

## **Regelungstechnik**

### **Vorlesung :**

Dozent: Professor Ferdinand Svaricek

Ort: BBB

Zeit: Do 14.30 – 16.00 Uhr

### **Seminarübungen:**

Dozent: Victor Chaim

Ort: BBB

Zeit: Mo 15.00 – 16.30 Uhr (Beginn 18.01.2021)

### **Vorlesungsskript:**

<https://www.unibw.de/lrt15/lehre/vorlesungen-1/unterlagen-rt/vorlesung/skript-regelungstechnik.pdf/download>



## 1 Einführung

- Grundbegriffe der Regelungstechnik.
- Prinzip einer Steuerung und Regelung.
- Allgemeines Blockschaltbild eines Regelkreises.
- Linearisierung nichtlinearer Kennlinien.

## 2 Modellbildung dynamischer Systeme

- im Zeitbereich
  - Einheitssprungfunktion, Sprungantwort, Übergangsfunktion.
  - Dirac'scher Deltaimpuls, Gewichtsfunktion.
  - Faltungsintegral.
- im Bildbereich
  - Laplace-Transformation (Grenzwertsätze).
  - Lösung von Differentialgleichungen.
  - Übertragungsfunktion, Pole und Nullstellen.
  - Blockschaltbildalgebra.



- Definition und Eigenschaften wichtiger Übertragungsglieder (P,  $PT_1$ ,  $PT_2$ , I,  $IT_1$  usw.).

### 3 Analyse des Regelkreises

- Übertragungsfunktion  $G_0(s)$  des offenen Kreises.
- Führungs- und Störübertragungsfunktion.
- Stationäres Verhalten des Regelkreises.
- Stabilität
  - Definition der asymptotischen Stabilität.
  - Algebraische Stabilitätskriterien.

### 4 Entwurf linearer Regelkreise

- Regelgüte.
- PID-Regler.
- Einstellregeln von Ziegler und Nichols.



## Vertiefung und Erweiterung der Beschreibung und Analyse dynamischer Systeme

- im Frequenzbereich
  - Ortskurve und Bodediagramm.
  - Nyquist-Kriterium.
  - Wurzelortskurve.
- im Zeitbereich
  - Beschreibung und Analyse dynamischer Systeme im Zustandsraum.
  - Steuer- und Beobachtbarkeit.

## Entwurf linearer Regelungssysteme

- im Zeitbereich
  - Entwurf im Zustandsraum (Polvorgabe).
  - Zustandsbeobachter

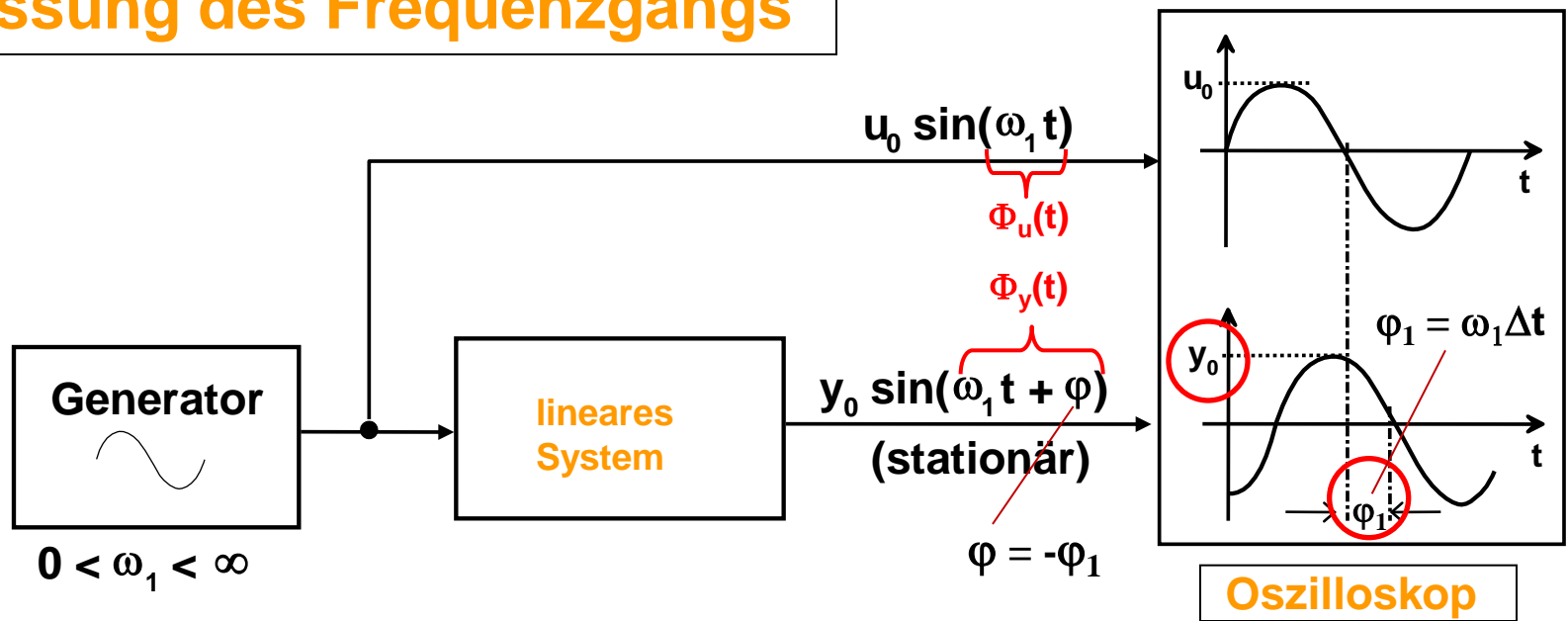


- **Beschreibung, Analyse und Entwurf von Regelungssystemen ist im Bild- und Frequenzbereich häufig sehr viel einfacher als im Zeitbereich.**
- **Umwandlung linearer DGL mit konstanten Koeffizienten in algebraische Gleichung (Laplace-Transformation)**
- **Das Übertragungsverhalten linearer Systeme kann durch eine gebrochen rationale Übertragungsfunktion beschrieben werden.**
- **Die Reaktion eines Systems auf harmonische Eingangssignale verschiedener Frequenzen wird untersucht.**



<b>7. Feb. 1889</b>	<b>geb. in Nilsby, Schweden</b>
<b>1907</b>	<b>Einwanderung in die USA</b>
<b>1912 – 1915</b>	<b>B.S. und M.S. in Electrical Engineering, University of North Dakota</b>
<b>1917</b>	<b>Ph.D. in Physics, Yale University</b>
<b>1917 – 1954</b>	<b>Tätig bei AT &amp; T und Bell Telephone Laboratories</b>
<b>1927</b>	<b>Abtasttheorem</b>
<b>1932</b>	<b>Nyquist-Kriterium zur Untersuchung der Stabilität rückgekoppelter Verstärker</b>
<b>4. April 1976</b>	<b>gestorben in Harlingen, Texas</b>

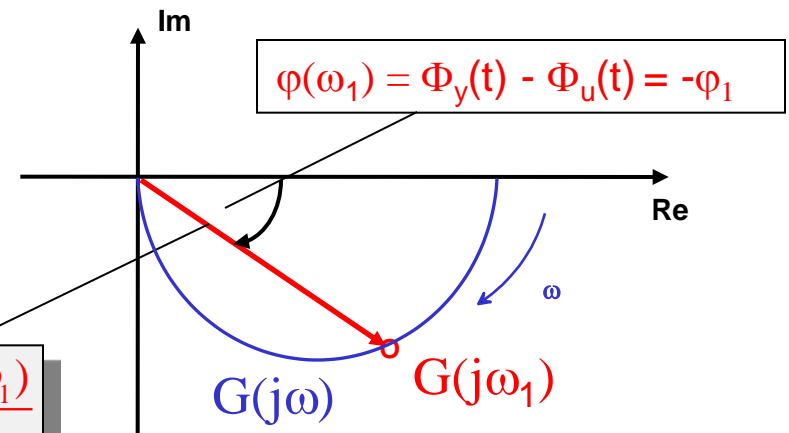
## Messung des Frequenzgangs



## ➔ Frequenzgang

$$G(j\omega_1) = \frac{y_0(\omega_1)}{u_0} e^{j\varphi(\omega_1)}$$

$$|G(\omega_1)| = \frac{y_0(\omega_1)}{u_0}$$



## Frequenzgang:

$$G(j\omega) = \frac{y_0(\omega)}{u_0} e^{j\varphi(\omega)}$$

beschreibt wie ein dynamisches System eine **sinusförmige** Eingangsgröße überträgt (stationäres Verhalten).

## Amplitudengang:

$$|G(j\omega)| = \sqrt{\operatorname{Re}(G(j\omega))^2 + \operatorname{Im}(G(j\omega))^2}$$

ist ein Maß für die Amplitudenveränderung (frequenzabhängiger Verstärkungsfaktor).

## Phasengang:

$$\varphi(\omega) = \arg G(j\omega) = \arctan \frac{\operatorname{Im} G(j\omega)^*}{\operatorname{Re} G(j\omega)}$$

gibt an mit welcher Verspätung das Ausgangssignal dem Eingangssignal folgt.



\* Mehrdeutigkeit von arctan entsprechend der Vorzeichen von  $\operatorname{Im} G(j\omega)$  und  $\operatorname{Re} G(j\omega)$  muß berücksichtigt werden.



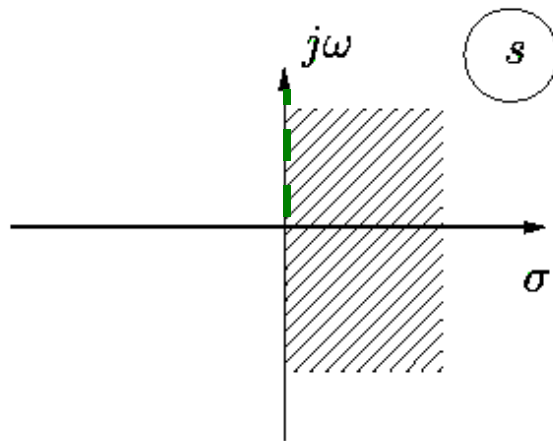
- a)  $G(j\omega)$  bestimmt die Signalübertragungseigenschaften eines Systems für harmonische Signale und kann beispielsweise experimentell bestimmt werden.
- b)  $G(j\omega)$  ist die Fouriertransformierte der Gewichtsfunktion  $G(j\omega) = \mathcal{F}\{g(t)\}$
- c)  $G(j\omega)$  ist eine Randfunktion der komplexen Übertragungsfunktion  $G(s)$ :

$$G(j\omega) = G(s)|_{s=j\omega}$$

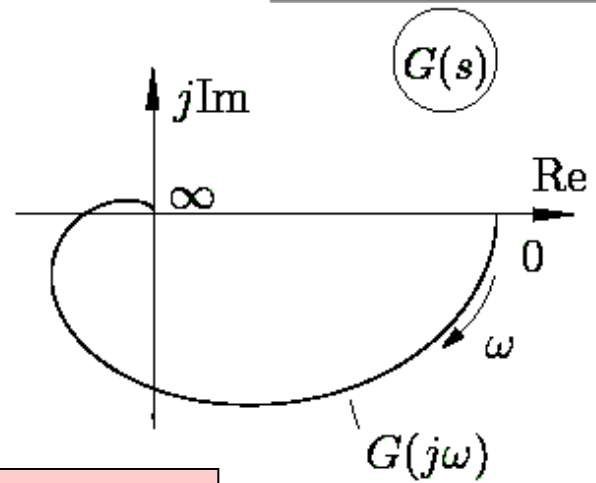
Laplace-Transformation:

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$$

$s = s + j\omega$



$G(s)$



Fouriertransformation:

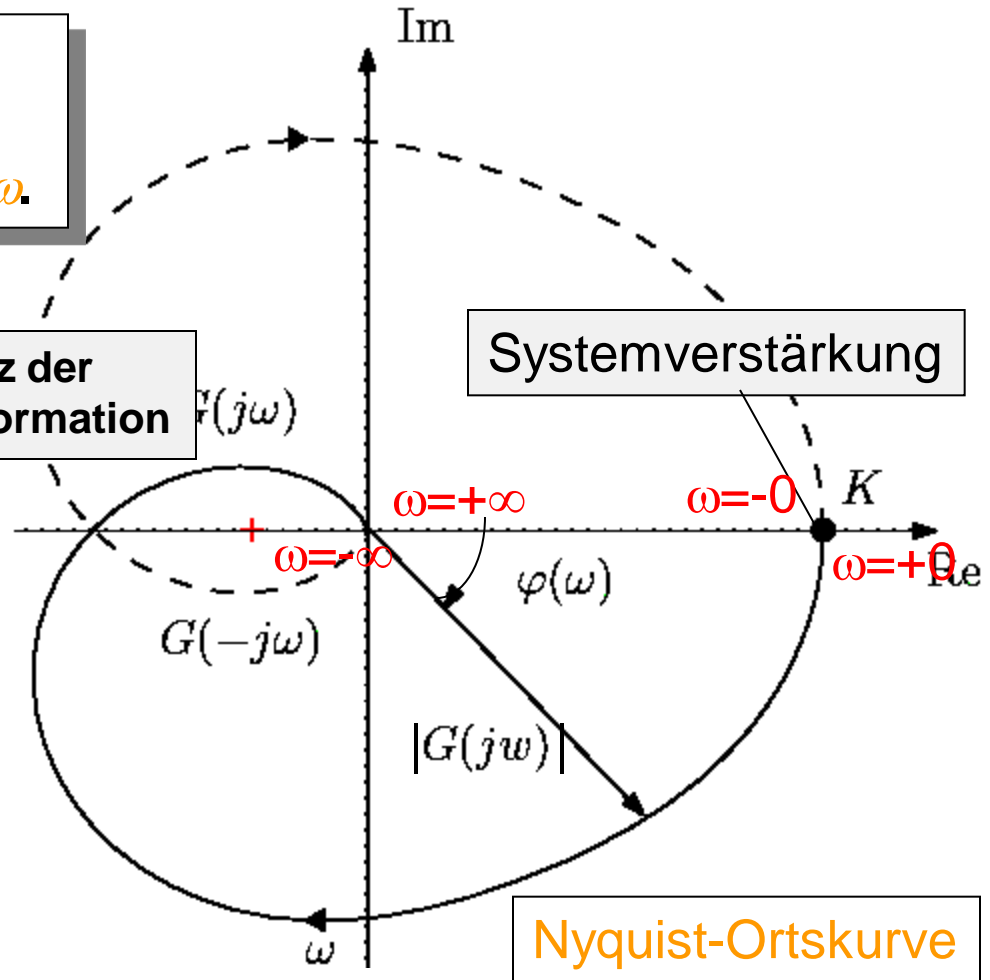
$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt$$



Darstellung des Frequenzgangs  $G(j\omega)$  in der komplexen Ebene in Abhängigkeit von der Frequenz  $\omega$ .

$$\begin{aligned}
 K &= \lim_{t \rightarrow \infty} h(t) \\
 &= \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot H(s) \\
 &= \lim_{s \rightarrow 0} \cancel{s} \cdot G(s) \cdot \frac{1}{\cancel{s}} \\
 &= \lim_{j\omega \rightarrow 0} G(j\omega)
 \end{aligned}$$

Endwertsatz der Laplace-Transformation



Die vollständige Ortskurve von  $\omega \in [-\infty, \infty]$  ist stets symmetrisch zur reellen Achse



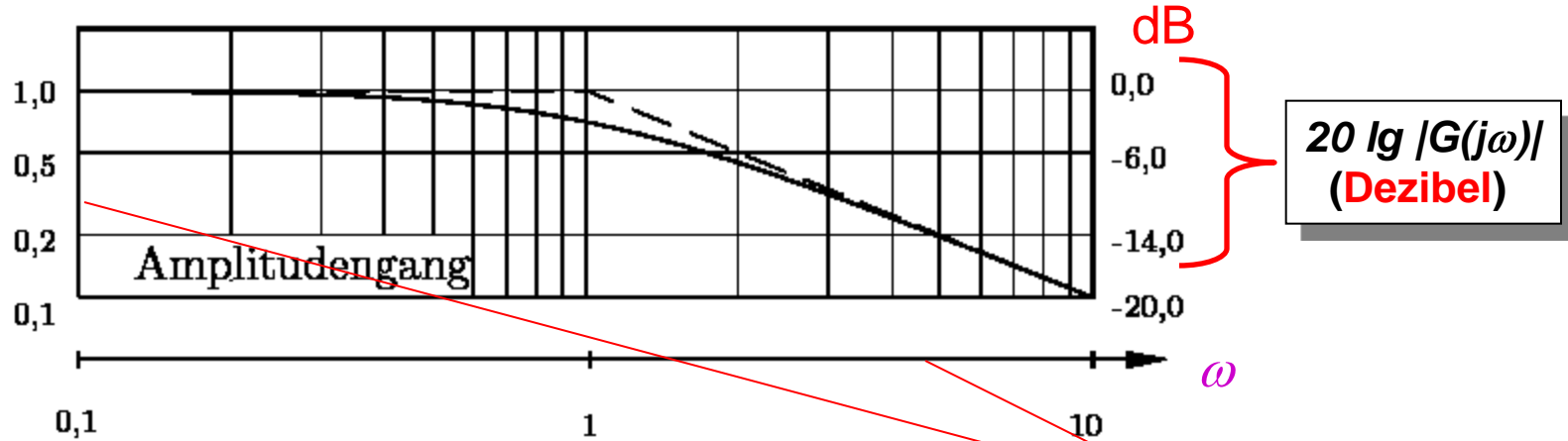


<b>24. Dez. 1905</b>	<b>geb. in Madison, Wisconsin</b>
<b>1924 + 1926</b>	<b>B.S. und M.S. in Mathematics, Ohio State University</b>
<b>1935</b>	<b>Ph.D. in Physics, Columbia University</b>
<b>1926 – 1967</b>	<b>Tätig bei AT &amp; T und Bell Telephone Laboratories</b>
<b>1940</b>	<b>Beitrag „Relations Between Attenuation and Phase in Feedback Amplifier Design“ (Bode-Diagramm, Phasen- minimum-Systeme, Amplituden- und Phasenrand, Bode-Theorem)</b>
<b>21. Juni 1982</b>	<b>gestorben in Cambridge, Massachusetts</b>



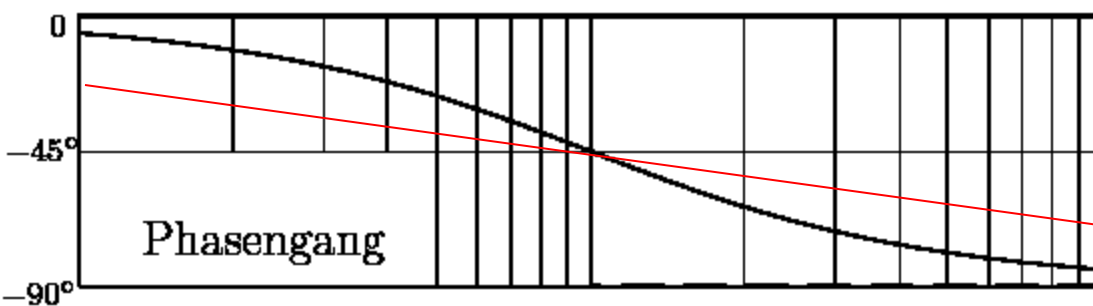
$$G(j\omega) = |G(j\omega)| e^{j\varphi(\omega)}$$

$|G(j\omega)|$



Frequenz und Amplitude logarithmisch

Phase linear in Grad



Darstellung nach Betrag (**Amplitudengang**) und Phase (**Phasengang**) als Funktion von  $\omega$



Das Dezibel wird durch das logarithmierte **Leistungs-** oder **Amplitudenverhältnis** zweier Signale durch die Vorschriften

$$10\lg(\text{Leistungsverhältnis}) \text{ [dB]}$$

$$20\lg(\text{Amplitudenverhältnis}) \text{ [dB]}$$

**berechnet.**

dB	Leistungsverhältnis	dB	Amplitudenverhältnis
+20	100	+40	100
+10	10	+20	10
+3	2	+6	2
0	1	0	1
-3	1/2	-6	1/2
-10	1/10	-20	1/10
-20	1/100	-40	1/100



## Nyquist-Ortskurve (Harry Nyquist 1932)

- **Kompakte Darstellung** des Frequenzgangs in der komplexen Ebene.
- Einfache Stabilitätsanalyse rückgekoppelter Systeme (**Nyquist-Kriterium**) anhand **gemessener** Frequenzgänge.

## Bode-Diagramm (Hendrik W. Bode 1940)

- **Logarithmische** Darstellung in **zwei** Diagrammen.
- **Frequenzabhängigkeit** von **Amplitude** und **Phase** ist klar zu erkennen.
- Bode-Diagramme von in **Reihe** geschalteten Übertragungsgliedern lassen sich einfach **graphisch** addieren.  
 ⇒ Besonders geeignet für den **Reglerentwurf**.



**Differentialgleichung:**

$$T_1 \dot{y}(t) + y(t) = Ku(t)$$

**Übertragungsfunktion:**

$$G(s) = \frac{K}{1 + sT_1}$$

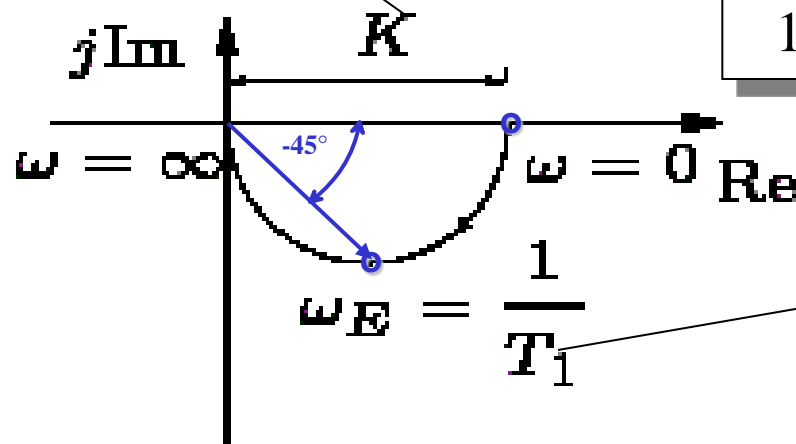
**Frequenzgang:**

$$G(j\omega) = \frac{K}{1 + j\omega T_1}$$

$$= \frac{K \cdot (1 - j\omega T_1)}{(1 + j\omega T_1)(1 - j\omega T_1)}$$

Systemverstärkung

**Ortskurve:**



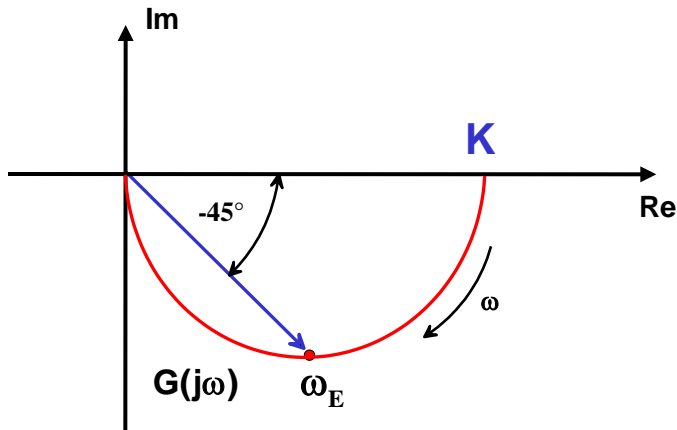
$$= \frac{K}{1 + (\omega T_1)^2} - j \frac{K \omega T_1}{1 + (\omega T_1)^2}$$

## Kenngrößen:

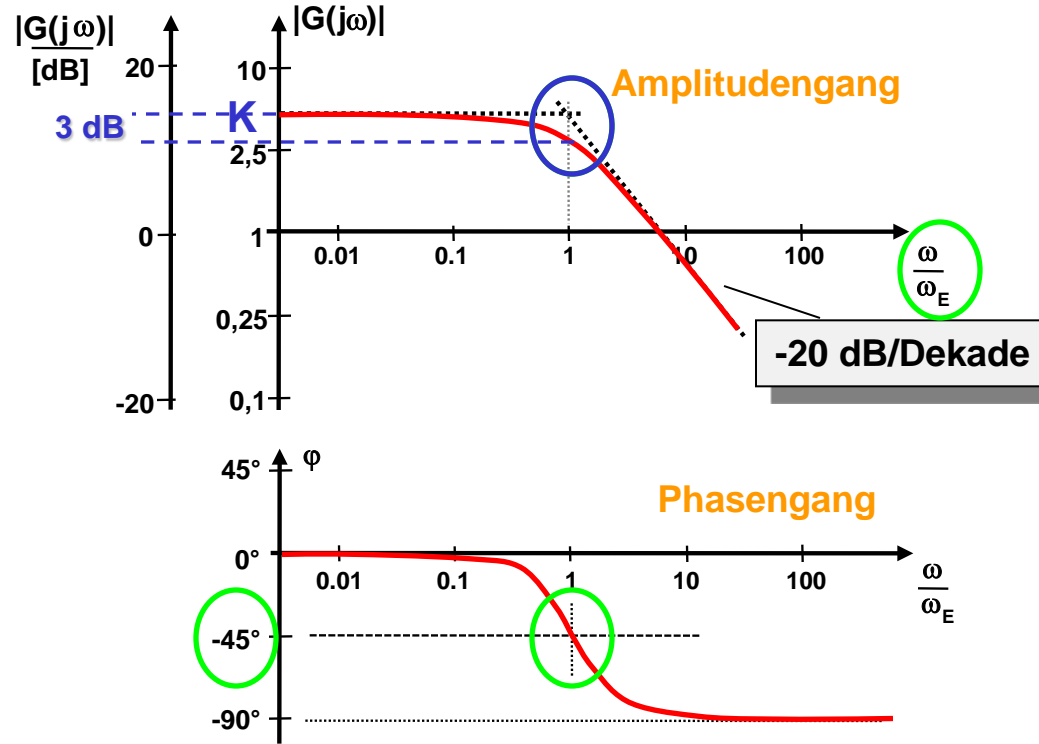
Verstärkung **K**

Eckfrequenz  $\omega_E = 1/T_1$

3 dB-Abfall bei  $\omega_E$   
(Bandbreite).



Ortskurve



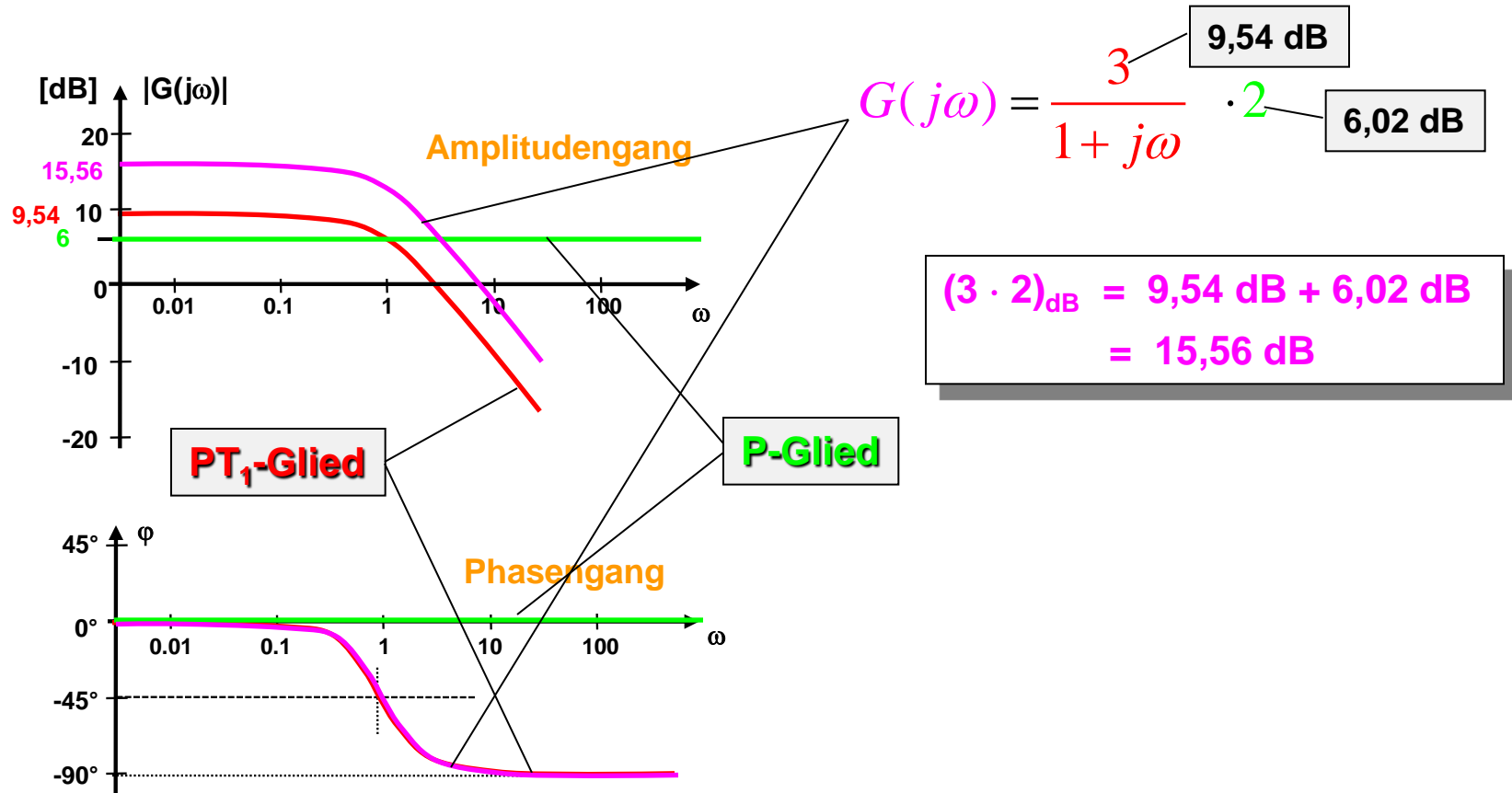
Bode-Diagramm

Ein PT<sub>1</sub>-System zeigt Tiefpassverhalten

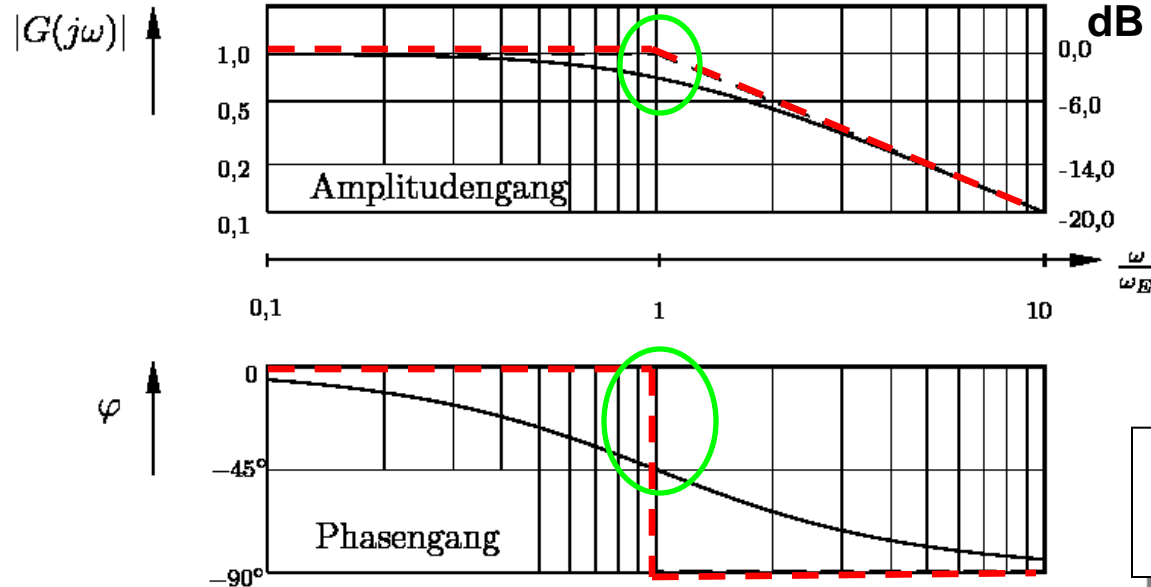




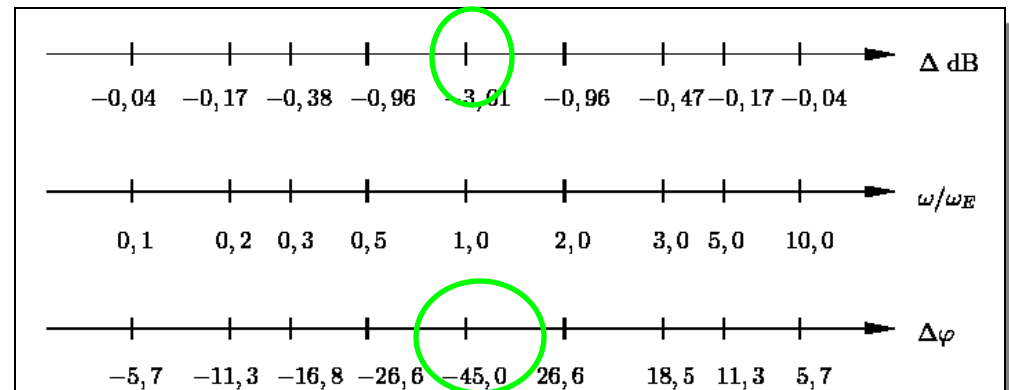
## Bode-Diagramm einer Reihenschaltung von PT<sub>1</sub>- und P-Glied:



## Approximation durch Asymptoten



**Differenz zwischen Kennlinien und Asymptoten**



**Differentialgleichung:**

$$T_1 T_2 \ddot{y}(t) + (T_1 + T_2) \dot{y}(t) + y(t) = K u(t)$$

**Übertragungsfunktion:**

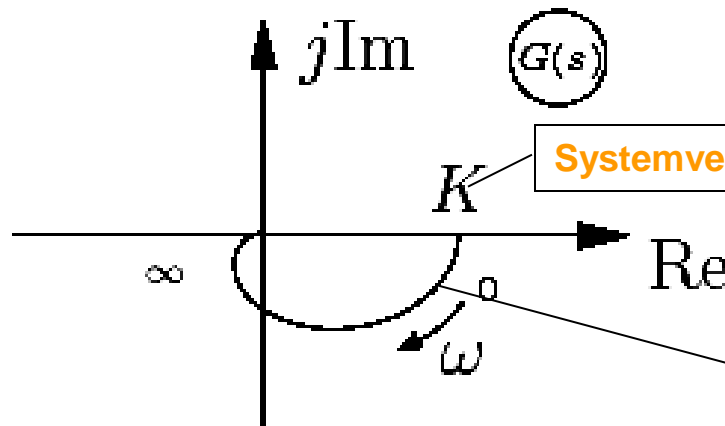
$$G(s) = \frac{K}{(1 + sT_1)(1 + sT_2)}$$

Reihenschaltung von  
2 PT<sub>1</sub>-Gliedern

**Frequenzgang:**

$$G(j\omega) = \frac{K}{(1 + j\omega T_1)(1 + j\omega T_2)}$$

**Ortskurve:**



Ortskurve durchläuft **zwei**  
Quadranten der **G(s)-Ebene**



**Differentialgleichung:**

$$T_1 T_2 \ddot{y}(t) + (T_1 + T_2) \dot{y}(t) + y(t) = K u(t)$$

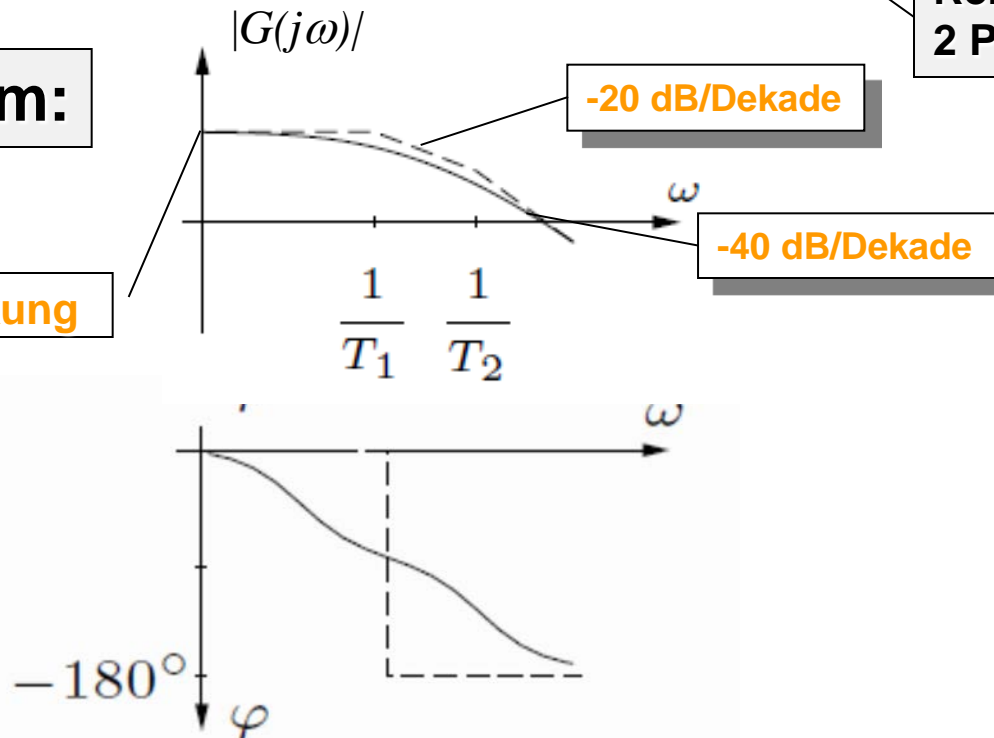
**Übertragungsfunktion:**

$$G(s) = \frac{K}{(1 + sT_1)(1 + sT_2)}$$

Reihenschaltung von 2 PT<sub>1</sub>-Gliedern

**Bode-Diagramm:**

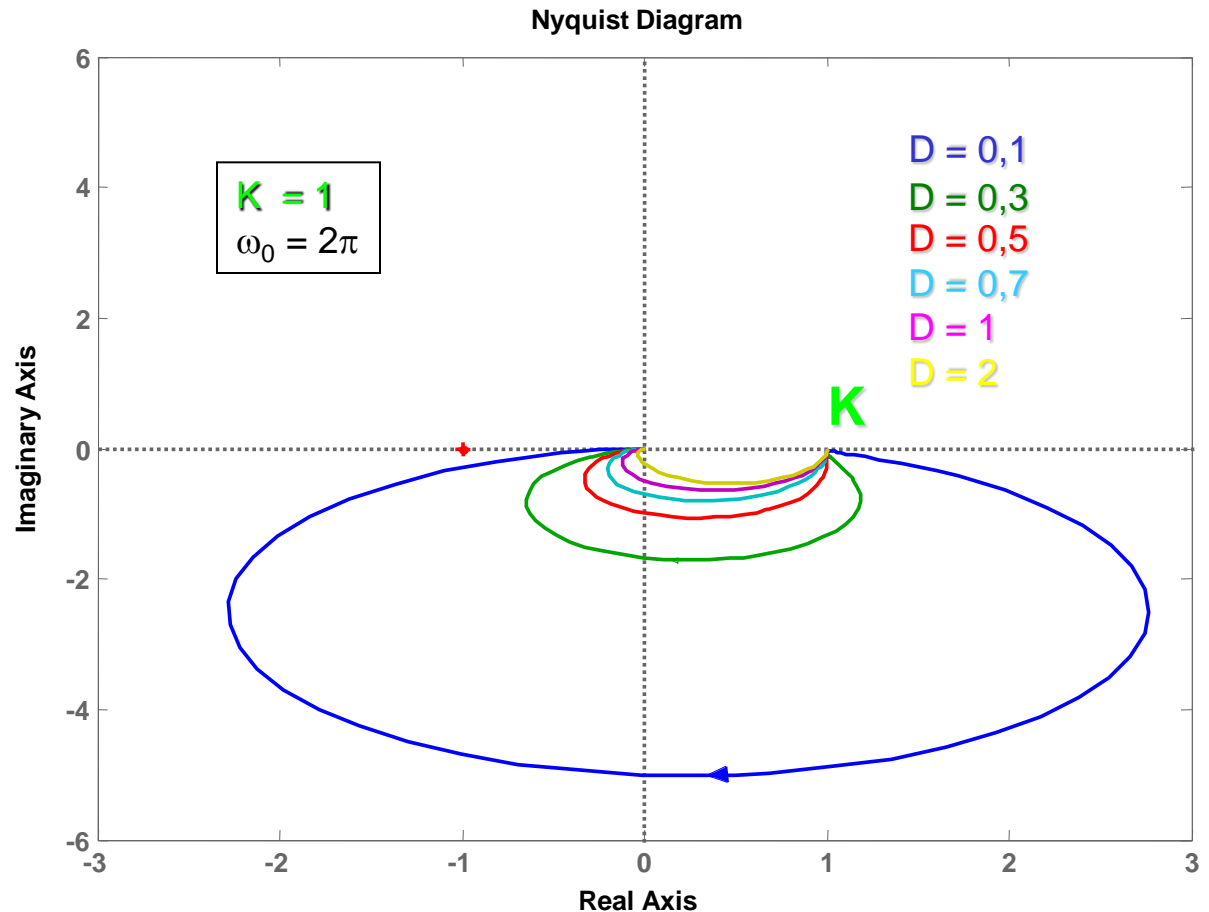
Systemverstärkung



Frequenzgang:

$$G(j\omega) = \frac{K}{1 + j\frac{2D}{\omega_0}\omega - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} = \frac{K\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2jD\omega_0\omega}$$

Ortskurve:

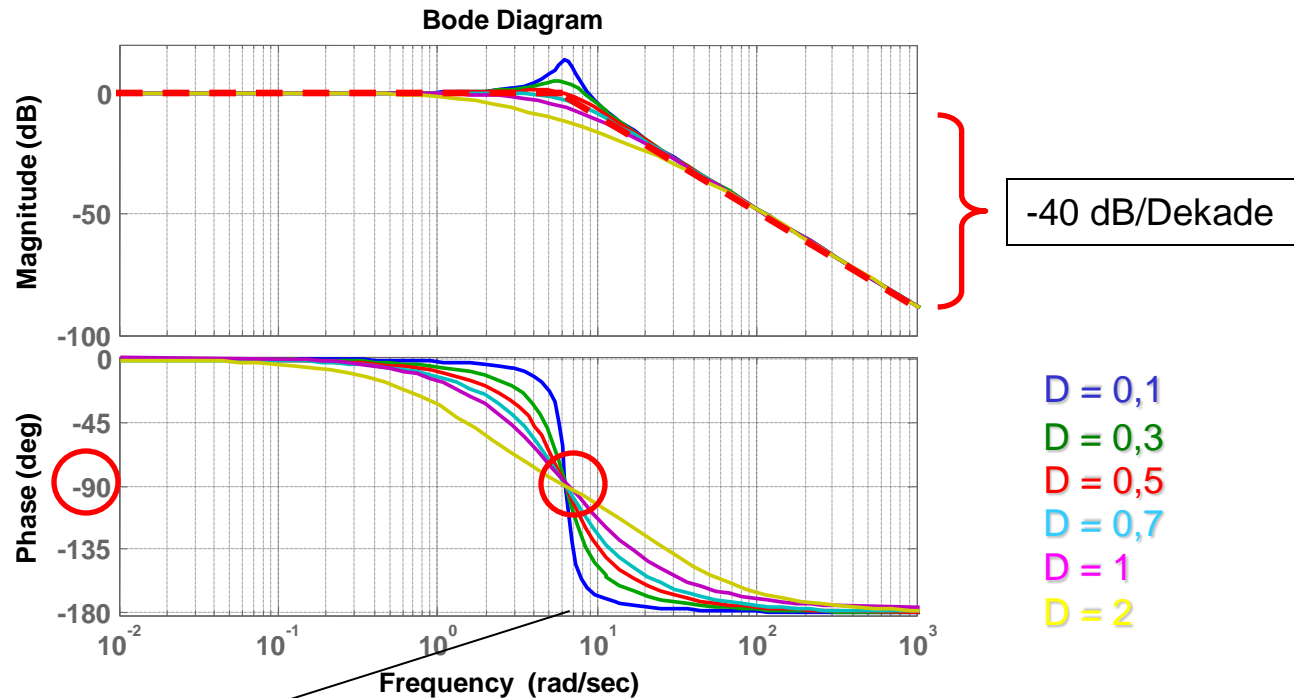


**Frequenzgang:**

$$G(j\omega) = \frac{K}{1 + j\frac{2D}{\omega_0}\omega - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} = \frac{K\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2jD\omega_0\omega}$$

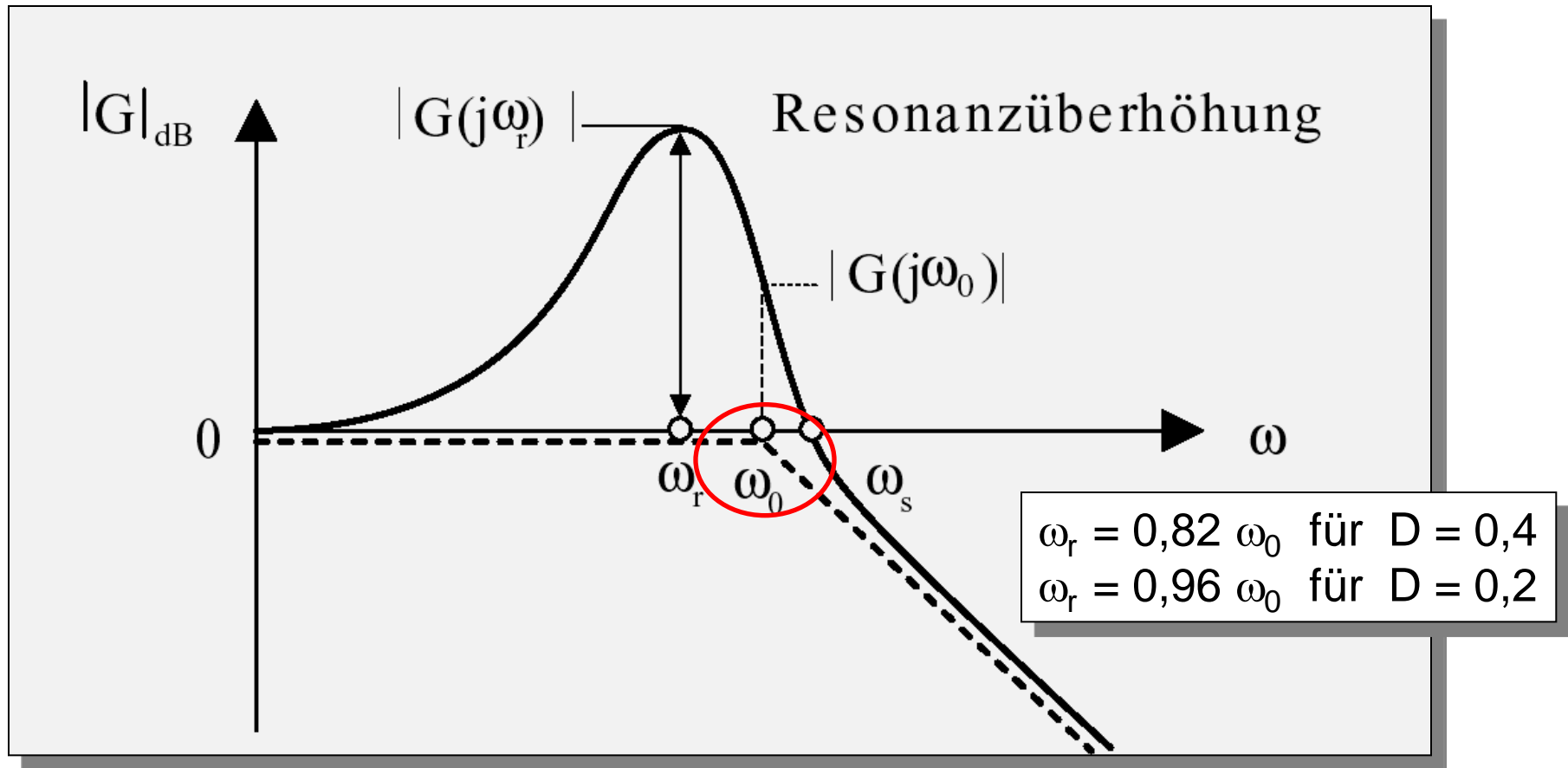
**Bodediagramm:**

$K = 1$



$\omega_0 = 2\pi$





$\omega_r$  folgt aus  $\frac{d |G(j\omega)|}{d\omega} = 0$  zu  $\omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - 2D^2}$

**Differentialgleichung:**

$$a_n y^{(n)}(t) + \dots + a_2 \ddot{y}(t) + a_1 \dot{y}(t) + y(t) = K u(t)$$

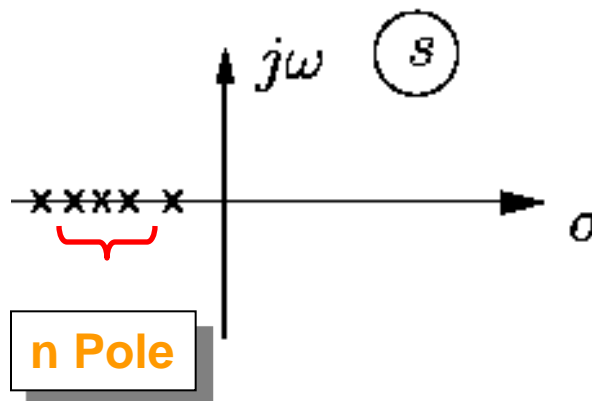
**Sprungantwort:**



**Übertragungsfunktion:**

$$G(s) = \frac{K}{1 + a_1 s + a_2 s^2 + \dots + a_n s^n}$$

**Pole:**

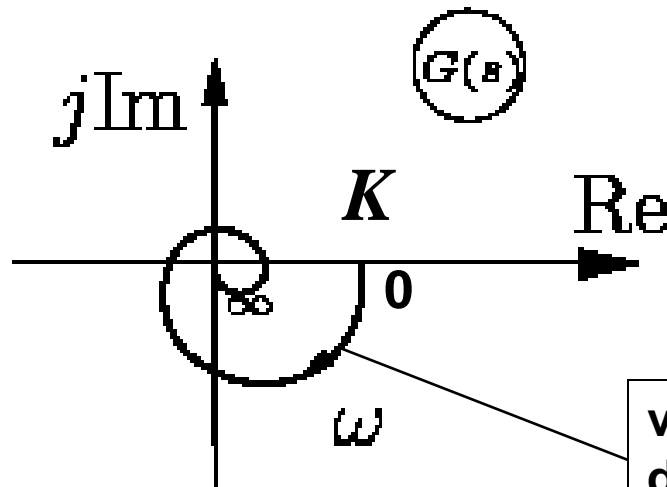




**Frequenzgang:**

$$G(j\omega) = \frac{K}{1 + a_1 j\omega - a_2 \omega^2 + \dots + a_n (j\omega)^n}$$

**Ortskurve:**



verläuft durch **n** Quadranten der  $G(s)$ -Ebene