

## 7 Übung, 28.02.2022

Die Aufgaben 7.3, 7.4, 7.5, 7.6 und 7.7 sind Probeklausuraufgaben. Die Aufgaben 7.3, 7.4, 7.5 und 7.6 wären typisch für den ersten Teil der Klausur; Sie sollten sie also lösen, ohne Hilfsmittel zu benutzen. Aufgabe 7.7 ist für beide Teile der Klausur geeignet, daher wird empfohlen, sie ohne Hilfsmittel zu bearbeiten.

Die Zeit, die in einer Klausur für die einzelnen Aufgaben vorgesehen wäre, berechnet sich so: Punktzahl mal 1min15sec (Teil 1) bzw. Punktzahl mal 1min40sec (Teil 2). Sie können Ihre Lösungen entweder per Email an V. Chaim ([victor.chaim@unibw.de](mailto:victor.chaim@unibw.de)) bis Freitag, 04.03., 7Uhr, senden, oder sie am Donnerstag zu üblichen Arbeitszeiten in einer Box vor dem Büro 41/2315 ablegen. Zum Verfahren siehe auch die Vorlesung vom 25.1.

**7.1 Aufgabe.** Gegeben sei die Übertragungsfunktion des Feder-Dämpfer-Masse-Systems mit der Position als Ausgang,

$$H(s) = \frac{1}{ms^2 + \gamma s + k},$$

wobei  $m$  für die Masse,  $\gamma$  für den Dämpfungskoeffizienten und  $k$  für die Federkonstante steht. Unter der Annahme, dass  $m$  und  $k$  positive reelle Konstanten sind, berechnen und skizzieren Sie die Sprungantwort für die folgenden Fälle:

(i)  $\gamma > 2\sqrt{km}$ .

(ii)  $0 < \gamma < 2\sqrt{km}$ .

(iii)  $\gamma = 2\sqrt{km}$ .

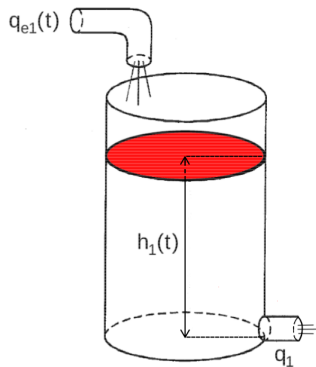
(iv)  $\gamma = 0$ .

(v)  $\gamma < 0$ .

□

**7.2 Aufgabe.** Betrachten Sie einen Wasserbehälter mit einem Eingangsdurchsatz (Volumen pro Zeit) von  $q_{e1}(t)$  und einem Ausgangsdurchsatz von  $q_1(t)$ , wie in der Abbildung dargestellt.  $F$  bezeichne die Querschnittsfläche der Behälter.

**Annahmen:** Gesetz von Torricelli:  $q_1 = \mu\sqrt{2g}\sqrt{h_1}$  sowie  $g, \mu, F > 0, q_{e1} \geq 0$ .



- (i) Modellieren Sie das Wasserbehälter-System in Zustandsform, mit  $x = h_1$ ,  $u = q_{e1}$  und  $y = h_1$ .

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, u), \\ y &= g(x, u).\end{aligned}$$

- (ii) Diese und alle folgenden Teilaufgaben: Nur für den Spezialfall  $F = \mu\sqrt{2g} = 1$  lösen! Geben Sie Bedingungen an  $x$  und  $u$  an, die Ruhelagen charakterisieren.

- (iii) Linearisieren Sie das Zustandssystem in den Ruhelagen. Berechnen Sie also die Matrizen

$$A := D_1 f(x, u), B := D_2 f(x, u), C := D_1 g(x, u), D := D_2 g(x, u)$$

für Ruhelagen  $(x, u)$ .

- (iv) Geben Sie die Übertragungsfunktion an.  
 (v) Geben Sie die Gewichtsfunktion an.  
 (vi) Skizzieren Sie die Sprungantwort und geben Sie ihren Anfangswert und ihren stationären Endwert an.

**7.3 Aufgabe (1 Punkt).** Skizzieren Sie die Sprungantwort eines PT2-Systems im periodischen Fall.

**7.4 Aufgabe (1 Punkt).** Skizzieren Sie die Sprungantwort eines Integrier-Glieds.

**7.5 Aufgabe (1 Punkt).** Skizzieren Sie die Sprungantwort eines PT1-Systems mit einer positiven Zeitkonstante.

**7.6 Aufgabe (1 Punkt).** Gegeben sei das PT2-System durch

$$H(s) = \frac{2}{s^2 + \gamma s + 9},$$

wobei  $\gamma$  eine positive reelle Konstante ist. Für welchen Wert von  $\gamma$  liegt der aperiodische Fall vor?

**7.7 Aufgabe (5 Punkte).** Betrachtet werde das Zustandssystem

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= 2x(t) + 3u(t), \\ y(t) &= 2x(t) + 3u(t).\end{aligned}$$

- (i) Geben Sie die Hauptfundamentalmatrix zur Anfangszeit 0 an.
- (ii) Geben Sie die Übertragungsfunktion an.
- (iii) Geben Sie die Gewichtsfunktion an.
- (iv) Skizzieren Sie die Sprungantwort und geben Sie ihren Anfangswert und ihren stationären Endwert an. □