Regelungstechnik

3. Übung

Victor Cheidde Chaim

07. Februar 2022

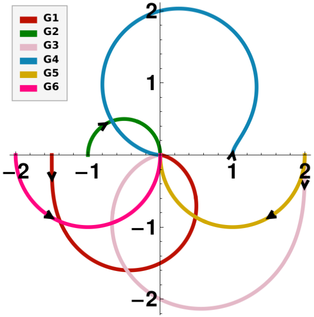
Universität der Bundeswehr München, LRT-15 Institut für Steuer- und Regelungstechnik

Aufgabe 2.3

2.3 Aufgabe. Gegeben sind einige Ortskurven von PT1- und PT2-Systemen, d.h.,

$$G(s) = \frac{K}{1 + s/\omega_0} \quad \text{bzw.} \quad G(s) = \frac{K}{1 + 2ds/\omega_0 + (s/\omega_0)^2},$$

jeweils für nichtnegative Frequenzen. Dabei sind K, ω_0 und d Parameter ($K \neq 0$, $\omega_0 \neq 0$, $d \geq 0$).
Identifizieren Sie die PT1- und die PT2-Systeme und bestimmen Sie jeweils die Parameter K und d sowie das Vorzeichen von ω_0. (Hinweis: K zuerst bestimmen.)



1. Unterscheidung PT1 und PT2 anhand der durchlaufenen Quadranten

2. Bestimmung von K anhand des Anfangspunktes der Ortskurve.

3. Bestimmung von d und sign(ω_0) für die PT2 Glieder: Nutzung des Durchtrittspunktes durch die imaginäre Achse:

$$G(j\omega) = \frac{K}{1 + 2dj\omega/\omega_0 - \omega^2/\omega_0^2}$$

DP: $\mathrm{Re}(G(j\omega)) = 0 \iff \mathrm{Re}(1 + 2dj\omega/\omega_0 - (\omega/\omega_0)^2) = 0$

$\iff 1 = (\omega/\omega_0)^2 \iff \omega = |\omega_0|$.

Aufgabe 2.3

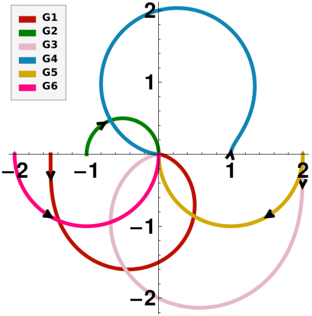
$G(j|\omega_0|) = \frac{K}{\cancel{1+}\,2dj\frac{\omega_0}{|\omega|}} = -j\frac{K}{d}\frac{\omega_0}{|\omega_0|}$, Im Durchtrittspunkt:

$G_{PT_2}(j|\omega_0|) = j\frac{K}{2d}(-\text{sign}(\omega_0))$

2.3 Aufgabe. Gegeben sind einige Ortskurven von PT1- und PT2-Systemen, d.h.,

$$G(s) = \frac{K}{1 + s/\omega_0} \quad \text{bzw.} \quad G(s) = \frac{K}{1 + 2ds/\omega_0 + (s/\omega_0)^2},$$

jeweils für nichtnegative Frequenzen. Dabei sind K, ω_0 und d Parameter ($K \neq 0$, $\omega_0 \neq 0$, $d \geq 0$).
Identifizieren Sie die PT1- und die PT2-Systeme und bestimmen Sie jeweils die Parameter K und d sowie das Vorzeichen von ω_0. (Hinweis: K zuerst bestimmen.)



$G_1: G_1(j|\omega_0|) = -\frac{3}{2}j \overset{!}{=} j\frac{(-3/2)}{2d}(-\text{sign}(\omega_0))$

$\Rightarrow \omega_0 < 0$, $d = 1/2$

$G_3: G_3(j|\omega_0|) = -2j \overset{!}{=} j\frac{2}{2d}(-\text{sign}(\omega_0))$

$\Rightarrow \omega_0 > 0$, $d = 1/2$

$G_4: G_4(j|\omega_0|) = 2j \overset{!}{=} j\frac{1}{2d}(-\text{sign}(\omega_0))$

$\Rightarrow \omega_0 < 0$, $d = 1/4$

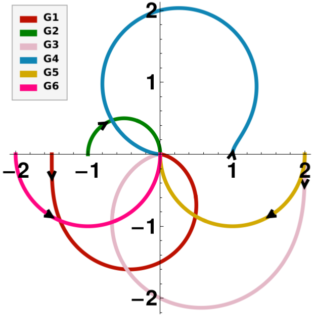
4. Bestimmung $\mathrm{sign}(\omega_0)$ für die PT1 Glieder:

$\mathrm{sign}(\mathrm{Im}(G(j\omega)))$ nutzen!

2.3 Aufgabe. Gegeben sind einige Ortskurven von PT1- und PT2-Systemen, d.h.,

$$G(s) = \frac{K}{1 + s/\omega_0} \quad \text{bzw.} \quad G(s) = \frac{K}{1 + 2ds/\omega_0 + (s/\omega_0)^2},$$

jeweils für nichtnegative Frequenzen. Dabei sind K, ω_0 und d Parameter ($K \neq 0$, $\omega_0 \neq 0$, $d \geq 0$).
Identifizieren Sie die PT1- und die PT2-Systeme und bestimmen Sie jeweils die Parameter K und d sowie das Vorzeichen von ω_0. (Hinweis: K zuerst bestimmen.)



$$G(j\omega) = \frac{k(1 - j\omega/\omega_0)}{(1 + j\omega/\omega_0)(1 - j\omega/\omega_0)} = \frac{k(1 - j\omega/\omega_0)}{1 + (\omega/\omega_0)^2}$$

$\omega > 0$

$$\mathrm{sign}(\mathrm{Im}(G(j\omega))) = -\,\mathrm{sign}\left(k \frac{\omega}{\omega_0}\right) = -\,\mathrm{sign}(k\omega_0)$$

	PT1			PT2		
	G2	G5	G6	G1	G3	G4
k	-1	2	-2	-3/2	2	1
d	~~–~~	~~–~~	~~–~~	1/2	1/2	1/4
ω_0	+	+	−	−	+	−

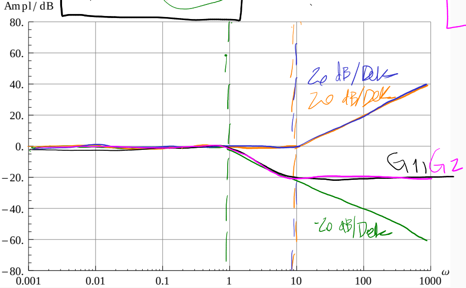
Phasenminimumsysteme

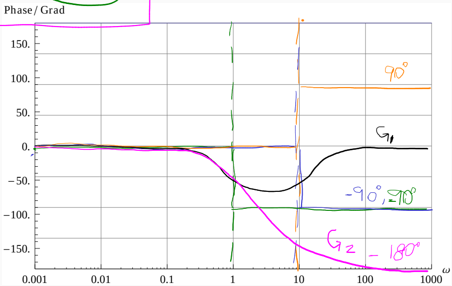
Definition 2.1: = PMS

Phasenminimumsysteme sind Systeme **ohne** Totzeit, deren rationale Übertragungsfunktionen $G(s)$ nur Pole und Nullstellen in der **linken** s-Halbebene haben.

$G_1 = \dfrac{1 + s/10}{1 + s}$ ⇒ PMS ✓

$G_2 = \dfrac{1 - s/10}{1 + s}$ ⇒ nicht PMS ✗

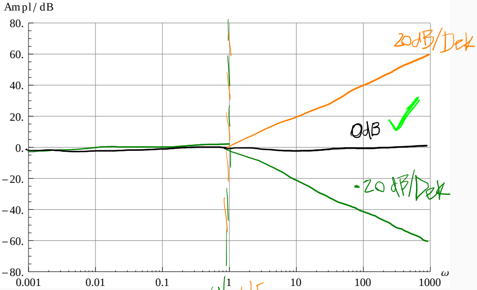




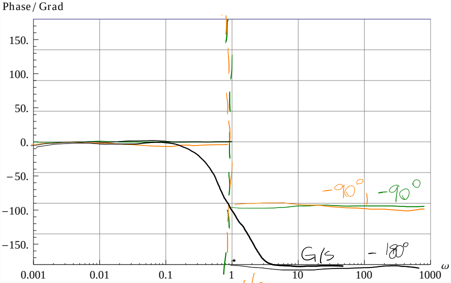
Definition 2.2 $\hat{=}$ ALL

Allpaßsysteme sind Systeme, die für alle Frequenzen den **konstanten** Amplitudengang $|G(j\omega)| = 1$ haben. □

$$\bullet\; G(s) = \frac{1-s}{1+s} \;\rightarrow\; |G(j\omega)| = 1 \;(= 20\log 1 = 0\,\mathrm{dB})$$



ωE, ωE



ωE, ωE

Aufgabe 2.4

Zerlegen Sie die folgenden Übertragungsfunktion jeweils in ein Allpaßsystem und ein Phasenminimumsystem:

$$(i) \quad G(s) = \frac{2(s-1)}{s+1}$$

$$(ii) \quad G(s) = \frac{(s+1)}{s+2}$$

$$(iii) \quad G(s) = \frac{(s-2)(s+1)(s+(1-i))(s+(1+i))}{(s-(3+i))(s-(3-i)(s+4)}$$

$$(iv) \quad G(s) = \frac{(s-1)(s^2+1)(s^2+17s+5)}{(s+1)(s^2-5s+17)}$$

Aufgabe 2.4

Zerlegen Sie die folgenden Übertragungsfunktion jeweils in ein Allpaßsystem und ein Phasenminimumsystem:

$$(i) \quad G(s) = \frac{2(s-1)}{s+1}$$

$\Rightarrow G_{PMS} = 2$, alle Nullstelle (Nst) und Pole haben nichtpositiven Realteil

$\Rightarrow G_{ALL} = \frac{s-1}{s+1} \Rightarrow |G_{ALL}(j\omega)| = 1$

$\Rightarrow G(s) = G_{PMS} \cdot G_{ALL}$

Aufgabe 2.4

Zerlegen Sie die folgenden Übertragungsfunktion jeweils in ein Allpaßsystem und ein Phasenminimumsystem:

$$(ii) \quad G(s) = \frac{(s+1)}{s+2}$$

$\Rightarrow G_{ALL}(s) = 1 \Rightarrow |G_{ALL}(j\omega)| = 1$ ✓

$\Rightarrow G_{PMS}(s) = \frac{(s+1)}{s+2} \Rightarrow$ Nst und Pole haben nichtpositiven Realteil ✓

$\Rightarrow G(s) = G_{ALL}(s) \cdot G_{PMS}(s)$ ✓

Zerlegen Sie die folgenden Übertragungsfunktion jeweils in ein Allpaßsystem und ein Phasenminimumsystem:

$$(iii) \quad G(s) = \frac{(s-2)(s+1)(s+(1-i))(s+(1+i))}{(s-(3+i))(s-(3-i))(s+4)}$$

— Nst und Pole Realteil > 0

— Nst und Pole Realteil < 0

$$\Rightarrow G_{ALL}(s) = \frac{(s-2)}{(s+2)} \cdot \frac{(s+(3+i))(s+(3-i))}{(s-(3+i))(s-(3-i))}$$

— Erforderlich für die Bedingung: $|G_{ALL}(j\omega)| = 1$

$$G_{ALL}(s) \Rightarrow |G_{ALL}(j\omega)| = 1 \checkmark$$

$$\Rightarrow G_{PMS}(s) = \frac{(s+2)(s+1)(s+(1-i))(s+(1+i))}{(s+4)(s+(3+i))(s+(3-i))}$$

— Erforderlich für die Bedingung $G(s) = G_{ALL} \cdot G_{PMS}$

$G_{PMS}(s) \Rightarrow$ Nst und Pole haben nichtpositiven Realteil $\checkmark$

$\Rightarrow G(s) = G_{ALL} \cdot G_{PMS} \checkmark$

Aufgabe 2.4

Zerlegen Sie die folgenden Übertragungsfunktion jeweils in ein Allpaßsystem und ein Phasenminimumsystem:

- Nst und Pole Realteil > 0

- Nst und Pole haben nichtpositiven Realteil

- $|G_{ALL}(j\omega)| = 1$

- $G(s) = G_{All} \cdot G_{PMS}$

$$(iv) \quad G(s) = \frac{(s-1)(s^2+1)(s^2+17s+5)}{(s+1)(s^2-5s+17)}$$

$$G_{All}(s) = \frac{(s-1)}{(s+1)} \cdot \frac{(s^2+5s+17)}{(s^2-5s+17)} \checkmark$$

$$\Rightarrow G_{PMS}(s) = \frac{(s^2+1)(s^2+17s+5)}{\cancel{(s+1)}} \cdot \frac{\cancel{(s+1)}}{(s^2+5s+17)}$$

$$G_{PMS}(s) = \frac{(s^2+1)(s^2+17s+5)}{(s^2+5s+17)} \checkmark$$

$$\Rightarrow G(s) = G_{PMS}(s) \cdot G_{ALL}(s) \checkmark$$

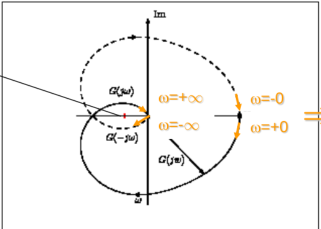
Definition: Kritischer Punkt P_{krit}

Der Punkt $P_{krit} = (-1, j\cdot 0)$ im Nyquist-Diagramm wird als **kritischer Punkt** bezeichnet.

Satz 2.3 : Vereinfachtes Nyquistkriterium

Für die Stabilität des geschlossenen Regelkreises ist bei **stabilem** $G_0(s)$ notwendig und hinreichend, daß die Ortskurve $G_0(j\omega)$ bei Änderung der Frequenz ω von $-\infty$ bis $+\infty$ den kritischen Punkt $(-1; j0)$ weder umschließt noch durchdringt. □

kritischer Punkt (-1,j0)



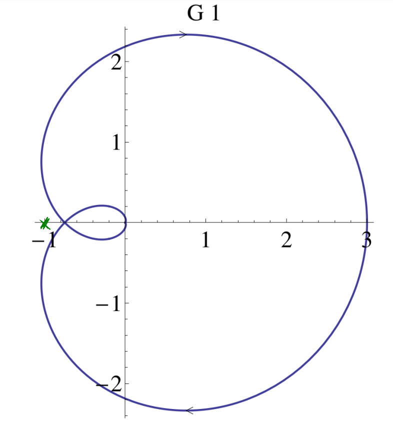
Nyquist-Ortskurve eines Systems mit Ausgleich.

⇒ **Regelkreis ist instabil**

Prof. Dr.-Ing. Ferdinand Svaricek Regelungstechnik

Aufgabe 3.1

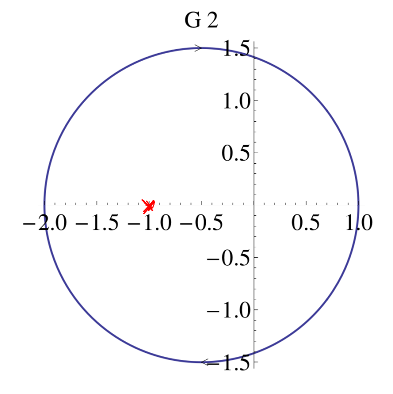
In den graphischen Darstellungen sind Ortskurven stabiler Übertragungsfunktionen von offenen Regelkreisen gegeben. Stellen Sie fest, welche der entsprechenden geschlossenen Regelkreise stabil sind.



Stabil

Aufgabe 3.1

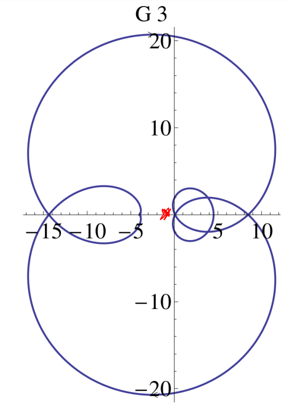
In den graphischen Darstellungen sind Ortskurven stabiler Übertragungsfunktionen von offenen Regelkreisen gegeben. Stellen Sie fest, welche der entsprechenden geschlossenen Regelkreise stabil sind.



instabil

Aufgabe 3.1

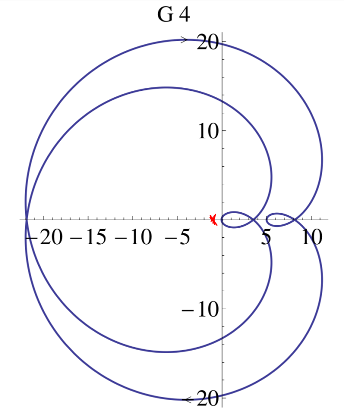
In den graphischen Darstellungen sind Ortskurven stabiler Übertragungsfunktionen von offenen Regelkreisen gegeben. Stellen Sie fest, welche der entsprechenden geschlossenen Regelkreise stabil sind.



instabil

Aufgabe 3.1

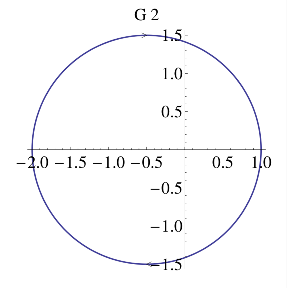
In den graphischen Darstellungen sind Ortskurven stabiler Übertragungsfunktionen von offenen Regelkreisen gegeben. Stellen Sie fest, welche der entsprechenden geschlossenen Regelkreise stabil sind.



instabil

Aufgabe 3.2

Die Übertragungsfunktion G_2 aus Aufgabe 3.1 sei nun die einer stabilen Strecke. Für welche Reglerverstärkungen ist der geschlossene Kreis stabil?

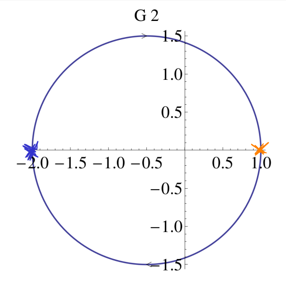


- $G_0 = K \cdot G_2$, stabil, da G_2 stabil
- Vereinfachtes Nyquist-Kriterium:

geschl. Kreis stabil $\Leftrightarrow$ Ortskurve von G_0 geht nicht durch -1 und umschließt -1 nicht. $\Leftrightarrow$ Ortskurve $G_2 = G_0/K$ geht durch $-1/K$ und umschließt $-1/K$ nicht.

Aufgabe 3.2

Die Übertragungsfunktion G_2 aus Aufgabe 3.1 sei nun die einer stabilen Strecke. Für welche Reglerverstärkungen ist der geschlossene Kreis stabil?



a) $K = 0$: Sonderfall, immer stabil

b) $-1/K < -2 \Rightarrow K > 0,\ -1 < -2K$

$\Downarrow$

$K < 1/2$

$\Rightarrow \boxed{0 < K < 1/2}$

c) $-1/K > 1 \Rightarrow K < 0,\ -1 < K$

$\Rightarrow \boxed{-1 < K < 0}$

Zusammenfassung: Der geschlossene Kreis ist genau dann stabil, wenn $-1 < K < 1/2$ gilt.