F. Goßmann M.Sc
Universität der Bundeswehr München
Institut für Steuer- und Regelungstechnik (LRT-15)

Steuer- und Regelungstechnik, WT 2021

Übung 9 - Lösung

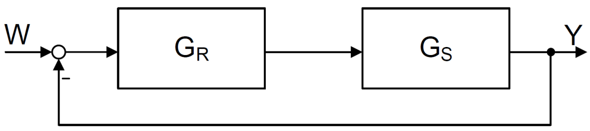
Thema: Reglerstrukturen, Reglerentwurf, Polkompensation

Aufgabe 1. Reglerstrukturen

Gegeben ist das System aus der vorherigen Übung 8.) mit der Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{2}{s^3 + 6s^2 + 11s + 6}\,.$$

Es wird ebenfalls ein Standardregelkreis der Form



betrachtet. Als Regler werden in diesem Fall zwei verschiedene Regler-Strukturen verwendet

- PI-Regler: $G_{R,PI}(s) = K_R\left(1 + \frac{1}{T_I \cdot s}\right)$
- PID-Regler: $G_{R,PID}(s) = K_R\left(1 + \frac{1}{T_I \cdot s} + T_D \cdot s\right)$

Aufgaben

a) Berechnen Sie die Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises mit einem PI-Regler. Untersuchen Sie den Einfluss der Reglerparameter K_R und T_I auf das Verhalten der Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises.

b) Berechnen Sie die Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises mit einem PID-Regler. Wie äußert sich der Einfluss des zusätzlichen Reglerparameters T_D auf das Verhalten der Regelstrecke?

Lösung Aufgabe 1.

a) Zunächst wird die Übertragungsfunktion des PI-Reglers umgeformt

$$\begin{aligned} G_{R,PI}(s) &= K_R\left(1 + \frac{1}{T_I \cdot s}\right) \\ &= \frac{K_R(T_I s + 1)}{T_I s}\,. \end{aligned}$$

Aufgrund der Betrachtung eines Standardregelkreises ergibt sich die Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises zu

$$\begin{aligned}G_0(s) &= \frac{K_R(T_I s + 1)}{T_I s} \cdot \frac{2}{s^3 + 6s^2 + 11s + 6} \\ &= \frac{2K_R(T_I s + 1)}{T_I s(s^3 + 6s^2 + 11s + 6)}\,.\end{aligned}$$

Durch den I-Anteil des Reglers wurde der Regelkreis um ein freies I-Glied ergänzt. Somit arbeitet der geschlossene Regelkreis im Gegensatz zur reinen P-Regelung (siehe Übung 7) stationär genau. Der Nenner der Gesamtübertragungsfunktion ergibt sich daraus zu

$$1 + G_0(s) = \frac{T_I s(s^3 + 6s^2 + 11s + 6) + 2K_R(T_I s + 1)}{T_I s(s^3 + 6s^2 + 11s + 6)}\,.$$

Somit ergibt sich die Gesamtübertragungsfunktion zu

$$\begin{aligned}G(s) &= \frac{G_0(s)}{1 + G_0(s)} \\ &= \frac{2K_R(T_I s + 1)}{\cancel{T_I s(s^3 + 6s^2 + 11s + 6)}} \cdot \frac{\cancel{T_I s(s^3 + 6s^2 + 11s + 6)}}{T_I s(s^3 + 6s^2 + 11s + 6) + 2K_R(T_I s + 1)} \\ &= \frac{2K_R(T_I s + 1)}{T_I s(s^3 + 6s^2 + 11s + 6) + 2K_R(T_I s + 1)} \\ &= \frac{2K_R T_I s + 2K_R}{T_I s^4 + 6T_I s^3 11 T_I s^2 + (6T_I + 2K_R T_I)s + 2K_R}\,.\end{aligned}$$

Es zeigt sich, dass durch den PI-Regler der geschlossene Regelkreis um eine Nulstelle und eine Polstelle ergänzt wurde. Abschließend wird noch der stationäre Endwert der Sprungantwort $H(s) = G(s) \cdot \frac{1}{s}$ berechnet

$$\begin{aligned}h_\infty &= \lim_{s \to 0} s \cdot G(s) \cdot \frac{1}{s} \\ &= \lim_{s \to 0} \frac{2K_R T_I s + 2K_R}{T_I s^4 + 6T_I s^3 11 T_I s^2 + (6T_I + 2K_R T_I)s + 2K_R} \\ &= \frac{2K_R}{2K_R} = 1\,.\end{aligned}$$

Wie schon erwähnt, ist die erzielte Regelung in diesem Fall aufgrund des I-Anteils in dem Regler in jedem Fall stationär genau, unabhängig von der Wahl der Reglerparameter K_R und T_I. Für den Einfluss der Reglerparameter auf das dynamische Verhalten des Regelkreises siehe Übungsfolien.

b) Nun wird der PID-Regler betrachtet. Zunächst wird die Übertragungsfunktion des Reglers ebenfalls umgeformt

$$
\begin{aligned}
G_{R,PID}(s) &= K_R \left(1 + \frac{1}{T_I \cdot s} + T_D \cdot s\right) \\
&= K_R + \frac{K_R}{T_I s} + K_R T_D s \\
&= \frac{K_R T_I s + K_R + K_R T_D T_I s^2}{T_I s} \\
&= \frac{K_R T_D T_I s^2 + T_I K_R s + K_R}{T_I s} .
\end{aligned}
$$

Da die Struktur des Regelkreises identisch zur Aufgabe a) ist, ergibt sich der offene Regelkreis zu

$$
\begin{aligned}
G_0(s) &= \frac{K_R T_D T_I s^2 + T_I K_R s + K_R}{T_I s} \cdot \frac{2}{s^3 + 6s^2 + 11s + 6} \\
&= \frac{2K_R T_D T_I s^2 + 2T_I K_R s + 2K_R}{T_I s(s^3 + 6s^2 + 11s + 6)} .
\end{aligned}
$$

Damit ergibt sich der Nenner der Gesamtübertragungsfunktion zu

$$
1 + G_0(s) = \frac{T_I s(s^3 + 6s^2 + 11s + 6) + 2K_R(T_D T_I s^2 + 2T_I s + 1)}{T_I s(s^3 + 6s^2 + 11s + 6)} ,
$$

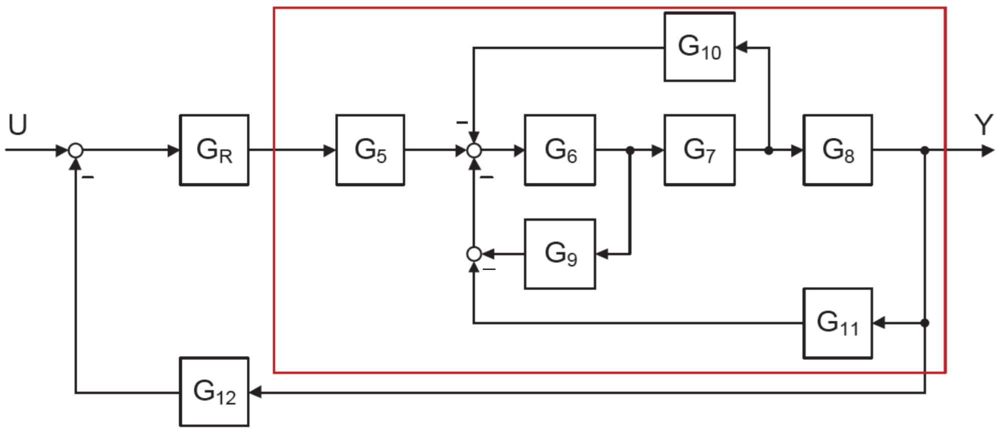
womit sich die Gesamtübertragungsfunktion zu

$$
\begin{aligned}
G(s) &= \frac{G_0(s)}{1 + G_0(s)} \\
&= \frac{2K_R T_D T_I s^2 + 2T_I K_R s + 2K_R}{\cancel{T_I s(s^3 + 6s^2 + 11s + 6)}} \cdot \frac{\cancel{T_I s(s^3 + 6s^2 + 11s + 6)}}{T_I s(s^3 + 6s^2 + 11s + 6) + 2K_R(T_D T_I s^2 + 2T_I s + 1)} \\
&= \frac{2K_R T_D T_I s^2 + 2T_I K_R s + 2K_R}{T_I s(s^3 + 6s^2 + 11s + 6) + 2K_R(T_D T_I s^2 + 2T_I s + 1)} \\
&= \frac{2K_R T_D T_I s^2 + 2T_I K_R s + 2K_R}{T_I s^4 + 6T_I s^3 + (11T_I + 2K_R T_D T_I)s^2 + (6T_I + 2T_I K_R)s + 2K_R}
\end{aligned}
$$

ergibt. Es zeigt sich, dass der PID-Regler im Gegensatz zum PI-Regler dem geschlossenen Regelkreis noch eine weitere Nullstelle hinzufügt. Für den Einfluss des zusätzlichen Parameters T_D siehe Übungsfolien.

Aufgabe 2. Reglerentwurf nach Ziegler-Nichols

Gegeben ist das folgende System in Blockschaltbild-Form



mit den allgemeinen Übertragungsfunktionen $G_5(s)$ - $G_{12}(s)$ sowie $G_R(s)$. Für die Übertragungsfunktionen gilt:

$$G_5 = K\,, G_6 = \frac{2}{s+1}\,, G_7 = G_8 = \frac{1}{s}\,, G_9 = 2\,, G_{10} = 3\,, G_{11} = G_{12} = \frac{1}{s+2}$$

Aufgaben

a) Fassen Sie das in dem roten Kasten dargestellte Übertragungssystem zu einer doppelbruchfreien Übertragungsfunktion $G_S(s)$ zusammen.

b) Prüfen Sie mit ob die Übertragungsfunktion $G_S(s)$ stabil ist.

Das System $G_0(s)$ wird nun mit einem Regler $G_R(s)$ geregelt. Zusätzlich ist zur Betrachtung des Sensorverhaltens die Übertragungsfunktion $G_{12}(s)$ in der Rückführung enthalten.

c) Stellen Sie die Gesamtübertragungsfunktion $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$ in doppelbruchfreier Form in Abhängigkeit von $G_R(s)$ auf.

d) Ist das System mit einem P-Regler $G_R(s) = K_R$ für ein $K > 0$ stabilisierbar? Falls ja, bestimmen sie mit Hilfe des Hurwitz-Kriteriums den Bereich für K_R in Abhängigkeit von K, für den der geschlossene Regelkreis asymptotisch stabil ist.

e) Das System $G(s)$ wird nun mit einem $K_R = 12$ geregelt und mit einem Einheitssprung $u(t) = 1(t)$ beaufschlagt. Es stellt sich ein stationärer Endwert von $y_\infty = 12$ ein. Bestimmen Sie K.

f) Der Regler $G_R(s)$ soll nun mit dem Verfahren nach Ziegler-Nichols ausgelegt werden. Hierbei sollen sowohl ein P-,PI- als auch ein PID-Regler betrachtet werden. Bei einem Schwingversuch wurde an der oberen Stabilitätsgrenze eine Periodendauer von $T_{krit} = 5s$ gemessen.

Lösung Aufgabe 2.

a) Zunächst wird der relevante Teil des Blockschaltbildes umgestellt, wie in Abbildung 1 dargestellt ist.

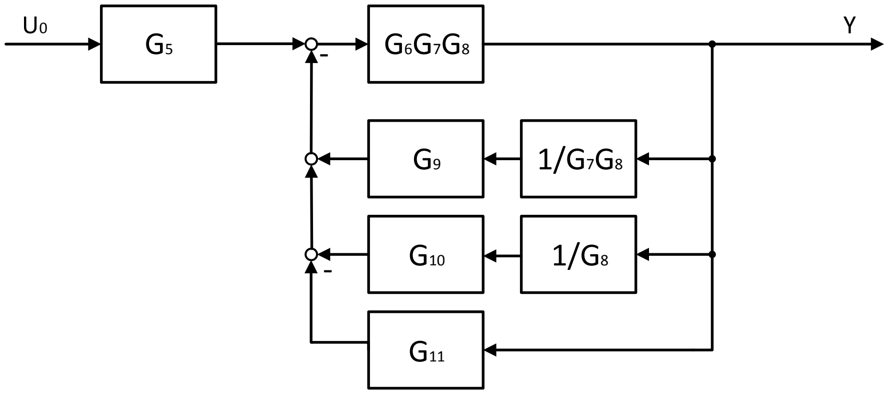


Abbildung 1: Umstellen den Blockschaltbildes

Nun lässt sich das System mit den in Übung 5. behandelten Regeln zusammenfassen. Die Übertragungsfunktion $G_6G_7G_8$ wird mit der oben dargestellten Parallelschaltung aus den drei Reihenschaltungen rückgekoppelt. Das dabei entstehende System liegt dann noch mit G_5 in Reihe geschaltet vor. Somit lässt sich die gesuchte Übertragungsfunktion sehr einfach aufstellen

$$G_S(s) = G_5 \cdot \frac{G_6G_7G_8}{1 + G_6G_7G_8\left(\frac{G_9}{G_7G_8} + \frac{G_{10}}{G_8} - G_{11}\right)}$$
$$G_S(s) = \frac{G_5G_6G_7G_8}{1 + G_6G_9 + G_6G_7G_{10} - G_6G_7G_8G_{11}}\,.$$

b) Durch Einsetzen der gegebenen Übertragungsfunktionen für $G_5 - G_{11}$ ergibt sich

$$\begin{aligned}
G_S(s) &= \frac{K \cdot \frac{2}{s+1} \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{s}}{1 + 2 \cdot \frac{2}{s+1} + 3 \cdot \frac{2}{s+1} \cdot \frac{1}{s} - \frac{2}{s+1} \cdot \frac{1}{s+2} \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{s}} \\
&= \frac{\frac{2K}{s^3+s^2}}{\frac{s^2(s+1)(s+2)+4s^2(s+2)+6s(s+2)-2}{s^2(s+1)(s+2)}} \\
&= \frac{2K}{s^2(s+1)} \cdot \frac{s^2(s+1)(s+2)}{s^4+7s^3+16s^2+12s-2} \\
&= \frac{2K(s+2)}{s^4+7s^3+16s^2+12s-2}\,.
\end{aligned}$$

Bei Betrachtung der Koeffizienten des Nennerpolynoms wird sofort klar, dass die notwendige Bedingung eines Hurwitz-Polynoms nicht erfüllt ist, da nicht alle Koeffizienten das gleiche Vorzeichen haben (a_0 ist negativ). Das System ist somit instabil.

c) Für die gesamte Übertragungsfunktion $G(s)$ gilt

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{G_v(s)}{1 + G_v(s) \cdot G_r(s)}\,, \tag{1}$$

wie es in Übung 5. definiert wurde. In diesem Fall ergibt sich

$$\begin{aligned} G_v(s) &= G_S(s) \cdot G_R(s) \\ G_r(s) &= G_{12}(s) \end{aligned}$$

Eingesetzt in (1) ergibt für den Nenner

$$\begin{aligned} 1 + G_v \cdot G_r &= 1 + G_R \cdot G_S \cdot G_{12} \\ &= 1 + \frac{2K \cdot G_R}{s^4 + 7s^3 + 16s^2 + 12s - 2} \\ &= \frac{s^4 + 7s^3 + 16s^2 + 12s - 2 + 2K \cdot G_R}{s^4 + 7s^3 + 16s^2 + 12s - 2}. \end{aligned}$$

Damit ergibt sich die gesuchte Übertragungsfunktion zu

$$\begin{aligned} G &= \frac{2K \cdot G_R(s+2)}{\cancel{s^4 + 7s^3 + 16s^2 + 12s - 2}} \cdot \frac{\cancel{s^4 + 7s^3 + 16s^2 + 12s - 2}}{s^4 + 7s^3 + 16s^2 + 12s - 2 + 2K \cdot G_R} \\ &= \frac{(2K \cdot G_R(s+2)}{s^4 + 7s^3 + 16s^2 + 12s - 2 + 2K \cdot G_R}. \end{aligned}$$

d) Damit ein System stabilisierbar ist, muss durch den Regler und die Rückkopplung das Nennerpolynom der Gesamtübertragungsfunktion $G(s)$ so verändert werden können, dass dessen Nullstellen, also die Polstellen der Übertragungsfunktion, alle negative Realteile besitzen. Im Kontext der algebraischen Stabilitätskriterien bedeutet dies, durch die Regelung muss das Nennerpolynom der Übertragungsfunktion in ein Hurwitz-Polynom überführt werden können.

Es gilt laut Aufgabenstellung $G_R(s) = K_R$. Zur Überprüfung der Stabilisierbarkeit wird nun das Hurwitz-Kriterium in Abhängigkeit von K_R auf das Nennerpolynom

$$N(s) = \underbrace{1}_{a_4} s^4 + \underbrace{7}_{a_3} s^3 + \underbrace{16}_{a_2} s^2 + \underbrace{12}_{a_1} s - \underbrace{2 + 2K \cdot K_R}_{a_0} \tag{2}$$

angewandt. Damit (2) ein Hurwitz-Polynom ist, müssen als notwendige Bedingung alle Koeffizienten a_i für $i = 0, \ldots, n$ vorhanden sein und das gleiche Vorzeichen besitzen. Die Koeffizienten $a_4 - a_1$ sind alle vorhanden und positiv, somit muss

$$\begin{aligned} a_0 &= -2 + 2K \cdot K_R > 0 \\ \Leftrightarrow K_R &> \frac{1}{K} \\ \text{für } K &> 0 \end{aligned}$$

gelten. Des Weiteren gilt es die hinreichende Bedingung, dass die Hurwitzdeterminante H_{n-1} sowie alle ihre Hauptdeterminanten müssen größer als Null sein müssen, zu überprüfen. Daraus folgt

$$\begin{aligned} H_1 &= a_3 = 7 > 0 \\ H_2 &= \begin{vmatrix} 7 & 12 \\ 1 & 16 \end{vmatrix} \\ H_3 &= \begin{vmatrix} 7 & 12 & 0 \\ 1 & 16 & -2+2KK_R \\ 0 & 7 & 12 \end{vmatrix} \end{aligned}$$

Die beiden Hurwitz-Determinanten $\det H_2$ und $\det H_3$ ergeben sich zu

$$\begin{aligned} \det H_2 &= \det \begin{vmatrix} 7 & 12 \\ 1 & 16 \end{vmatrix} = 100 > 0 \\ \det H_2 &= \det \begin{vmatrix} 7 & 12 & 0 \\ 1 & 16 & -2+2KK_R \\ 0 & 7 & 12 \end{vmatrix} \\ &= 1344 - 144 + 98 - 98KK_R > 0 \\ &\Rightarrow K_R < \frac{13,25}{K} \,. \end{aligned}$$

Der geschlossene Regelkreis ist demnach für ein K_R für das

$$\frac{1}{K} < K_R < \frac{13,25}{K}$$

gilt, sowie für $K > 0$ asymptotisch stabil. Da das System durch einen P-Regler in ein Hurwitz-Polynom überführt werden kann, ist es mit einem P-Regler stabilisierbar.

e) Für die Aufgabe gilt $K_R = 12$. Damit ergibt sich für die Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{24K(s+2)}{s^4 + 7s^3 + 16s^2 + 12s - 2 + 24K} \,.$$

Die Sprungantwort des Systems berechnet sich zu $H(s) = \frac{1}{s} \cdot G(s)$ (siehe Ü.7). Somit lässt sich der stationäre Endwert berechnen

$$\begin{aligned} y_\infty &= \lim_{s \to 0} s \cdot H(s) \\ &= \lim_{s \to 0} G(s) \\ &= \frac{48K}{-2 + 24K} \\ &= 12 \text{ (laut A.S.)} \,. \end{aligned}$$

Damit folgt

$$\begin{aligned} 48K &= -24 + 288K \\ \Leftrightarrow K &= \frac{1}{10} \,. \end{aligned}$$

Zwar gilt der Endwertsatz nur für stabile Systeme, jedoch kann bei der Existenz eines stationären Endwertes von der Stabiliät des Systems ausgegangen werden. Das Ergebniss kann allerdings trotzdem auf Plausibilität geprüft werden. Dies kann durch Einsetzen des erhaltenen Wertes für K in das vorher berechnete Intervall für mögliche Werte von K_R erfolgen. Das resultiert in

$$10 < K_R < 132.5\,.$$

Der für K_R verwendete Wert liegt in diesem Intervall, somit ist der Grenzwertsatz anwendbar und das Ergebnis plausibel.

f) Reglerentwurf nach Ziegler-Nichols

- empirische Einstellregeln, basierend auf einem Schwingversuch
- Regelkreis wird mit einem P-Regler geschlossen und die Regelverstärkung so lange erhöht, bis die Stabilitätsgrenze erreicht ist
- Dafür notwendige Regelverstärkung wird mit K_{krit} bezeichnet, die Periodendauer der an der Stabilitätsgrenze auftretenden Dauerschwingung mit wird T_{krit} bezeichnet
- Mit Hilfe dieser beiden Kennwerte lassen sich dann die Reglerparameter nach der in Abbildung 2 dargestellten Tabelle bestimmen

Reglertypen	Regelparameter		
	K_R	T_N	T_V
P	$0.5 \cdot K_{krit}$	–	–
PI	$0.45 \cdot K_{krit}$	$0.85 \cdot T_{krit}$	–
PID	$0.6 \cdot K_{krit}$	$0.5 \cdot T_{krit}$	$0.12 \cdot T_{krit}$

Abbildung 2: Einstellregeln nach Ziegler-Nicols

Der Stabilitätsrand wurde in Aufgabe d) bereits rechnerisch ermittelt. Das K_{krit} ergibt sich also zu

$$K_{krit} = \frac{13,25}{K} = 132,5\,.$$

Das T_{krit} ergibt sich laut Aufgabenstellung zu $T_{krit} = 5$.

Für den P-Regler ergibt sich ach der oben dargestellten Tabelle für dessen die Übertragungsfunktion

$$G_{R,P}(s) = 0,5 \cdot K_{krit} = 66,25\,.$$

Für den PI-Regler mit der Übertragungsfunktion

$$G_{R,PI}(s) = K_R \cdot \left(1 + \frac{1}{s \cdot T_N}\right)$$

muss Reglerverstärkung K_R zusätzlich noch die Zeitkonstante T_N (auch Nachstellzeit genannt, in vorherigen Übungen als T_I bezeichnet) des Integrators bestimmt werden. Aus der

Tabelle ergibt sich

$$K_R = 0,45 \cdot K_{krit} = 59,625$$
$$T_N = 0,85 \cdot T_{krit} = 4,25\,.$$

Die Übertragungsfunktion des PI-Reglers ergibt sich also zu

$$G_{R,PI}(s) = 59,625 \cdot \left(1 + \frac{1}{4,25 \cdot s}\right)$$

Schlussendlich ergibt sich für den PID-Regler mit der Übertragungsfunktion

$$G_{R,PID}(s) = K_R \cdot \left(1 + \frac{1}{T_N \cdot s} + T_V \cdot s\right)$$

und dem zusätzlichen Parameter T_V (auch Vorhaltezeit genannt, in vorherigen Übungen als T_D bezeichnet) nach der Tabelle

$$K_R = 0,6 \cdot K_{krit} = 79,5$$
$$T_N = 0,5 \cdot T_{krit} = 2,5$$
$$T_V = 0,12 \cdot T_{krit} = 0,6\,.$$

Die Übertragungsfunktion ergibt sich damit zu

$$G_{R,PID}(s) = 79,5 \cdot \left(1 + \frac{1}{2,5 \cdot s} + 0,6 \cdot s\right)\,.$$

Aufgabe 3. Polkompensation
Gegeben ist das System

$$G(s) = \frac{4}{(s+2)(s+7)(s+8)} \,.$$

Das System $G(s)$ soll im Folgenden mit einem PI-Regler

$$G_R(s) = K_R \left(1 + \frac{1}{T_I}\right)$$

in einem Standardregelkreis geregelt werden.

Aufgaben

a) Bestimmen Sie die Nachstellzeit T_I des Reglers so, dass die Polstelle bei $s = -8$ der Regelstrecke kompensiert wird.

b) Bestimmen Sie den Bereich für K_R für den der geschlossene Regelkreis stabil ist.

c) Wie wirken sich die Polkompensation und die Wahl der Reglerverstärkung K_R auf die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises aus?

Lösung Aufgabe 3.

a) Zunächst wird die Reglerübertragungsfunktion passend umgeformt

$$\begin{aligned} G_R(s) &= K_R \left(1 + \frac{1}{T_I s}\right) \\ &= K_R \left(\frac{T_I s + 1}{T_I s}\right) \\ &= K_R \left(\frac{s + \frac{1}{T_I}}{s}\right) \,. \end{aligned}$$

Jetzt kann die Nachstellstellzeit T_I des Integrators so gewählt werden, dass sich die Polstelle $s = -2$ im offenen Regelkreis (Standardregelkreis) raus kürzt. Aus diesem Grund wird die Nachstellzeit zu $T_I = \frac{1}{8} = 0,125$ gewählt, womit sich für den offenen Regelkreis ergibt

$$\begin{aligned} G_0(s) &= \underbrace{\frac{4}{(s+2)(s+7)(s+8)}}_{G_S(s)} \cdot \underbrace{\frac{K_R\left(s + \frac{1}{0{,}125}\right)}{s}}_{G_R(s)} \\ &= \frac{4K_R(s+8)}{s(s+2)(s+7)(s+8)} \\ &= \frac{4K_R}{s(s+2)(s+7)} \,. \end{aligned}$$

b) Es wird ein Standardregelkreis betrachtet, daher gilt für die Gesamtübertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{G_0(s)}{1 + G_0(s)} \,.$$

Der Nenner der Übertragungsfunktion ergibt sich zu

$$1 + G_0(s) = \frac{s(s+2)(s+7) + 4K_R}{s(s+2)(s+7)} \, .$$

Damit ergibt sich als Gesamtübertragungsfunktion

$$\begin{aligned} G(s) &= \frac{4K_R}{s(s+2)(s+7) + 4K_R} \\ &= \frac{4K_R}{s^3 + 9s^2 + 14s^2 + 4K_R} \end{aligned}$$

Für die Stabilitätsbetrachtung wird das Hurwitz-Kriterium verwendet. Die notwendige Bedingung ($a_i > 0$) ergibt

$$\begin{aligned} a_3 &= 1 > 0 \\ a_2 &= 8 > 0 \\ a_1 &= 15 > 0 \\ a_0 &= 4K_R \end{aligned}$$

Daraus ergibt sich, dass für Stabilität $K_R > 0$ gelten muss. Weiterhin ergibt sich aus der hinreichenden Bedingung

$$\begin{aligned} H_1 &= a_2 = 9 \ > 0 \\ H_2 &= \begin{vmatrix} 9 & 4K_R \\ 1 & 14 \end{vmatrix} \\ &= 9 \cdot 14 - 1 \cdot 4K_R \\ &= 126 - 4K_R > 0 \, . \end{aligned}$$

Damit ergibt sich, dass zusätzlich $K_R < 31,5$ gelten muss. Somit folgt, dass der Reglerparameter K_R im Intervall

$$0 \ < \ K_R \ < 31,5$$

liegen muss, damit der geschlossene Regelkreis stabil ist.

c) Der stationäre Endwert der Sprungantwort ergibt sich zu

$$\begin{aligned} h_\infty &= \lim_{s \to 0} s \cdot G(s) \frac{1}{s} \\ &= \lim_{s \to 0} \frac{4K_R}{s^3 + 9s^2 + 14s^2 + 4K_R} \\ &= 1 \, . \end{aligned}$$

Der geschlossener Regelkreis ist durch das zusätzlich eingebrachte freie I-Glied im offenen Regelkreis in jedem Fall stationär genau, unabhängig von der Reglerverstärkung. Durch Vergrößerung der Reglerverstärkung K_R wird die Anregelzeit bzw. Ansprechzeit des Regelkreises kleiner, jedoch steigt auch das Überschwingen (siehe Übungsfolien).