

# Regelungstechnik

## 3. Übung

---

Victor Cheidde Chaim

30. Januar 2023

Universität der Bundeswehr München, LRT-15 Institut für Steuer- und Regelungstechnik

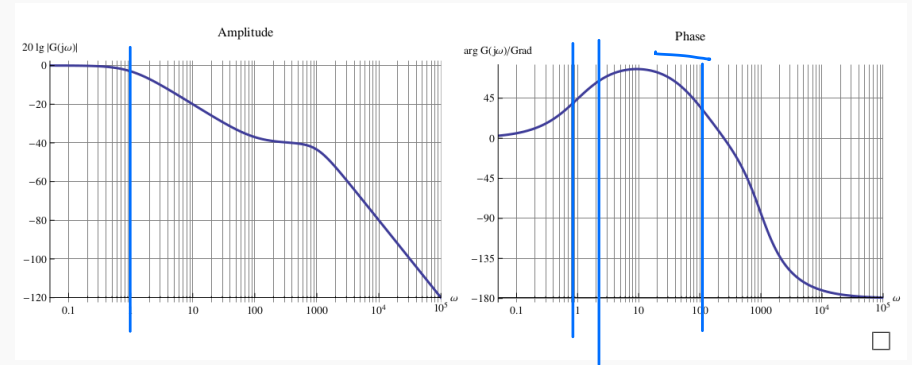
# Aufgabe 2.2

**2.2 Aufgabe (Klausuraufgabe HT 2013).** Stellen Sie fest, zu welcher der angegebenen Übertragungsfunktionen das dargestellte Bode-Diagramm gehört. Geben Sie dazu für 5 der 6 Fälle jeweils ein Merkmal der Übertragungsfunktion und ein Merkmal des Bode-Diagramms an, die nicht miteinander verträglich sind.

$\times G_1(s) = -\frac{\frac{s}{100} - 1}{(s+1)(\frac{s^2}{1000000} + \frac{3s}{2000} + 1)}$ ,  $\times G_2(s) = \frac{\frac{s}{100} - 1}{\sqrt{(s-1)(\frac{s^2}{1000000} + \frac{3s}{2000} + 1)}}$

$\times G_3(s) = -\frac{\frac{s}{100} + 1}{(s-1)(\frac{s^2}{1000000} + \frac{3s}{2000} + 1)}$ ,  $\circ G_4(s) = \frac{\frac{s}{100} - 1}{(s-1)(\frac{s^2}{1000000} + \frac{3s}{2000} + 1)}$

$\times G_5(s) = \frac{s-2}{(s-1)(\frac{s^2}{1000000} + \frac{3s}{2000} + 1)}$ ,  $\times G_6(s) = \frac{\frac{s}{100} + 1}{(s+1)(\frac{s^2}{1000000} + \frac{3s}{2000} + 1)}$



$G_1$ :  $\frac{1}{(s+1)}$   $\rightarrow$  Polstelle:  $-1$ , müsste Phase noch unten knicken.

$G_2$ :  $\frac{1}{\frac{s^2}{1000000} + \frac{3s}{2000} + 1}$  |  $\frac{1}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{2D}{\omega_0} s + 1} \rightarrow \omega_0 = 1000, \frac{2D}{\omega_0} = \frac{1}{2000} \rightarrow D = 0,25 < \frac{1}{\sqrt{2}}$  <sup>0,7</sup> Resonanz.  
Resonanzüberhöhung müsste auftreten.

$G_3$ :  $\omega_0 = 1000, \frac{2D}{\omega_0} = \frac{3}{2000} \rightarrow D = 0,15 < \frac{1}{\sqrt{2}}$  Keine Resonanzüberhöhung.

$\frac{s}{100} + 1 \rightarrow$  Nullstelle:  $-100 \rightarrow$  Phase müsste noch oben knicken

$G_4$ :  $\frac{s}{100} - 1 \rightarrow$  NS: 100 Alles stimmt!

$G_5$ : NS: 2 ( $s-2$ )  $\rightarrow$  Die Phase müsste noch unten knicken.

$\int R$   $G_6$ : Wie  $G_1$ , oder wie  $G_3$

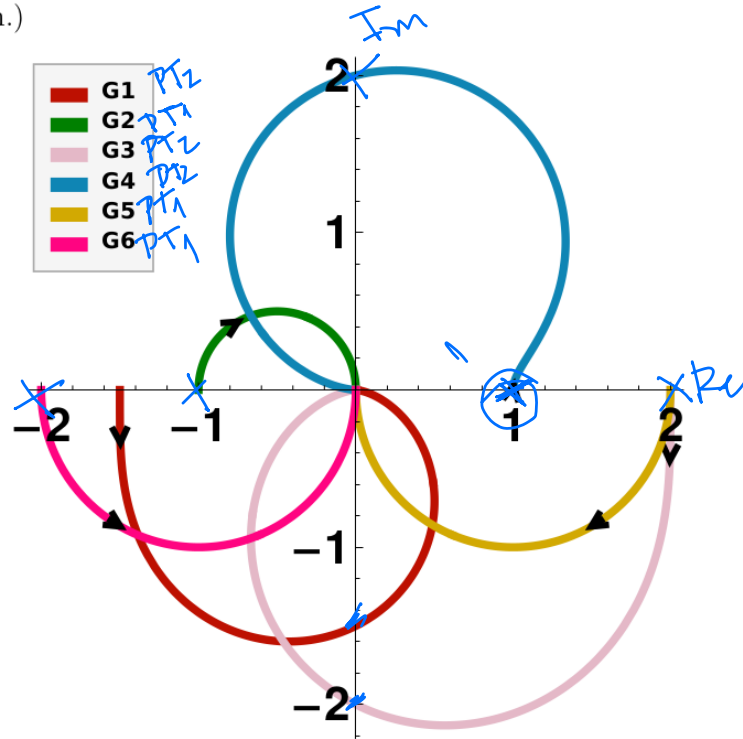
# Aufgabe 2.3

**2.3 Aufgabe.** Gegeben sind einige Ortskurven von PT1- und PT2-Systemen, d.h.,

$$\begin{matrix} \rightarrow \text{PT1} \\ G(s) = \frac{K}{1 + s/\omega_0} \end{matrix} \quad \text{bzw.} \quad \begin{matrix} \rightarrow \text{PT2} \\ G(s) = \frac{K}{1 + 2ds/\omega_0 + (s/\omega_0)^2} \end{matrix}$$

jeweils für nichtnegative Frequenzen. Dabei sind  $K$ ,  $\omega_0$  und  $d$  Parameter ( $K \neq 0$ ,  $\omega_0 \neq 0$ ,  $d \geq 0$ ).

Identifizieren Sie die PT1- und die PT2-Systeme und bestimmen Sie jeweils die Parameter  $K$  und  $d$  sowie das Vorzeichen von  $\omega_0$ . (Hinweis:  $K$  zuerst bestimmen.)



$$\begin{cases} G1, G3, G4 \rightarrow \text{PT2} \\ G2, G5, G6 \rightarrow \text{PT1} \end{cases}$$

PT1:  $G2: k = -1$

$$G(j\omega) = \frac{k}{1 + j\omega/\omega_0}$$

$$\text{Re}(G(j\omega)) = k$$

$$\begin{cases} G5 \rightarrow k = 2 \\ G6 \rightarrow k = -2 \end{cases}$$

PT2:

$$G(j\omega) = \frac{k}{1 + \frac{2d}{\omega_0} \cdot j\omega + \frac{j^2 \omega^2}{\omega_0^2}}$$

$$\begin{cases} z^2 = -1 \\ j = \sqrt{-1} \end{cases}$$

$$G(j\omega) = \frac{k}{1 + \frac{2d}{\omega_0} \cdot j\omega - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$$

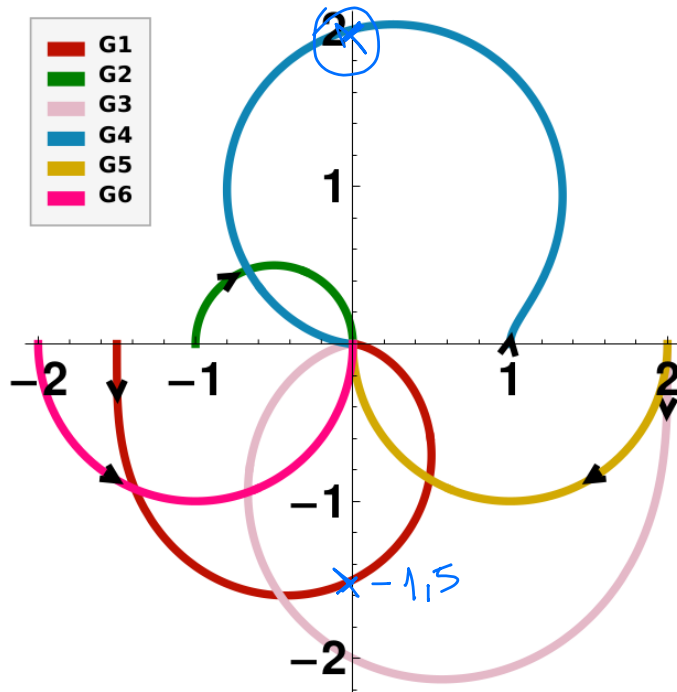
# Aufgabe 2.3

**2.3 Aufgabe.** Gegeben sind einige Ortskurven von PT1- und PT2-Systemen, d.h.,

$$G(s) = \frac{K}{1 + s/\omega_0} \quad \text{bzw.} \quad G(s) = \frac{K}{1 + 2ds/\omega_0 + (s/\omega_0)^2},$$

jeweils für nichtnegative Frequenzen. Dabei sind  $K$ ,  $\omega_0$  und  $d$  Parameter ( $K \neq 0$ ,  $\omega_0 \neq 0$ ,  $d \geq 0$ ).

Identifizieren Sie die PT1- und die PT2-Systeme und bestimmen Sie jeweils die Parameter  $K$  und  $d$  sowie das Vorzeichen von  $\omega_0$ . (Hinweis:  $K$  zuerst bestimmen.)



$$G(j\omega) = \frac{k}{1 + \frac{2D}{\omega_0} \cdot j\omega - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$$

DP (Durchtrittspunkt) =

$$\operatorname{Re}(G(j\omega)) = 0$$

$$\operatorname{Re}\left(1 + \frac{2D}{\omega_0} \cdot j\omega - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right) = 0$$

*imaginär*

$$1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 1 = \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{\omega = |\omega_0|}$$

$$\operatorname{Im}\left(1 + \frac{2D}{\omega_0} \cdot j\omega - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right) = \frac{2D \cdot \omega}{\omega_0}$$

DP:

$$G(j\omega) = -\frac{k}{\frac{2D\omega}{\omega_0}} = -\frac{k}{\frac{2D|\omega_0|}{\omega_0}}$$

$\hookrightarrow \operatorname{sign}(\omega_0)$

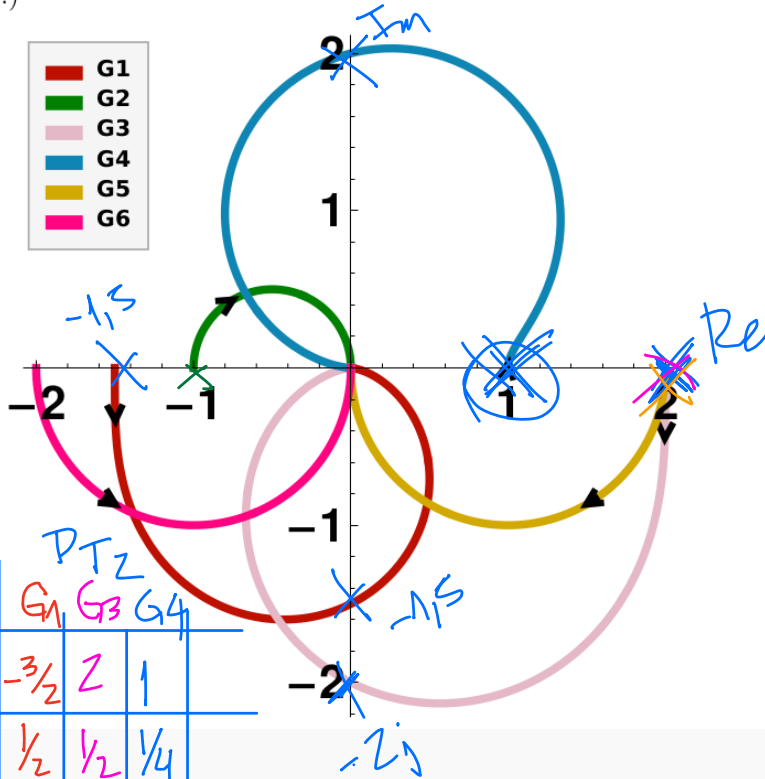
# Aufgabe 2.3

**2.3 Aufgabe.** Gegeben sind einige Ortskurven von PT1- und PT2-Systemen, d.h.,

$$G(s) = \frac{K}{1 + s/\omega_0} \quad \text{bzw.} \quad G(s) = \frac{K}{1 + 2ds/\omega_0 + (s/\omega_0)^2}$$

jeweils für nichtnegative Frequenzen. Dabei sind  $K$ ,  $\omega_0$  und  $d$  Parameter ( $K \neq 0$ ,  $\omega_0 \neq 0$ ,  $d \geq 0$ ).

Identifizieren Sie die PT1- und die PT2-Systeme und bestimmen Sie jeweils die Parameter  $K$  und  $d$  sowie das Vorzeichen von  $\omega_0$ . (Hinweis:  $K$  zuerst bestimmen.)



	PT1			PT2		
	G2	G5	G6	G1	G3	G4
$K$	1	2	-2	-3/2	2	1
$d$	/	/	/	1/2	1/2	1/4
$\omega_0$	+	+	-	-	+	-

$$\underline{G(j|\omega_0|)} = j \frac{K}{2D} \quad (-\text{sign}(\omega_0))$$

•  $G_1: K = -1,5$

$$-1,5j = j \frac{-1,5}{2D} \quad (-\text{sign}(\omega_0) > 0)$$

$$\omega_0 < 0 \rightarrow \boxed{D = 1/2}$$

•  $G_3: K = 2$

$$-2j = j \frac{2}{2D} \quad (-\text{sign}(\omega_0) < 0)$$

$$\omega_0 > 0, D = 1/2$$

•  $G_4: K = 1$

$$2j = j \frac{1}{2D} \quad (-\text{sign}(\omega_0) > 0 \rightarrow \omega_0 < 0)$$

$$\boxed{D = 1/4}$$

# Phasenminimumsysteme

## Definition 2.1:

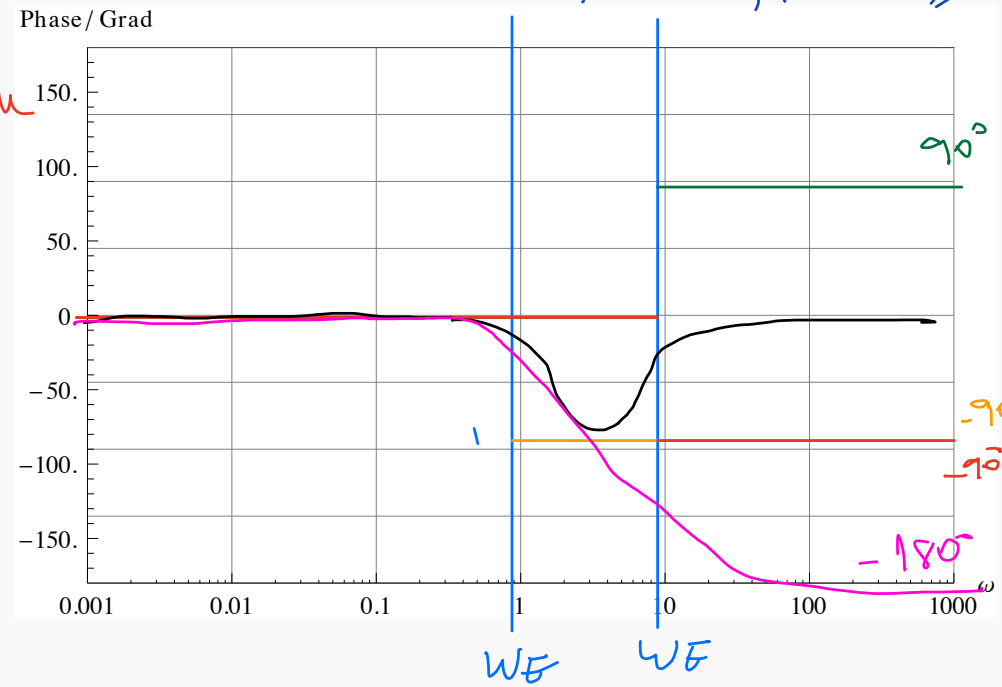
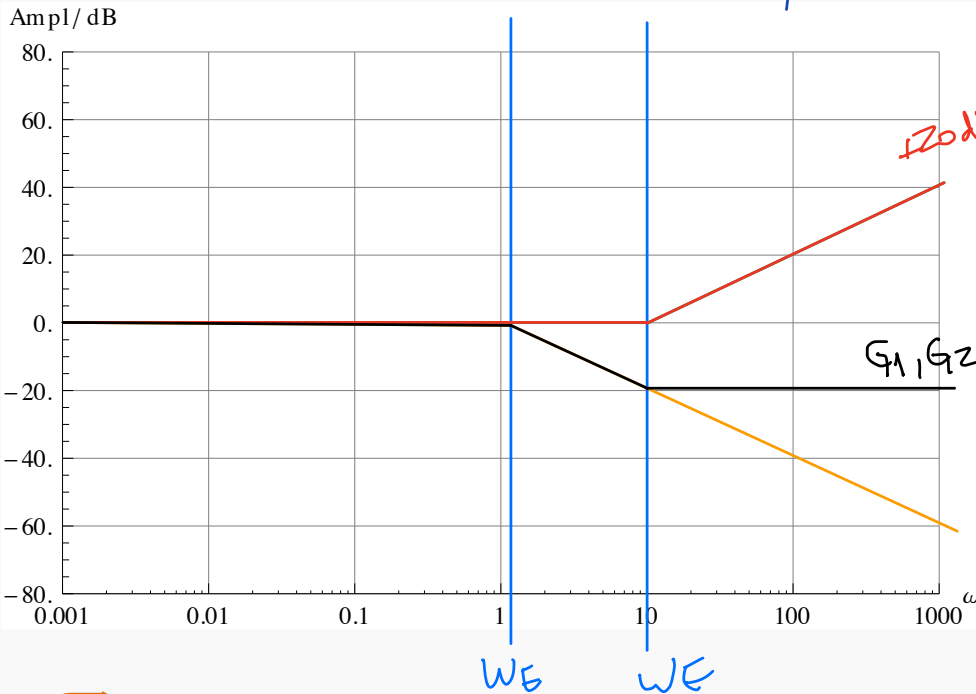
Phasenminimumsysteme sind Systeme **ohne** Totzeit, deren rationale Übertragungsfunktionen  $G(s)$  nur Pole und Nullstellen in der **linken** s-Halbebene haben.

$$\underline{G_1} = \frac{1 + s/10}{1 + s} \rightarrow \text{PMS}$$

Pol: -1, NS: -10

$$\underline{G_2} = \frac{1 - s/10}{1 + s} \text{ nicht PMS}$$

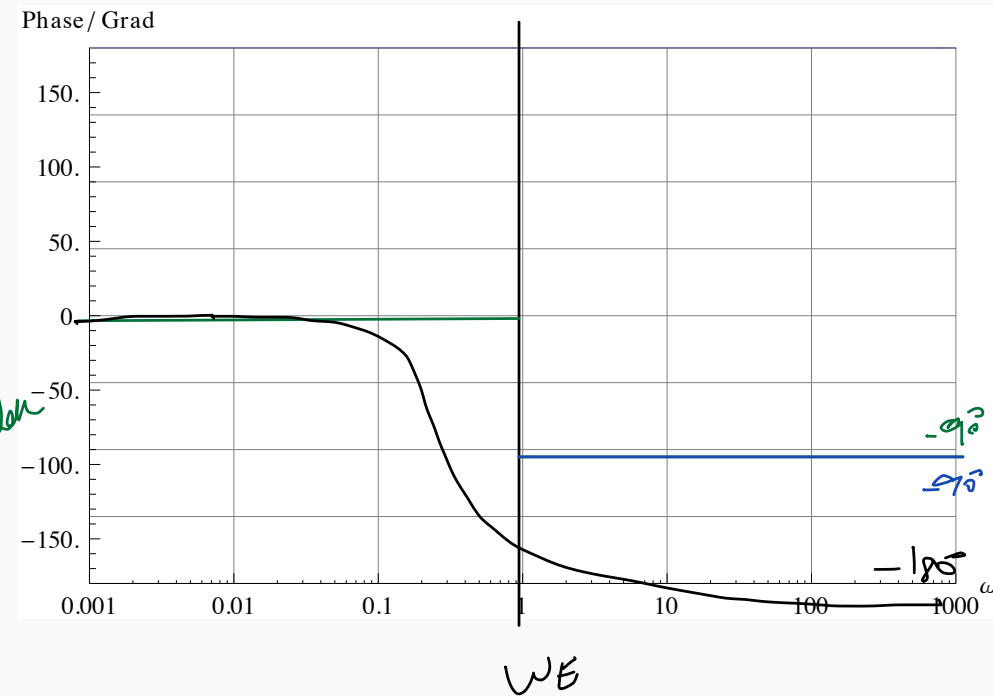
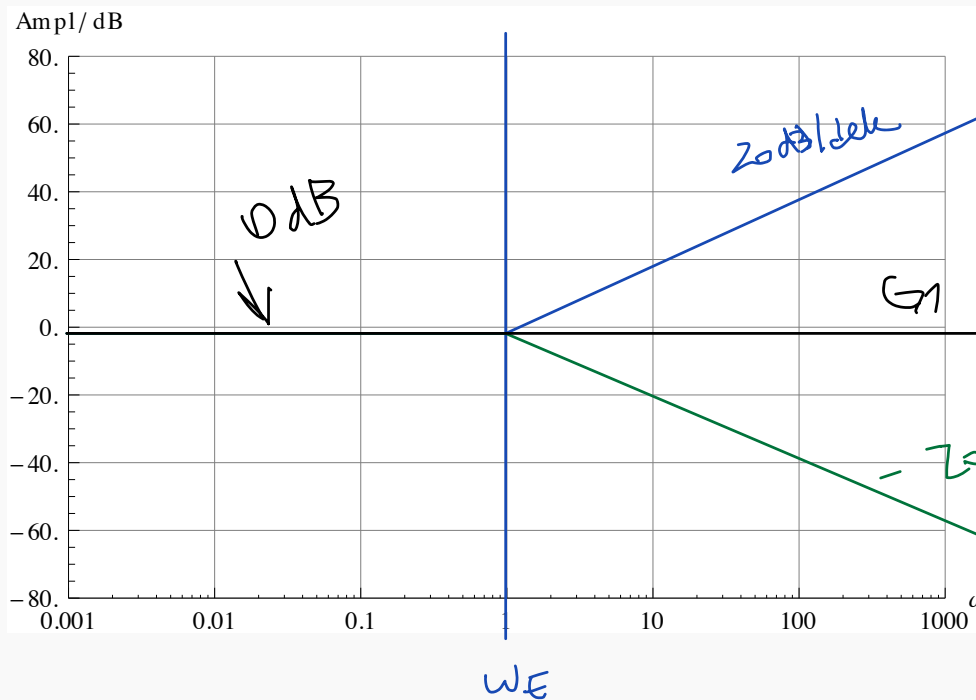
Pol: -1, NS: 10



## Definition 2.2

Allpaßsysteme sind Systeme, die für alle Frequenzen den **konstanten** Amplitudengang  $|G(j\omega)| = 1$  haben.  $\square$

$$G_2 = \frac{1-s}{1+s} \quad \text{PT1} : \frac{1}{1+s} \cdot 1-s$$



## Aufgabe 2.4

Zerlegen Sie die folgenden Übertragungsfunktion jeweils in ein Allpaßsystem und ein Phasenminimumsystem:

$$(i) \quad G(s) = \frac{2(s-1)}{s+1}$$

$$(ii) \quad G(s) = \frac{(s+1)}{s+2}$$

$$(iii) \quad G(s) = \frac{(s-2)(s+1)(s+(1-i))(s+(1+i))}{(s-(3+i))(s-(3-i))(s+4)}$$

$$(iv) \quad G(s) = \frac{(s-1)(s^2+1)(s^2+17s+5)}{(s+1)(s^2-5s+17)}$$



## Aufgabe 2.4

Zerlegen Sie die folgenden Übertragungsfunktion jeweils in ein Allpaßsystem und ein Phasenminimumsystem:

$$(i) \quad G(s) = \frac{2(s-1)}{s+1}$$

*Handwritten annotations: "G<sub>PMS</sub>" above the numerator, "G<sub>APU</sub>" to the right of the denominator.*

✓  $G_{PMS} = Z_1$   
alle Nullstelle (Nst)  
und Pole haben nicht  
positiven Realteil.

$$G_{APU} = \frac{s-1}{s+1} \rightarrow |G_{APU}(j\omega)| = 1$$

$$\Rightarrow \boxed{G(s) = G_{PMS} \cdot G_{APU}}$$

## Aufgabe 2.4

Zerlegen Sie die folgenden Übertragungsfunktion jeweils in ein Allpaßsystem und ein Phasenminimumsystem:

$$(ii) \quad G(s) = \frac{(s+1)}{s+2} \quad \begin{array}{l} \rightarrow \text{NS: } -1 \\ \rightarrow \text{PS: } -2 \end{array}$$

↳  $G(s)$  ist ein PMS.

$$G_{\text{ALL}} = 1 \quad \rightarrow \quad |G_{\text{ALL}}(j\omega)| = 1 \quad \checkmark$$

$$G_{\text{PMS}} = \frac{s+1}{s+2}, \quad \text{NS und PS haben nichtpositiven Realteil.}$$

# Aufgabe 2.4

Zerlegen Sie die folgenden Übertragungsfunktion jeweils in ein Allpaßsystem und ein Phasenminimumsystem:

$$(iii) \quad G(s) = \frac{\overset{NS: 2}{(s-2)} \overset{-1}{(s+1)} \overset{-1+i}{(s+(1-i))} \overset{-1-i}{(s+(1+i))}}{\underset{PS: 3+i}{(s-(3+i))} \underset{3-i}{(s-(3-i))} \underset{-4}{(s+4)}}$$

~ NS und Pole Realteil  $> 0$

~ NS und Pole Realteil  $< 0$

$$G_{ALL} = \frac{(s-2)(s+(3+i))(s+(3-i))}{(s+2)(s-(3+i))(s-(3-i))}$$

$$|G_{ALL}| = 1$$

$$G_{PMS} = \frac{(s+1)(s+(1-i))(s+(1+i))(s+2)}{(s+4)(s+(3+i))(s+(3-i))}$$

→ NS und PS Realteil  $< 0$

Beweis

$$G(s) = G_{PMS} \cdot G_{ALL} = \frac{\underbrace{(s+1)(s+(1-i))(s+(1+i))(s+2)}_{G_{PMS}} \cdot \frac{(s-2)(s+(3+i))(s+(3-i))}{\underbrace{(s+2)(s-(3+i))(s-(3-i))}_{G_{ALL}}}$$

# Aufgabe 2.4

Zerlegen Sie die folgenden Übertragungsfunktion jeweils in ein Allpaßsystem und ein Phasenminimumsystem:

$$(iv) \quad G(s) = \frac{\overset{\text{NS: } \Delta}{(s-1)}(s^2+1)(s^2+17s+5)}{(s+1)(s^2-5s+17)} \quad \text{pole } \neq 0$$

— NS und Pole  
Realtteil  $\geq 0$   
— NS und Pole  
Realtteil  $< 0$

$$G_{All}(s) = \frac{(s-1)(s^2+5s+17)}{(s+1)(s^2-5s+17)}$$

$$|G_{All}(j\omega)| = 1$$

$$G_{PMS}(s) = \frac{(s^2+1)(s^2+17s+5)\cancel{(s+1)}}{\cancel{(s+1)}(s^2-5s+17)} = \frac{(s^2+1)(s^2+17s+5)}{s^2-5s+17} //$$