Regelungstechnik

4. Übung

Victor Cheidde Chaim

06. Februar 2023

Universität der Bundeswehr München, LRT-15 Institut für Steuer- und Regelungstechnik

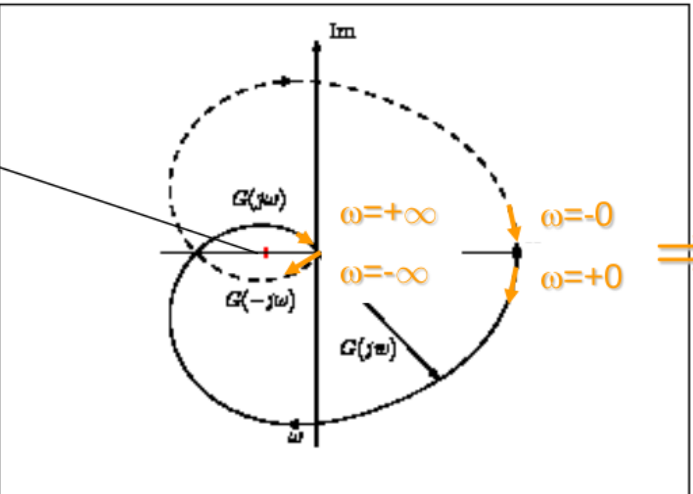
Definition: Kritischer Punkt P_{krit}

Der Punkt ***P_{krit} = (-1, j·0)*** im Nyquist-Diagramm wird als **kritischer Punkt** bezeichnet.

Satz 2.3 : Vereinfachtes Nyquistkriterium

Für die Stabilität des geschlossenen Regelkreises ist bei **stabilem** $G_0(s)$ notwendig und hinreichend, daß die Ortskurve $G_0(j\omega)$ bei Änderung der Frequenz ω von $-\infty$ bis $+\infty$ den kritischen Punkt $(-1; j0)$ weder umschließt noch durchdringt. □

kritischer Punkt *(-1,j0)*



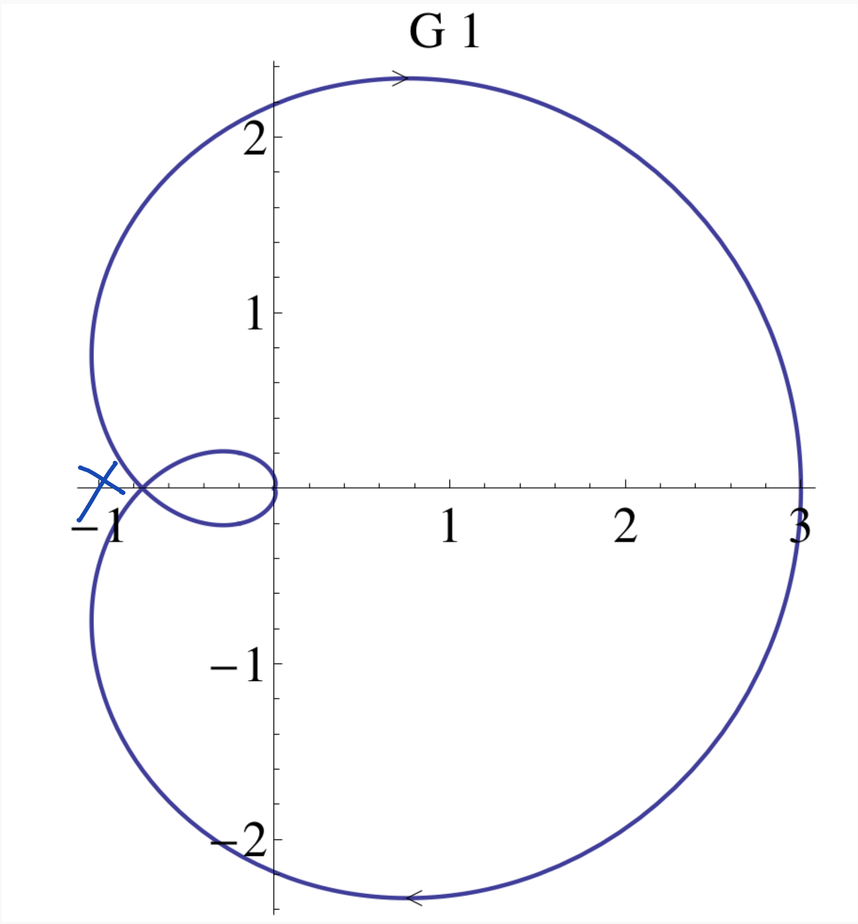
Nyquist–Ortskurve eines Systems mit Ausgleich

⇒ **Regelkreis ist instabil**

Prof. Dr.-Ing. Ferdinand Svaricek Regelungstechnik

Aufgabe 3.1

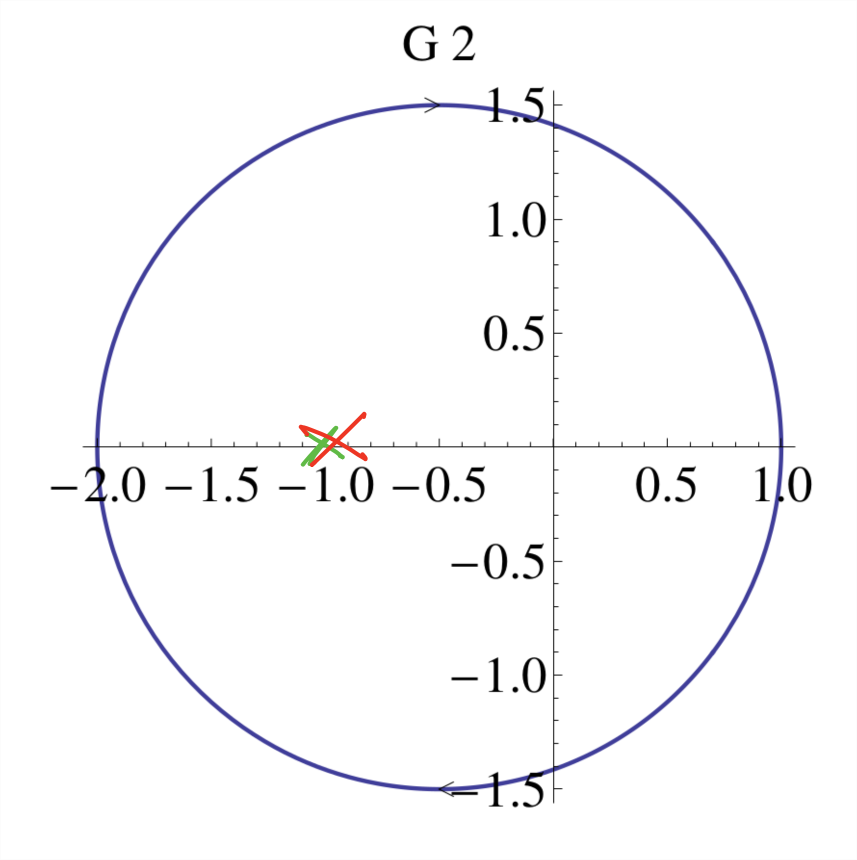
In den graphischen Darstellungen sind Ortskurven stabiler Übertragungsfunktionen von offenen Regelkreisen gegeben. Stellen Sie fest, welche der entsprechenden geschlossenen Regelkreise stabil sind.



stabil

Aufgabe 3.1

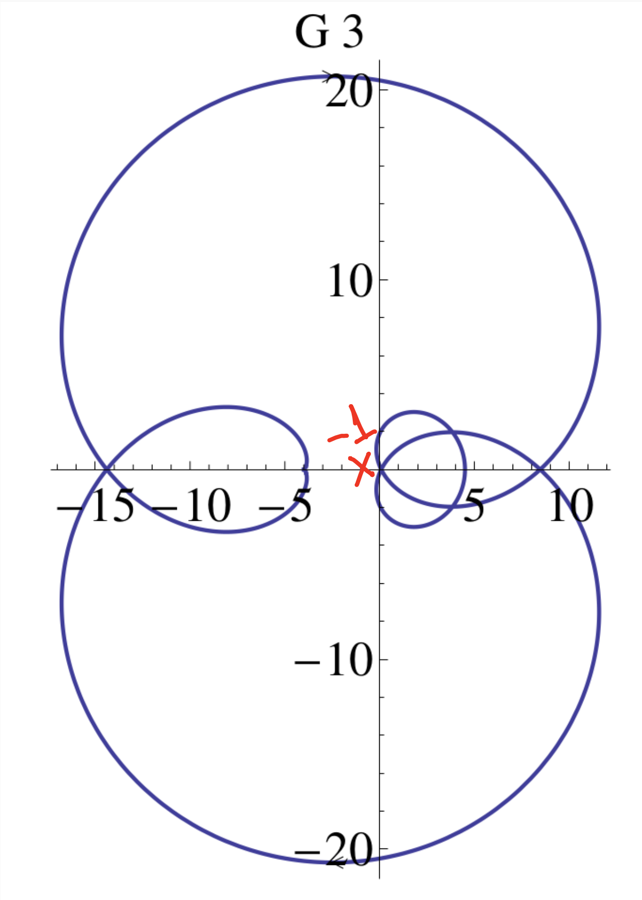
In den graphischen Darstellungen sind Ortskurven stabiler Übertragungsfunktionen von offenen Regelkreisen gegeben. Stellen Sie fest, welche der entsprechenden geschlossenen Regelkreise stabil sind.



instabil

Aufgabe 3.1

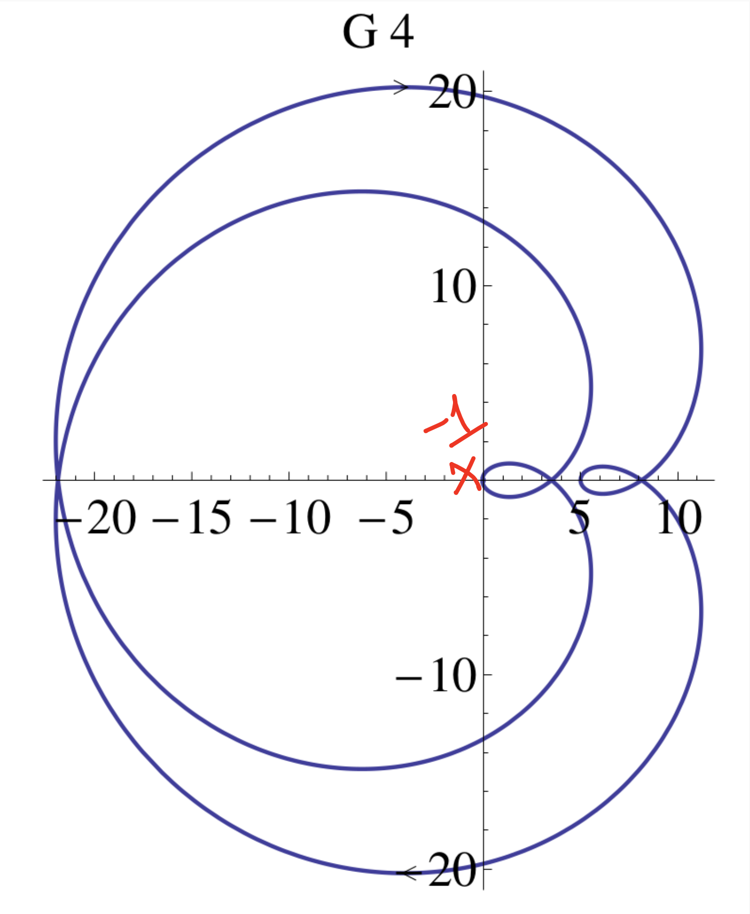
In den graphischen Darstellungen sind Ortskurven stabiler Übertragungsfunktionen von offenen Regelkreisen gegeben. Stellen Sie fest, welche der entsprechenden geschlossenen Regelkreise stabil sind.



unstabil

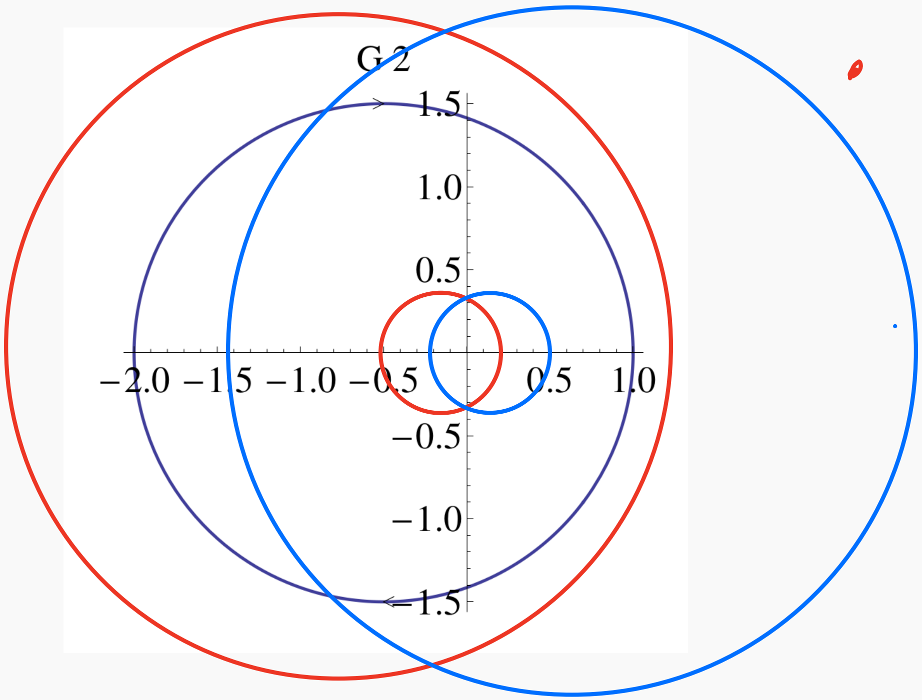
Aufgabe 3.1

In den graphischen Darstellungen sind Ortskurven stabiler Übertragungsfunktionen von offenen Regelkreisen gegeben. Stellen Sie fest, welche der entsprechenden geschlossenen Regelkreise stabil sind.



instabil

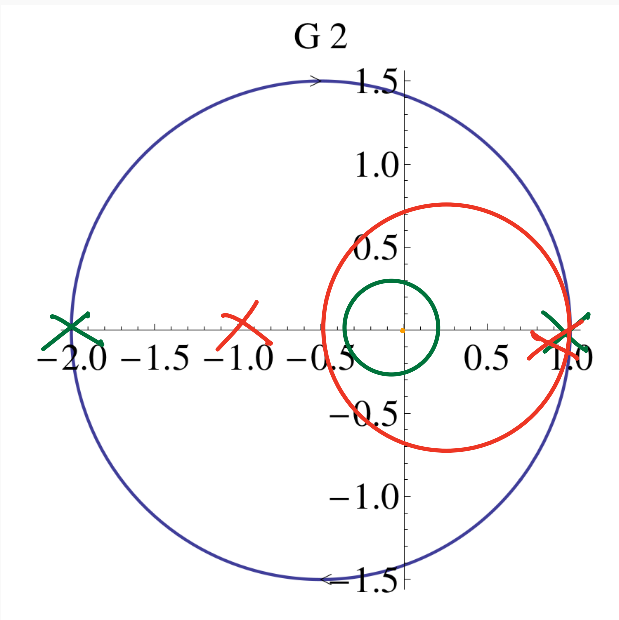
Die Übertragungsfunktion G_2 aus Aufgabe 3.1 sei nun die einer stabilen Strecke. Für welche Reglerverstärkungen ist der geschlossene Kreis stabil?



- $G_0 = k \cdot G_2$, stabil, da G_2 stabil
- Vereinfachtes Nyquist-Kriterium:
  geschl. Kreis stabil $\Leftrightarrow$ Ortskurve von G_0 geht nicht durch -1 und umschließt -1 nicht. $\Leftrightarrow$ Ortskurve $G_2 = G_0 \cdot k$ geht nicht durch $-1/k$ und umschließt $-1/k$ nicht

Aufgabe 3.2

Die Übertragungsfunktion G_2 aus Aufgabe 3.1 sei nun die einer stabilen Strecke. Für welche Reglerverstärkungen ist der geschlossene Kreis stabil?



a) $k = 0$: Sonderfall, immer stabil

b) $-1/k < -2$: $k > 0$, $-1 < -2k$ $\Downarrow$ $k < 1/2$

$$\boxed{0 < k < 1/2}$$

c) $-1/k > 1$ $\rightarrow$ $k < 0$, $-1 < k$

$$\boxed{-1 < k < 0}$$

Der geschlossene Regelkreis ist genau dann stabil, wenn $-1 < k < 1/2$ gilt.

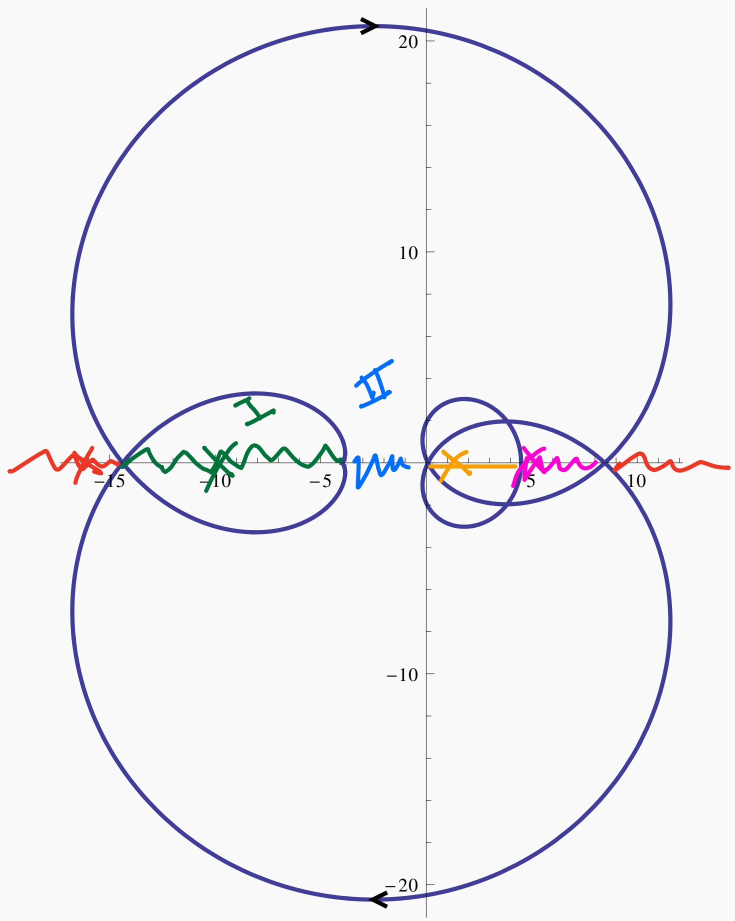
Aufgabe 3.3

$$G(s) = \frac{4\left(64s^2 + 16s + 17\right)}{\left(s^2 + 2s + 2\right)^3} - 4$$

1. Geben Sie in jedem “Fenster” sowie im Außengebiet der Kurve jeweils einen Punkt auf der reellen Achse an, wenn es einen solchen Punkt gibt.
2. Bestimmen Sie, wie oft der Punkt umschlungen wird (Durchtritte durch die reelle Achse rechts vom Punkt, vor und zurück mit ± 1 bewertet, wie beim letzten Übungstermin).
3. Bestimmen Sie für jedes Fenster, das einen Punkt nach 1 enthält, näherungsweise das dazugehörende Intervall der Werte von k.
4. Berechnen Sie zur Probe für jeden markierten Punkt die Übertragungsfunktion des geschlossenen Kreises, bestimmen Sie die Anzahl der instabilen Pole, und vergleichen Sie (Rechner benutzen!).

Aufgabe 3.3

1. Geben Sie in jedem “Fenster” sowie im Außengebiet der Kurve jeweils einen Punkt auf der reellen Achse an, wenn es einen solchen Punkt gibt.



Außengebiet: −16

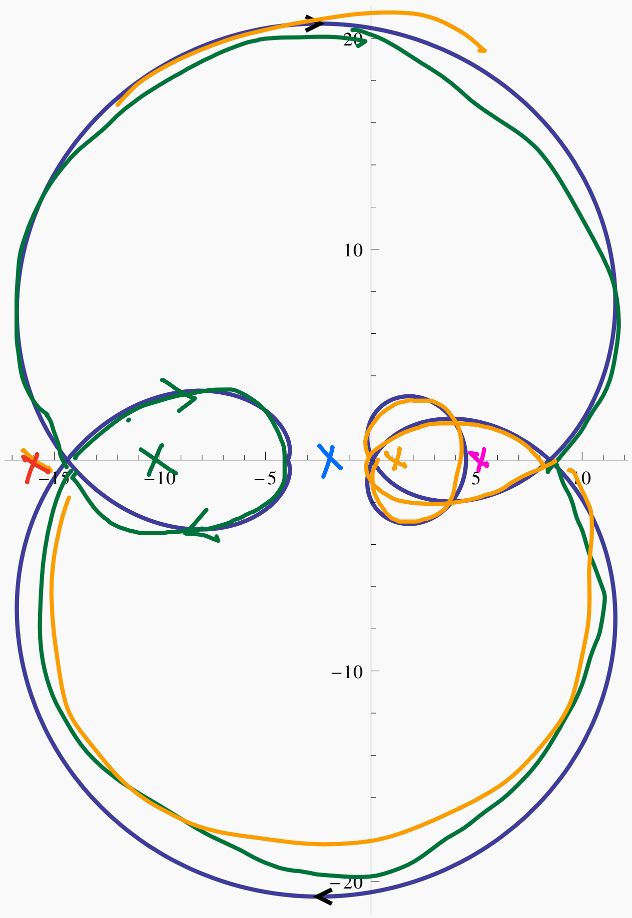
Fenster I: −10

Fenster II: −2

Fenster III: 1

Fenster IV: 5

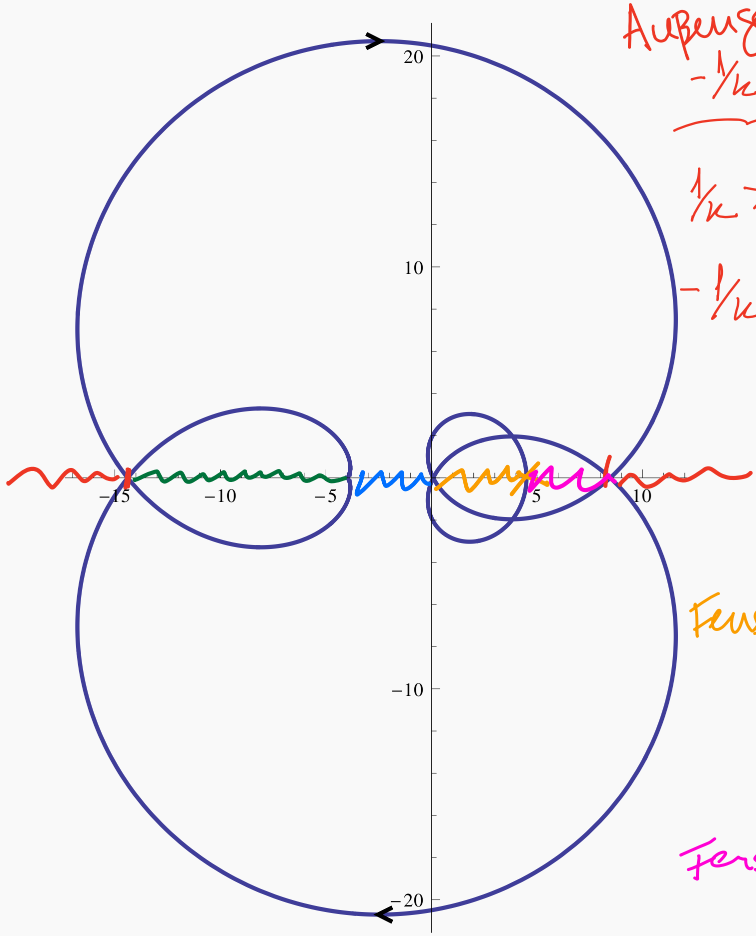
2. Bestimmen Sie, wie oft der Punkt umschlungen wird.



Punkt	Anzahl der Umschließungen
−16	0
−10	2
−2	1
1	3
5	2

Aufgabe 3.3

3. Bestimmen Sie für jedes Fenster, das einen Punkt nach 1 enthält, näherungsweise das dazugehörende Intervall der Werte von k.



Außengebiet:

$\underbrace{-1/k < -14{,}5}$ || $-1/k > 8{,}5$

$1/k > 14{,}5 \Rightarrow k < \frac{1}{14{,}5} = \frac{2}{29}$

$-1/k > 8{,}5 \Rightarrow 1/k < -8{,}5$

$k > -\frac{1}{8{,}5} = \frac{-2}{17}$

$\boxed{-2/17 < k < 2/29}$

Fenster I: $-\frac{29}{2} < -1/k < -4$

$14{,}5 > 1/k > 4 \Rightarrow \boxed{2/29 < k < 1/4}$

Fenster II: $-4 < -1/k < 0$

$\boxed{4 > 1/k > 0}$, $k > 0$, $4 > 1/k \Rightarrow \boxed{k > 1/4}$

Fenster III: $0 < -1/k < 9/2$

$\boxed{0 > 1/k} > -9/2 \Rightarrow \boxed{k < -2/9}$

$\hookrightarrow k < 0$

Fenster IV: $9/2 < -1/k < 17/2$

$-9/2 > 1/k > -17/2$

$\boxed{-2/9 < k < -2/17}$

4. Berechnen Sie zur Probe für jeden markierten Punkt die Übertragungsfunktion des geschlossenen Kreises, bestimmen Sie die Anzahl der instabilen Pole, und vergleichen Sie (Rechner benutzen!).

Aufgeschnitt

k	Pole	
$\frac{1}{16}$	{-2.68 - 1.74 i, -2.68 + 1.74 i, -0.270 - 0.515 i, -0.270 + 0.515 i, -0.05 - 1.99 i, -0.05 + 1.99 i}	stabil
$\frac{1}{10}$	{-3.00 - 2.00 i, -3.00 + 2.00 i, -0.215 - 0.507 i, -0.215 + 0.507 i, 0.22 - 2.20 i, 0.22 + 2.20 i}	instabil
$\frac{1}{2}$	{-4.56, 1.47, -1.38 - 3.62 i, -1.38 + 3.62 i, -0.076 - 0.503 i, -0.076 + 0.503 i}	instabil
-1	{-3.81, 0.444, -1.36 - 2.98 i, -1.36 + 2.98 i, 0.041 - 0.553 i, 0.041 + 0.553 i}	instabil
$-\frac{1}{5}$	{-3.41, -0.0266, -1.34 - 2.65 i, -1.34 + 2.65 i, 0.054 - 0.743 i, 0.054 + 0.743 i}	instabil

Anzahl der instabilen Pole	Anzahl der Umschlingungen
0	0
2	2
1	1
3	3
2	2