

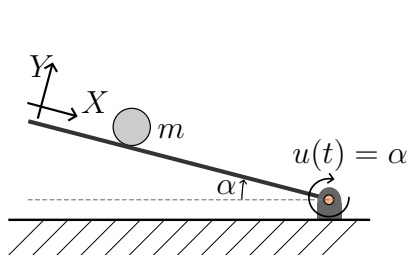
---

Regelungstechnik, WT 2024

## Übung - Experiment, 18.03.2024

Betrachten Sie eine Kugel, die auf einer geneigten Ebene rollt, wie in der Abbildung dargestellt. Die Masse der Kugel ist  $m$  und ihr Radius ist  $R$ . Die Reibung zwischen der Kugel und der Ebene ist gegeben durch  $F_r = m \cdot g \cdot \mu \cdot \cos(\alpha)$ , wobei  $g$  die Schwere und  $\mu$  der Reibungskoeffizient ist.

**Annahmen:** Das Trägheitsmoment der Kugel:  $I_m = \frac{2}{5} \cdot m \cdot R^2$ .



- (i) Modellieren Sie das Kugel-System auf der geneigten Ebene in Zustandsform, mit  $x = (p, v)$ ,  $u = \alpha$  und  $y = p$ , wobei  $p$  und  $v$  die Position bzw. die Geschwindigkeit in  $X$ -Richtung und  $\alpha$  der Winkel der Ebene sind.

$$\dot{x} = f(x, u),$$

$$y = g(x, u).$$

- (ii) Geben Sie Bedingungen an  $x$  und  $u$  an, die Ruhelagen charakterisieren.  
(iii) Linearisieren Sie das Zustandssystem in den Ruhelagen. Berechnen Sie also die Matrizen

$$A := D_1 f(x, u), B := D_2 f(x, u), C := D_1 g(x, u), D := D_2 g(x, u)$$

für Ruhelagen  $(x, u)$ .

- (iv) Ist das linearisierte Zustandsraumsystem steuerbar?  
(v) Ist das linearisierte Zustandsraumsystem beobachtbar?  
(vi) Betrachten Sie das linearisierte Zustandsraumsystem und nehmen Sie  $\Delta u = -[k_p \quad k_v] \cdot \Delta e_x$  an, wobei  $e_x = \Delta x - [z(t) \quad 0]^T$  und  $z(t)$  der Sollwert der Position ist. Berechnen Sie die Matrizen des Zustandssystems des mit diesem Regler geschlossenen Kreises unter dieser Annahme, wobei  $k_p, k_v \in \mathbb{R}_+$ .  
(vii) Diese Teilaufgaben: Lösen Sie nur das unter Punkt (vi) berechnete Zustandsraumsystem! Berechnen Sie  $k_p$  und  $k_v$  so, dass beide Pole gleich  $-\frac{5}{4} \cdot \pi$  sind.  
(viii) Diese Teilaufgaben: Lösen Sie nur das unter Punkt (iii) berechnete Zustandsraumsystem! Berechnen Sie  $L_1$  und  $L_2$  so, dass die Beobachtungsmatrix  $(A - [L_1 \quad L_2]^T \cdot C)$  die Eigenwerte gleich  $-20$  hat.