

## Steuer- und Regelungstechnik, WT 2023

### 5 Übung, 13.02.2023

Die Aufgaben 5.4, 5.5, 5.6, 5.7, 5.8 und 5.9 sind Probeklausuraufgaben. Sie können Ihre Lösungen per Email an V. Chaim ([victor.chaim@unibw.de](mailto:victor.chaim@unibw.de)) bis Freitag, 17.2., 7Uhr, senden.

**Aufgabe 5.1.** Gegeben sei die Matrix  $A$ , berechnen Sie  $\exp(At)$ .

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 3 & -4 & 1 \\ -3 & 0 & -4 \end{pmatrix}.$$

**Aufgabe 5.2.** Gegeben sei ein vom Parameter  $k$  abhängendes Polynom  $p$  durch  $p(s) = s^3 + ks^2 + (1+k)s + 6$ . Für welche Werte des Parameters  $k$  ist das Polynom ein Hurwitz-Polynom?

**Aufgabe 5.3.** Gegeben ist das Zustandssystem

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu, \\ y &= Cx + Du, \end{aligned}$$

mit den Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & 0 \\ 5 & -1 & 2 \\ -1 & 0 & -4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, C = (1 \ 0 \ 0), D = 0.$$

- (i) Betrachten Sie  $a_2 = 0$ . Für welche Werte der Parameter  $a_1$  ist das Zustandssystem asymptotisch stabil?
- (ii) Betrachten Sie  $a_2 = 10$ . Für welche Werte der Parameter  $a_1$  ist das Zustandssystem asymptotisch stabil?
- (iii) Gegeben sei ein Signal  $u: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  durch  $u(t) = 3 - t^{-2} - e^{-3t}$  und die Parameter  $a_1 = -2$  und  $a_2 = 0$ . Bestimmen Sie den stationären Endwert des Zustandssignals  $\varphi(\cdot, x_0, u)$ .

**Aufgabe 5.4** (1 Punkt). Was sagt der Satz über das einheitliche Stabilitätsverhalten?

**Aufgabe 5.5** (1 Punkt). Nennen Sie eine Eigenschaft der Hauptfundamentalmatrix zur Anfangszeit 0, die die asymptotische Stabilität charakterisiert.

**Aufgabe 5.6** (1 Punkt). Gegeben sei ein von Parametern  $c_1$  und  $c_2$  abhängendes Polynom  $p$  durch  $p(s) = 1 + c_1s + c_2s^2$ . Für welche Werte der Parameter  $c_1$  und  $c_2$  ist das Polynom ein Hurwitz-Polynom?

**Aufgabe 5.7** (5 Punkte). Gegeben sei ein vom Parameter  $k$  abhängendes Polynom  $p$  durch  $p(s) = s^4 + 2s^3 + s^2 + s + (k - 1)$ . Für welche Werte des Parameters  $k$  ist das Polynom ein Hurwitz-Polynom?

**Aufgabe 5.8** (1 Punkt). Gegeben sei ein Signal  $u: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  durch  $u(t) = e^{\alpha t} \sin(e^{2t})$ , wobei  $\alpha$  ein reeller Parameter ist.

Für welche Werte von  $\alpha$  hat  $u$  einen stationären Endwert? Berechnen Sie für solche Werte von  $\alpha$  den stationären Endwert von  $u$ .

**Aufgabe 5.9** (6 Punkte). Gegeben ist das Zustandssystem

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu, \\ y &= Cx + Du,\end{aligned}$$

mit den Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 3 & -2 & 1 \\ -3 & 0 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, C = (1 \ 1 \ 0), D = 0.$$

- (i) Weisen Sie nach, dass das Zustandssystem asymptotisch stabil ist.
- (ii) Gegeben sei ein Signal  $u: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  durch  $u(t) = 1 - \frac{1}{1+t^2}$ . Bestimmen Sie den stationären Endwert des Zustandssignals  $\varphi(\cdot, x_0, u)$ .