Regelungstechnik

5. Übung

Victor Cheidde Chaim

13. Februar 2023

Universität der Bundeswehr München, LRT-15 Institut für Steuer- und Regelungstechnik

Aufgabe 4.1

$\|G(j\omega)\| = 0\,\text{dB}$

Zerlegen Sie die folgenden Übertragungsfunktion jeweils in einen Allpaß und ein Phasenminimumsystem: ↳ Pole und NS mit Wurzeln ≤ 0 Realteil

1. $G(s) = \frac{2(s-1)}{s+1}$
2. $G(s) = \frac{s+1}{s+2}$
3. $G(s) = \frac{(s-2)(s+1)(s+(1-i))(s+(1+i))}{(s-(3+i))(s-(3-i))(s+4)}$
4. $G(s) = \frac{(s-1)\left(s^2+1\right)\left(s^2+17s+5\right)}{(s+1)(s^2-5s+17)}$

Aufgabe 4.1

PMS: $2 = G_{PMS}$

All: $\frac{(s-1)}{(s+1)} = G_{All}$ $\quad G(s) = G_{All} \cdot G_{PMS}$

1. $G(s) = \frac{2(s-1)}{s+1}$

$$\|G_{All}(j\omega)\| = \left\|\frac{j\omega-1}{j\omega+1}\right\| = \left\|\frac{(-1+j\omega)(1-j\omega)}{(j\omega+1)(1-j\omega)}\right\| = \left\|\frac{-1+j\omega+j\omega-j^2\omega^2}{1-j^2\omega^2}\right\|$$

$$= \left\|\frac{-\omega^2+2j\omega-1}{1+\omega^2}\right\| = \frac{1}{1+\omega^2}\|\underbrace{(-\omega^2-1)}_{\text{real}}+\underbrace{2j\omega}_{\text{imaginär}}\| = $$

$$= \frac{1}{1+\omega^2}\sqrt{(-1-\omega^2)^2+(2\omega)^2} = \frac{1}{1+\omega^2}\sqrt{1+\omega^4-2\omega^2+4\omega^2} = \frac{1}{1+\omega^2}(1+\omega^4+2\omega^2)^{1/2} = (1+\omega^2)^2$$

$$= \frac{1}{1+\omega^2}\sqrt{(1+\omega^2)^2} = \frac{1+\omega^2}{1+\omega^2} = \underline{1} \quad (20\log 1 = 0\,dB)$$

Aufgabe 4.1

2. $G(s) = \frac{s+1}{s+2}$ $\Rightarrow$ $1 \cdot \frac{s+1}{s+2}$

All

PMS

$s+1 \rightarrow n = -1$

$s+2 \rightarrow p = -2$

$G(s) = G_{All} \cdot G_{PMS}$

Aufgabe 4.1

PMS

$$3.\quad G(s) = \frac{(s-2)(s+1)(s+(1-i))(s+(1+i))}{(s-(3+i))(s-(3-i))(s+4)}$$

All

$$G_{All}(s) = \frac{(s-2)}{(s+2)} \cdot \frac{(s+(3+i))(s+(3-i))}{(s-(3+i))(s-(3-i))} \quad \rightarrow \|G_{All}(j\omega)\| = 0\ \text{dB}$$

$$G_{PMS}(s) = \frac{(s+1)(s+(1-i))(s+(1+i))}{(s+4)} \cdot \frac{(s+2)}{(s+(3+i))(s+(3-i))} \quad \checkmark$$

✓ Re(Wurzeln) nicht positiv

$$G(s) = G_{All} \cdot G_{PMS} = \underbrace{\frac{(s-2)}{\cancel{(s+2)}} \cdot \frac{\cancel{(s+(3+i))}\cancel{(s+(3-i))}}{(s-(3+i))(s-(3-i))}}_{G_{All}} \cdot \underbrace{\frac{(s+1)(s+(1-i))(s+(1+i))\cancel{(s+2)}}{(s+4)\cancel{(s+(3+i))}\cancel{(s+(3-i))}}}_{G_{PMS}}$$

Aufgabe 4.1

$s^2+17s+5 \rightarrow \Delta = 17^2-20$

$n_{1,2} = \frac{-17 \pm \sqrt{17^2-20}}{2\cdot 1} \overset{Real}{<} 0$

Re < 0 PMS PMS

4. $G(s) = \frac{(s-1)(s^2+1)(s^2+17s+5)}{(s+1)(s^2-5s+17)}$

AII

$\rightarrow s^2-5s+17 \quad p_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{5^2-4\cdot 17}}{2\cdot 1} \overset{Real}{>} 0$

$G_{AII} = \frac{(s-1)}{(s+1)} \cdot \frac{(s^2+5s+17)}{(s^2-5s+17)}$

$G_{PMS} = \frac{(s^2+1)(s^2+17s+5)}{(s^2+5s+17)}$

$G(s) = G_{AII} \cdot G_{PMS}$ //

Aufgabe 4.2

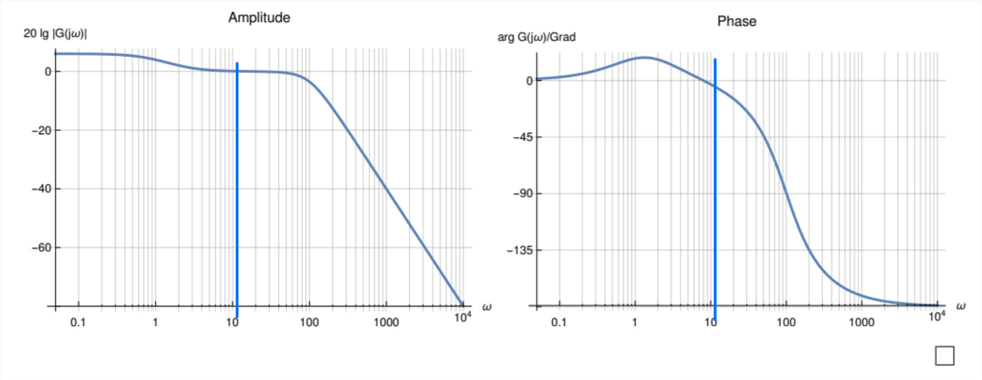
4.2 Aufgabe. Stellen Sie fest, zu welcher der angegebenen Übertragungsfunktionen das dargestellte Bode-Diagramm gehört. Geben Sie dazu für 5 der 6 Fälle jeweils ein Merkmal der Übertragungsfunktion und ein Merkmal des Bode-Diagramms an, die nicht miteinander verträglich sind.

$N = 10$

$$G_1(s) = -\frac{\frac{s}{10}+1}{(s-1)\left(\frac{s^2}{10000}+\frac{3s}{200}+1\right)}, \qquad G_2(s) = -\frac{\frac{s}{10}-1}{(s+1)\left(\frac{s^2}{10000}+\frac{3s}{200}+1\right)},$$

$$G_3(s) = \frac{\frac{s}{10}-1}{(s-1)\left(\frac{s^2}{10000}+\frac{3s}{200}+1\right)}, \qquad G_4(s) = \frac{s-2}{(s-1)\left(\frac{s^2}{10000}+\frac{3s}{200}+1\right)},$$

$$G_5(s) = \frac{\frac{s}{10}-1}{(s-1)\left(\frac{s^2}{10000}+\frac{2s}{25}+1\right)}, \qquad G_6(s) = \frac{\frac{s}{10}-1}{(s-1)\left(\frac{s^2}{10000}+\frac{s}{200}+1\right)}.$$



✓ $G_4(s) = \dfrac{2\,(s/2 - 1)}{(s-1)(\,\cdots\,)}$ → P-Teil ≠ 1, richtig!

× $G_2(s)$ → bei 10 rad/s nicht noch oben. Dasselbe für G_3, G_5, G_6

✗ $G_1(s)$ → 0 dB für $\omega \to 0$. Dasselbe für G_2, G_3, G_5, G_6

Aufgabe 4.2

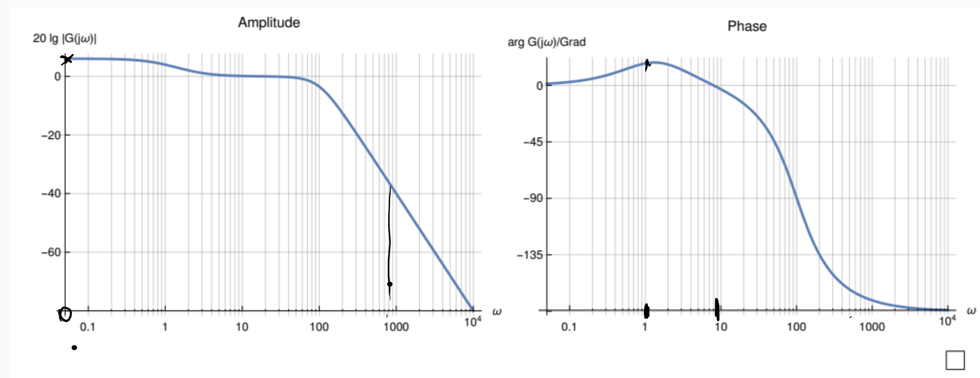
alternative Merkmale:

4.2 Aufgabe. Stellen Sie fest, zu welcher der angegebenen Übertragungsfunktionen das dargestellte Bode-Diagramm gehört. Geben Sie dazu für 5 der 6 Fälle jeweils ein Merkmal der Übertragungsfunktion und ein Merkmal des Bode-Diagramms an, die nicht miteinander verträglich sind.

$$G_1(s) = -\frac{\frac{s}{10}+1}{(s-1)\left(\frac{s^2}{10000}+\frac{3s}{200}+1\right)}, \quad G_2(s) = -\frac{\frac{s}{10}-1}{(s+1)\left(\frac{s^2}{10000}+\frac{3s}{200}+1\right)},$$

$$G_3(s) = \frac{\frac{s}{10}-1}{(s-1)\left(\frac{s^2}{10000}+\frac{3s}{200}+1\right)}, \quad G_4(s) = \frac{s-2}{(s-1)\left(\frac{s^2}{10000}+\frac{3s}{200}+1\right)},$$

$$G_5(s) = \frac{\frac{s}{10}-1}{(s-1)\left(\frac{s^2}{10000}+\frac{2s}{25}+1\right)}, \quad G_6(s) = \frac{\frac{s}{10}-1}{(s-1)\left(\frac{s^2}{10000}+\frac{s}{200}+1\right)}.$$



G1: NS −10 müsste Phase nach oben knicken.

G2: Pol −1 müsste Phase nach unten knicken.

G3: Gleichverstärkung müsste 0dB sein

G4: alles stimmt → Die einzige ÜF, die: $\lim_{\omega \to 0} |G(j\omega)| > 0\,dB$

G5: Amplitude müsste bei ca 800 nach unten knicken

G6: Resonanzüberhöhung müsste auftreten.

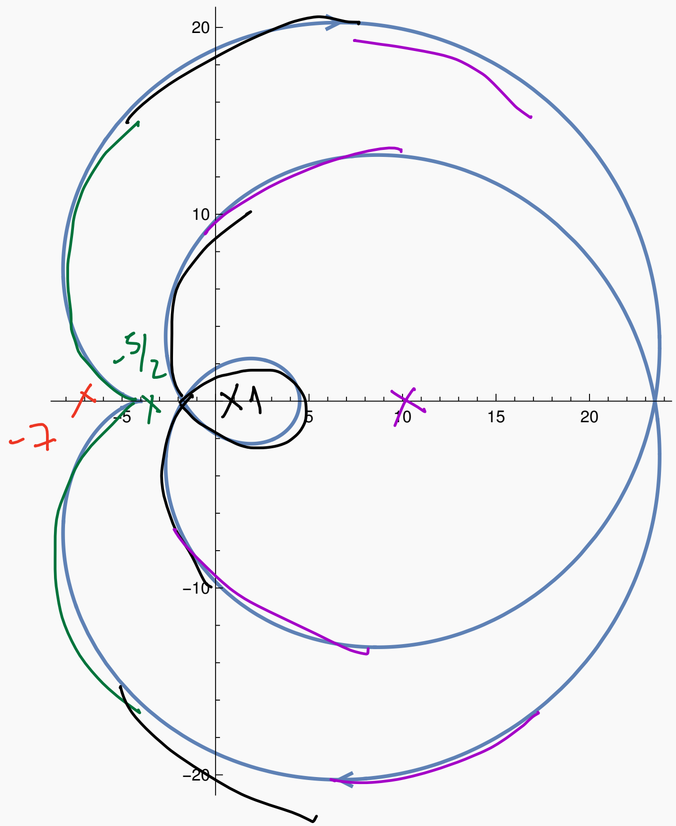
Aufgabe 4.3

$$G(s) = \frac{2\left(64s^2 + 8s + 17\right)}{\left(s^2 + 2s + 2\right)^2} - 4$$

1. Geben Sie in jedem “Fenster” sowie im Außengebiet der Kurve jeweils einen Punkt auf der reellen Achse an, wenn es einen solchen Punkt gibt.
2. Bestimmen Sie, wie oft der Punkt umschlungen wird (Durchtritte durch die reelle Achse rechts vom Punkt, vor und zurück mit ± 1 bewertet, wie beim letzten Übungstermin).
3. Bestimmen Sie für jedes Fenster, das einen Punkt nach 1 enthält, näherungsweise das dazugehörende Intervall der Werte von k.
4. Berechnen Sie zur Probe für jeden markierten Punkt die Übertragungsfunktion des geschlossenen Kreises, bestimmen Sie die Anzahl der instabilen Pole, und vergleichen Sie (Rechner benutzen!).

Aufgabe 4.3

1. Geben Sie in jedem “Fenster” sowie im Außengebiet der Kurve jeweils einen Punkt auf der reellen Achse an, wenn es einen solchen Punkt gibt.



Punkte

-7

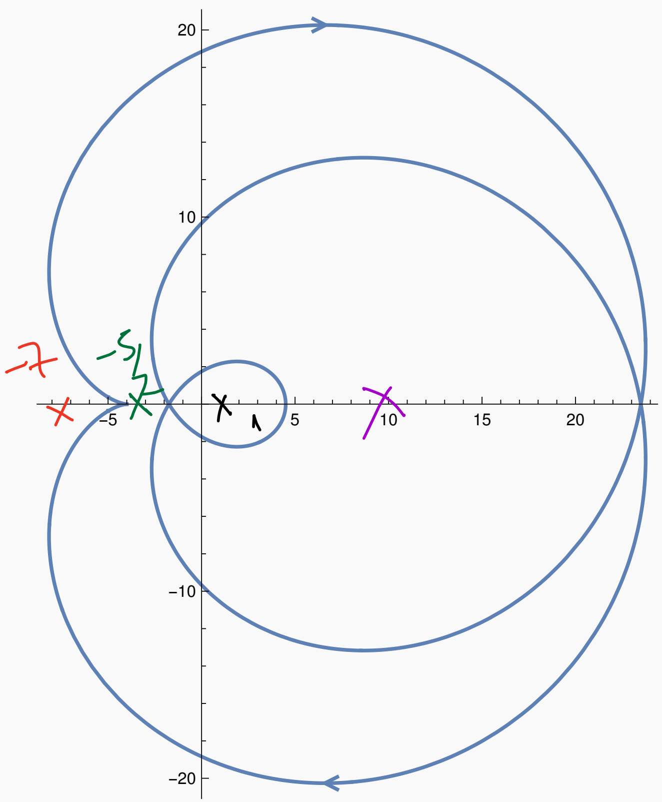
-5/2

1

10

Aufgabe 4.3

2. Bestimmen Sie, wie oft der Punkt umschlungen wird.

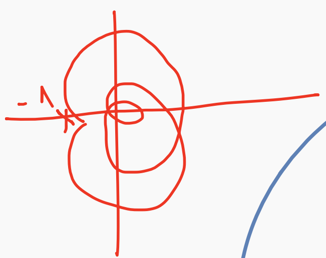


Punkte	Anzahl der Umschlingungen
-7	0
-5/2	1
1	3
10	2

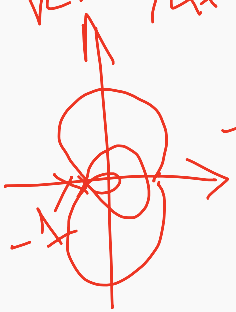
Aufgabe 4.3

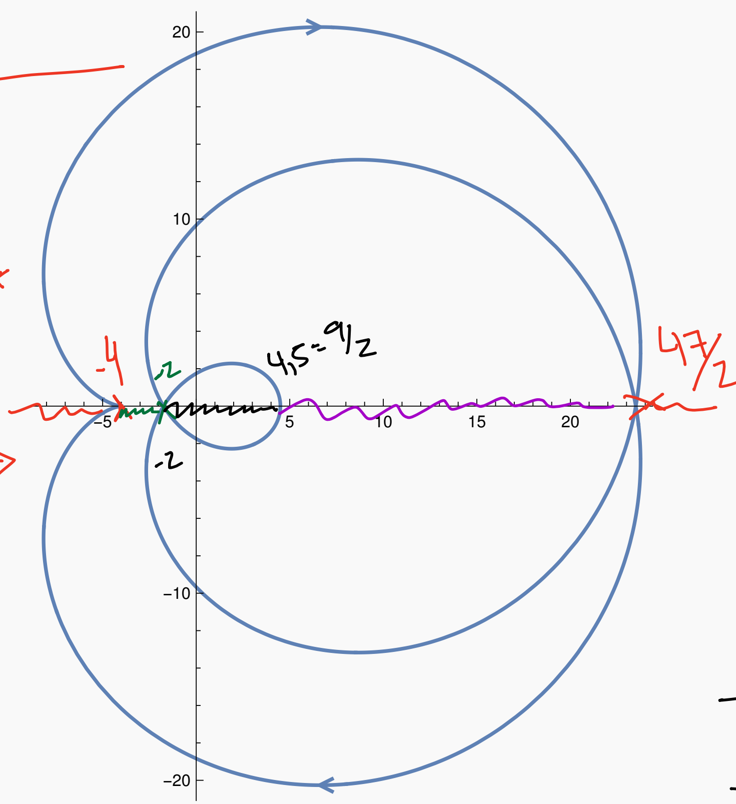
3. Bestimmen Sie für jedes Fenster, das einen Punkt nach 1 enthält, näherungsweise das dazugehörende Intervall der Werte von k.

$k < 1/4$



$k > -2/47$





$-\frac{1}{k} < -4$

$\frac{1}{k} > 4 \Rightarrow \boxed{k < 1/4}$

$-\frac{1}{k} > \frac{47}{2}$

$\frac{1}{k} < -\frac{47}{2} \Rightarrow \boxed{k > -\frac{2}{47}}$

$-4 < -1/k < -2 \Rightarrow 4 > 1/k > 2 \Rightarrow$

$\boxed{1/4 < k < 1/2}$

$-2 < -1/k < 9/2 \Rightarrow -2 < -1/k$ oder $-1/k < 9/2$

$-2 < -1/k \Rightarrow 2 > 1/k \Rightarrow \boxed{k > 1/2}$

$-1/k < 9/2 \Rightarrow 1/k > -9/2 \Rightarrow \boxed{k < -2/9}$

$\frac{9}{2} < -\frac{1}{k} < \frac{47}{2} \Rightarrow -\frac{9}{2} > \frac{1}{k} > -\frac{47}{2}$

$\boxed{-2/9 < k < -2/47}$

4. Berechnen Sie zur Probe für jeden markierten Punkt die Übertragungsfunktion des geschlossenen Kreises, bestimmen Sie die Anzahl der instabilen Pole, und vergleichen Sie (Rechner benutzen!).

k	Pole	Anzahl der Umschlingungen	Anzahl der positive Re(Pole)
$\frac{1}{7}$	{-1.88 - 6.78 i, -1.88 + 6.78 i, -0.123 - 0.543 i, -0.123 + 0.543 i}	0	0
$\frac{2}{5}$	{-0.023 - 0.489 i, -0.023 + 0.489 i, -11.0, 7.06}	1	1
-1	{0.122 - 0.390 i, 0.122 + 0.390 i, -6.73, 2.49}	3	3
$-\frac{1}{10}$	{0.390 - 1.202 i, 0.390 + 1.202 i, -4.56, -0.216}	2	2