23.03.22 Victor Cheidde Chaim

⇒ **Probeklausuraufgaben**
WT22-SRT

10. Aufgabenblatt

10.3) PI-Reglers: $k_P + \frac{k_I}{s} = \frac{k_P \cdot s + k_I}{s}$ 1 Punkt

1 Punkt

10.4) a) Zweck der Methode: einen stabilisierenden, stationär genauen PID-Regler zu entwerfen.

b) Voraussetzung: die Strecke ist stabil und kann grenzstabil betrieben werden. 1 Punkt

c) Grundsätzlicher Ablauf der Methode:

1. Kreis mit P-Regler schließen; 0,5 Punkt
2. Reglerverstärkung vergrößern bis Dauerschwingungen auftreten (K_{krit}); 0,5 Punkt
3. Periodendauer messen (T_{krit}); 0,5 Punkt
4. Parameter des PID-Reglers nach Tabelle festlegen. 0,5 Punkt

10.5) Um stationäre Genauigkeit zu erreichen, muss der P-Regler um einen I-Anteil (Integrator) erweitert werden. 1 Punkt

10.6) Anstiegszeit: $t_r = 0{,}1$ für $\varphi(t_r, 0, w) = \varphi(t_r, 0, \sigma) = 0{,}9$, $k_P = \frac{k_I}{2}$

$A_1 = -2$, $B_1 = 1$, $C_1 = 1$, $D_1 = 0$ $\Rightarrow$ $H_1(s) = C_1(s\,id - A_1)^{-1}B_1 + D_1 = \frac{1}{s+2}$ $\begin{matrix} = Z_1 \\ = N_1 \end{matrix}$ //

i) PI-Regler: $H_2(s) = k_P + \frac{k_I}{s} = \frac{s k_P + k_I}{s} \overset{k_I = 2k_P}{=} \frac{s k_P + 2k_P}{s} = \frac{k_P(s+2)}{s}$ $\begin{matrix} = Z_2 \\ = N_2 \end{matrix}$

$F\ddot{U}F(s) = \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 Z_2 + N_1 N_2} = \frac{k_P(s+2)}{k_P(s+2) + s(s+2)} = \frac{k_P\cancel{(s+2)}}{(k_P+s)\cancel{(s+2)}} = \frac{k_P}{k_P+s}$ //

1 Punkt → Volle Punktzahl nur, wenn die ÜF vereinfacht wurde. Wenn nicht, braucht der Rest der Aufgabe viel mehr Zeit, wird aber für die restlichen Punkte berücksichtigt.

1 Punkt

Regelungsnormalform - FÜF: $A_F = -k_P$, $B_F = 1$, $C_F = k_P$, $D_F = 0$

Impulsantwort: $g_F(t) = C_F \cdot \exp(A_F t) \cdot B_F \cdot \sigma(t) + D_F \cdot \delta(t) = k_P \cdot e^{-k_P \cdot t}$ 1 Punkt

$\varphi(t, 0, w) = \varphi(t, 0, \sigma) = (g * \sigma)(t) = \sigma(t) \cdot k_P \int_0^t e^{-k_P \tau} d\tau = \sigma(t) \cdot \frac{k_P}{-k_P}\left(e^{-k_P \tau}\right)\Big|_0^t = \sigma(t)(1 - e^{-k_P \cdot t})$ // 1 Punkt

Anstiegszeit: $\varphi(t_r, 0, w) = \varphi(t_r, 0, \sigma) \overset{t_r > 0}{=} 1 \cdot (1 - e^{-k_P t_r}) = 0{,}9 \rightarrow e^{-k_P t_r} = 0{,1} \overset{\ln}{\rightarrow} \ln(e^{-k_P t_r}) = \ln(0{,}1) \rightarrow k_P t_r \cong 2{,}3$

$t_r = 0{,}1$ sek. $\rightarrow$ $k_P \cdot 0{,}1 \cong 2{,}3$ $\rightarrow$ $\boxed{\begin{array}{l} k_P \cong 23 \text{ (oder } k_P = -10 \cdot \ln(0{,}1) \text{ ohne Hilfsmittel)} \\ k_I = 2k_P \cong 46 \text{ (oder } k_I = -20 \ln(0{,}1) \text{ ohne Hilfsmittel)} \end{array}}$ 1 Punkt

ii) BIBO-Stabilität: $CLCP = Z_1 Z_2 + N_1 N_2 = (s+2)(s+k_P)$ → Nullstelle: $p_1 = -2$, $p_2 = -k_P$ ($k_P > 0$)

Der Regelkreis ist BIBO-stabil, da $Re(p_1)$ und $Re(p_2)$ negativ sind. 1 Punkt

iii) Der PI-Regler hat einen Pol $= 0$, dann hat der Regelkreis stationäre Genauigkeit. 1 Punkt

10.7) i) $H_1(s) = \frac{1 \; (=Z_1)}{(s+1) \; (=N_1)}$, PID-Regler: $H_2(s) = k_P + \frac{k_I}{s} + \frac{k_D \cdot s}{1+T_1 s} = \frac{s^2(k_D + k_P T_1) + s(k_P + T_1 k_I) + k_I \; (=Z_2)}{(T_1 \cdot s^2 + s) \; (=N_2)}$

CLCP: $Z_1 \cdot Z_2 + N_1 N_2 = s^2(k_D + T_1 k_P) + s(k_P + T_1 k_I) + k_I + (s+1)(T_1 \cdot s^2 + s) = T_1 s^3 + s^2(k_D + T_1 k_P + 1 + T_1) + s(1 + k_P + T_1 k_I) + k_I$

CLCP $(k_P = 10,\ k_D = 0{,}1,\ k_I = 5)$: $T_1 \cdot s^3 + s^2(1{,}1 + T_1 \cdot 11) + s(11 + 5 \cdot T_1) + 5$ // 2 Punkte

ii) 1. Bedingung: $CLCP_0 = CLCP(T_1 = 0) \rightarrow$ Hurwitz! 1 Punkt

$CLCP_0 = CLCP(T_1 = 0) = 1{,}1 \cdot s^2 + 11 \cdot s + 5$ ist Hurwitz! Spezialfall für das Polynom 2. Ordnung, alle Koeffizienten haben das gleiche Vorzeichen.

Theorem 10.3:

* Für alle hinreichend kleinen $T_1 > 0$ ist der Regelkreis stabil, da H_1 streng proper ist, $k_D \cdot b_0' = 0{,}1 \neq -1$ und $k_I \cdot b_0' = 5 > 0$. 1 Punkt

4