F. Goßmann M.Sc
Universität der Bundeswehr München
Institut für Steuer- und Regelungstechnik (LRT-15)

Moderne Methoden der Regelungstechnik, WT 2020

7. Übung, 23. November 2020

Thema: Steuerbarkeitsanalyse, Polplatzierung durch Zustandsrückführung

Aufgabe 1. Parameterabhängige Steuerbarkeit

Gegeben ist das Zustandssystem $\dot{x} = Ax + Bu$ mit

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

für $\alpha \in \mathbb{R}$.

Aufgaben

a) Bestimmen Sie alle $\alpha \in \mathbb{R}$, so dass (A, B) steuerbar ist.

b) Bestimmen Sie für die nicht steuerbaren Fälle aus a) eine invertierbare Transformation $T \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ so, dass

$$T^{-1}AT = \begin{pmatrix} \tilde{A}_{11} & \tilde{A}_{12} \\ 0 & \tilde{A}_{22} \end{pmatrix}, \quad T^{-1}B = \begin{pmatrix} \tilde{B}_1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

mit $\tilde{A}_{11} \in \mathbb{R}^{r\times r}$, $1 < r < 3$ gilt.

Aufgabe 2. Zustandsrückführung und Eigenwertzuweisung (SIMO-Fall)

Gegeben ist das Zustandssystem $\dot{x} = Ax + Bu$ mit

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & \beta \\ \alpha & 0 & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

für $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

Aufgaben

a) Zeigen Sie, dass -2 und $-2 \pm \sqrt{1+\alpha}$ die Eigenwerte von A sind.

b) Für welche $(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$ ist das System $\dot{x} = Ax + Bu$

   (i) asymptotisch stabil?

   (ii) steuerbar?

c) Bestimmen Sie $(0,0,1) \cdot R(A,B)^{-1}$ für den Fall $\alpha = 0$, $\beta \neq 0$.

d) Geben Sie für den Fall $\alpha = 0$, $\beta \neq 0$ die Transformationsmatrix $T \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ an (in Abhängigkeit von β), so dass (TAT^{-1}, TB) in Regelungsnormalform dargestellt ist.

e) Bestimmen Sie für den Fall $\alpha = 8$, $\beta \neq 0$ einen Regler $K \in \mathbb{R}^{1\times 3}$ (in Abhängigkeit von β), so dass $(X+1)^3$ das charakteristische Polynom von $A + BK$ ist. Welche Aussage lässt sich über die asymptotische Stabilität des geschlossenen Kreises $\dot{x} = (A+BK)x$ machen?