Prof. G. Reißig E–Mail: victor.chaim@unibw.de
Seminarübungen-Dozent: Victor C. Chaim

Universität der Bundeswehr München
Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik
Inst. f. Steuer- und Regelungstechnik (LRT-15)
85577 Neubiberg

Regelungstechnik, WT 2023

8 Übung, 13.03.2023

8.1 Aufgabe. Betrachtet werde eine Anordnung von drei miteinander verbundenen Wasserbehältern. F bezeichne die Querschnittsfläche der Behälter. In die Behälter 1 und 3 fließt Wasser mit den Durchsätzen (Volumen pro Zeit) q_{e1} bzw. q_{e2}, aus Behälter 3 fließt Wasser mit dem Durchsatz q_{ab} ab, usw., siehe Graphik. Gemessen werden die Füllstände h_1, h_2, h_3 (das sind also die Ausgänge).
Annahmen: Gesetz von Torricelli:

$$\begin{aligned} q_{ab} &= \mu\sqrt{2g}\sqrt{h_3}, \\ q_i &= \mu\sqrt{2g}\,\mathrm{sign}(h_i - h_{i+1})\sqrt{|h_i - h_{i+1}|}, \\ \mathrm{sign}(x) &= \begin{cases} 1 & x > 0, \\ -1 & x < 0 \\ 0 & sonst. \end{cases} \end{aligned}$$

sowie $g, \mu, F > 0$, $q_{ei} \geq 0$, $h_i \geq 0$.

(i) Modellieren Sie die Strecke als Regelungssystem in Zustandsform

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u), \\ y &= g(x, u) \end{aligned}$$

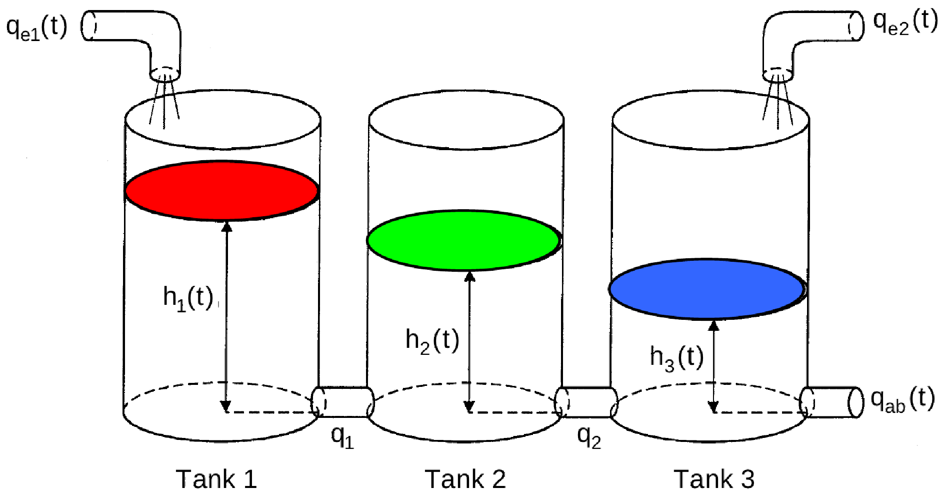
mit den Zuständen h_1, h_2, h_3 und den Eingängen q_{e1}, q_{e2}.

(ii) Diese und alle folgenden Teilaufgaben: Nur für den Spezialfall $F = \mu\sqrt{2g} = 1$ lösen!
Geben Sie Bedingungen an x und u an, die Ruhelagen charakterisieren. (Hinweis: Ruhelage: $0 = f(x, u)$. Zeigen Sie zuerst, daß in jeder Ruhelage gilt: $h_1 \geq h_2 \geq h_3$.)

(iii) Linearisieren Sie das Zustandssystem in den Ruhelagen unter der Annahme $h_1 > h_2 > h_3 > 0$. Berechnen Sie also die Matrizen

$$A := D_1 f(x, u), B := D_2 f(x, u), C := D_1 g(x, u), D := D_2 g(x, u)$$

für Ruhelagen (x, u).



□

8.2 Aufgabe. Betrachtet wird das Zustandsraumsystem

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \tag{1a}$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \tag{1b}$$

mit den Werten für A, B, C und D, die in Aufgabe 8.1(iii) berechnet wurden.

(i) Zeigen Sie, daß das linearisierte System unter der Annahme $h_1 > h_2 > h_3 > 0$ in jeder Ruhelage durch den Eingang Δq_{e1} allein steuerbar ist. Hinweis: Linearisiert wird im Punkt $u = (q_{e1}, q_{e2})$ mit zugehörigem h wie bisher. Durch den Eingang Δq_{e1} allein steuerbar zu sein bedeutet, daß der zweite Eingang *der bereits vorliegenden Linearisierung* nicht benutzt wird, also stets den Wert 0 haben soll.
Überlegen Sie sich, wie die Anordnung reagiert, wenn Sie sich zunächst in einer Ruhelage befindet und Sie dann den Durchsatz q_{e1} erhöhen bzw. verringern. Kann es z.B. vorkommen, daß sich h_1 und h_3 verringern, während sich h_2 vergrößert? Wie paßt das zur Steuerbarkeit?

(ii) Zeigen Sie, daß das linearisierte System unter der Annahme $h_1 > h_2 > h_3 > 0$ in jeder Ruhelage allein durch Messung des Ausgangs Δh_3 beobachtbar ist.

(iii) Betrachten Sie hier die Linearisierung mit nur einem Eingang Δq_{e1} in der Ruhelage mit $q_{e1} = q_{e2} = 1/2$ und geeigneten h_i.
Bestimmen Sie Δq_{e1} so, daß der Zustand Δh der Linearisierung in der Zeit 3 von 0 nach $(-0.005, 0.005, -0.005)$ überführt wird. (Benutzen Sie ggf einen Rechner!)

□