

# Regelungstechnik

## 5. Übung

---

Victor Cheidde Chaim

Universität der Bundeswehr München, LRT-15 Institut für Steuer- und Regelungstechnik

# Aufgabe 4.1

Zerlegen Sie die folgenden Übertragungsfunktion jeweils in einen Allpaß und ein Phasenminimumsystem: *↳ Pole und NS mit Wurzeln  $\leq 0$  Realteil*

*↪  $\|G(j\omega)\| = 0 \text{ dB}$*

1.  $G(s) = \frac{2(s-1)}{s+1}$

2.  $G(s) = \frac{s+1}{s+2}$

3.  $G(s) = \frac{(s-2)(s+1)(s+(1-i))(s+(1+i))}{(s-(3+i))(s-(3-i))(s+4)}$

4.  $G(s) = \frac{(s-1)(s^2+1)(s^2+17s+5)}{(s+1)(s^2-5s+17)}$

# Aufgabe 4.1

$$1. G(s) = \frac{2(s-1)}{s+1}$$

$$\text{PMS: } Z = G_{\text{PMS}}$$

$$\text{All: } \frac{(s-1)}{(s+1)} = G_{\text{All}}$$

$$G(s) = G_{\text{All}} \cdot G_{\text{PMS}}$$

$$\begin{aligned} \|G_{\text{All}}(j\omega)\| &= \left\| \frac{j\omega - 1}{j\omega + 1} \right\| = \left\| \frac{(-1 + j\omega)(1 - j\omega)}{(j\omega + 1)(1 - j\omega)} \right\| = \left\| \frac{-1 + j\omega + j\omega - j^2\omega^2}{1 - j^2\omega^2} \right\| \\ &= \left\| \frac{-\omega^2 + 2j\omega - 1}{1 + \omega^2} \right\| = \frac{1}{1 + \omega^2} \left\| \underbrace{(-1 - \omega^2)}_{\text{real}} + \underbrace{2j\omega}_{\text{imaginär}} \right\| = \frac{1}{1 + \omega^2} \sqrt{(-1 - \omega^2)^2 + (2\omega)^2} \\ &= \frac{1}{1 + \omega^2} \sqrt{1 + \omega^4 - 2\omega^2 + 4\omega^2} = \frac{1}{1 + \omega^2} \sqrt{1 + \omega^4 + 2\omega^2} \\ &= \frac{1}{1 + \omega^2} \sqrt{(1 + \omega^2)^2} = \frac{1 + \omega^2}{1 + \omega^2} = 1 \quad (20 \log 1 = 0 \text{ dB}) \end{aligned}$$

# Aufgabe 4.1

$$2. G(s) = \frac{s+1}{s+2} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{Zähler (Z): } s+1 \rightarrow n = -1 \\ \text{Nenner (N): } s+2 \rightarrow p = -2 \end{array}$$

Handwritten notes: The numerator  $s+1$  is circled in green and labeled "Z". The denominator  $s+2$  is circled in red and labeled "N". An arrow points from the denominator to the text  $s+1 \rightarrow n = -1$ . The text  $s+2 \rightarrow p = -2$  is written below the denominator.

$$G(s) = G_Z \cdot G_N$$

# Aufgabe 4.1

$$3. G(s) = \frac{\underbrace{(s-2)}_{AU} \cdot \underbrace{(s+1)(s+(1-i))(s+(1+i))}_{PMS}}{\underbrace{(s-(3+i))(s-(3-i))}_{AU} \cdot \underbrace{(s+4)}_{PMS}}$$

$$G_{AU}(s) = \frac{(s-2)}{(s+2)} \cdot \frac{(s+(3+i))(s+(3-i))}{(s-(3+i))(s-(3-i))} \rightarrow \|G_{AU}(j\omega)\| = 0 \text{ dB}$$

$$G_{PMS}(s) = \frac{(s+1)(s+(1-i))(s+(1+i))}{(s+4)} \cdot \frac{(s+2)}{(s+(3+i))(s+(3-i))} \quad \checkmark \quad \begin{array}{l} \text{Re(Wurzeln)} \\ \text{nicht} \\ \text{positiv} \end{array}$$

$$G(s) = G_{AU} \cdot G_{PMS} = \underbrace{\frac{(s-2)}{(s+2)} \cdot \frac{(s+(3+i))(s+(3-i))}{(s-(3+i))(s-(3-i))}}_{G_{AU}} \cdot \underbrace{\frac{(s+1)(s+(1-i))(s+(1+i))(s+2)}{(s+4)(s+(3+i))(s+(3-i))}}_{G_{PMS}}$$

# Aufgabe 4.1

$$4. G(s) = \frac{(s-1)(s^2+1)(s^2+17s+5)}{(s+1)(s^2-5s+17)}$$

$\text{Re} = 0$  (for  $s^2+1$ )  
 PMS (for  $s^2+1$  and  $s^2+17s+5$ )  
 All (for  $s^2-5s+17$ )

$s^2+17s+5 \rightarrow \Delta = 17^2 - 20$   
 $n_{1,2} = \frac{-17 \pm \sqrt{17^2 - 20}}{2 \cdot 1} < 0$  (Real)

$s^2-5s+17$   
 $p_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 17}}{2 \cdot 1} > 0$  (Real)

$$G_{\text{All}} = \frac{(s-1)}{(s+1)} \cdot \frac{(s^2+5s+17)}{(s^2-5s+17)}$$

$$G_{\text{PMS}} = \frac{(s^2+1)(s^2+17s+5)}{(s^2+5s+17)}$$

$$G(s) = G_{\text{All}} \cdot G_{\text{PMS}} //$$

# Aufgabe 4.2

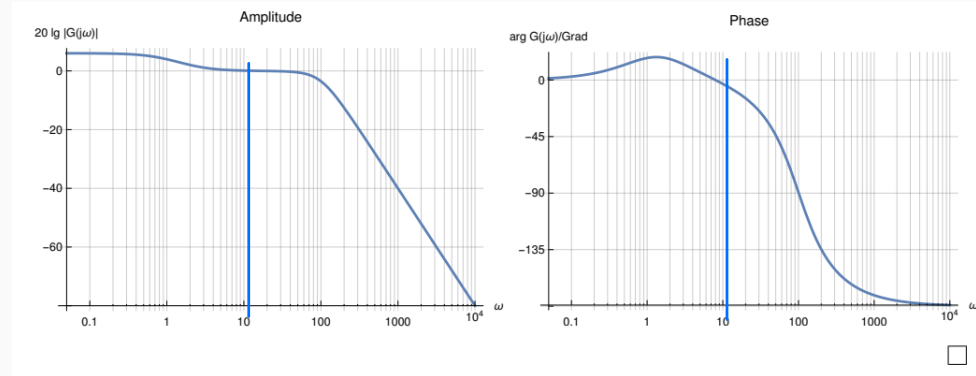
**4.2 Aufgabe.** Stellen Sie fest, zu welcher der angegebenen Übertragungsfunktionen das dargestellte Bode-Diagramm gehört. Geben Sie dazu für 5 der 6 Fälle jeweils ein Merkmal der Übertragungsfunktion und ein Merkmal des Bode-Diagramms an, die nicht miteinander verträglich sind.

$\times G_1(s) = -\frac{\frac{s}{10} + 1}{(s-1)(\frac{s^2}{10000} + \frac{3s}{200} + 1)}$ ,  $\times G_2(s) = -\frac{\frac{s}{10} - 1}{(s+1)(\frac{s^2}{10000} + \frac{3s}{200} + 1)}$

$N=10$

$\times G_3(s) = \frac{\frac{s}{10} - 1}{(s-1)(\frac{s^2}{10000} + \frac{3s}{200} + 1)}$ ,  $G_4(s) = \frac{s-2}{(s-1)(\frac{s^2}{10000} + \frac{3s}{200} + 1)}$

$\times G_5(s) = \frac{\frac{s}{10} - 1}{(s-1)(\frac{s^2}{10000} + \frac{2s}{25} + 1)}$ ,  $\times G_6(s) = \frac{\frac{s}{10} - 1}{(s-1)(\frac{s^2}{10000} + \frac{s}{200} + 1)}$



$\checkmark G_4(s) = \frac{z (\frac{s}{2} - 1)}{(s-1)(\dots)}$   $\rightarrow$  P-teil  $\neq 1$ , richtig!

$\times G_2(s)$  -p bei 10 reells nicht nach oben. Dasselbe für  $G_3, G_5, G_6$

$\times G_1(s) \rightarrow 0 \text{ dB}$  für  $\omega \rightarrow 0$ . Dasselbe für  $G_2, G_3, G_5, G_6$

# Aufgabe 4.2

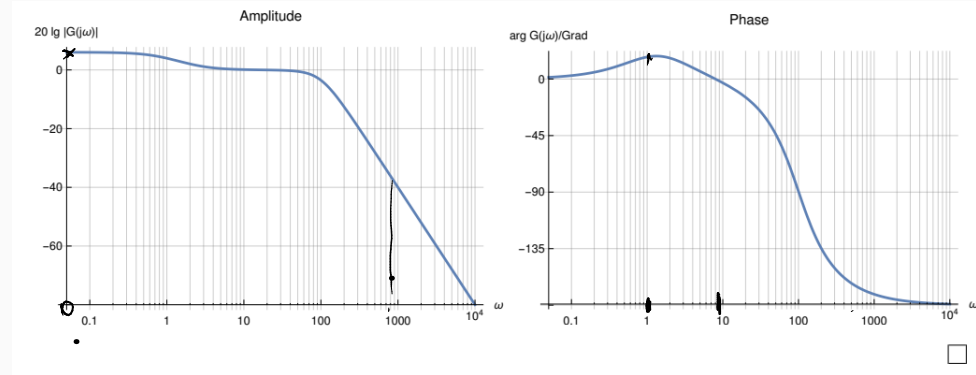
## alternative Merkmale:

**4.2 Aufgabe.** Stellen Sie fest, zu welcher der angegebenen Übertragungsfunktionen das dargestellte Bode-Diagramm gehört. Geben Sie dazu für 5 der 6 Fälle jeweils ein Merkmal der Übertragungsfunktion und ein Merkmal des Bode-Diagramms an, die nicht miteinander verträglich sind.

$$G_1(s) = -\frac{\frac{s}{10} + 1}{(s-1)\left(\frac{s^2}{10000} + \frac{3s}{200} + 1\right)}, \quad G_2(s) = -\frac{\frac{s}{10} - 1}{(s+1)\left(\frac{s^2}{10000} + \frac{3s}{200} + 1\right)},$$

$$G_3(s) = \frac{\frac{s}{10} - 1}{(s-1)\left(\frac{s^2}{10000} + \frac{3s}{200} + 1\right)}, \quad G_4(s) = \frac{s-2}{(s-1)\left(\frac{s^2}{10000} + \frac{3s}{200} + 1\right)},$$

$$G_5(s) = \frac{\frac{s}{10} - 1}{(s-1)\left(\frac{s^2}{10000} + \frac{2s}{25} + 1\right)}, \quad G_6(s) = \frac{\frac{s}{10} - 1}{(s-1)\left(\frac{s^2}{10000} + \frac{s}{200} + 1\right)}.$$



$G_1$ : NS -10 müsste Phase noch oben knicken.

$G_2$ : Pol -1 müsste Phase noch unten knicken.

$G_3$ : Gleichverstärkung müsste 0dB sein

$G_4$ : alles stimmt  $\rightarrow$  Die einzige ÜF, die:  $\lim_{\omega \rightarrow 0} |G(j\omega)| > 0dB$

$G_5$ : Gleichverstärkung müsste 0dB sein.

$G_6$ : Resonanzüberhöhung müsste auftreten.



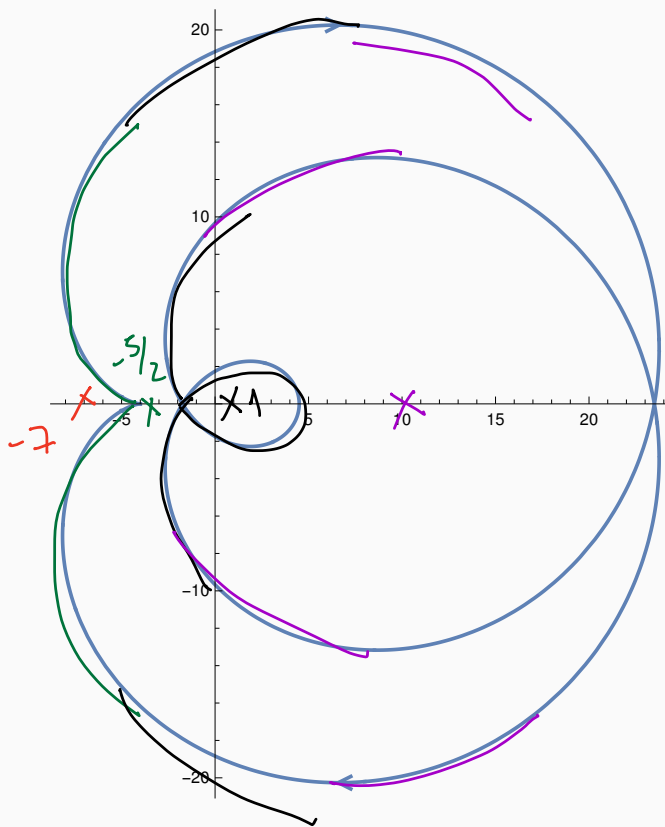
## Aufgabe 4.3

$$G(s) = \frac{2(64s^2 + 8s + 17)}{(s^2 + 2s + 2)^2} - 4$$

1. Geben Sie in jedem “Fenster” sowie im Außengebiet der Kurve jeweils einen Punkt auf der reellen Achse an, wenn es einen solchen Punkt gibt.
2. Bestimmen Sie, wie oft der Punkt umschlungen wird (Durchtritte durch die reelle Achse rechts vom Punkt, vor und zurück mit  $\pm 1$  bewertet, wie beim letzten Übungstermin).
3. Bestimmen Sie für jedes Fenster, das einen Punkt nach 1 enthält, näherungsweise das dazugehörige Intervall der Werte von  $k$ .
4. Berechnen Sie zur Probe für jeden markierten Punkt die Übertragungsfunktion des geschlossenen Kreises, bestimmen Sie die Anzahl der instabilen Pole, und vergleichen Sie (Rechner benutzen!).

# Aufgabe 4.3

1. Geben Sie in jedem "Fenster" sowie im Außengebiet der Kurve jeweils einen Punkt auf der reellen Achse an, wenn es einen solchen Punkt gibt.



Punkte

-7

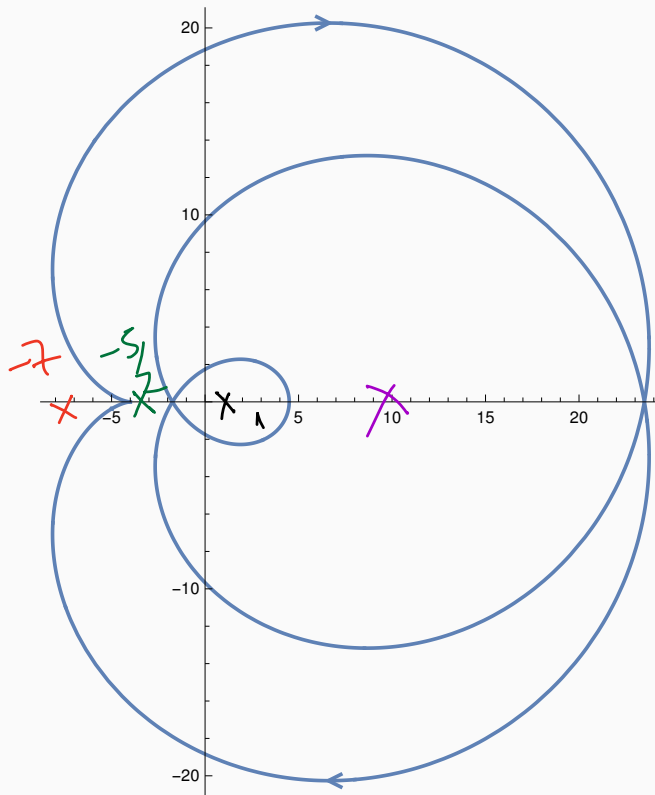
-5/2

1

10

# Aufgabe 4.3

2. Bestimmen Sie, wie oft der Punkt umschlungen wird.



Punkte

Anzahl der Umschlingungen

-7

0

$-5/2$

1

1

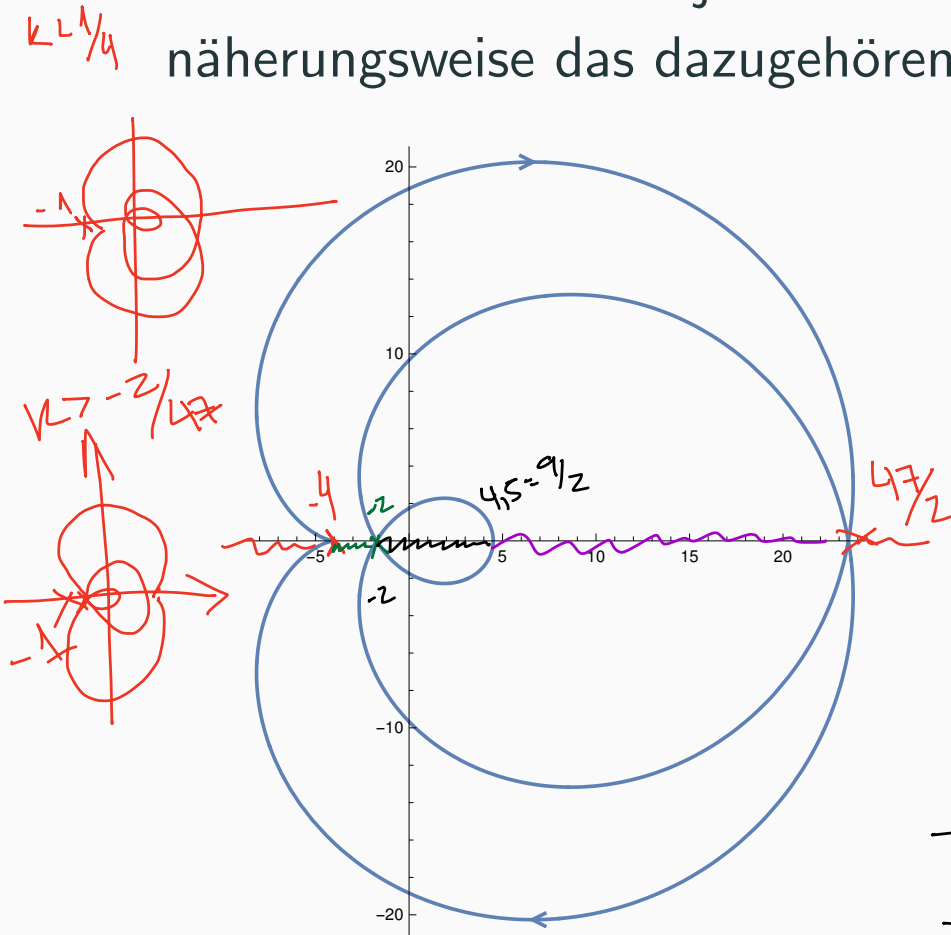
3

10

2

# Aufgabe 4.3

3. Bestimmen Sie für jedes Fenster, das einen Punkt nach 1 enthält, näherungsweise das dazugehörige Intervall der Werte von  $k$ .



$$-\frac{1}{k} < -4, \boxed{k > 0} \text{ und}$$

$$-\frac{1}{k} > \frac{47}{2}, \boxed{k < 0} \text{ und}$$

$$\frac{1}{k} > 4 \rightarrow \boxed{k < \frac{1}{4}}$$

$$\frac{1}{k} < -\frac{47}{2} \rightarrow \boxed{k > -\frac{2}{47}}$$

$$-4 < -\frac{1}{k} < -2 \rightarrow 4 > \frac{1}{k} > 2 \rightarrow \boxed{\frac{1}{4} < k < \frac{1}{2}}$$

$$-2 < -\frac{1}{k} < \frac{9}{2} \rightarrow -2 < -\frac{1}{k} \text{ oder } -\frac{1}{k} < \frac{9}{2}$$

$$-2 < -\frac{1}{k} \rightarrow 2 > \frac{1}{k} \rightarrow \boxed{k > \frac{1}{2}}$$

$$-\frac{1}{k} < \frac{9}{2} \rightarrow \frac{1}{k} > -\frac{9}{2} \rightarrow \boxed{k < -\frac{2}{9}}$$

$$\frac{9}{2} < -\frac{1}{k} < \frac{47}{2} \rightarrow -\frac{9}{2} > \frac{1}{k} > -\frac{47}{2}$$

$$\boxed{-\frac{2}{9} < k < -\frac{2}{47}}$$



# Aufgabe 4.3

4. Berechnen Sie zur Probe für jeden markierten Punkt die Übertragungsfunktion des geschlossenen Kreises, bestimmen Sie die Anzahl der instabilen Pole, und vergleichen Sie (Rechner benutzen!).

k	Pole
$\frac{1}{7}$	$\{-1.88 - 6.78 i, -1.88 + 6.78 i, -0.123 - 0.543 i, -0.123 + 0.543 i\}$
$\frac{2}{5}$	$\{-0.023 - 0.489 i, -0.023 + 0.489 i, -11.0, 7.06\}$
-1	$\{0.122 - 0.390 i, 0.122 + 0.390 i, -6.73, 2.49\}$
$-\frac{1}{10}$	$\{0.390 - 1.202 i, 0.390 + 1.202 i, -4.56, -0.216\}$

Anzahl der Umschleppungen	Anzahl der positive Realpole
0	0
1	1
3	3
2	2