

5 Übung, 14.02.2022

Die Aufgaben 5.4, 5.5, 5.6, 5.7, 5.8 und 5.9 sind Probeklausuraufgaben. Die Aufgaben 5.4, 5.5, 5.6, 5.8 und 5.9 wären typisch für den ersten Teil der Klausur; Sie sollten sie also lösen, ohne Hilfsmittel zu benutzen. Aufgabe 5.7 wäre typisch für den zweiten Teil der Klausur, in dem Hilfsmittel zugelassen sind.

Die Zeit, die in einer Klausur für die einzelnen Aufgaben vorgesehen wäre, berechnet sich so: Punktzahl mal 1min15sec (Teil 1) bzw. Punktzahl mal 1min40sec (Teil 2). Sie können Ihre Lösungen entweder per Email an V. Chaim (victor.chaim@unibw.de) bis Freitag, 18.2., 7Uhr, senden, oder sie am Donnerstag zu üblichen Arbeitszeiten in einer Box vor dem Büro 41/2315 ablegen. Zum Verfahren siehe auch die Vorlesung vom 25.1.

5.1 Aufgabe. Gegeben sei die Matrix A , berechnen Sie $\exp(At)$.

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 3 & -4 & 1 \\ -3 & 0 & -4 \end{pmatrix}.$$

□

5.2 Aufgabe. Gegeben sei ein vom Parameter k abhängendes Polynom p durch $p(s) = s^3 + ks^2 + (1+k)s + 6$. Für welche Werte des Parameters k ist das Polynom ein Hurwitz-Polynom? □

5.3 Aufgabe. Gegeben ist das Zustandssystem

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu, \\ y &= Cx + Du, \end{aligned}$$

mit den Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & 0 \\ 5 & -1 & 2 \\ -1 & 0 & -4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, C = (1 \ 0 \ 0), D = 0.$$

- (i) Betrachten Sie $a_2 = 0$. Für welche Werte der Parameter a_1 ist das Zustandssystem asymptotisch stabil?
- (ii) Betrachten Sie $a_2 = 10$. Für welche Werte der Parameter a_1 ist das Zustandssystem asymptotisch stabil?

(iii) Gegeben sei ein Signal $u: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ durch $u(t) = 3 - t^{-2} - e^{-3t}$ und die Parameter $a_1 = -2$ und $a_2 = 0$. Bestimmen Sie den stationären Endwert des Zustandssignals $\varphi(\cdot, x_0, u)$.

□

5.4 Aufgabe (1 Punkt). Was sagt der Satz über das einheitliche Stabilitätsverhalten? □

5.5 Aufgabe (1 Punkt). Nennen Sie eine Eigenschaft der Hauptfundamentalmatrix zur Anfangszeit 0, die die asymptotische Stabilität charakterisiert. □

5.6 Aufgabe (1 Punkt). Gegeben sei ein von Parametern c_1 und c_2 abhängendes Polynom p durch $p(s) = 1 + c_1s + c_2s^2$. Für welche Werte der Parameter c_1 und c_2 ist das Polynom ein Hurwitz-Polynom? □

5.7 Aufgabe (5 Punkte). Gegeben sei ein vom Parameter k abhängendes Polynom p durch $p(s) = s^4 + 2s^3 + s^2 + s + (k - 1)$. Für welche Werte des Parameters k ist das Polynom ein Hurwitz-Polynom? □

5.8 Aufgabe (1 Punkt). Gegeben sei ein Signal $u: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ durch $u(t) = e^{\alpha t} \sin(e^{2t})$, wobei α ein reeller Parameter ist.

Für welche Werte von α hat u einen stationären Endwert? Berechnen Sie für solche Werte von α den stationären Endwert von u . □

5.9 Aufgabe (6 Punkte). Gegeben ist das Zustandssystem

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu, \\ y &= Cx + Du,\end{aligned}$$

mit den Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 3 & -2 & 1 \\ -3 & 0 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, C = (1 \ 1 \ 0), D = 0.$$

(i) Weisen Sie nach, dass das Zustandssystem asymptotisch stabil ist.

(ii) Gegeben sei ein Signal $u: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ durch $u(t) = 1 - \frac{1}{1+t^2}$. Bestimmen Sie den stationären Endwert des Zustandssignals $\varphi(\cdot, x_0, u)$.

□