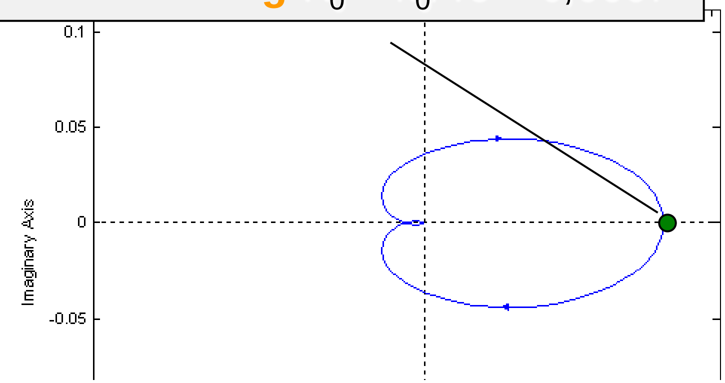
Stabilitätsreserve

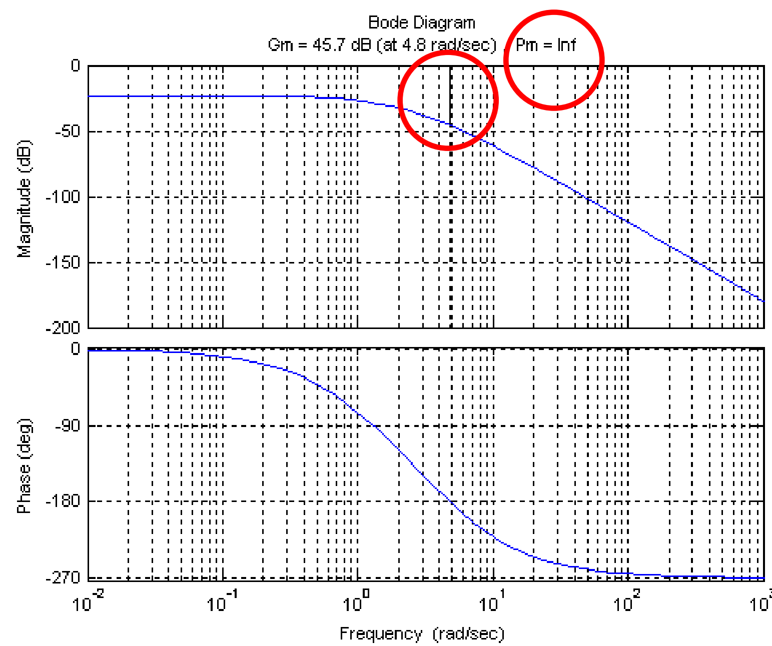
- Eine Stabilitätsreserve ist notwendig, um Modellunsicher-heiten und Parameteränderungen zu berücksichtigen.
- Die Nyquist-Orstskurve zeigt an, wie weit die Ortskurve vom kritischen Punkt (Stabilitätsrand) entfernt ist.
- Ein Maß für die Stabilitätsreserve (robuste Stabilität) ist der Amplituden- bzw. der Phasenrand.
- Der Amplitudenrand gibt an, wieweit die Verstärkung des offenen Kreises erhöht werden kann, bevor der geschlossene Kreis instabil wird.
- Der Phasenrand gibt an, wie groß eine zusätzliche Phasenverschiebung im offenen Kreis sein darf, bevor der geschlossene Kreis instabil wird.

Nyquist-Kriterium: Matlab

```
% Vorlesung RT
% Beispiel: Stabilitätsanalyse eines Systems 3-ter Orndung
%
%
s=tf('s') % Definition der Üfkt. G(s) = s (Laplace-Variabl
%
% Definition der Übertragungsfunktion des offenen Kr
%
k_0 = 1
%
G_0 = k_0/((s+1)*(s+3)*(s+5))
%
% Darstellung der Nyquist-Ortskurve in Bild 1
%
figure(1)
nyquist(G_0)
hold on
%
% Bodediagramm mit Amplitudenrand in Bild 2
%
figure(2)
margin(G_0)
hold on
```

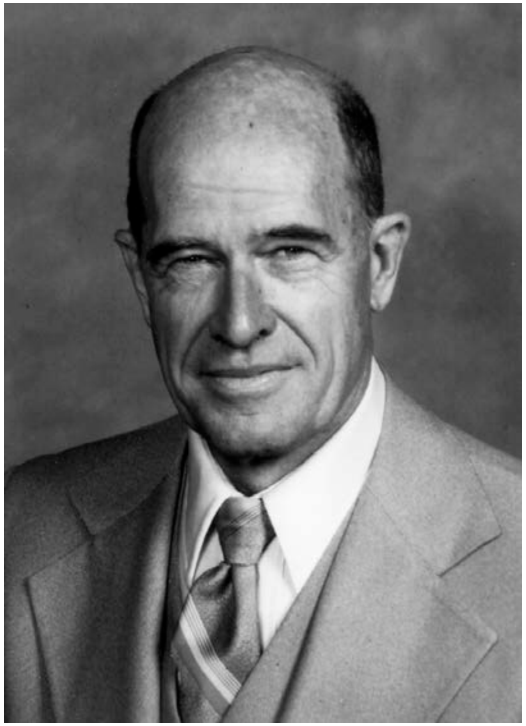
Systemverstärkung $K_0 = k_0/15 = 0{,}0667$





Achtung: Die Funktion *margin* überprüft nicht, ob G_0 stabil ist !!!

Walter R. Evans



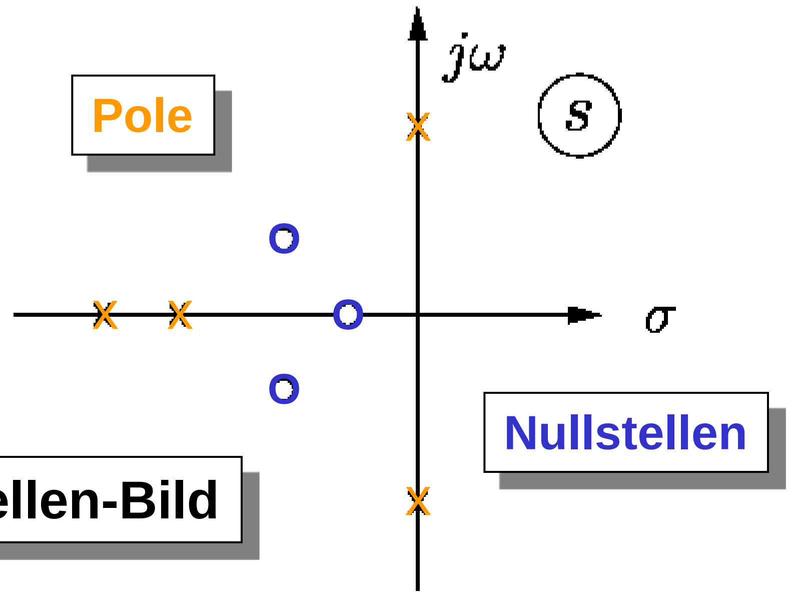
15. Januar 1920	geb. in St. Louis, Missouri
1941	B.S. in Electrical Engineering, Washington University in St. Louis
1942 – 1944	General Electric Company
1946 – 1948	Instructor, Washington University
1948	Entwicklung des WOK-Verfahrens
1951	M.S. in Electrical Engineering, University of California
1952 – 1980	Tätigkeit in verschiedenen Firmen (Autonetics, Ford Aeronautic Company)
10. Juli 1999	gestorben in Whittier, CA

Darstellungsformen

$$G(s) = \frac{b_0 + b_1 \cdot s^1 + \cdots + b_m \cdot s^m}{a_0 + a_1 \cdot s^1 + \cdots + a_n \cdot s^n} \qquad \text{(Polynomform)}$$

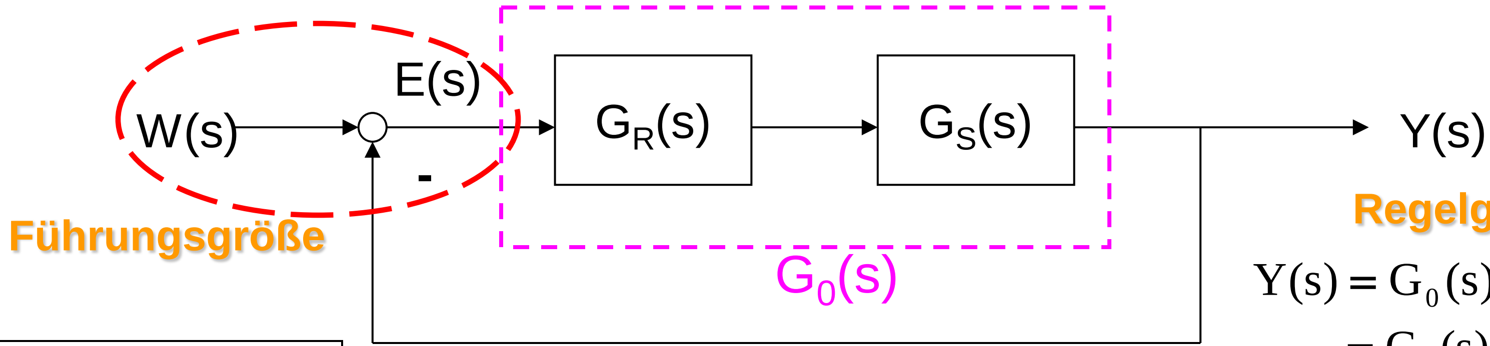
$$G(s) = \frac{b_m}{a_n} \cdot \frac{\prod_{j=1}^{m} (s - n_j)}{\prod_{i=1}^{n} (s - p_i)} \qquad \text{(Pol-Nullstellen-Form)}$$

Das Pol-Nullstellen-Bild beschreibt eine Übertragungsfunktion bis auf den Faktor b_m/a_n vollständig !!



Pol- Nullstellen-Bild

Führungsübertragungsfunktion



$$\begin{aligned} Y(s) &= G_0(s)\cdot E(s) \\ &= G_0(s)[W(s)-Y(s)] \\ &= G_0(s)W(s)-G_0(s)Y(s) \end{aligned}$$

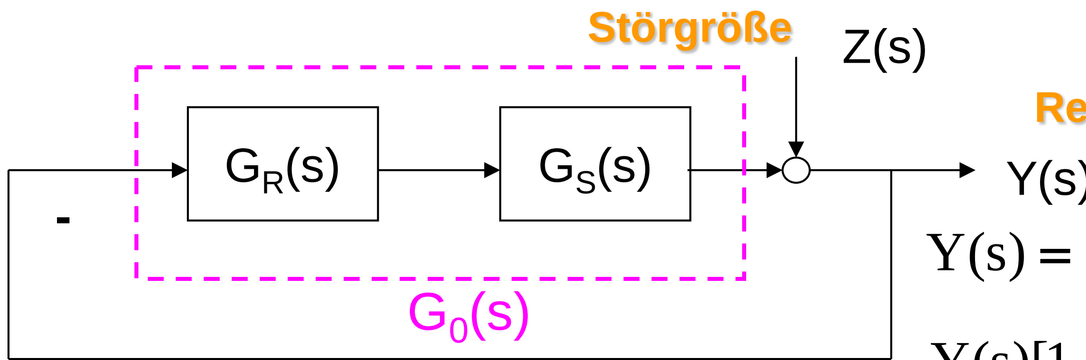
Definition:

Die **Führungsübertragungsfunktion $G_W(s)$** gibt die Wirkung der Führungsgröße **W(s)** auf die Regelgröße **Y(s)** an. Für den Standard-Regelkreis berechnet sie sich durch:

$$Y(s)[1+G_0(s)] = G_0(s)W(s) \quad \Rightarrow \quad \boxed{G_W(s) = \frac{Y(s)}{W(s)} = \frac{G_0(s)}{1+G_0(s)}}$$

Führungsverhalten: $Y(s) = G_W(s)\cdot W(s)$

Regelungsaufgabe: $Y(s) := W(s) \quad \Rightarrow \quad G_W(s) = 1$



$$Y(s) = Z(s) - G_0(s) \cdot Y(s)$$

$$Y(s)[1 + G_0(s)] = Z(s)$$

Definition:

Mit der **Störübertragungsfunktion $G_z(s)$** lassen sich die Wirkungen der externen Störungen $Z(s)$ auf die Regelgröße $Y(s)$ berechnen. Für den Standard-Regelkreis lautet sie:

$$G_z(s) = \frac{Y(s)}{Z(s)} = \frac{1}{1 + G_0(s)}$$

Störverhalten: $Y(s) = G_z(s) \cdot Z(s)$

Regelungsaufgabe: $Y(s) := 0 \quad \Rightarrow \quad G_z(s) = 0$

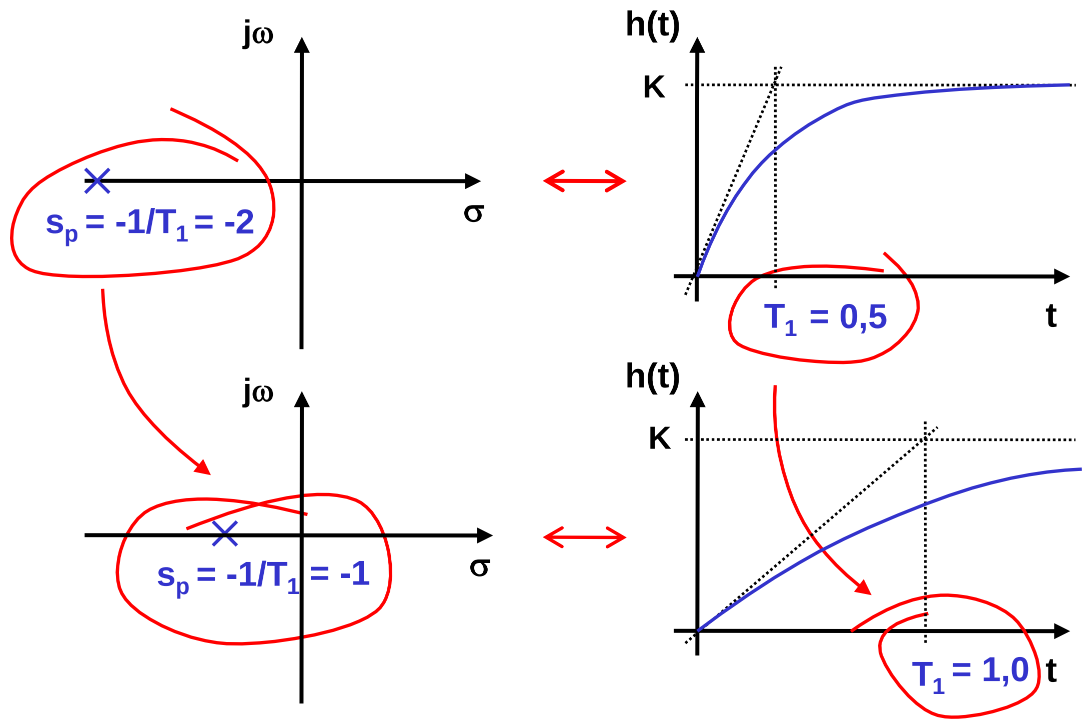
PT$_1$-System: Pole und Zeitverhalten

PT$_1$-System: $$G(s) = \frac{K}{1 + sT_1}$$

Nullstellen: Keine

Polstelle: $$s_p = -\frac{1}{T_1}$$

Ein System reagiert um so schneller, je weiter entfernt sich ein Pol von der Imaginärachse befindet.



PT$_2$-System (komplexe Pole)

Differentialgleichung: $\frac{1}{\omega_0^2}\ddot{y}(t) + \frac{2D}{\omega_0}\dot{y}(t) + y(t) = K\,u(t)$

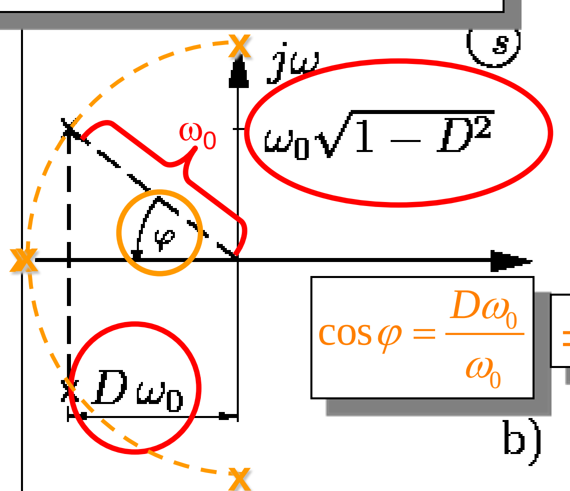
Übertragungsfunktion: $G(s) = \dfrac{K}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{2D}{\omega_0}s + 1}$

Pole: Aus $s^2 + 2D\omega_0 s + \omega_0^2 = 0$ folgt

$$s_{1,2} = -D\omega_0 \pm \sqrt{(D\omega_0)^2 - \omega_0^2}$$

$$= -D\omega_0 \pm \omega_0\sqrt{D^2 - 1}$$

$$|s_{1,2}| = \sqrt{(D\omega_0)^2 + \omega_0^2(1-D^2)} = \omega_0$$



$$\cos\varphi = \frac{D\omega_0}{\omega_0} = D$$

Für $D < 1$ ergibt sich:

$$s_{1,2} = -D\omega_0 \pm j\omega_0\sqrt{1-D^2}$$

Für $D = 1$ ergibt sich: $s_1 = s_2 = -\omega_0$

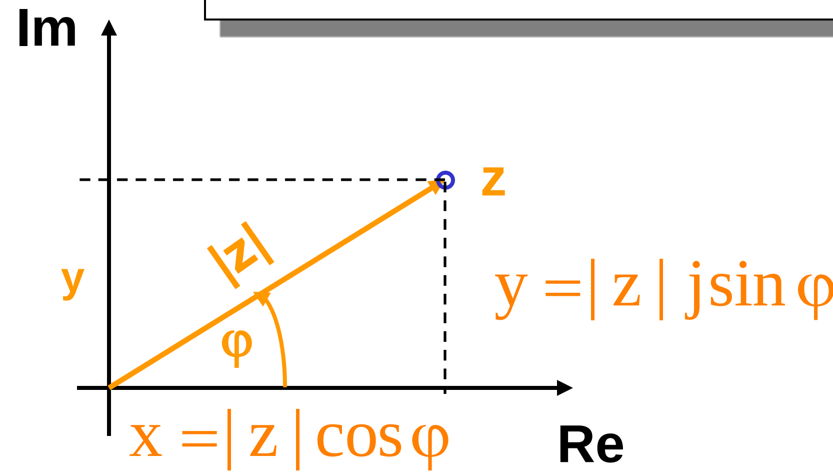
und für $D = 0$: $s_{1,2} = \pm j\omega_0$

Kartesische Koordinaten

$$z = x + jy$$

Darstellung als Zeiger (Vektor) in der komplexen Zahlenebene (Gaußschen Zahlenebene).

Gaußsche Zahlenebene



Polarkoordinaten

$$z = |z|(\cos\varphi + j\sin\varphi)$$

Exponentialform

Aus der Eulersche Identität

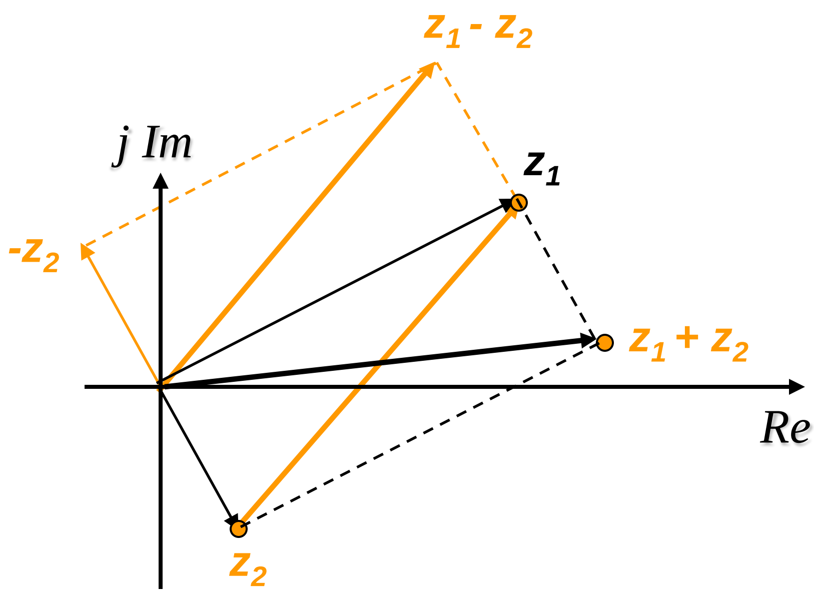
$$\boxed{e^{j\varphi} = \cos\varphi + j\sin\varphi}$$

folgt $z = |z|\, e^{j\varphi} = |z|\, e^{j\measuredangle z}$

Addition und Subtraktion

$$z_1 + z_2 = (x_1 + jy_1) + (x_2 + jy_2)$$

$$= (x_1 + x_2) + j(y_1 + y_2)$$



Multiplikation

$$z_1 \cdot z_2 = (x_1 + jy_1) \cdot (x_2 + jy_2)$$

$$= r_1 e^{j\varphi_1} \cdot r_2 e^{j\varphi_2}$$

$$= r_1 \cdot r_2 \cdot e^{j(\varphi_1 + \varphi_2)}$$