Regelungstechnik

3. Übung

Victor Cheidde Chaim

Universität der Bundeswehr München, LRT-15 Institut für Steuer- und Regelungstechnik

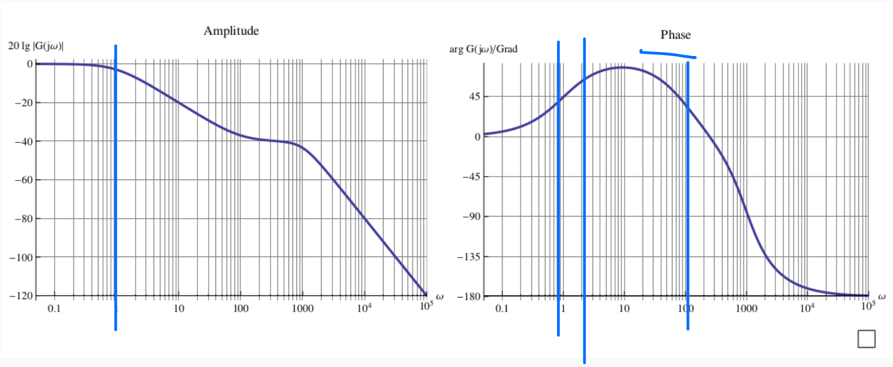
Aufgabe 2.2

2.2 Aufgabe (Klausuraufgabe HT 2013). Stellen Sie fest, zu welcher der angegebenen Übertragungsfunktionen das dargestellte Bode-Diagramm gehört. Geben Sie dazu für 5 der 6 Fälle jeweils ein Merkmal der Übertragungsfunktion und ein Merkmal des Bode-Diagramms an, die nicht miteinander verträglich sind.

$$G_1(s) = -\frac{\frac{s}{100} - 1}{(s+1)\left(\frac{s^2}{1000000} + \frac{3s}{2000} + 1\right)}, \quad G_2(s) = \frac{\frac{s}{100} - 1}{(s-1)\left(\frac{s^2}{1000000} + \frac{s}{2000} + 1\right)},$$

$$G_3(s) = -\frac{\frac{s}{100} + 1}{(s-1)\left(\frac{s^2}{1000000} + \frac{3s}{2000} + 1\right)}, \quad \boxed{G_4(s) = \frac{\frac{s}{100} - 1}{(s-1)\left(\frac{s^2}{1000000} + \frac{3s}{2000} + 1\right)}},$$

$$G_5(s) = \frac{s - 2}{(s-1)\left(\frac{s^2}{1000000} + \frac{3s}{2000} + 1\right)}, \quad G_6(s) = \frac{\frac{s}{100} + 1}{(s+1)\left(\frac{s^2}{1000000} + \frac{3s}{2000} + 1\right)}.$$



G_1: $(S+1)$ → Polstelle: -1, müsste Phase nach unten knicken.

G_2: $\frac{s^2}{1000000} + \frac{s}{2000} + 1$ | $\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{2D}{\omega_0} \cdot s + 1$ → $\omega_0 = 1000$, $\frac{2D}{\omega_0} = \frac{1}{2000}$ → $D = 0{,}25 < \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0{,}7$, Resonanz.
Ressonanzüberhöhung müsste auftreten.

G_3: $\omega_0 = 1000$, $\frac{2D}{\omega_0} = \frac{3}{2000}$ → $D = 0{,}75 < 1/\sqrt{2}$ Keine Resonanzüberhöhung.
$\frac{s}{100} + 1$ → Nullstelle: -100 → Phase müsste nach oben knicken

G_4: $\frac{s}{100} - 1$ → NS: 100 Alles stimmt!

G_5: NS: 2 $(s-2)$ → Die Phase müsste nach unten knicken.

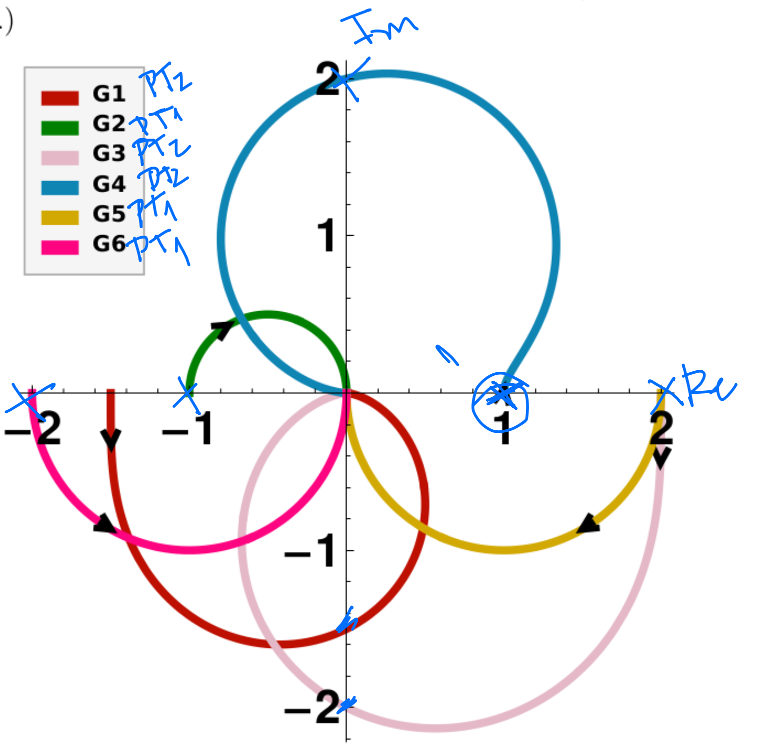
G_6: wie G_1, oder wie G_3

Aufgabe 2.3

2.3 Aufgabe. Gegeben sind einige Ortskurven von PT1- und PT2-Systemen, d.h.,

$$\rightarrow \overset{PT1}{G(s)} = \frac{K}{1 + s/\omega_0} \quad \text{bzw.} \quad \overset{\rightarrow PT2}{G(s)} = \frac{K}{1 + 2ds/\omega_0 + (s/\omega_0)^2},$$

jeweils für nichtnegative Frequenzen. Dabei sind K, ω_0 und d Parameter ($K \neq 0$, $\omega_0 \neq 0$, $d \geq 0$).
Identifizieren Sie die PT1- und die PT2-Systeme und bestimmen Sie jeweils die Parameter K und d sowie das Vorzeichen von ω_0. (Hinweis: K zuerst bestimmen.)



G1, G3, G4 → PT2
G2, G5, G6 → PT1

PT1: $\boxed{G_2 : \quad K = -1}$

$$G(j\omega) = \frac{K}{1 + j\omega/\omega_0}$$

$$\mathrm{Re}(G(j\omega)) = K$$

$$\boxed{\begin{array}{l} G_5 \rightarrow K = 2 \\ G_6 \rightarrow K = -2 \end{array}}$$

PT2:

$$G(j\omega) = \frac{K}{1 + \frac{2D}{\omega_0} \cdot j\omega + \frac{j^2\omega^2}{\omega_0^2}}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} j^2 = -1 \\ (j = \sqrt{-1}) \end{array}}$$

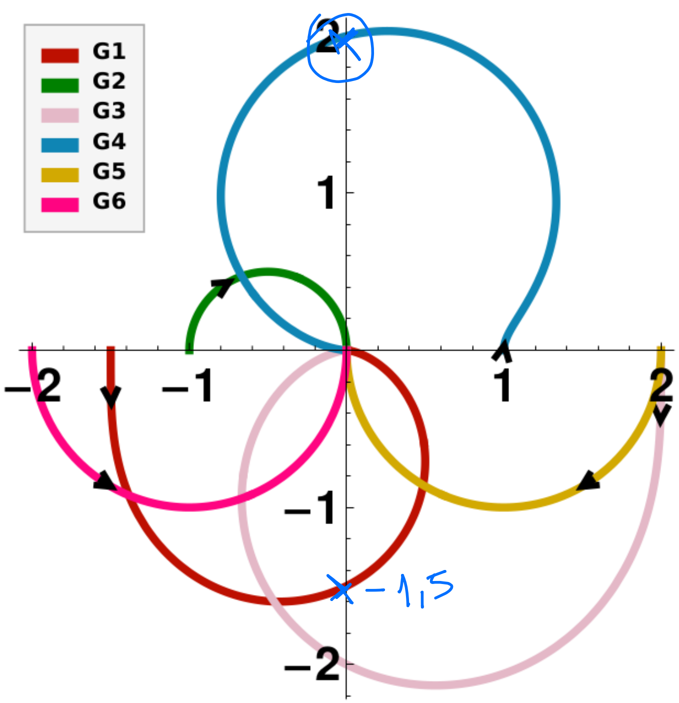
$$G(j\omega) = \frac{K}{1 + \frac{2D}{\omega_0} \cdot j\omega - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$$

Aufgabe 2.3

2.3 Aufgabe. Gegeben sind einige Ortskurven von PT1- und PT2-Systemen, d.h.,

$$G(s) = \frac{K}{1 + s/\omega_0} \quad \text{bzw.} \quad G(s) = \frac{K}{1 + 2ds/\omega_0 + (s/\omega_0)^2},$$

jeweils für nichtnegative Frequenzen. Dabei sind K, ω_0 und d Parameter ($K \neq 0$, $\omega_0 \neq 0$, $d \geq 0$).
Identifizieren Sie die PT1- und die PT2-Systeme und bestimmen Sie jeweils die Parameter K und d sowie das Vorzeichen von ω_0. (Hinweis: K zuerst bestimmen.)



$$G(j\omega) = \frac{K}{1 + \frac{2D}{\omega_0} \cdot j \cdot \omega - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$$

DP (Durchtrittspunkt):

$$\mathrm{Re}(G(j\omega)) = 0$$

$$\mathrm{Re}\left(1 + \underbrace{\frac{2D}{\omega_0} \cdot j\omega}_{\text{imaginär}} - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right) = 0$$

$$1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} = 0 \Leftrightarrow 1 = \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \Leftrightarrow \boxed{\omega = |\omega_0|}$$

$$\mathrm{Im}\left(1 + \frac{2D}{\omega_0} \cdot j\omega - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right) = \frac{2D \cdot \omega}{\omega_0}$$

DP:

$$G(j\omega) = -\frac{K}{\frac{2D\omega}{\omega_0}} = -\frac{K}{\frac{2D|\omega_0|}{\omega_0}}$$

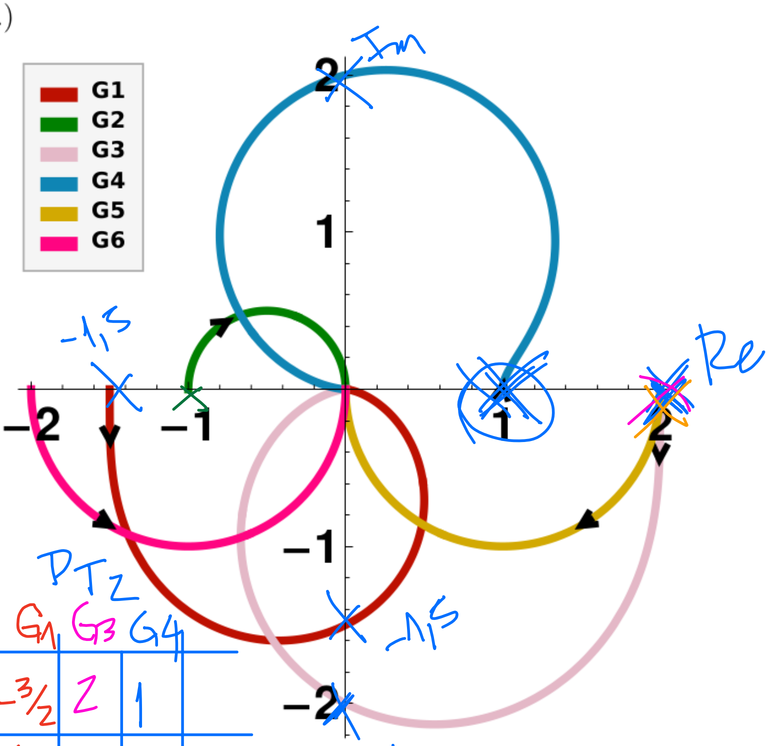
$\Rightarrow$ sign(ω_0)

Aufgabe 2.3

2.3 Aufgabe. Gegeben sind einige Ortskurven von PT1- und PT2-Systemen, d.h.,

$$G(s) = \frac{K}{1 + s/\omega_0} \quad \text{bzw.} \quad G(s) = \frac{K}{1 + 2ds/\omega_0 + (s/\omega_0)^2},$$

jeweils für nichtnegative Frequenzen. Dabei sind K, ω_0 und d Parameter ($K \neq 0$, $\omega_0 \neq 0$, $d \geq 0$).
Identifizieren Sie die PT1- und die PT2-Systeme und bestimmen Sie jeweils die Parameter K und d sowie das Vorzeichen von ω_0. (Hinweis: K zuerst bestimmen.)



	PT1			PT2		
	G2	G5	G6	G1	G3	G4
k	-1	2	-2	-3/2	2	1
d	/	/	/	1/2	1/2	1/4
wo	+	+	−	−	+	−

$\underline{G(j|w_0|)} = j \frac{k}{2D} (-\mathrm{sign}(w_0))$

• G_1: $k = -1,5$

$\cancel{-1,5}j = j \frac{\cancel{-1,5}}{2D} \underbrace{(-\mathrm{sign}(w_0))}_{>0}$

$w_0 < 0 \rightarrow \boxed{D = 1/2}$

• G_3: $k = 2$

$-\cancel{2}j = j \frac{\cancel{2}}{2D} \cdot \underbrace{(-\mathrm{sign}(w_0))}_{<0}$

$w_0 > 0$, $D = 1/2$

• G_4: $k = 1$

$2j = j \frac{1}{2D} \underbrace{(-\mathrm{sign}(w_0))}_{>0} \rightarrow w_0 < 0$

$\boxed{D = 1/4}$

Phasenminimumsysteme

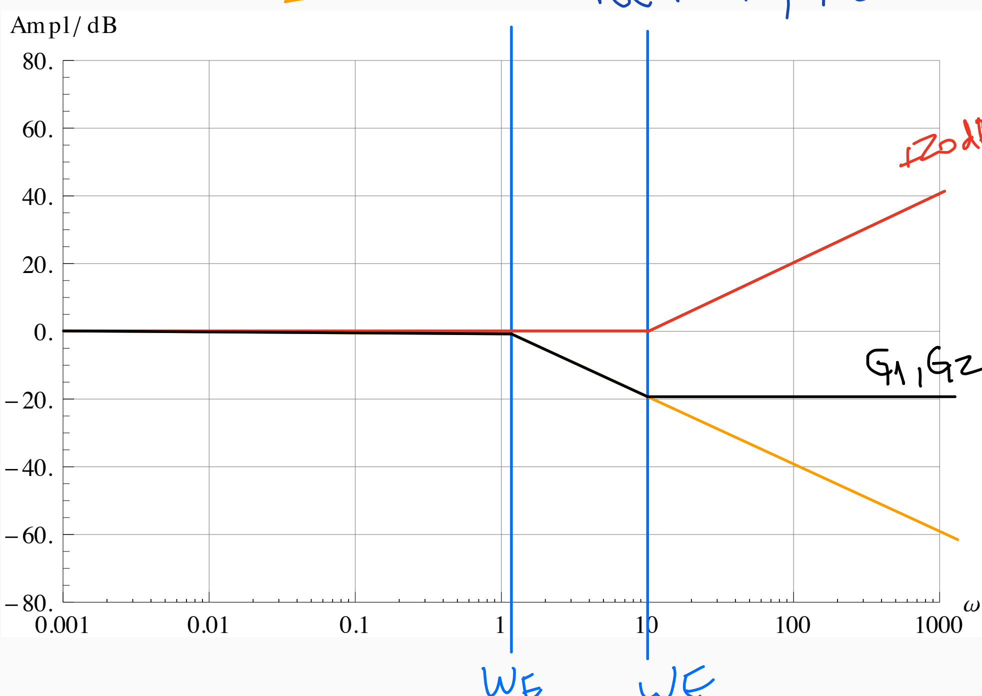
Definition 2.1:
Phasenminimumsysteme sind Systeme **ohne** Totzeit, deren rationale Übertragungsfunktionen $G(s)$ nur Pole und Nullstellen in der **linken** s-Halbebene haben.

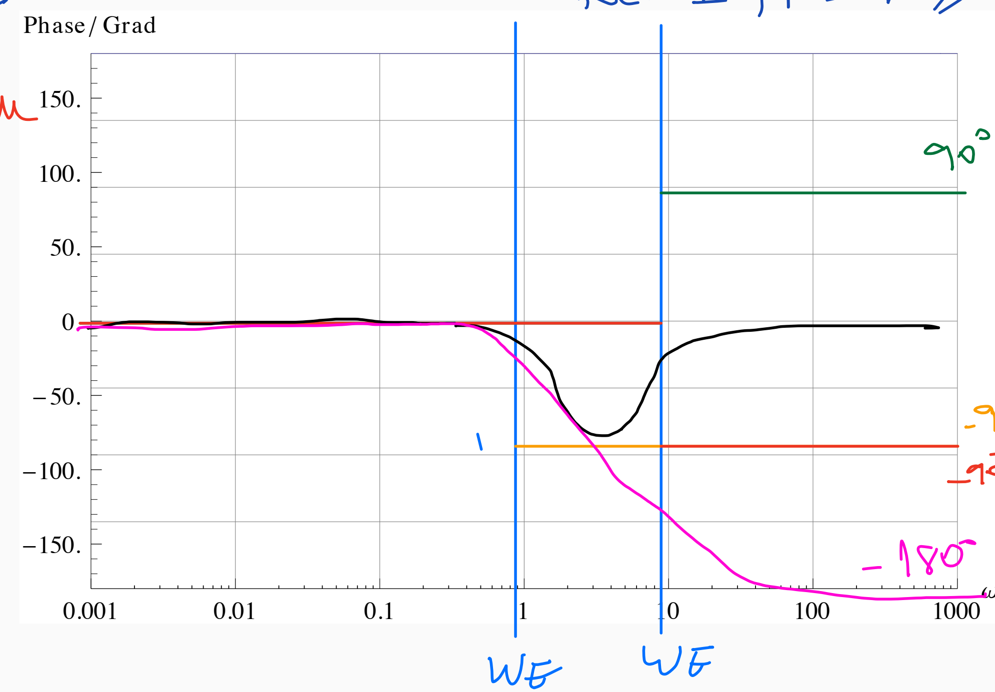
$G_1 = \frac{1 + s/10}{1+s}$ → PMS

Pol: -1, NS $= -10$

$G_2 = \frac{1 - s/10}{1+s}$ nicht PMS

Pol: -1, NS: 10

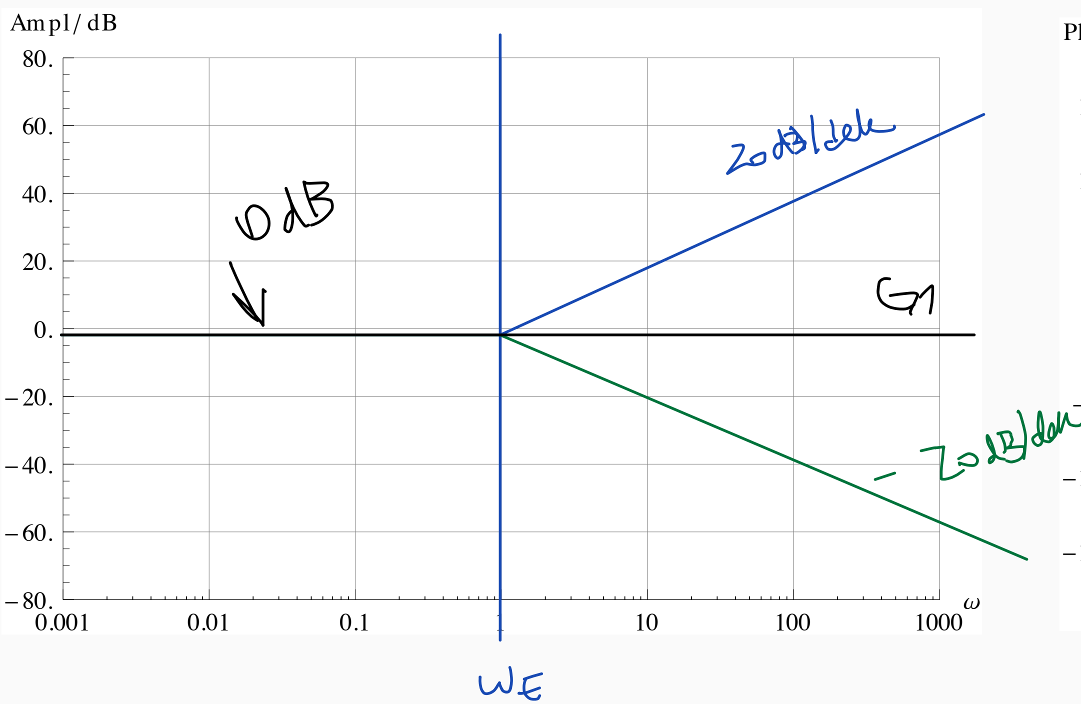


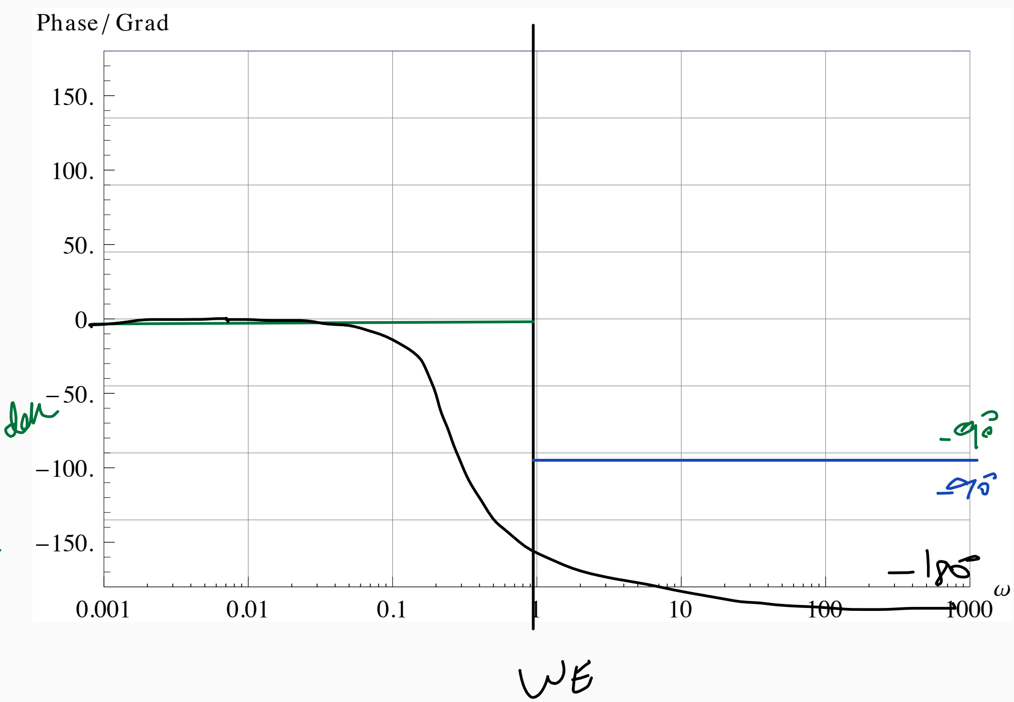


Definition 2.2

Allpaßsysteme sind Systeme, die für alle Frequenzen den **konstanten** Amplitudengang $|G(j\omega)| = 1$ haben. □

$$G_2 = \frac{1-s}{1+s} \qquad PT_1 : \frac{1}{1+s} \cdot 1-s$$





Aufgabe 2.4

Zerlegen Sie die folgenden Übertragungsfunktion jeweils in ein Allpaßsystem und ein Phasenminimumsystem:

$$(i) \quad G(s) = \frac{2(s-1)}{s+1}$$

$$(ii) \quad G(s) = \frac{(s+1)}{s+2}$$

$$(iii) \quad G(s) = \frac{(s-2)(s+1)(s+(1-i))(s+(1+i))}{(s-(3+i))(s-(3-i)(s+4)}$$

$$(iv) \quad G(s) = \frac{(s-1)(s^2+1)(s^2+17s+5)}{(s+1)(s^2-5s+17)}$$

Aufgabe 2.4

Zerlegen Sie die folgenden Übertragungsfunktion jeweils in ein Allpaßsystem und ein Phasenminimumsystem:

G_{PMS} $\qquad$ G_{All}

$$(i) \quad G(s) = \frac{2(s-1)}{s+1}$$

$G_{PMS} = 2$,

✓ alle Nullstelle (Nst) und Pole haben nicht positiven Realteil.

$G_{All} = \frac{s-1}{s+1} \Rightarrow |G_{All}(j\omega)| = \underline{1}$

$\Rightarrow \boxed{G(s) = G_{PMS} \cdot G_{All}}$

Aufgabe 2.4

Zerlegen Sie die folgenden Übertragungsfunktion jeweils in ein Allpaßsystem und ein Phasenminimumsystem:

$$(ii) \quad G(s) = \frac{(s+1)}{s+2} \quad \begin{matrix} \rightarrow NS: -1 \\ \rightarrow PS: -2 \end{matrix}$$

↳ G(s) ist ein PMS.

$G_{All} = 1 \rightarrow |G_{All}(1)| = 1$ ✓

$G_{PMS} = \frac{s+1}{s+2}$, NS und PS haben nichtpositiven Realteil.

Zerlegen Sie die folgenden Übertragungsfunktion jeweils in ein Allpaßsystem und ein Phasenminimumsystem:

NS: 2   −1   −1+i   −1−i

$$(iii) \quad G(s) = \frac{(s-2)(s+1)(s+(1-i))(s+(1+i))}{(s-(3+i))(s-(3-i))(s+4)}$$

PS: 3+i   3−i   −4

~ NS und Pole Realteil > 0

~ NS und Pole Realteil < 0

$$G_{ALL} = \frac{(S-2)\,(s+(3+i))\,(s+(3-i))}{(S+2)\,(s-(3+i))\,(s-(3-i))}$$

$|G_{ALL}| = 1$

$$G_{PMS} = \frac{(S+1)\,(s+(1-i))(s+(1+i))\,(s+2)}{(S+4)\,(s+(3+i))\,(s+(3-i))}$$

→ NS und PS Realteil < 0

Beweis

$$G(s) = G_{PMS} \cdot G_{AL} = \underbrace{\frac{(S+1)(s+(1-i))(s+(1+i))\cancel{(s+2)}}{(S+4)(s+\cancel{(3+i)})(s+\cancel{(3-i)})}}_{G_{PMS}} \cdot \underbrace{\frac{(S-2)\cancel{(s+(3+i))}\cancel{(s+(3-i))}}{\cancel{(S+2)}(s-(3+i))(s-(3-i))}}_{G_{AL}}$$

Aufgabe 2.4

Zerlegen Sie die folgenden Übertragungsfunktion jeweils in ein Allpaßsystem und ein Phasenminimumsystem:

NS: 1

Ns und Pole Realteil > 0

Ns und Pole Realteil < 0

$$(iv) \quad G(s) = \frac{(s-1)(s^2+1)(s^2+17s+5)}{(s+1)(s^2-5s+17)}$$

Pole > 0

$$G_{All}(s) = \frac{(s-1)\;(s^2+5s+17)}{(s+1)\;(s^2-5s+17)} \qquad |G_{All}(j\omega)| = 1$$

$$G_{PMS}(s) = \frac{(s^2+1)\;(s^2+17s+5)\;\cancel{(s+1)}}{\cancel{(s+1)}\;(s^2+5s+17)} = \frac{(s^2+1)\;(s^2+17s+5)}{s^2+5s+17} \;//$$