

5. Übung, 9. November 2020

Thema: BIBO-Stabilität, Steuerbarkeit

Aufgabe 1. BIBO-Stabilität

Gegeben ist das Zustandssystem

$$\begin{aligned}\dot{x} &= A \cdot x + B \cdot u \\ y &= C \cdot x\end{aligned}$$

mit den Matrizen

$$\begin{aligned}A &= \begin{pmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 3 & -2 & 1 \\ -3 & 0 & -1 \end{pmatrix}, & B &= \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \\ C &= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.\end{aligned}$$

Aufgabe Zeigen Sie, dass das gegebene Zustandssystem BIBO-stabil ist.

Aufgabe 2. Stabilität transformierter Systeme

Gegeben sind die beiden folgenden ähnlichen Zustandssysteme

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx\end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{x}} &= \tilde{A}\tilde{x} + \tilde{B}u \\ y &= \tilde{C}\tilde{x}.\end{aligned}$$

Es gilt $A, \tilde{A} = TAT^{-1} \in \mathbb{F}^{n \times n}$, $B, \tilde{B} = TB \in \mathbb{F}^{n \times m}$ und $C, \tilde{C} = CT^{-1} \in \mathbb{F}^{q \times n}$. Desweiteren beschreibt $T \in \mathbb{F}^{n \times n}$ die Zustandstransformation, die den Zustandsvektor x in den Zustandsvektor \tilde{x} überführt.

Aufgabe Zeigen Sie, dass das Zustandssystem x genau dann BIBO-stabil ist, wenn das Zustandssystem \tilde{x} BIBO-stabil ist.

Aufgabe 3. Steuerbarkeit eines Zustandssystems

Gegeben ist das Zustandssystem $\dot{x} = Ax + Bu$ mit den Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe Zeigen sie, dass das gegebene Zustandssystem steuerbar ist.