F. Goßmann M.Sc
Universität der Bundeswehr München
Institut für Steuer- und Regelungstechnik (LRT-15)

Steuer- und Regelungstechnik, WT 2021

3. Übung, 1. Februar 2021

Thema: Modellierung, Linearisierung

Aufgabe 1. Tankbehälter

Gegeben ist der in Abb. 1 dargestellte Tankbehälter. Er besteht aus den beiden baugleichen

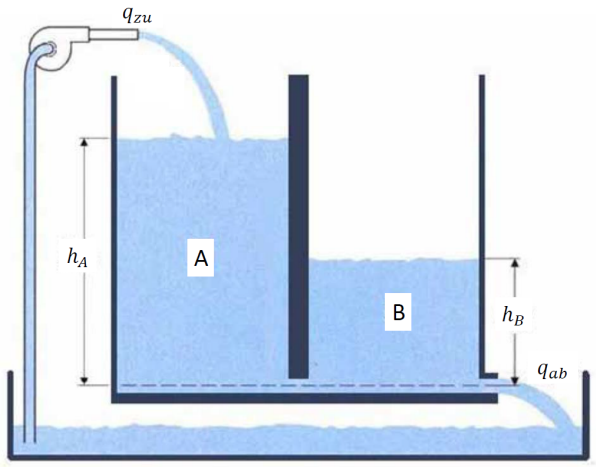


Abbildung 1: Zwei-Tank System

Zylindersäulen $\boldsymbol{A}$ und $\boldsymbol{B}$ mit einem konstanten Querschnitt Q. Der Behälter $\boldsymbol{A}$ wird durch den Zufluss q_{zu} gespeist und der Tankinhalt aus Behälter $\boldsymbol{B}$ fließt mit dem Volumenstrom q_{ab} ab. Die beiden zeitabhängigen Füllstände der Wassersäulen werden mit $h_A(t)$ und $h_B(t)$ bezeichnet.

Aufgaben

a) Bestimmen Sie die Differentialgleichungen, die die beiden Füllstände der Wassersäulen $h_A(t)$ und $h_B(t)$ beschreiben und linearisieren Sie diese um deren Ruhelage für einen konstanten Zufluss $q_{zu,0} \geq 0$.

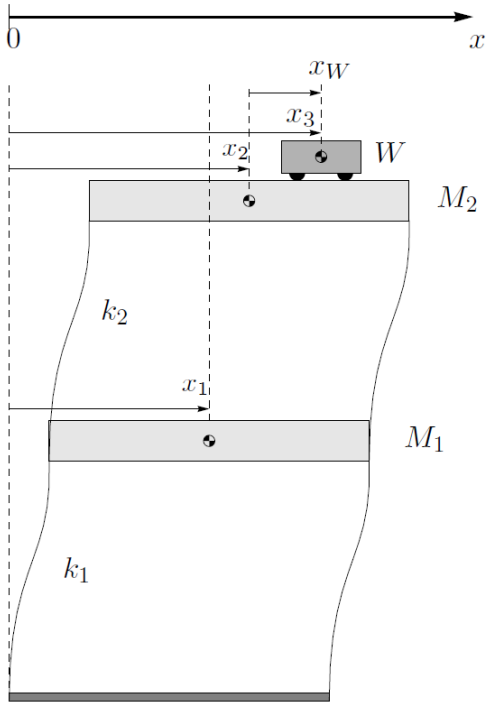
b) Stellen Sie das linearisierte System in Form eines Blockschaltbildes dar.

c) Geben Sie das linearisierte System in Form eines Zustandsraums an.

Hinweis Für den Ausfluss gilt $q_{ab} = a \cdot \sqrt{2gh(t)}$ mit der Konstante a und der Gravitation g. Des Weiteren ist der Durchfluss zwischen $\boldsymbol{A}$ und $\boldsymbol{B}$ identisch mit dem Abfluss hinter $\boldsymbol{B}$.

Aufgabe 2. Aufstellen eines Zustandsraummodelles

Gegeben ist das Modell einer einem zweistöckigen Gebäude nachempfundenen Struktur mit einer beweglichen Masse zur Schwingungsunterdrückung. Die Stockwerke werden mit den beiden

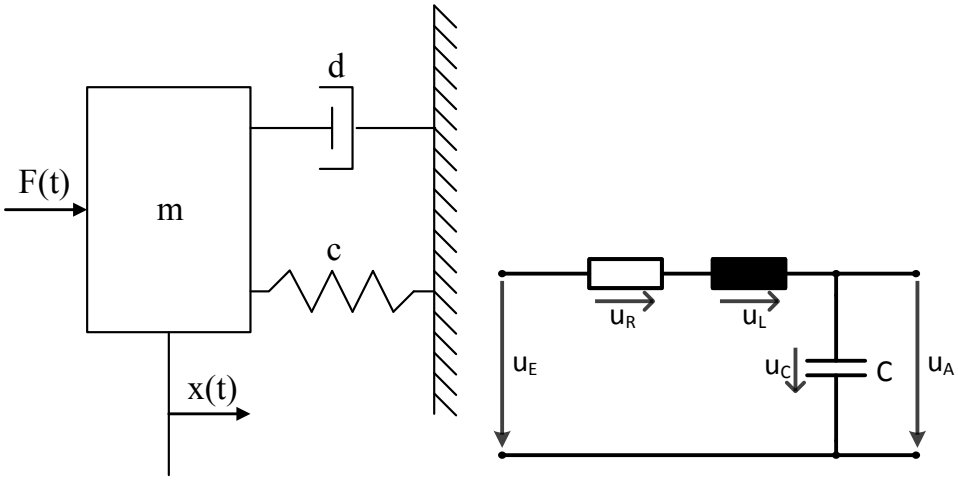


Massen M_1 und M_2 modelliert. Die Biegung der Gebäudestruktur zwischen den Stockwerken wird mit zwei linearen Federn mit den Steifigkeiten k_1 bzw. k_2 beschrieben. Außer den horizontalen Bewegungen der Massen werden alle anderen Bewegungsrichtungen ebenso vernachlässigt wie Reibungskräfte. Als Aktuator zur Schwingungsunterdrückung fungiert ein Wagen W, der sich horizontal entlang von M_2 bewegen kann.

Aufgabe Bestimmen Sie das 6-dimensionales Zustandsraummodell des beschriebenen Problems. Die Zustandsgrößen stellen dabei die x-Koordinaten der drei Massenschwerpunkte sowie deren zeitlichen Ableitungen dar. Die Beschleunigung des Wagens W relativ zu M_2 wird dabei als Eingangssignal, d.h. $u := \ddot{x}_W$, betrachtet.

Aufgabe 3. Äquivalenz von elektrischen und mechanischen Systemen

Gegeben sind die beiden linearen Systeme



(a) Feder-Masse-Dämpfer System (b) Elektrisches Netzwerk

Das System in Abbildung a) wurde bereits in der ersten Übung behandelt und wird mit der Differentialgleichung

$$m \cdot \ddot{x}(t) + d \cdot \dot{x}(t) + c \cdot x(t) = F(t) \tag{1}$$

beschrieben. Der in Abbildung b) dargestellte Schaltkreis besteht aus einem Widerstand R, einer Induktivität L und einer Kapazität C. Der Schaltkreis wird mit einer Eingangsspannung von $u_E(t)$ beaufschlagt und es fällt eine Spannung $u_A(t)$ am Ausgang an.

Aufgaben

a) Bestimmen Sie die Differentialgleichung die das Ausgangsverhalten $u_A(t)$ des in b) dargestellten Schaltkreises in Abhängigkeit von der Eingangsspannung $u_E(t)$ beschreibt.

b) Vergleichen Sie die erhaltene Differentialgleichung mit der in (1) beschriebenen Differentialgleichung des mechanischen Systems.

c) Überführen Sie beide Differentialgleichungen in die Zustandsraum-Darstellung