F. Goßmann M.Sc
Universität der Bundeswehr München
Institut für Steuer- und Regelungstechnik (LRT-15)

Moderne Methoden der Regelungstechnik, WT 2020

9. Übung, 7. Dezember 2020

Thema: Beobachtbarkeit und Entwurf von Beobachtern

Aufgabe 1. Beobachterentwurf mit Eigenwertzuweisung
Gegeben sind die folgenden beiden Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad ,$$

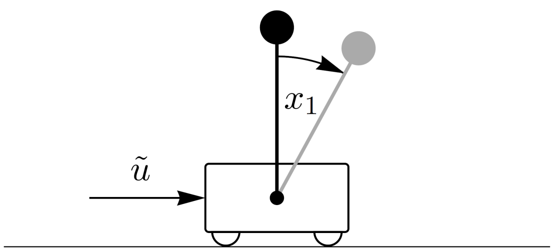
wobei A die Systemmatrix und C die Ausgangsmatrix eines Zustandssystems darstellt.

Aufgaben

a) Ist das Zustandssystem für (A, C) beobachtbar?

b) Bestimmen Sie ein Matrix $L \in \mathbb{R}^{3\times 2}$ so, dass der Beobachter $A + LC$ den dreifachen Eigenwert -1 besitzt

Aufgabe 2. Inverses Pendel
Betrachtet wird ein Pendel mit der Masse m und Länge l, das so wie in der Abbildung dargestellt auf einen Wagen montiert ist. Die Beschleunigung $\tilde{u}$ des Wagens ist eine Stellgröße, x_1 der in der Abbildung angedeutete Winkel und g stellt die Erdbeschleunigung dar. Die Masse des Stabs und die Reibung des Wagens wird vernachlässigt.



Die Dynamik des Pendels ist durch folgendes Differentialgleichungssystem gegeben

$$\dot{x}_1 = x_2,$$
$$\dot{x}_2 = \omega^2 \sin x_1 - \tilde{u} \cdot \frac{\omega^2}{g} \cos x_1,$$

mit der Konstante $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$.

Aufgaben

a) Linearisieren Sie das Differentialgleichungssystem in der Ruhelage $x_1 = x_2 = 0$, $\tilde{u} = 0$ und erstellen daraus ein Zustandssystem der Form

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{1a}$$

$$y = Cx \tag{1b}$$

mit $x = (x_1, x_2)^T$ und $u(t) = \tilde{u}(t)/g$. Der Winkel x_1 stellt die Ausgangsgröße dar.

b) Zeige Sie, dass (A, B) steuerbar ist und bestimmen eine Zustandsrückführung $K \in \mathbb{R}^{1\times 2}$, sodass $A + BK$ einen doppelten Eigenwert bei -1 hat.

c) Zeige Sie, dass (A, C) beobachtbar ist und bestimmen ein $L \in \mathbb{R}^{2\times 1}$ so, dass $A + LC$ einen doppelten Eigenwert bei -1 hat.

d) Ist der geschlossene Kreis aus Strecke, Beobachter und Regler stabil?