

6 Übung, 21.02.2022

Die Aufgaben 6.5, 6.6, 6.7, 6.8, 6.9 und 6.10 sind Probeklausuraufgaben. Die Aufgaben 6.5, 6.6 und 6.7, 6.8 wären typisch für den ersten Teil der Klausur; Sie sollten sie also lösen, ohne Hilfsmittel zu benutzen. Die Aufgaben 6.9 und 6.10 sind für beide Teile der Klausur geeignet, daher wird empfohlen, sie ohne Hilfsmittel zu bearbeiten.

Die Zeit, die in einer Klausur für die einzelnen Aufgaben vorgesehen wäre, berechnet sich so: Punktzahl mal 1min15sec (Teil 1) bzw. Punktzahl mal 1min40sec (Teil 2). Sie können Ihre Lösungen entweder per Email an V. Chaim (victor.chaim@unibw.de) bis Freitag, 25.2., 7Uhr, senden, oder sie am Donnerstag zu üblichen Arbeitszeiten in einer Box vor dem Büro 41/2315 ablegen. Zum Verfahren siehe auch die Vorlesung vom 25.1.

6.1 Aufgabe. Betrachtet werde das von reellen Parametern α , β und γ abhängende Zustandssystem

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t),\end{aligned}$$

wobei $A = \begin{pmatrix} 1 & \alpha \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} \beta \\ 2 \end{pmatrix}$, $C = (\gamma \ 1)$, $D = (\alpha)$.

Für welche Werte der Parameter α , β und γ ist das System BIBO-stabil? \square

6.2 Aufgabe. Betrachtet werde das Zustandssystem

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= -2x(t) + u(t), \\ y(t) &= x(t) + u(t).\end{aligned}$$

- (i) Geben Sie die Hauptfundamentalmatrix zur Anfangszeit 0 an.
- (ii) Geben Sie die Übertragungsfunktion an.
- (iii) Geben Sie die Gewichtsfunktion an.
- (iv) Skizzieren Sie die Sprungantwort und geben Sie ihren Anfangswert und ihren stationären Endwert an.

\square

6.3 Aufgabe. Gegeben sei die Übertragungsfunktion des Feder-Dämpfer-Masse-Systems mit der Position als Ausgang,

$$H(s) = \frac{1}{ms^2 + \gamma s + k},$$

wobei m , γ und k reelle positive Konstanten sind.

- (i) Geben Sie die Regelungsnormalform von $H(s)$ an.
- (ii) Betrachten Sie das gleiche System, aber mit der Beschleunigung als Ausgang, gegeben durch die Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{s^2}{ms^2 + \gamma s + k}.$$

Geben Sie die Regelungsnormalform von $G(s)$ an.

□

6.4 Aufgabe. Gegeben ist das Zustandssystem

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu, \\ y &= Cx + Du,\end{aligned}$$

mit den Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, C = (1 \ 0), D = 0.$$

- (i) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion des Zustandssystems.
- (ii) Bestimmen Sie das harmonische Ausgangssignal zum Eingangssignal u gegeben durch $u(t) = \cos(3t)$.

□

6.5 Aufgabe (1 Punkt). Ist die durch

$$H(s) = \frac{(2s + 1)(3s + 2)}{(4s + 3)(s - 4)}$$

definierte rationale Funktion durch ein Zustandssystem der Form

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu, \\ y &= Cx + Du\end{aligned}$$

realisierbar? Wenn ja, dann geben Sie D an.

□

6.6 Aufgabe (1 Punkt). Gegeben sei ein Signal $u: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ durch $u(t) = e^{\alpha t} \sin(e^{2t})$, wobei α ein reeller Parameter ist. Für welche Werte von α ist das Signal u auf \mathbb{R}_+ beschränkt? \square

6.7 Aufgabe (1 Punkt). Charakterisieren Sie die Eingangs-Ausgangs-Stabilität (BIBO - Stabilität) eines Zustandssystems durch eine Eigenschaft seiner Übertragungsfunktion. \square

6.8 Aufgabe (1 Punkt). Betrachtet werde das von reellen Parametern α , β und γ abhängende Zustandssystem

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t),$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t),$$

$$\text{wobei } A = \begin{pmatrix} 1 & \alpha \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} \beta \\ 2 \end{pmatrix}, \quad C = (\gamma \quad 1), \quad D = (\alpha).$$

Für welche Werte der Parameter α , β und γ ist das System asymptotisch stabil? \square

6.9 Aufgabe (4 Punkte). Betrachtet werde das von reellen Parametern α und γ abhängende Zustandssystem

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t),$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t),$$

$$\text{wobei } A = \begin{pmatrix} 1 & \alpha \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad C = (\gamma \quad 1), \quad D = (\alpha).$$

Für welche Werte der Parameter α und γ ist das System BIBO-stabil? \square

6.10 Aufgabe (5 Punkte). Gegeben ist das Zustandssystem

$$\dot{x} = Ax + Bu,$$

$$y = Cx + Du,$$

mit den Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad C = (1 \quad 0), \quad D = 0.$$

- (i) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion des Zustandssystems.
- (ii) Hat die Sprungantwort des Zustandssystems einen stationären Endwert? Wenn ja, geben Sie diesen Endwert an.
- (iii) Bestimmen Sie das harmonische Ausgangssignal zum Eingangssignal u gegeben durch $u(t) = \sin(3t)$.

\square