Aufgabe 2.3

PT2-System: $G(s) = \dfrac{K}{1 + \frac{2D}{\omega_0} \cdot s + \left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2}$

Im Frequenzbereich ersetzen wir s durch jω.

$$G(j\omega) = \frac{K}{1 + \frac{2D}{\omega_0} \cdot j\omega + \left(\frac{j\omega}{\omega_0}\right)^2} = \frac{K}{1 + 2D \cdot \frac{\omega}{\omega_0} \cdot j - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$$

* Bestimmung von K anhand des Anfangspunktes der Ortskurve, wo $Im(G(j\omega)) = 0$:

Beachten Sie den Plot.

$$Im(G(j\omega)) = 0 \Leftrightarrow \omega = 0, \quad G(0) = K \quad //$$

* Bestimmung von D und sign(ω0): Durchtrittspunkt der Ortskurve durch imaginäre Achse:

$$Re(G(j\omega)) = 0 \Leftrightarrow Re\left(1 + 2Dj\omega/\omega_0 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow 1 = (\omega/\omega_0)^2 \Leftrightarrow \boxed{\omega = |\omega_0|}$$

Im Durchtrittspunkt gilt:

$$G(j|\omega_0|) = \frac{K}{\cancel{1} + 2D \frac{|\omega_0|}{\omega_0} \cdot j - \cancel{\left(\frac{|\omega_0|}{\omega_0}\right)^2}} = \frac{K}{2D \frac{|\omega_0|}{\omega_0} \cdot j} \overset{(\cdot \frac{j}{j})}{=}$$

$$= \frac{jK}{2D \frac{|\omega_0|}{\omega_0} j^2} = -\frac{jK}{2D} \frac{\omega_0}{|\omega_0|} = j \frac{K}{2D} \cdot (-\mathrm{sign}(\omega_0)) \quad //$$

$\underline{G_1}$: Ablesen: $G_1(j|\omega_0|) = -\frac{3}{2}j$

und $k = -3/2$

$$-\frac{3}{2}j \overset{!}{=} j\frac{k}{2D}(-\operatorname{sign}(\omega_0)) = j\left(-\tfrac{3}{2}\right)\frac{1}{2D}(-\operatorname{sign}(\omega_0))$$

$\Rightarrow \omega_0 < 0,\; D = 1/2$ //

$\underline{G_3}$: $G_3(j|\omega_0|) = -2j$ und $k = 2$

$$-2j \overset{!}{=} j\frac{k}{2D}(-\operatorname{sign}(\omega_0)) = j\frac{2}{2D}(-\operatorname{sign}(\omega_0))$$

$\Rightarrow \omega_0 > 0,\; D = 1/2$ //

$\underline{G_4}$: $G_4(j|\omega_0|) = 2j$ und $k = 1$

$$2j \overset{!}{=} j\frac{k}{2D}(-\operatorname{sign}(\omega_0)) = j\frac{1}{2D}(-\operatorname{sign}(\omega_0))$$

$\Rightarrow \omega_0 < 0,\; D = 1/4$ //

Für PT1-System:

$$G(j\omega) = \frac{k}{1+j\omega/\omega_0} \overset{\cdot\frac{(1-j\omega/\omega_0)}{(1-j\omega/\omega_0)}}{=} \frac{k(1-j\omega/\omega_0)}{(1+j\omega/\omega_0)(1-j\omega/\omega_0)} =$$

$$= \frac{k(1-j\omega/\omega_0)}{1+(\omega/\omega_0)^2} \Rightarrow \underline{\text{sign}(\text{Im}(G(j\omega)) \text{ nutzen}}:$$

$$\Rightarrow \operatorname{sign}(\operatorname{Im}(G(j\omega))) = -\operatorname{sign}(k\,\omega/\omega_0) \underset{\omega>0}{\overset{\uparrow}{=}} -\operatorname{sign}(k\omega_0)$$

$\underline{G_2}$: $\operatorname{im}(G_2(j\omega)) > 0,\; k < 0 \Rightarrow \omega_0 > 0$ //

$\underline{G_5}$: $\operatorname{im}(G_5(j\omega)) < 0,\; k > 0 \Rightarrow \omega_0 > 0$ //

$\underline{G_6}$: $\operatorname{im}(G_6(j\omega)) < 0,\; k < 0 \Rightarrow \omega_0 < 0$ //