

Regelungstechnik

Vorlesung :

Dozent: Professor Ferdinand Svaricek

Ort: 33/0431

Zeit: Do 14.30 – 16.00 Uhr

Seminarübungen:

Dozent: PD Dr. Gunther Reißig

Ort: 33/1131

Zeit: Mo 15.00 – 16.30 Uhr (Beginn 14.01.2019)

Vorlesungsskript:

<https://www.unibw.de/lrt15/lehre/vorlesungen-1/unterlagen-rt/vorlesung/skript-regelungstechnik.pdf/download>



1 Einführung

- Grundbegriffe der Regelungstechnik.
- Prinzip einer Steuerung und Regelung.
- Allgemeines Blockschaltbild eines Regelkreises.
- Linearisierung nichtlinearer Kennlinien.

2 Modellbildung dynamischer Systeme

- im Zeitbereich
 - Einheitssprungfunktion, Sprungantwort, Übergangsfunktion.
 - Dirac'scher Deltaimpuls, Gewichtsfunktion.
 - Faltungsintegral.
- im Bildbereich
 - Laplace-Transformation (Grenzwertsätze).
 - Lösung von Differentialgleichungen.
 - Übertragungsfunktion, Pole und Nullstellen.
 - Blockschaltbildalgebra.



- Definition und Eigenschaften wichtiger Übertragungsglieder (P, PT₁, PT₂, I, IT₁ usw.).

3 Analyse des Regelkreises

- Übertragungsfunktion $G_0(s)$ des offenen Kreises.
- Führungs- und Störübertragungsfunktion.
- Stationäres Verhalten des Regelkreises.
- Stabilität
 - Definition der asymptotischen Stabilität.
 - Algebraische Stabilitätskriterien.

4 Entwurf linearer Regelkreise

- Regelgüte.
- PID-Regler.
- Einstellregeln von Ziegler und Nichols.



Vertiefung und Erweiterung der Beschreibung und Analyse dynamischer Systeme

- im Frequenzbereich
 - Ortskurve und Bodediagramm.
 - Nyquist-Kriterium.
 - Wurzelortskurve.
- im Zeitbereich
 - Beschreibung und Analyse dynamischer Systeme im Zustandsraum.
 - Steuer- und Beobachtbarkeit.

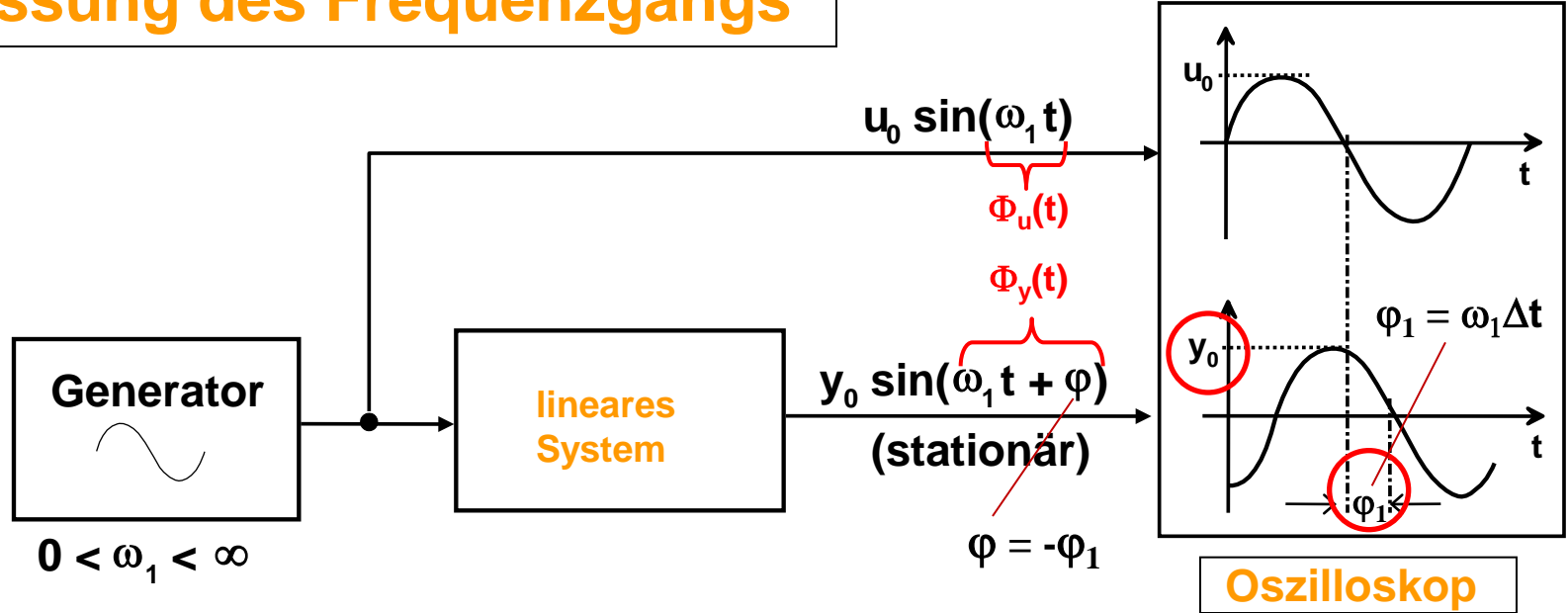
Entwurf linearer Regelungssysteme

- im Zeitbereich
 - Entwurf im Zustandsraum (Polvorgabe).
 - Zustandsbeobachter



- **Beschreibung, Analyse und Entwurf von Regelungssystemen ist im Bild- und Frequenzbereich häufig sehr viel einfacher als im Zeitbereich.**
- **Umwandlung linearer DGL mit konstanten Koeffizienten in algebraische Gleichung (Laplace-Transformation)**
- **Das Übertragungsverhalten linearer Systeme kann durch eine gebrochen rationale Übertragungsfunktion beschrieben werden.**
- **Die Reaktion eines Systems auf harmonische Eingangssignale verschiedener Frequenzen wird untersucht.**

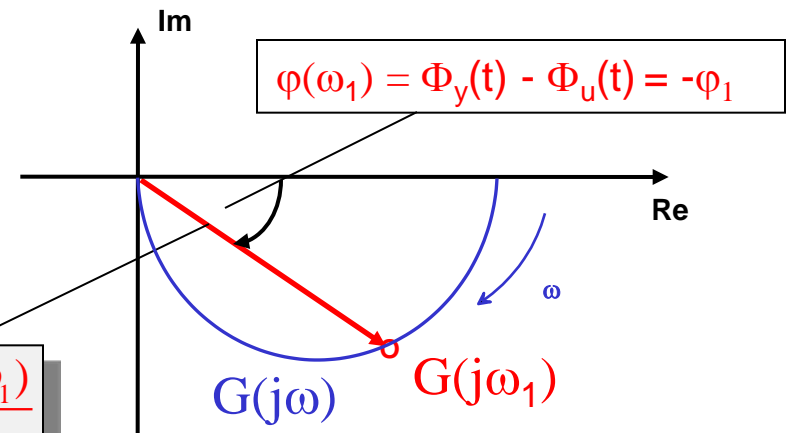
Messung des Frequenzgangs



➔ Frequenzgang

$$G(j\omega_1) = \frac{y_0(\omega_1)}{u_0} e^{j\varphi(\omega_1)}$$

$$|G(\omega_1)| = \frac{y_0(\omega_1)}{u_0}$$



Frequenzgang:

$$G(j\omega) = \frac{y_0(\omega)}{u_0} e^{j\varphi(\omega)}$$

beschreibt wie ein dynamisches System eine **sinusförmige** Eingangsgröße überträgt (stationäres Verhalten).

Amplitudengang:

$$|G(j\omega)| = \sqrt{\operatorname{Re}(G(j\omega))^2 + \operatorname{Im}(G(j\omega))^2}$$

ist ein Maß für die Amplitudenveränderung (frequenzabhängiger Verstärkungsfaktor).

Phasengang:

$$\varphi(\omega) = \arg G(j\omega) = \arctan \frac{\operatorname{Im} G(j\omega)^*}{\operatorname{Re} G(j\omega)}$$

gibt an mit welcher Verspätung das Ausgangssignal dem Eingangssignal folgt.

* Mehrdeutigkeit von arctan entsprechend der Vorzeichen von $\operatorname{Im} G(j\omega)$ und $\operatorname{Re} G(j\omega)$ muß berücksichtigt werden.



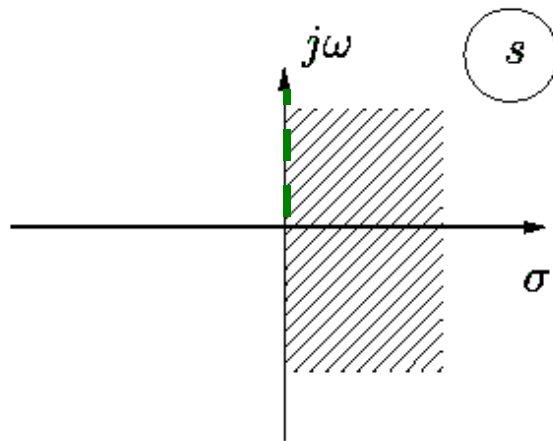
- a) $G(j\omega)$ bestimmt die Signalübertragungseigenschaften eines Systems für harmonische Signale und kann beispielsweise experimentell bestimmt werden.
- b) $G(j\omega)$ ist die Fouriertransformierte der Gewichtsfunktion $G(j\omega) = \mathcal{F}\{g(t)\}$
- c) $G(j\omega)$ ist eine Randfunktion der komplexen Übertragungsfunktion $G(s)$:

$$G(j\omega) = G(s)|_{s=j\omega}$$

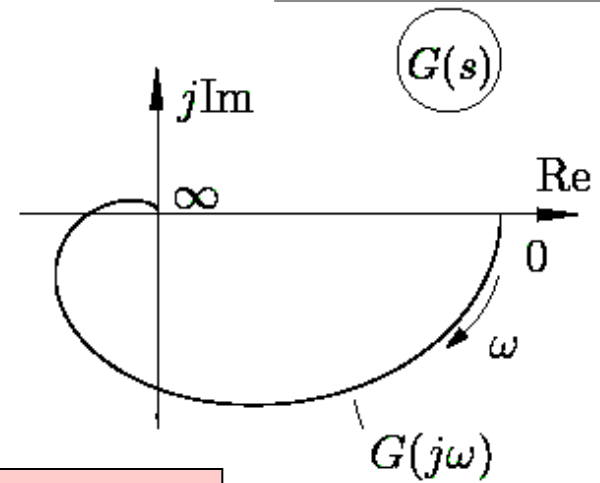
Laplace-Transformation:

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$$

$s = \sigma + j\omega$



$G(s)$



Fouriertransformation:

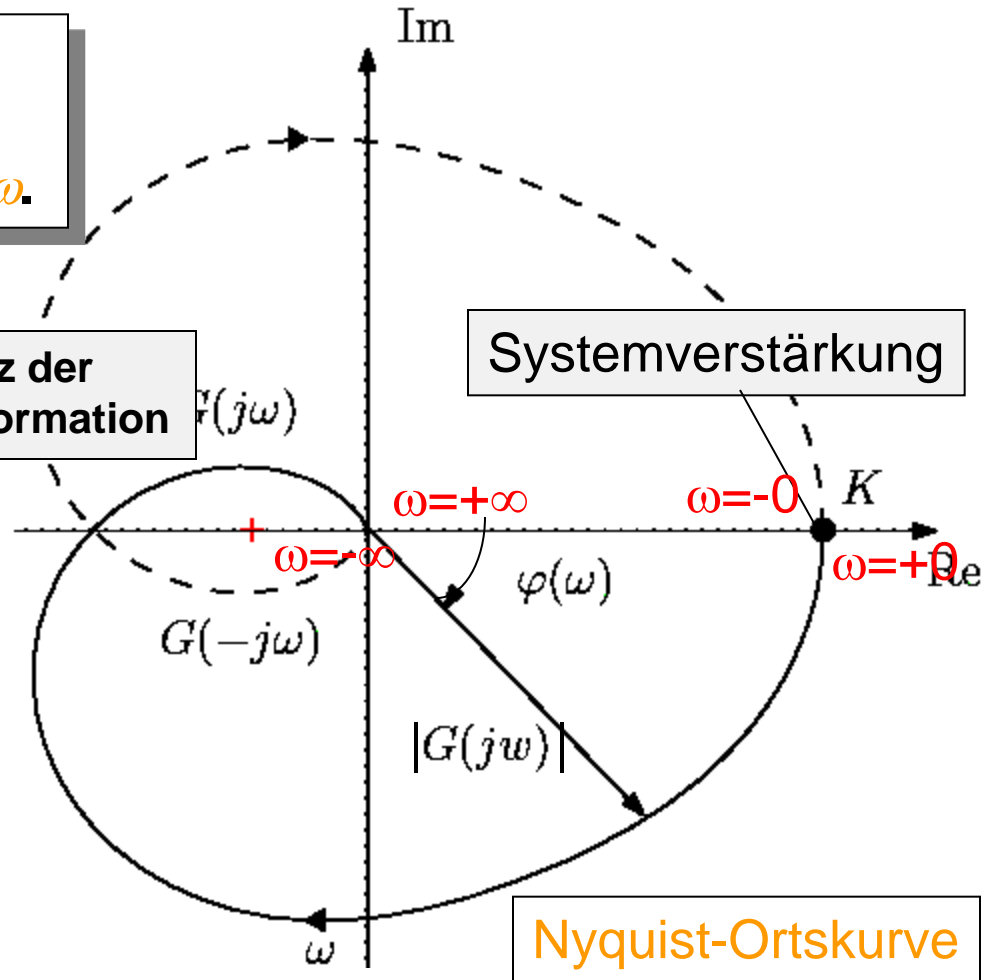
$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt$$



Darstellung des Frequenzgangs $G(j\omega)$ in der komplexen Ebene in Abhängigkeit von der Frequenz ω .

$$\begin{aligned}
 K &= \lim_{t \rightarrow \infty} h(t) \\
 &= \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot H(s) \\
 &= \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot G(s) \cdot \frac{1}{s} \\
 &= \lim_{j\omega \rightarrow 0} G(j\omega)
 \end{aligned}$$

Endwertsatz der Laplace-Transformation

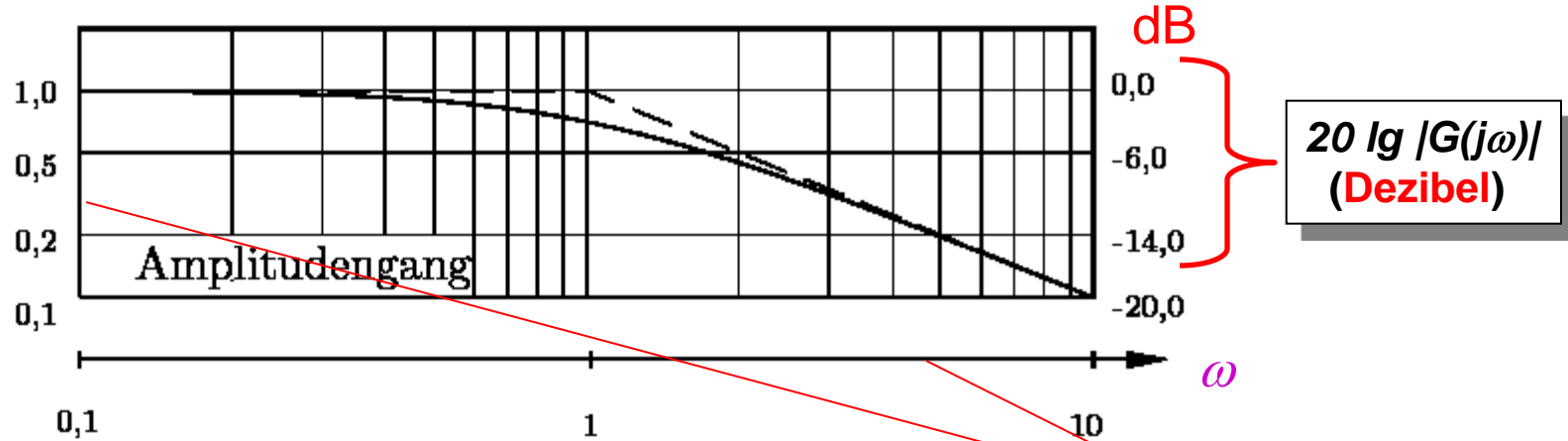


Die vollständige Ortskurve von $\omega \in [-\infty, \infty]$ ist stets symmetrisch zur reellen Achse



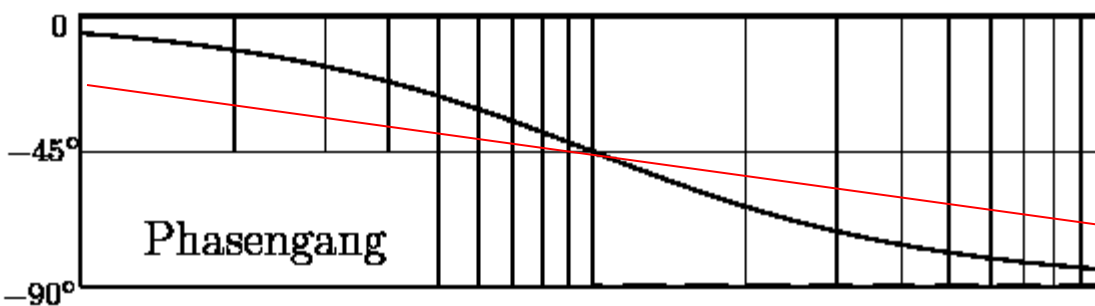
$$G(j\omega) = |G(j\omega)| e^{j\varphi(\omega)}$$

$|G(j\omega)|$



Frequenz und Amplitude logarithmisch

Phase linear in Grad



Darstellung nach Betrag (**Amplitudengang**) und Phase (**Phasengang**) als Funktion von ω .



Das Dezibel wird durch das logarithmierte **Leistungs-** oder **Amplitudenverhältnis** zweier Signale durch die Vorschriften

$$10\lg(\text{Leistungsverhältnis}) \text{ [dB]}$$

$$20\lg(\text{Amplitudenverhältnis}) \text{ [dB]}$$

berechnet.

dB	Leistungsverhältnis	dB	Amplitudenverhältnis
+20	100	+40	100
+10	10	+20	10
+3	2	+6	2
0	1	0	1
-3	1/2	-6	1/2
-10	1/10	-20	1/10
-20	1/100	-40	1/100



Nyquist-Ortskurve (Harry Nyquist 1932)

- **Kompakte Darstellung** des Frequenzgangs in der komplexen Ebene.
- Einfache Stabilitätsanalyse rückgekoppelter Systeme (**Nyquist-Kriterium**) anhand **gemessener** Frequenzgänge.

Bode-Diagramm (Hendrik W. Bode 1940)

- **Logarithmische** Darstellung in **zwei** Diagrammen.
- **Frequenzabhängigkeit** von **Amplitude** und **Phase** ist klar zu erkennen.
- Bode-Diagramme von in **Reihe** geschalteten Übertragungsgliedern lassen sich einfach **graphisch** addieren.
 ⇒ Besonders geeignet für den **Reglerentwurf**.



Differentialgleichung:

$$T_1 \dot{y}(t) + y(t) = Ku(t)$$

Übertragungsfunktion:

$$G(s) = \frac{K}{1 + sT_1}$$

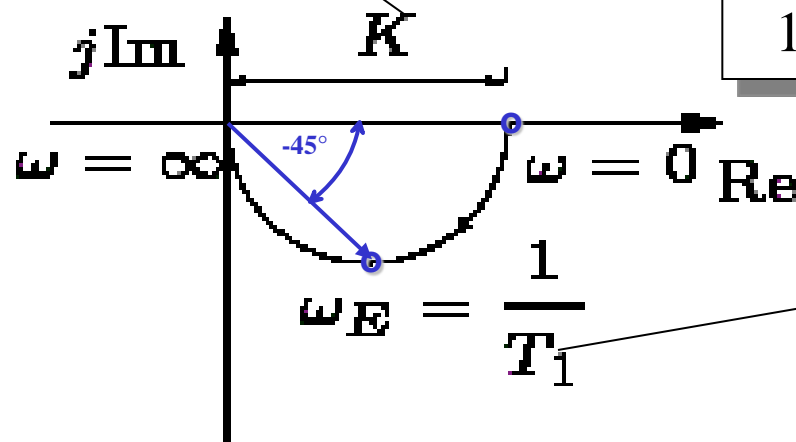
Frequenzgang:

$$G(j\omega) = \frac{K}{1 + j\omega T_1}$$

$$= \frac{K \cdot (1 - j\omega T_1)}{(1 + j\omega T_1)(1 - j\omega T_1)}$$

Systemverstärkung

Ortskurve:



$$= \frac{K}{1 + (\omega T_1)^2} - j \frac{K \omega T_1}{1 + (\omega T_1)^2}$$

Zeitkonstante T_1

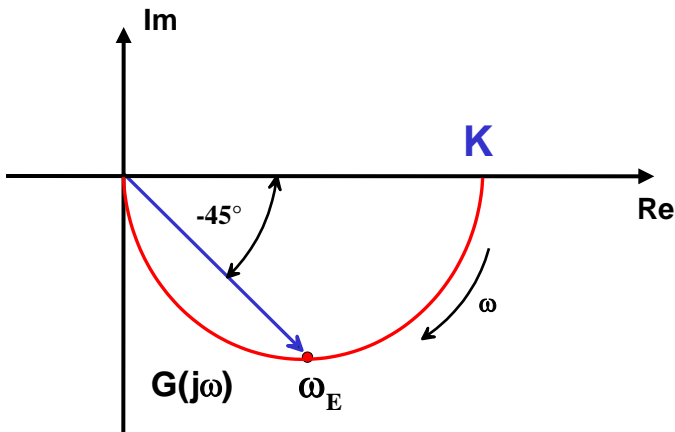


Kenngrößen:

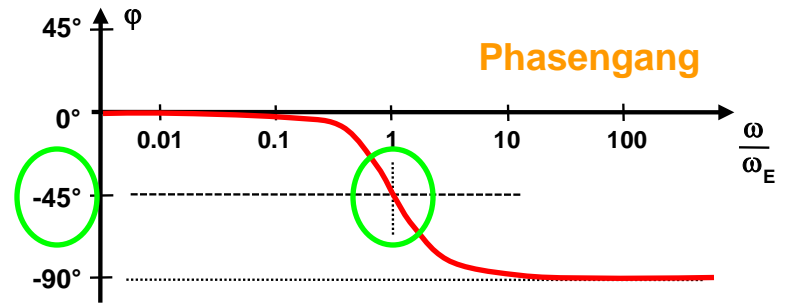
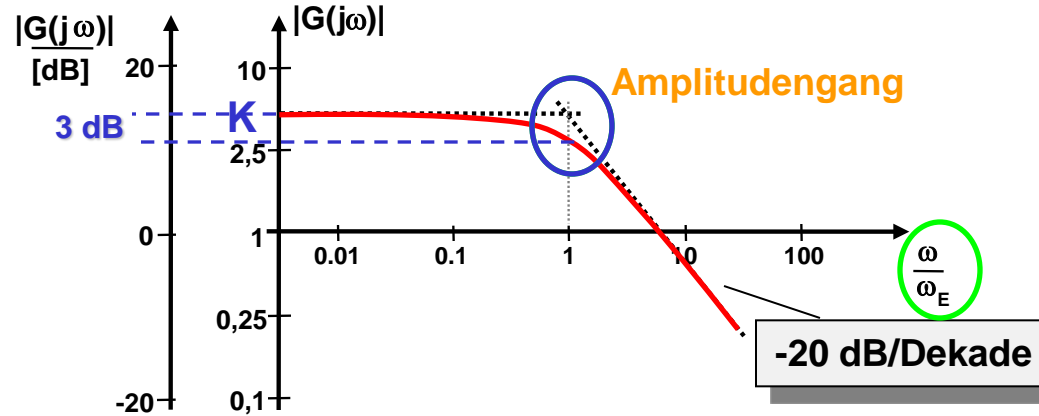
Verstärkung **K**

Eckfrequenz $\omega_E = 1/T_1$

3 dB-Abfall bei ω_E
(Bandbreite).



Ortskurve

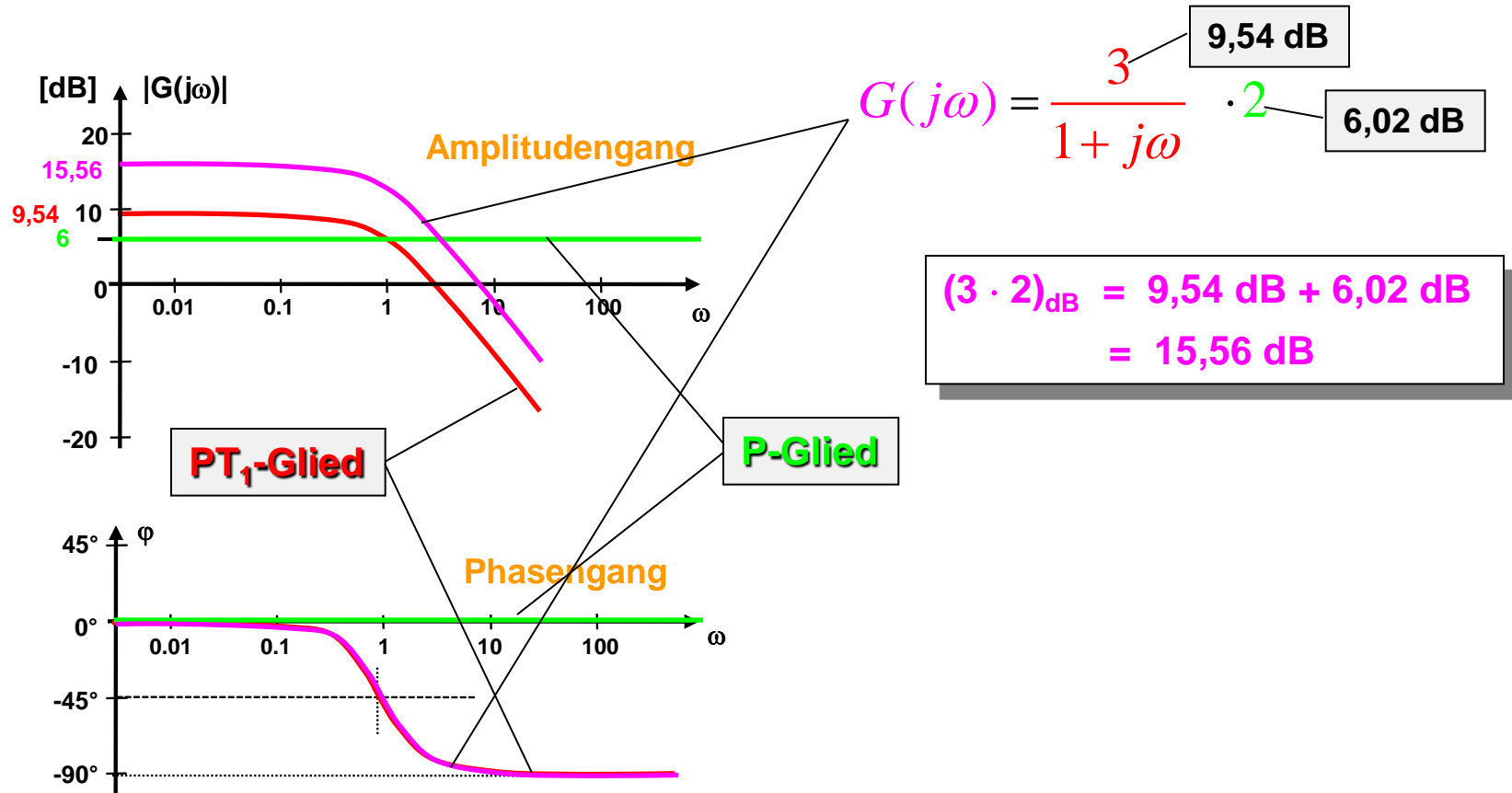


Bode-Diagramm

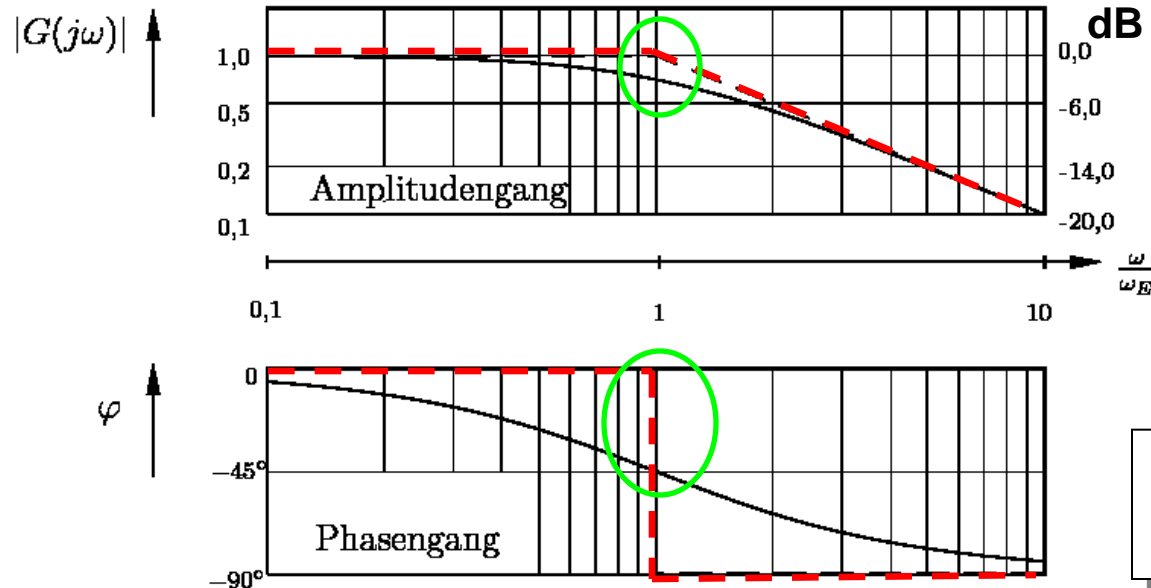
Ein PT₁-System zeigt
Tiefpassverhalten



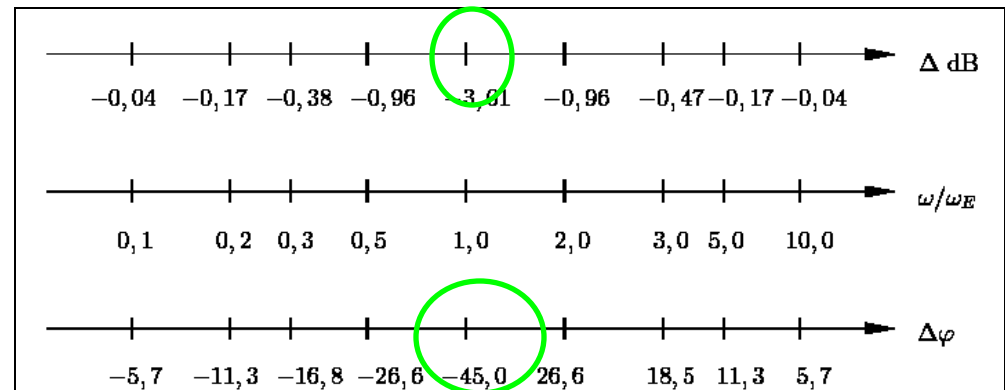
Bode-Diagramm einer Reihenschaltung von PT₁- und P-Glied:



Approximation durch Asymptoten



Differenz zwischen Kennlinien und Asymptoten



Differentialgleichung:

$$T_1 T_2 \ddot{y}(t) + (T_1 + T_2) \dot{y}(t) + y(t) = K u(t)$$

Übertragungsfunktion:

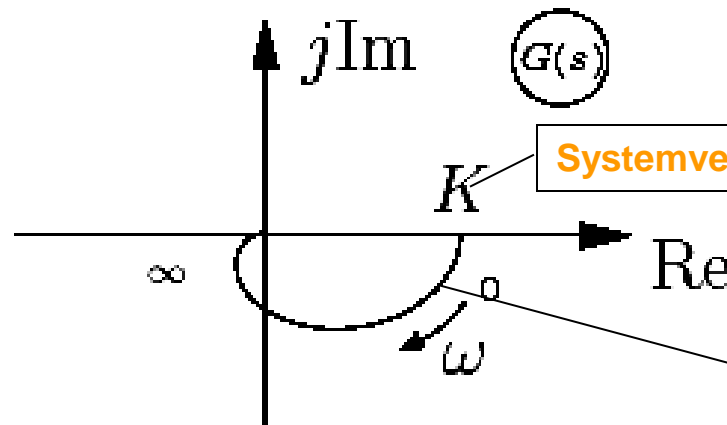
$$G(s) = \frac{K}{(1 + sT_1)(1 + sT_2)}$$

Reihenschaltung von
2 PT₁-Gliedern

Frequenzgang:

$$G(j\omega) = \frac{K}{(1 + j\omega T_1)(1 + j\omega T_2)}$$

Ortskurve:



Ortskurve durchläuft **zwei**
Quadranten der **G(s)-Ebene**



Differentialgleichung:

$$T_1 T_2 \ddot{y}(t) + (T_1 + T_2) \dot{y}(t) + y(t) = K u(t)$$

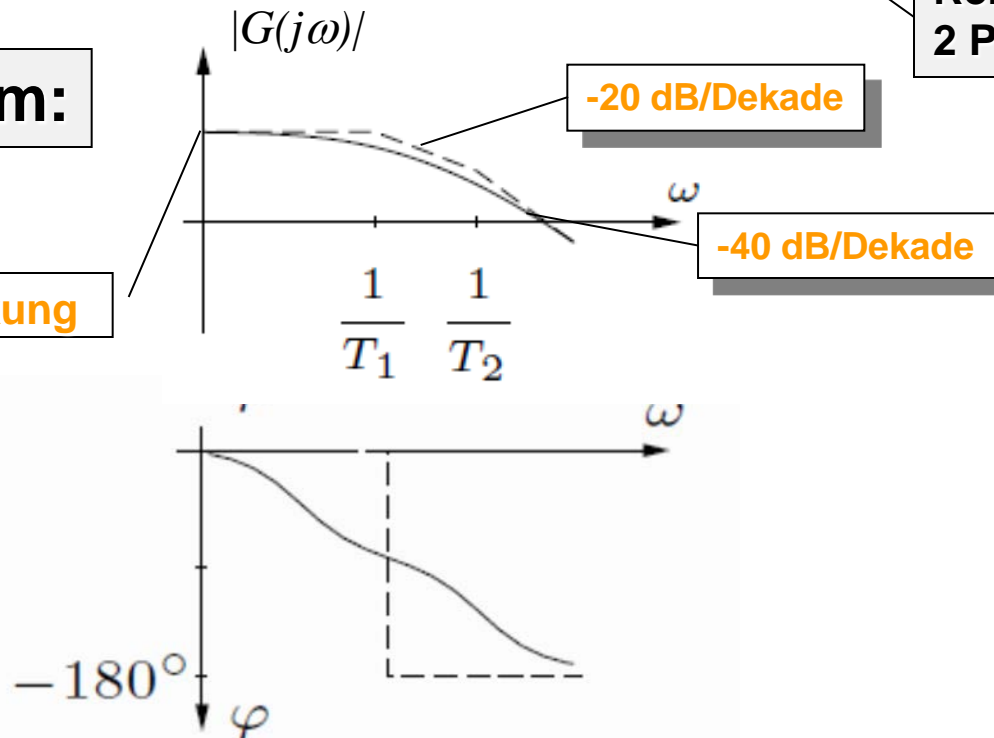
Übertragungsfunktion:

$$G(s) = \frac{K}{(1 + sT_1)(1 + sT_2)}$$

Reihenschaltung von 2 PT₁-Gliedern

Bode-Diagramm:

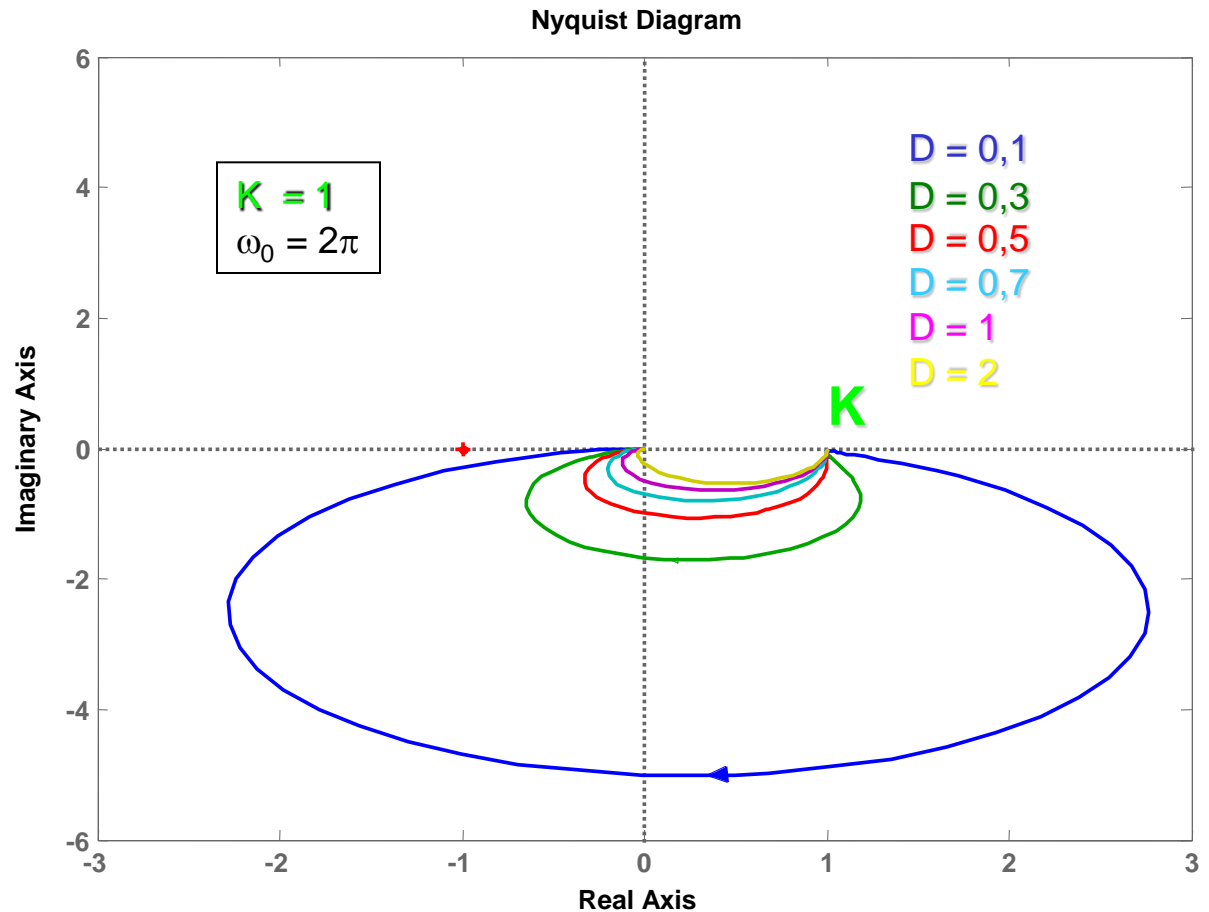
Systemverstärkung



Frequenzgang:

$$G(j\omega) = \frac{K}{1 + j\frac{2D}{\omega_0}\omega - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} = \frac{K\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2jD\omega_0\omega}$$

Ortskurve:

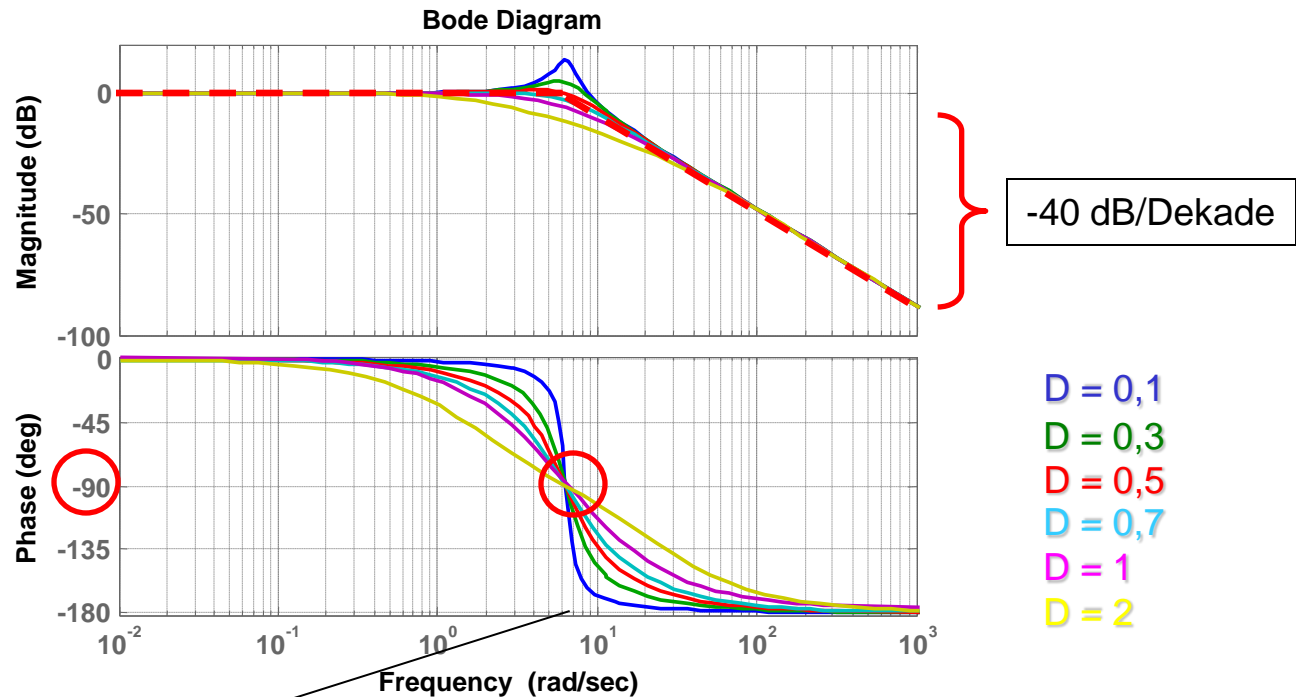


Frequenzgang:

$$G(j\omega) = \frac{K}{1 + j\frac{2D}{\omega_0}\omega - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} = \frac{K\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2jD\omega_0\omega}$$

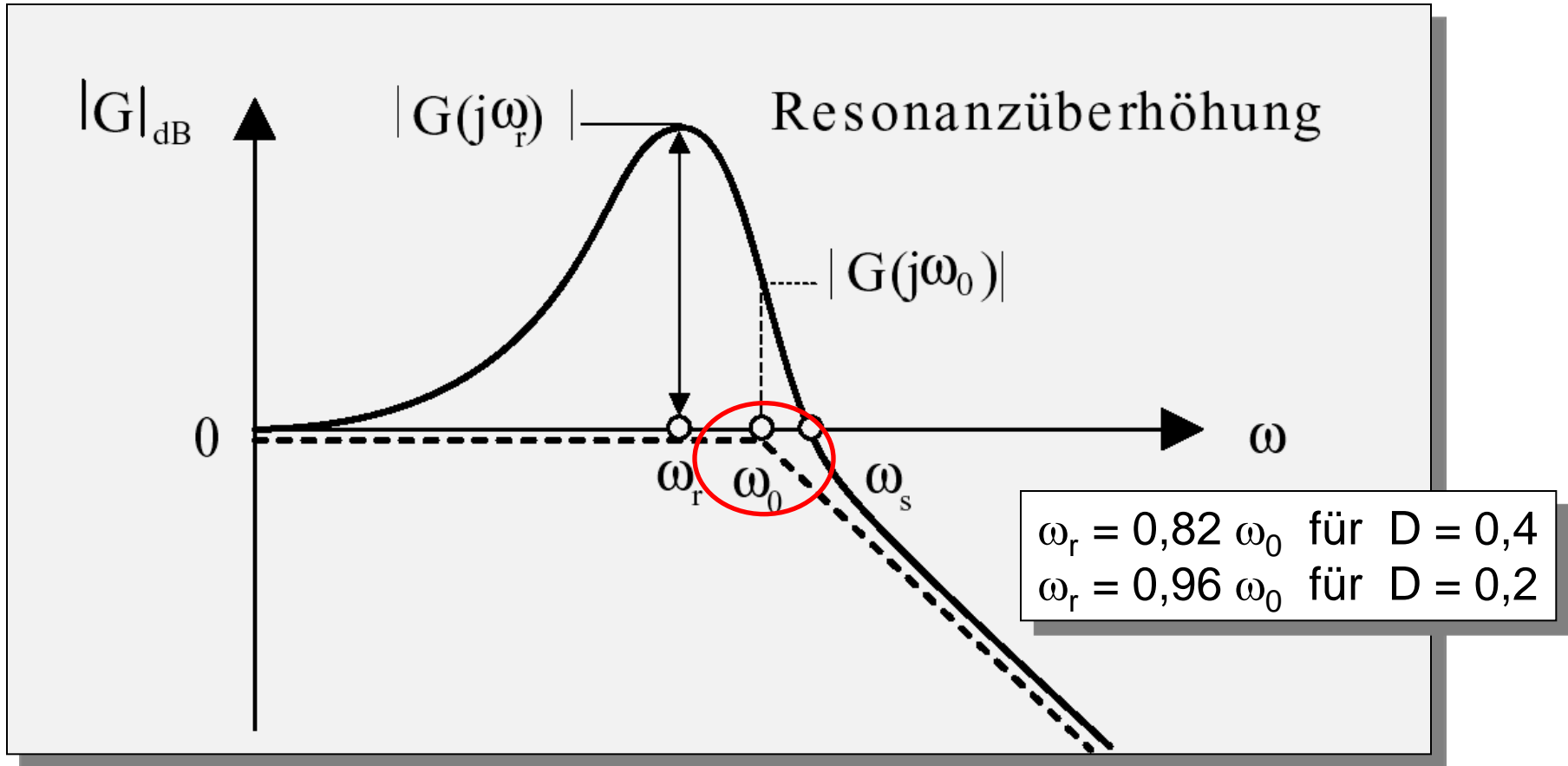
Bodediagramm:

$K = 1$



$\omega_0 = 2\pi$





ω_r folgt aus $\frac{d |G(j\omega)|}{d\omega} = 0$ zu $\omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - 2D^2}$

Differentialgleichung:

$$a_n y^{(n)}(t) + \dots + a_2 \ddot{y}(t) + a_1 \dot{y}(t) + y(t) = K u(t)$$

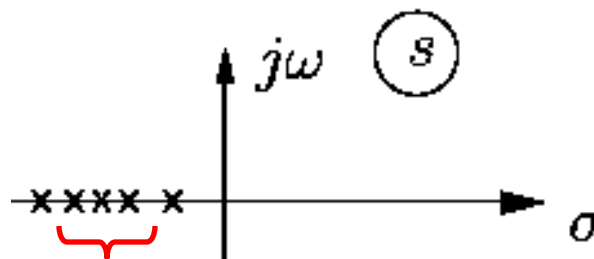
Sprungantwort:



Übertragungsfunktion:

$$G(s) = \frac{K}{1 + a_1 s + a_2 s^2 + \dots + a_n s^n}$$

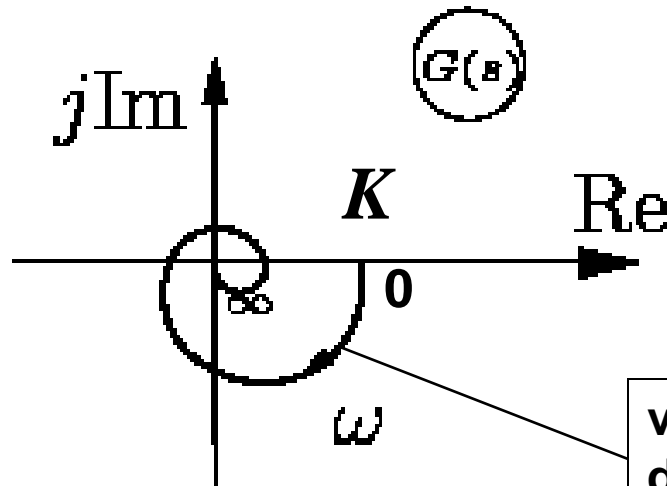
Pole:



Frequenzgang:

$$G(j\omega) = \frac{K}{1 + a_1 j\omega - a_2 \omega^2 + \dots + a_n (j\omega)^n}$$

Ortskurve:



verläuft durch n Quadranten der $G(s)$ -Ebene