^2}{ms^2 + \gamma s + k}.$$

Geben Sie die Regelungsnormalform von  $G(s)$  an.

**Aufgabe 6.4.** Gegeben ist das Zustandssystem

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu, \\ y &= Cx + Du, \end{aligned}$$

mit den Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, C = (1 \ 0), D = 0.$$

- (i) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion des Zustandssystems.  
(ii) Bestimmen Sie das harmonische Ausgangssignal zum Eingangssignal  $u$  gegeben durch  $u(t) = \cos(3t)$ .

**Aufgabe 6.5** (1 Punkt). Ist die durch

$$H(s) = \frac{(2s + 1)(3s + 2)}{(4s + 3)(s - 4)}$$

definierte rationale Funktion durch ein Zustandssystem der Form

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu, \\ y &= Cx + Du \end{aligned}$$

realisierbar? Wenn ja, dann geben Sie  $D$  an.

**Aufgabe 6.6** (1 Punkt). Gegeben sei ein Signal  $u: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  durch  $u(t) = e^{\alpha t} \sin(e^{2t})$ , wobei  $\alpha$  ein reeller Parameter ist. Für welche Werte von  $\alpha$  ist das Signal  $u$  auf  $\mathbb{R}_+$  beschränkt?

**Aufgabe 6.7** (1 Punkt). Charakterisieren Sie die Eingangs-Ausgangs-Stabilität (BIBO - Stabilität) eines Zustandssystems durch eine Eigenschaft seiner Übertragungsfunktion.

**Aufgabe 6.8** (1 Punkt). Betrachtet werde das von reellen Parametern  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\gamma$  abhängende Zustandssystem

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t), \end{aligned}$$

wobei  $A = \begin{pmatrix} 1 & \alpha \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} \beta \\ 2 \end{pmatrix}$ ,  $C = (\gamma \ 1)$ ,  $D = (\alpha)$ .

Für welche Werte der Parameter  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\gamma$  ist das System asymptotisch stabil?

**Aufgabe 6.9** (4 Punkte). Betrachtet werde das von reellen Parametern  $\alpha$  und  $\gamma$  abhängende Zustandssystem

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t), \end{aligned}$$

wobei  $A = \begin{pmatrix} 1 & \alpha \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ ,  $C = (\gamma \ 1)$ ,  $D = (\alpha)$ .

Für welche Werte der Parameter  $\alpha$  und  $\gamma$  ist das System BIBO-stabil?

**Aufgabe 6.10** (5 Punkte). Gegeben ist das Zustandssystem

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu, \\ y &= Cx + Du, \end{aligned}$$

mit den Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, C = (1 \ 0), D = 0.$$

- (i) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion des Zustandssystems.
- (ii) Hat die Sprungantwort des Zustandssystems einen stationären Endwert? Wenn ja, geben Sie diesen Endwert an.
- (iii) Bestimmen Sie das harmonische Ausgangssignal zum Eingangssignal  $u$  gegeben durch  $u(t) = \sin(3t)$ .