F. Goßmann M.Sc
Universität der Bundeswehr München
Institut für Steuer- und Regelungstechnik (LRT-15)

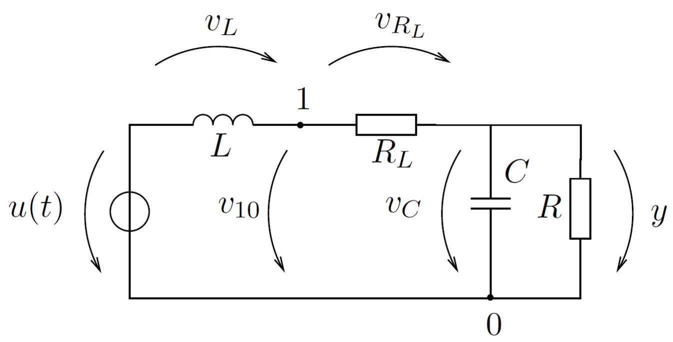
Moderne Methoden der Regelungstechnik, WT 2020

2. Übung, 19. Oktober 2020

Thema: Zustandstransformation, Zustandssignale

Aufgabe 1. Zustandstransformation

Gegeben ist ein elektrisches Netzwerk mit der Spannung u über der unabhängigen Stromquelle



als Eingang und der Spannung y über dem Widerstand R als Ausgang. Für die Bauteile geilten die physikalischen Gesetzmäßigkeiten $v_L = L\frac{d}{dt}i_L$, $i_C = C\frac{d}{dt}v_C$ mit $L > 0$, $R > 0$, $R_L > 0$ und $C > 0$. Verwenden Sie zur mathematischen Beschreibung des Netzwerkes die Kirchhoff'schen Gesetze.

Aufgabe

a) Stellen Sie das Zustandsraum-Modell

$$\dot{x} = Ax + Bu$$
$$y = Cx + Du$$

mit dem Zustandssignal $x = (v_{10}, v_C)^T$ auf, wobei mit v_{10} die Spannung zwischen Knoten 1 und 0, und mit v_C die Spannung über C bezeichnet wird.

b) Bestimmen Sie die Transformationsmatrix $T \in \mathbb{R}^{2\times 2}$, sodass für das Zustandssignal $\tilde{x} := (\phi, q)^T = Tx$ gilt. Mit ϕ wird der Fluss der Induktivität und mit q die Ladung des Kondensators beschrieben.
Hinweis: Man verwende $\phi = Li_L$ und $q = Cv_C$.

c) Stellen Sie das Zustandsraum-Modell des elektrischen Netzwerks auf, bei dem das Zustandssignal durch $\tilde{x} = (\phi, q)^T$ aus Teilaufgabe b) gegeben ist.

Aufgabe 2. Berechnung von Zustandssignalen

Es wird ein harmonischer Oszillator (mit Anregung) betrachtet, dessen Dynamik durch

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\gamma & \omega \\ -\omega & -\gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} + u(t),$$

gegeben ist. Es gilt $\gamma \geq 0$, $\omega > 0$ und $u \colon \mathbb{R} \to \mathbb{F}^2$ stellt das Eingangssignal dar.

Aufgabe Berechne Sie das allgemeine Zustandssignal φ für den Fall

a) $u(t) = (0,0)^T$ für alle $t \in \mathbb{R}$,

b) $u(t) = \begin{pmatrix} \mathrm{e}^{-\gamma t} \sin(2\omega t) \\ \mathrm{e}^{-\gamma t} \cos(2\omega t) \end{pmatrix}$.