

## Regelungstechnik, WT 2021

# 9 Übung, 15.03.2021

**9.1 Aufgabe.** Betrachtet wird das Zustandsraumssystem

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad (1a)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \quad (1b)$$

mit den Werten für  $A$ ,  $B$ ,  $C$  und  $D$ , die in Aufgabe 6.2 berechnet wurden. Wir beschränken uns hier auf den Fall einer Linearisierung in der Ruhelage mit  $q_{e1} = q_{e2} = 1/2$  und geeigneten  $h_i$ .

- (i) Betrachten Sie die Linearisierung mit nur einem Eingang,  $\Delta q_{e1}$ , und bestimmen Sie eine lineare Zustandsrückführung derart, daß das char. Polynom des geschlossenen Regelkreises die Nullstellen  $-1$ ,  $-2$  und  $-3$  besitzt.
- (ii) Betrachten Sie die Linearisierung mit nur einem Ausgang,  $\Delta h_3$ , und bestimmen Sie einen Beobachter, der  $-5$  als dreifachen Eigenwert besitzt.
- (iii) Verifizieren Sie numerisch mit Software Ihrer Wahl, daß der Beobachter aus (ii) die Zustände  $\Delta h_1$  und  $\Delta h_2$  der Linearisierung tatsächlich beobachtet. Wählen Sie dazu  $\Delta u_1(t) = t/10$ ,  $\Delta u_2(t) = 0$ ,  $\Delta h(0) = (-0.1, 0.2, 0.1)$  und  $\Delta \hat{h}(0) = (0, 0, 0)$ . ( $\Delta \hat{h}$  ist der Beobachterzustand.)

□

**9.2 Aufgabe.** Betrachtet werde ein auf einem Wagen drehbar befestigter Stab der Länge  $L$ ; siehe Abbildung. Der Stab ist masselos, trägt an seinem Ende eine Punktemasse  $m$ , und bewegt sich in einer Ebene unter Einfluß der Fallbeschleunigung  $g$  und der Beschleunigung  $u$  des Wagens. Die Beschleunigung  $u$  des Wagens wird dabei als Eingang betrachtet; die Reibung im Gelenk des Stabes ist viskos mit Reibungskoeffizient  $\rho$ . Für die Parameter nehmen wir  $L > 0$ ,  $m > 0$ ,  $g > 0$  und  $\rho \geq 0$  an.

(i) Modellieren Sie die Bewegung des Stabes in Zustandsform

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, u), \\ y &= g(x, u)\end{aligned}$$

mit dem Zustand  $x = (\varphi, \dot{\varphi})$ , dem Ausgang  $\varphi$  und dem Eingang  $u$ .

(ii) Bestimmen Sie alle Ruhelagen  $(x, u)$ .

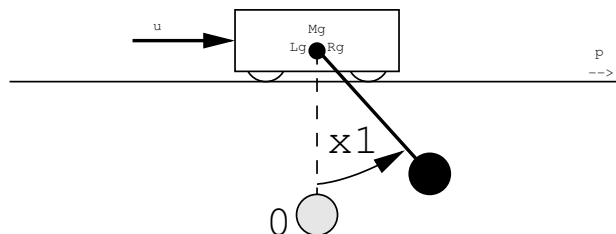
(iii) Linearisieren Sie das System in den Ruhelagen. Berechnen Sie also die Matrizen

$$A := D_1 f(x, u), B := D_2 f(x, u), C := D_1 g(x, u), D := D_2 g(x, u)$$

für alle in (ii) bestimmten Ruhelagen  $(x, u)$ .

(iv) Ermitteln Sie für jede der Ruhelagen, für welche Parameterwerte die entsprechende Linearisierung asymptotisch stabil ist, und für welche Parameterwerte die entsprechende Linearisierung BIBO-stabil ist.

(v) Diese Teilaufgabe ist nur für den Fall  $\rho > 0$  zu lösen: Beschreiben Sie in Worten, wie sich der Stabwinkel verhält, wenn das System sich zunächst in der Ruhelage “ $\varphi = 0$ ,  $\dot{\varphi} = 0$ ,  $u = 0$ ” befindet und dann der Wagen von einem Zeitpunkt an konstant beschleunigt wird, also etwa  $u(t) = 1$  für alle  $t \geq 0$ . Gleiche Aufgabe für den Fall, daß sich der Wagen von einem Zeitpunkt an mit konstanter Geschwindigkeit bewegt.



□