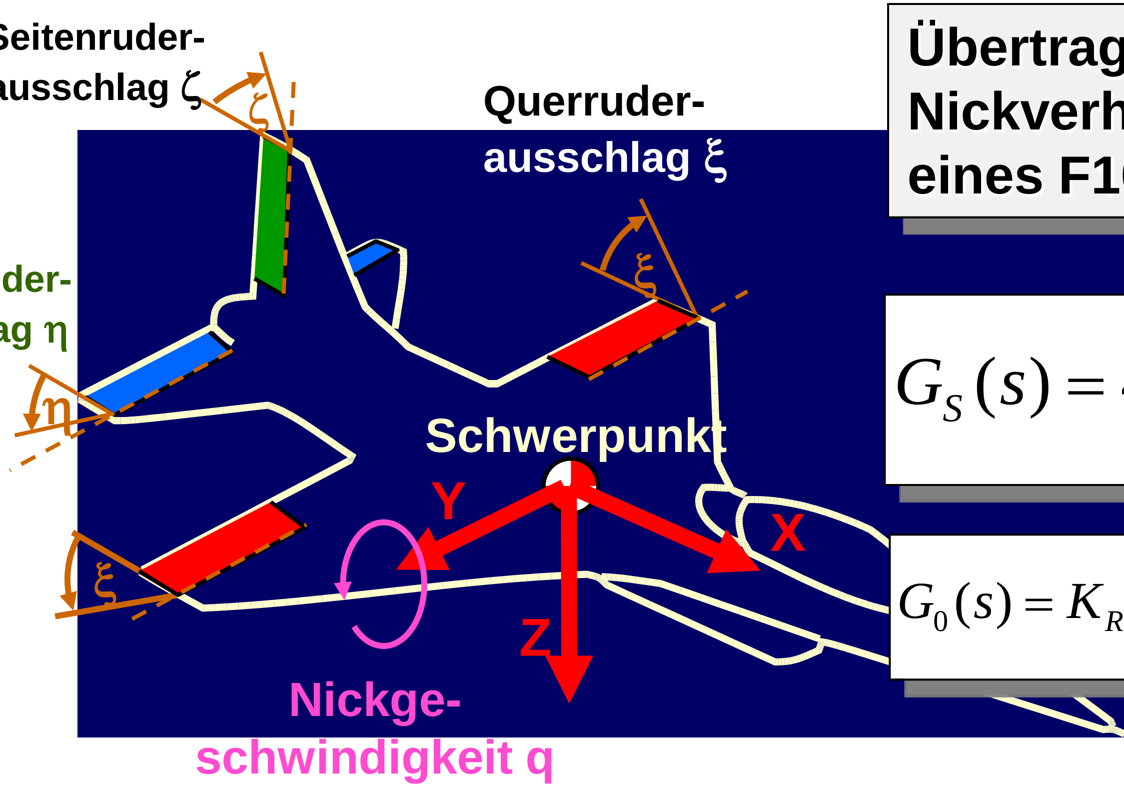
WOK: Beispiel Nickdämpfung

Verbesserung der Nickdämpfung eines Flugzeuges durch Rückführung der Nickgeschwindigkeit q auf den Höhenruderausschlag η



Übertragungsfunktion des Nickverhaltens für die Daten eines F104G im Landeanflug*:

$$G_S(s) = 4{,}81 \frac{s + 0{,}565}{s^2 + 0{,}97s + 2{,}11}$$

$$G_0(s) = K_R G_S(s) = 4{,}81 \frac{s + 0{,}565}{s^2 + 0{,}97s + 2{,}11}$$

WOK-Verstärkung k_0

für $K_R = 1$.

Systemverstärkung aus

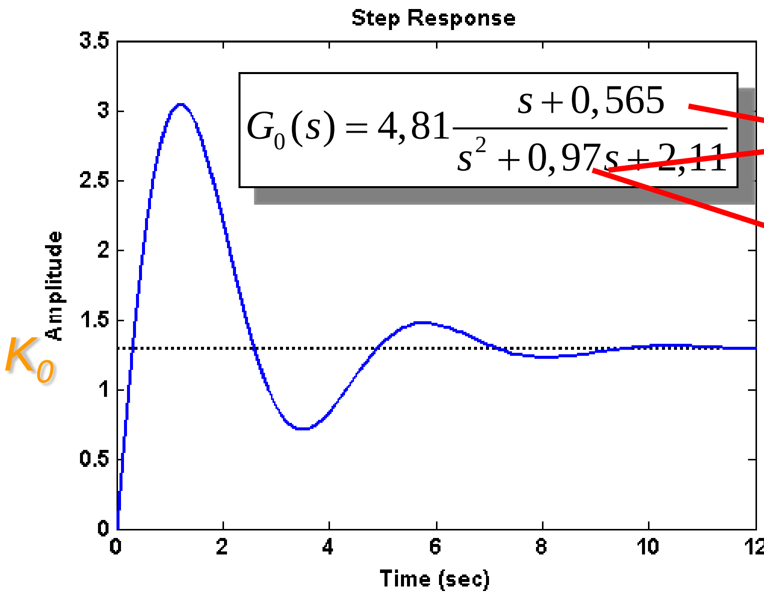
$$K_0 = G_0(s)\Big|_{s=0} = \frac{4{,}81 \cdot 0{,}565}{2{,}11} = 1{,}288$$

*Brockhaus: Flugregelung, 2001, Springer-Verlag, S. 505

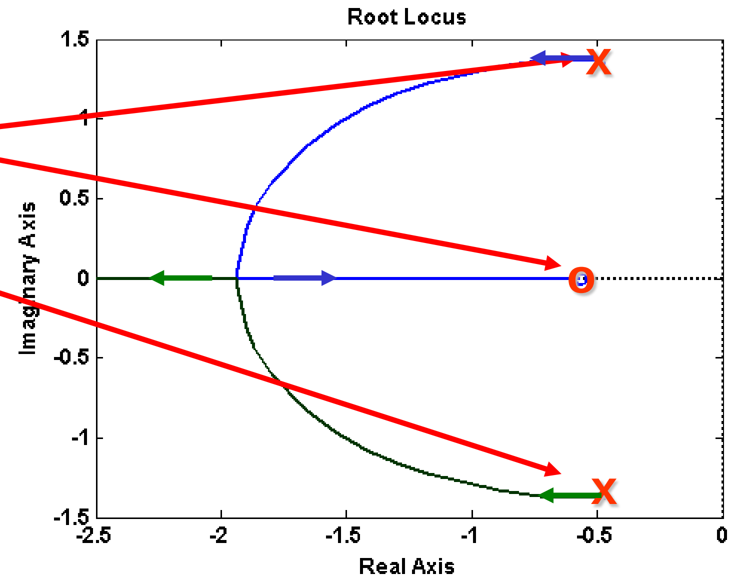
WOK: Beispiel Nickdämpfung (3)

Sprungantwort

$$G_0(s) = 4{,}81 \frac{s + 0{,}565}{s^2 + 0{,}97 s + 2{,}11}$$



WOK



Strecken-Eigenschaften:

Dämpfungsgrad D = 0,337

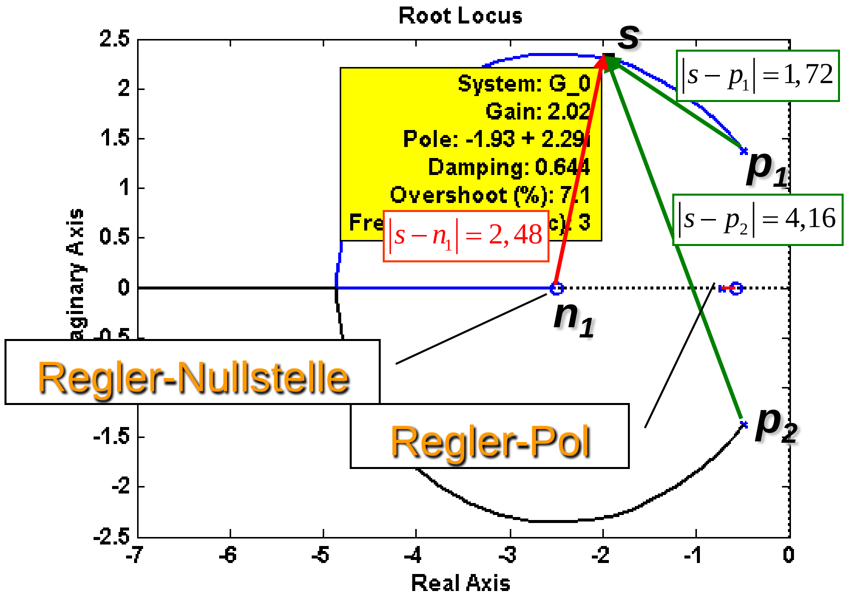
Eigenfrequenz $\omega_0 = 1{,}44$

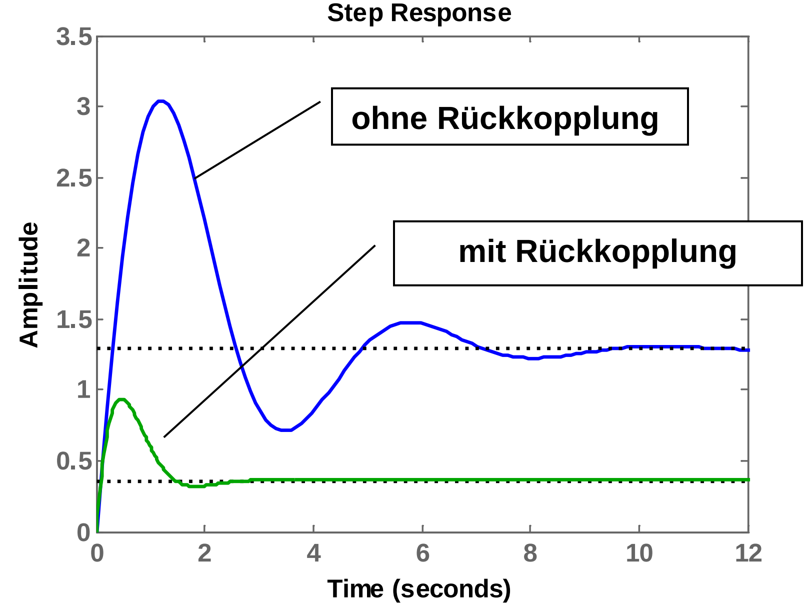
Gewünschte Eigenschaften:

Dämpfungsgrad D: 0,5 - 1

Eigenfrequenz ω_0: 2 - 4

WOK: Beispiel Nickdämpfung (9)





K_R = Gain = 2,02 $\Rightarrow$ $$k_0 = 1,37 K_R = 1,37 \cdot 2,02 = 2,77$$

Graphische Ermittlung mit Regel 12:

$$k_0 = \frac{\prod_{i=1}^{m} |s-p_i|}{\prod_{i=1}^{n} |s-n_i|}$$

$$k_0 = \frac{1,72 \cdot 4,16}{2,48} = 2,89$$

WOK: Beispiel Nickdämpfung (7)

Die gewünschten dynamischen Eigenschaften können mit einem P-Regler nicht erzielt werden !

Lösung:

Kompensation der Streckennullstelle bei *–0,565* sowie Einfügung einer neuen Nullstelle, die weiter links liegt.

Einsatz eines PDT$_1$-Regler mit den Parametern:

$T_D = 0{,}4$ **und** $T_1 = 1{,}4$

Strecke: $n_1 = -0{,}565$

und der Übertragungsfunktion:

$$G_R(s) = \frac{1 + T_D s}{1 + T_1 s}$$

Nullstelle: $n_1 = -\,{}^{1}\!/\!{}_{T_D} = -\frac{1}{0{,}4} = -2{,}5$

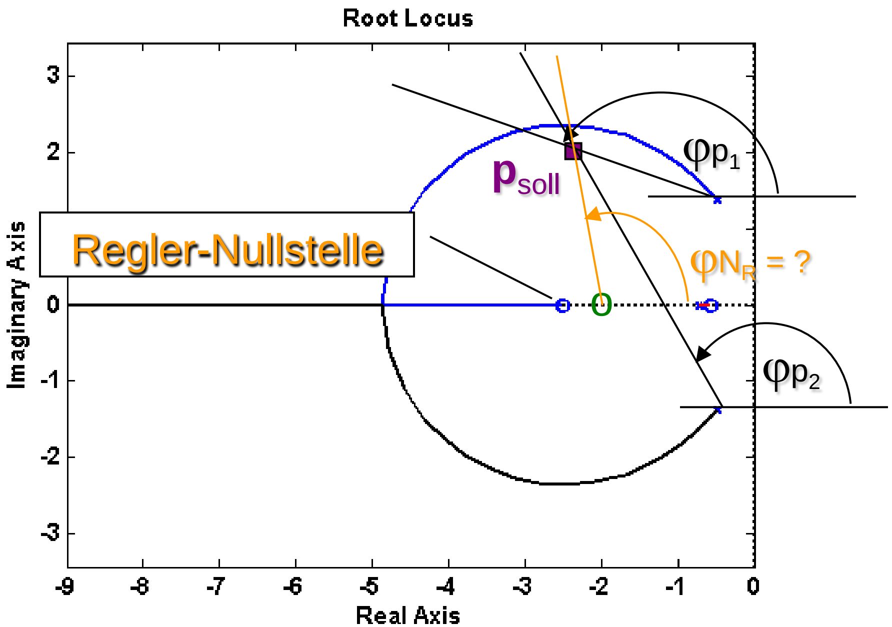
Reglerpol: $p_1 = -\,{}^{1}\!/\!{}_{T_1} = -\frac{1}{1{,}4} = -0{,}71$

WOK: Beispiel Nickdämpfung (10)

Vorgabe: D = 0,75 $\omega_0 = 3$ $\Rightarrow$ Pole p_1, p_2 des geschlossenen Kreises

$$Re(p_{1,2}) = D\,\omega_0 = 0{,}75 \cdot 3 = 2{,}25$$

$$Im(p_{1,2}) = \pm\sqrt{\omega_0^2 - (D\omega_0)^2} = \pm 1{,}95$$



Mit Hilfe der Phasenbedingung die Regler-Nullstelle so fest-legen, dass der Punkt p_{soll} auf der WOK liegt.

$$\varphi_{n_R} - \varphi_{P_1} - \varphi_{P_2} = 180°$$

$$\varphi_{n_R} = 180° + \varphi_{P_1} + \varphi_{P_2}$$

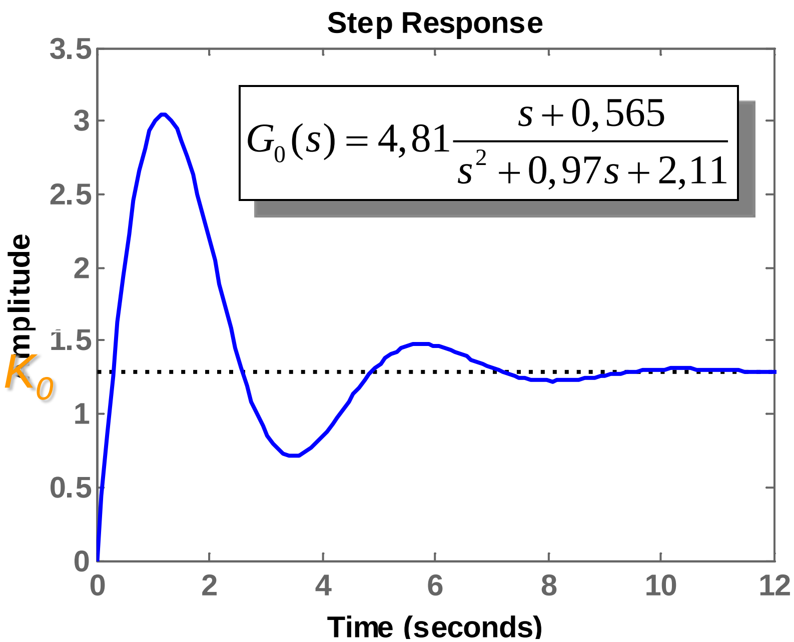
$$\varphi_{n_R} = 180° + 162° + 118°$$

$$= 460° = 360° + 100°$$

$\Rightarrow$ **Regler-Nullstelle:** $n_R = -2{,}05$

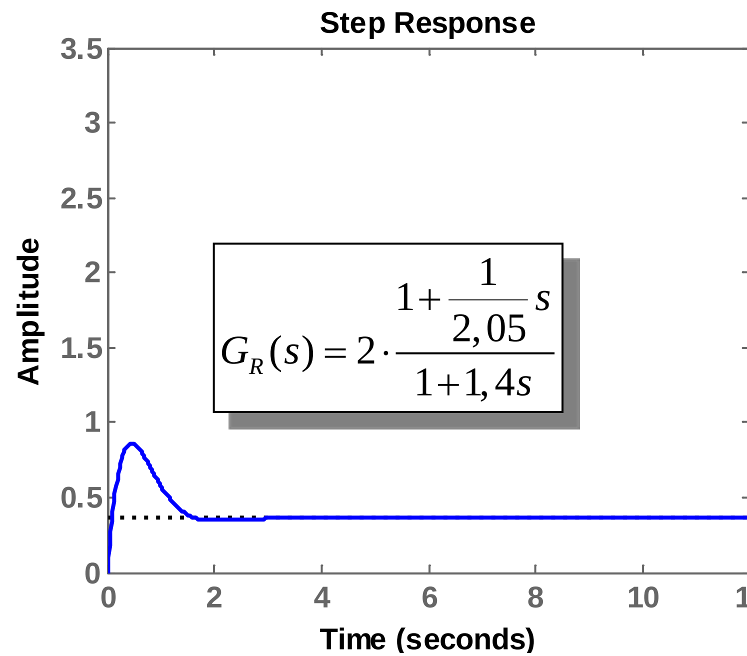
WOK: Beispiel Nickdämpfung (11)

Sprungantwort (ohne Rückführung)



$$G_0(s) = 4{,}81 \frac{s + 0{,}565}{s^2 + 0{,}97s + 2{,}11}$$

Sprungantwort (mit Rückführung)



$$G_R(s) = 2 \cdot \frac{1 + \frac{1}{2{,}05} s}{1 + 1{,}4s}$$

Strecken-Eigenschaften:

Dämpfungsgrad D = 0,337

Eigenfrequenz $\omega_0 = 1{,}44$

Eigenschaften:

Dämpfungsgrad D ≈ 0,75

Eigenfrequenz $\omega_0 \approx 3$

Eigenschaften der Regelungsnormalform

- Die Regelungsnormalform lässt sich sofort angeben, wenn die Übertragungsfunktion G(s) eines dynamischen Systems bekannt ist.
- Die Regelungsnormalform existiert dann und nur dann, wenn das System (A,b) vollständig steuerbar ist.

Die Regelungsnormalform erhält man durch eine Zustandstransformation

$$\boldsymbol{x}_R(t) = \boldsymbol{T}_R^{-1}\boldsymbol{x}(t)$$

mit der Transformationsmatrix

$$\boldsymbol{T}_R = \begin{bmatrix} \boldsymbol{q}_S' \\ \boldsymbol{q}_S'\boldsymbol{A} \\ \boldsymbol{q}_S'\boldsymbol{A}^2 \\ \vdots \\ \boldsymbol{q}_S'\boldsymbol{A}^{n-1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{A}_R &= \boldsymbol{T}_R^{-1}\boldsymbol{A}\boldsymbol{T}_R \\ \boldsymbol{b}_R &= \boldsymbol{T}_R^{-1}\boldsymbol{b} \\ \boldsymbol{c}_R^T &= \boldsymbol{c}^T\boldsymbol{T}_R \\ \boldsymbol{x}_{R0} &= \boldsymbol{T}_R^{-1}\boldsymbol{x}_0\,. \end{aligned}$$

$$\boldsymbol{q}_S' = [0\ 0\ \dots\ 0\ 1]\ \boldsymbol{Q}_S^{-1}$$

letzte Zeile der inversen Steuerbarkeitsmatrix

Definition 3.2 (*Stabilität eines linearen Systems*)

Ein lineares, zeitinvariantes System, das durch die Zustandsgleichungen (3.1) beschrieben wird, heißt **asymptotisch stabil**, wenn die Lösung $\boldsymbol{x}(t)$ der homogenen Zustandsdifferentialgleichung

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t)$$

für einen beliebigen Anfangszustand $\boldsymbol{x}_0$ für $t \to \infty$ gegen Null geht. □

Aus der Bewegungsgleichung

$$\boldsymbol{x}(t) = \boldsymbol{\Phi}(t)\boldsymbol{x}_0 + \int_0^t \boldsymbol{\Phi}(t-\tau)\boldsymbol{b}u(\tau)\mathrm{d}\tau$$

erhält man für $u(t) = 0$

$$\boldsymbol{x}(t) = \boldsymbol{\Phi}(t)\boldsymbol{x}_0 \,.$$

$$\lim_{t\to\infty} \mathbf{x}(t) = 0$$

kann für beliebige x_0 nur dann erfüllt werden, wenn

$$\lim_{t\to\infty} \| \boldsymbol{\Phi}(t) \| = 0$$

gilt.