

9 Übung, 21.03.2022

9.1 Aufgabe. Betrachtet wird das Zustandsraumssystem

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad (1a)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \quad (1b)$$

mit den Werten für A , B , C und D , die in Aufgabe 6.2 berechnet wurden. Wir beschränken uns hier auf den Fall einer Linearisierung in der Ruhelage mit $q_{e1} = q_{e2} = 1/2$ und geeigneten h_i .

- (i) Betrachten Sie die Linearisierung mit nur einem Eingang, Δq_{e1} , und bestimmen Sie eine lineare Zustandsrückführung derart, daß das char. Polynom des geschlossenen Regelkreises die Nullstellen -1 , -2 und -3 besitzt.
- (ii) Betrachten Sie die Linearisierung mit nur einem Ausgang, Δh_3 , und bestimmen Sie einen Beobachter, der -5 als dreifachen Eigenwert besitzt.
- (iii) Verifizieren Sie numerisch mit Software Ihrer Wahl, daß der Beobachter aus (ii) die Zustände Δh_1 und Δh_2 der Linearisierung tatsächlich beobachtet. Wählen Sie dazu $\Delta u_1(t) = t/10$, $\Delta u_2(t) = 0$, $\Delta h(0) = (-0.1, 0.2, 0.1)$ und $\Delta \hat{h}(0) = (0, 0, 0)$. ($\Delta \hat{h}$ ist der Beobachterzustand.)

□

9.2 Aufgabe. Betrachtet werde ein auf einem Wagen drehbar befestigter Stab der Länge L ; siehe Abbildung. Der Stab ist masselos, trägt an seinem Ende eine Punktemasse m , und bewegt sich in einer Ebene unter Einfluß der Fallbeschleunigung g und der Beschleunigung u des Wagens. Die Beschleunigung u des Wagens wird dabei als Eingang betrachtet; die Reibung im Gelenk des Stabes ist viskos mit Reibungskoeffizient ρ . Für die Parameter nehmen wir $L > 0$, $m > 0$, $g > 0$ und $\rho \geq 0$ an.

(i) Modellieren Sie die Bewegung des Stabes in Zustandsform

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, u), \\ y &= g(x, u)\end{aligned}$$

mit dem Zustand $x = (\varphi, \dot{\varphi})$, dem Ausgang φ und dem Eingang u .

(ii) Bestimmen Sie alle Ruhelagen (x, u) .

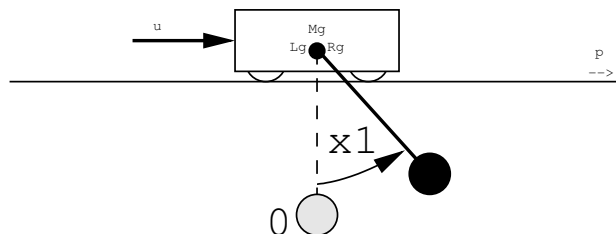
(iii) Linearisieren Sie das System in den Ruhelagen. Berechnen Sie also die Matrizen

$$A := D_1 f(x, u), B := D_2 f(x, u), C := D_1 g(x, u), D := D_2 g(x, u)$$

für alle in (ii) bestimmten Ruhelagen (x, u) .

(iv) Ermitteln Sie für jede der Ruhelagen, für welche Parameterwerte die entsprechende Linearisierung asymptotisch stabil ist, und für welche Parameterwerte die entsprechende Linearisierung BIBO-stabil ist.

(v) Diese Teilaufgabe ist nur für den Fall $\rho > 0$ zu lösen: Beschreiben Sie in Worten, wie sich der Stabwinkel verhält, wenn das System sich zunächst in der Ruhelage " $\varphi = 0$, $\dot{\varphi} = 0$, $u = 0$ " befindet und dann der Wagen von einem Zeitpunkt an konstant beschleunigt wird, also etwa $u(t) = 1$ für alle $t \geq 0$. Gleiche Aufgabe für den Fall, daß sich der Wagen von einem Zeitpunkt an mit konstanter Geschwindigkeit bewegt.



□